

# L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES DES DE L'APRENTATGE DIALÒGIC

Xavier Díez-Palomar. Becari *Fulbright* de la Universitat de Tucson, Arizona

Joaquim Giménez Rodríguez. Àrea de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de Barcelona

Paloma Garcia Wehrle. Àrea de Didàctica de les Ciències Experimentals. Universitat de Barcelona.

## Introducció

Alguna vegada heu vist algú presumir de no saber llegir ni escriure? Al contrari, en general ningú presumeix d'aquesta ignorància. En canvi, expressions com "jo sóc de lletres, no sóc de ciències", o "vaig catejar les mates" han passat a formar part del nostre vocabulari quotidià, sense cap mena de "penalització social". Fins i tot hi ha persones que fan gala de no tenir una formació matemàtica. Però, ¿què vol dir "tenir una formació matemàtica"? ¿Saber fer les operacions bàsiques? ¿Estar familiaritzat/da amb alguns conceptes més o menys bàsics de la matemàtica? ¿Conèixer qui eren personatges com ara Fermat, Gauss, Hilbert o Lobachewsky, i saber quines contribucions varen fer al nostre coneixement actual? I, encara més, com es pot arribar a aquest coneixement de la matemàtica? Quines propostes poden ser útils als professionals de l'educació per superar les pors i els mites que giren al voltant d'aquesta disciplina del saber?

Per tal de respondre a aquestes qüestions fem servir referències a coneixements que ja han estat contrastats per investigacions precedents. Per exemple, quan preguntem si és possible viure en aquest món sense tenir cap coneixement de matemàtiques, hem de dir que l'educador matemàtic i investigador Mogen Niss (1994) ja va escriure que estem envoltats per grans quantitats de matemàtiques inherents en la gran majoria dels objectes que fem servir. El que ocorre és que "no veiem" aquestes matemàtiques, val a dir que no en som conscients. Aquesta ceguesa, que Niss (1994) va anomenar "paradoxa de la invisibilitat", constitueix una de les més profundes barreres que dificulten l'aprenentatge de la matemàtica. Sovint la imatge que tenim del que és i del que no és "matemàtica" dista molt de l'ús que en fem a la nostra vida quotidiana. En general, per "matemàtica" se sol identificar una imatge de conjunts d'axiomes, proposicions, expressats amb una simbologia especial, que funcionen sota un recull de normes molt concretes i definides. Res més allunyat de la realitat: la matemàtica és quelcom més que tot allò que surt al llibre de matemàtiques de l'escola. És una component del món que ens envolta, i la seva expressió formalitzada és un

llenguatge que ens permet descriure i comprendre el món. A més a més, hi ha moltes formes de "representar" o "expressar" la matemàtica que no han de ser necessàriament acadèmiques, en contra del mite popular que gira entorn de la matemàtica. La matemàtica és una component del nostre món (un món on trobem dimensions, mesures, probabilitats, funcions, patrons, figures geomètriques, etc.); és una forma de pensament (una lògica, un recull d'estratègies per descobrir veritats "no evidents" o "amagades", com les incògnites); un llenguatge que ens serveix per imaginar mons impossibles físicament i descriure les coses del nostre món, com la seqüenciació "màgica" dels pètals d'una rosa entorn d'una espiral definida per la proporció àuria; una ciència basada en premisses i axiomes, a judici d'alguns, sintètics, i a judici d'altres, analítics (FONT, 2003).

Així doncs, si estem envoltats de matemàtica, com és que sovint la gent afirma no saber-ne? I quines dificultats presenta aquesta realitat per als professionals de l'ensenyament que tractem de transmetre i fer descobrir els conceptes matemàtics? En aquest article presentem una proposta innovadora i arrelada en els canvis de la societat actual, per tal de contribuir a oferir alternatives als mestres i professors/es de matemàtiques, que han d'enfrontar-se cada dia a realitats com aquesta a les seves aules.

