

# Estudio exploratorio de las respuestas de los estudiantes para maestro sobre el uso de la noción de medida en tareas matemáticas

UTE. Revista de Ciències de l'Educació

2016 núm. 2. Pag. 23-38

ISSN 1135-1438. EISSN 2385-4731

<http://revistes.publicacionsurv.cat/index.php/ute>



DOI: <http://dx.doi.org/10.17345/ute.2016.2.980>

**Assumpta Estrada Roca<sup>a</sup>, Mar Moreno Moreno<sup>b</sup>, Gabriel Huszar<sup>c</sup> e Iván Barbero Sola<sup>d</sup>**

Rebut: 15/06/2016 Acceptat: 11/12/2016

## Resumen

El siguiente informe de investigación aporta resultados sobre las respuestas a la prueba diagnóstica preparada ad hoc para la investigación que se está realizando con los estudiantes de primer curso del grado de Maestro de Educación Primaria de las diferentes modalidades con las que cuenta la Universitat de Lleida (UdL). Dicha prueba consiste en una selección de tareas procedentes de ítems liberados de estudios internacionales (PISA, TIMMS, etc.) así como otras cuestiones diseñadas por los propios investigadores, y todas ellas relacionadas con conceptos de medida (medida de longitudes, áreas, husos horarios, cambios de monedas, etc), y en