## El món en què vivim

El context de referència en què ens movem és l'anomenada "societat de la informació". Molts pensadors caracteritzen el nostre moment històric com un moment resultat de profunds canvis, on els sistemes que havíem heretat de la societat capitalista industrial han deixat de ser eficaços i han estat substituïts per noves formes organitzatives més flexibles i dinàmiques. Les tecnologies de la informació i de la comunicació han tingut un paper protagonista en aquest canvi. Però estem parlant d'una transformació d'arrels molt més profundes, que s'endinsen en la mateixa concepció filosòfica del món que ens envolta. De la mateixa manera que va passar a finals del segle XVIII i començaments del XIX, hi ha autors

que parlen des d'un desencantament del món: davant els canvis opten per una posició fatalista, que clama per la pèrdua de sentit, pel relativisme, per la subordinació de tot el que passa al nostre voltant a una elit formada pels dipositaris del poder, capacitat que fan servir per vendre'ns una realitat construïda amb els nous mitjans (BAUDRILLARD, 1991). D'altres, però, parlen de la crisi ecologista, de la globalització, de la necessitat d'unir forces per assolir un model de progrés més respectuós amb el medi i inclusiu de totes les persones (BECK, 1995). També tenim les persones que reflexionen des d'àmbits com la psicologia o la sociologia, i constaten com la desaparició del model industrial dóna lloc a l'aparició d'una mentalitat de "viure en un món de riscos", on les persones tenim més marge de decisió, però, per això mateix, més marge també d'equivocar-nos i prendre decisions errades, amb la conseqüent angoixa personal que aquestes situacions poden provocar (GIDDENS, 1995). Veiem la fi del treball per a tota la vida, l'aparició de nous models de relacions, la importància de formar part de les diverses xarxes socials que es mouen al nostre voltant, etc. I, al mig de tot aquest procés, el paper protagonista que pren el diàleg, com a vehicle d'una modernitat cada cop més reflexiva i, a voltes, més crítica (FLECHA, GÓMEZ i PUIGVERT, 2001). Ens trobem en un moment de canvi (o potser ja estem vivint algunes de les conseqüències d'aquest canvi). Les societats cada vegada busquen formes d'organització més democràtiques, més basades en el diàleg i l'enteniment que defensen autors com Habermas o l'equip de CREA –Centre Especial de Recerca en Teories i Pràctiques Superadores de Desigualtats de la Universitat de Barcelona–, per resoldre els diversos problemes i les situacions de la vida real. Les sortides autoritàries, els models totalitaris, les respostes antidemocràtiques cada vegada estan més criticats i tenen menys seguidors (o estan acusats internacionalment davant de les organitzacions mundials). Davant d'un món com aquest, què podem demanar a les matemàtiques? Quines competències han de formar part dels currículums de matemàtiques que estudien els nostres fills i filles a les escoles? Com podem assegurar que aprendran coneixements que els serviran i seran útils per formar part plenament del món que ens envolta? I com podem afrontar i resoldre les dificultats que surten en el procés d'ensenyament–aprenentatge de la matemàtica? Respondre aquestes preguntes amb propostes concretes és la responsabilitat de les persones que treballem a l'entorn del món de la didàctica de les matemàtiques.

No fa gaire temps, l'any passat, es varen publicar els resultats de l'informe PISA, un estudi internacional sobre coneixements en matemàtiques, ciències i habili-

tats lectores, que es va fer en diversos països, repartits per tot el món. Pel que fa a les matemàtiques, el criteri de referència per definir (i mesurar) les competències en aquest àmbit dels estudiants fou la "capacitat d'un individu per identificar i comprendre el paper que tenen les matemàtiques en el món, realitzar raonaments ben fonamentats i fer servir i involucrar-se en les matemàtiques de manera que s'assoleixin les necessitats de la vida de l'individu com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu" (OCDE, 2004). Val a dir, amb altres paraules, un enfocament que entén el fet de "saber matemàtiques" com la capacitat de raonar i prendre decisions críticament en el món que ens envolta, i no resoldre mecànicament una sèrie de problemes matemàtics de caire acadèmicista (com era el cas del que es defensava sota el model de "la matemàtica moderna"). Sembla clar que aquest és l'enfocament vàlid del "saber i fer" matemàtiques al segle XXI. Ara la qüestió és com concretar i portar a terme aquest enfocament a través del currículum. És a dir, en què cal fonamentar l'ensenyament de la matemàtica? Girondo (2005) ens ofereix una proposta basada en els estàndards desenvolupats per la Societat Americana de Professors de Matemàtiques (NCTM, 2000), que es concreta en tres aspectes principals: raonament de caire matemàtic, resolució de problemes, i representació, i comunicació. Girondo (2005), mitjançant aquesta proposta, posa sobre la taula un model que uneix conceptes clàssics de la matemàtica amb competències o processos. La qüestió és com organitzar el currículum i sota quina mena de principis s'ha d'estructurar per resoldre les dificultats que es troben els i les professionals de l'ensenyament davant d'estudiants que no valoren la matemàtica, i fins i tot, no dubten a presumir de no saber-ne. La proposta que introduïm per tal de fer front, d'una manera innovadora, transformadora i crítica, a aquesta mena de situacions és l'aprenentatge dialògic, que és el marc pedagògic per a dur a terme aquesta proposta didàctica.

### Què és l'aprenentatge dialògic?

L'aprenentatge dialògic és un enfocament didàctic que porta desenvolupant CREA des de fa més de dues dècades, unint la reflexió crítica de les aportacions i els treballs dels investigadors/es i teòrics/es principals en ciències socials amb la pràctica quotidiana en centres d'ensenyament. Aquesta combinació entre teoria i pràctica ha donat lloc a tot un seguit de principis que són el que anomenem "aprenentatge dialògic". ELBOJ, PUIGDELLÍVOL, SOLER i VALLS, (2002) el defineixen com l'aprenentatge "que resulta de les interaccions que produeix el diàleg igualitari, és a dir, un diàleg en el qual diferents persones aportem arguments en condicions

d'igualtat per tal d'arribar a un consens, partint del fet que volem entendre'ns parlant des de pretensions de validesa". Aquest enfocament gira al voltant de set principis, que són els que el defineixen més concretament: diàleg igualitari, aprenentatge instrumental, intel·ligència cultural, transformació, creació de sentit, solidaritat i igualtat de diferències (FLECHA, 2000). Molt breument, és tracta d'una perspectiva on el protagonisme recau en totes les persones que participen en l'acte educatiu de la mateixa forma (és a dir, en condicions d'igualtat). D'aquesta manera es trenca tant amb el model clàssic del professor/a dispositari del saber i els estudiants "receptors" (basat en teories com les de Gagné, Guthrie, Tolman, Skinner), com amb l'enfocament constructivista, que ingènuament pensa que l'alumne serà capaç individualment d'atribuir significat als conceptes ensenyats (Novak i Ausubel). Des del punt de vista dialògic, l'aprenentatge es produeix com a resultat d'un procés d'interacció intersubjectiu (això vol dir que hi participen diverses persones) que es desenvolupa en un pla igualitari, on cadascú aporta allò que sap, i tots plegats avancem cap a l'assoliment d'un aprenentatge instrumental (en aquest cas, la matemàtica), al qual tothom li dóna un sentit propi, que cal entendre contextualitzat (per exemple, el sentit que li pot trobar una dona en entendre les operacions que surten en l'extracte del seu compte bancari segurament serà molt diferent del sentit que li dóna una *broker*). Un aprenentatge, en definitiva, que és solidari, que implica compartir diverses maneres i formes d'arribar al coneixement, i d'ajudar-se mútuament (que ja Vigotsky havia entès quan va formular el seu concepte de "zona de desenvolupament proper"). Ara bé, com podem concretar propostes destinades a l'ensenyament de la matemàtica a les nostres escoles, dintre d'aquest marc? Quines aportacions se'n desprenen? L'aprenentatge dialògic en el terreny de la matemàtica ha de fer front a tot un seguit de mites i pors que dificulten tant el treball dels professionals del món de l'educació com l'aprenentatge que assoleixen els i les estudiants.

## Cap a unes matemàtiques dialògiques

Una de les principals dificultats amb què ens hem d'enfrontar les persones que treballem en l'àmbit de l'ensenyament de les matemàtiques és el rebuig social que susciten. Pocs estudiants veuen la matemàtica com una assignatura llaminera i motivadora. Les matemàtiques més aviat sempre són percebudes com la matèria difícil del currículum acadèmic (DÍEZ-PALOMAR, 2004). Aquesta sensació, a més a més, sovint apareix barrejada amb el sentiment de por i la percepció que la matemàtica que s'aprèn a les aules és molt diferent de "les matemà-

tiques que fan els matemàtics" (en paraules d'una de les persones que varen participar a la recerca que vàrem fer en el marc de la tesi doctoral).

Aquesta desconexió entre "matemàtica acadèmica" i "matemàtica de la vida real" ha estat posada de manifest per diversos autors, com Treffers (1987) o Niss (1994), entre molts d'altres. Des del punt de vista de la didàctica de la matemàtica s'han proposat diverses maneres de fer front a aquest problema i de resoldre'l. Així, trobem, entre altres, les idees educatives de l'escola de la Matemàtica Realista (desenvolupades, sobretot, per investigadors de l'Institut Freudenthal); el mètode de la resolució de problemes, en versions antigues com la de Pólya (1945) o modernes com la de Schoenfeld (1985); l'ensenyament per projectes; o les aportacions de l'etnomatemàtica. Aquests són enfocaments que es fonamenten en la idea que treballem primer amb aspectes concrets, per després desenvolupar les idees abstractes (o formals).

Des del punt de vista de l'aprenentatge dialògic es recupera aquesta idea, però se li dóna un sentit nou, en el marc de les relacions intersubjectives igualitàries. El diàleg igualitari (basat en l'intercanvi d'arguments amb pretensions de validesa, i no d'enunciats assertius justificats simplement per la posició de poder de qui els fa) permet compartir l'experiència prèvia i estratègies diverses de comprensió de la idea matemàtica que s'està treballant. D'aquesta manera, apareixen durant la classe diverses formes d'explicar els conceptes i d'aproximar-s'hi, que poden ajudar que molts més estudiants facin la "creació de sentit" i del significat de la idea. El professor/a o el mestre/a esdevé d'aquesta manera un agent tant creador de coneixement com receptor de noves formes d'aproximar-se a aquest coneixement i, en qualsevol cas, animador/a del diàleg a l'aula, com a forma per descobrir i/o comprendre conjuntament el coneixement.

El nostre treball revela la importància que té l'establiment de connexions entre el contingut matemàtic i l'experiència prèvia dels estudiants. Aquesta connexió es concreta en la "creació de sentit", i es pot arribar a ella mitjançant diverses estratègies didàctiques, com és el treball per projectes, el joc, el treball mitjançant situacions de la vida real, la modelització, etc. El que distingeix l'aprenentatge dialògic d'altres enfocaments didàctics, com la matemàtica realista, és la importància que se li dóna al diàleg igualitari: totes les persones tenim maneres diferents d'aproximar-nos al coneixement, i per tant cal crear espais on tothom tinguem les mateixes oportunitats per expressar les nostres idees, dubtes, inquietuds, etc. Això és particularment veritat en matemàtiques, perquè les persones entenem millor unes formes d'expressió de la matemàtica que d'altres. Així, per exemple, hi ha

estudiants que són realment brillants en la resolució de problemes formals, però no se'n surten quan han de visualitzar la solució d'un problema, tal com han posat de manifest diversos autors (per exemple, en la resolució de jocs matemàtics amb el cas de puzzles o trencaclosques, com el famós cub de Rubik). I, al contrari, també trobem genis que de seguida "veuen" mentalment la solució al problema proposat, però no saben fer servir la simbologia matemàtica formal per expressar el seu pensament. Per això és tan important el diàleg igualitari, creant d'aquesta forma espais on es puguin compartir diferents expressions de la matemàtica, diferents solucions, per tal d'incloure el major nombre possible d'estudiants, i no excloure ningú per no saber fer servir determinades convencions matemàtiques. La col·laboració dialògica entre les diferents persones que participen en l'acte pedagògic és una forma de trencar les barreres que dificulten el reeiximent de tothom. La solidaritat dels estudiants i els mestres, que s'ajuden mútuament a entendre els conceptes matemàtics, ajuda a tothom a assolir aquell coneixement que resideix en el que Vigotsky (1979) anomenà "zona de desenvolupament proper".

D'aquesta manera l'aprenentatge dialògic proposa un model d'aprenentatge de màxims, basat en una concepció d'altas expectatives, i no de mínimes, com és el cas dels "currículums de la felicitat" que moltes vegades trobem en algunes escoles, on el mestre/a, quan veu que els estudiants no el segueixen en les seves explicacions i no estan gens motivats, els i les etiqueta de "mediocres", i decideix adaptar el currículum rebaixant el nivell. En les investigacions de la tesi vàrem confirmar que no es tracta de fer cap mena d'adaptació curricular, sinó de transformar la nostra forma de portar la classe com a professionals de l'ensenyament. Escoltar els estudiants, valorar-los, creure en ells i elles, i buscar problemes, projectes i situacions que realment despertin la seva curiositat matemàtica és la millor manera de garantir que acabaran per estimar la matemàtica i descobriran el seu propi camí per aproximar-se a ella. Tal com deia Pólya (1945): "Un professor de matemàtiques té una gran oportunitat. Si dedica el seu temps a exercitar els estudiants en operacions rutinàries, matarà en ells el seu interès, impedirà el seu desenvolupament intel·lectual i acabarà desaprofitant la seva oportunitat. Però si, pel contrari, posa a prova la curiositat dels seus estudiants plantejant-los problemes adequats als seus coneixements, i els ajuda a resoldre'ls per mitjà de preguntes estimulants, podrà despertar-los el gust pel pensament independent i proporcionar-los certs recursos per a aquest".

Així doncs, cal fer una crida a l'optimisme, a la confiança en les capacitats dels i les estudiants, a valorar

les seves diferents experiències i formes d'aproximar-se a la matemàtica, a la creació d'espais de diàleg que incloguin la veu de totes les persones presents a l'aula com una forma de trencar les barreres, mites i pors cap a la matemàtica. Una "matemàtica dialògica", per tant, és una aproximació a les matemàtiques basada en la cerca conjunta del sentit que té la matemàtica per a cadascú de nosaltres.

## Referències bibliogràfiques

- BAUDRILLARD, J. *La guerra del golfo no ha tenido lugar*. Edit. Anagrama. Barcelona. 1991.
- BECK, U. *Ecological politics in an Age of risk*. Edit. Polity Press. Oxford. 1995.
- DÍEZ-PALOMAR, J. *La enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas. Un modelo dialógico*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona. 2004. <http://www.tdx.cesca.es/TDX-0331105-120753/#documents>
- ELBOJ, C., PUIGDELLÍVOL, I., SOLER, M. i VALLS, R. *Comunidades de aprendizaje. Transformar la educación*. Edit. Graó. Barcelona. 2002.
- FLECHA, R. *Sharing words. Theory and practice of dialogic learning*. Edit. Rowman & Littlefield Publishers, Inc. 2002.
- FLECHA, R., GÓMEZ, J. i PUIGVERT, L. (2001). *Teoría Sociológica Contemporánea*. Edit. Paidós. Barcelona. 2001.
- FONT, V. *Matemáticas y cosas. Una mirada desde la Educación Matemática*. «Boletín de la Asociación Matemática Venezolana», X, 2, (2003) 240-279.
- GIDDENS, A. *Modernidad e identidad del yo: el yo y la sociedad en la época contemporánea*. Edit. Península. Barcelona. 1995.
- GIRONDO, L. *La "competència" i els aprenentatges escolars: l'àrea de matemàtiques*. «Comunicació Educativa», 18 (2005) 14-19.
- NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. 2000. <http://standards.nctm.org/document/index.htm>.
- NISS, M. *Mathematics in Society*. EN Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträber, R.; Winkelmann, B. *Didactics of Mathematics as a scientific discipline*. Edit. Kluwer Academic Publishers, pàgs. 367-378. Dordrecht – Boston – London. 1994.
- OCDE. *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y solución de problemas*. Edit. OCDE – MEC. 2004.
- PÓLYA, G. (1945). *How to solve it*. Edit. University Press. Princeton. 1945.
- SCHOENFELD, A. *Mathematical problem solving*. Edit. Academic Press. New York. 1985.
- TREFFERS, A. *Three dimensions, a model of goal and theory description in Mathematics instruction*. Edit. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht – Boston – London. 1987.
- VIGOTSKY, L.S. *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Edit. Grijalbo. Barcelona. 1979.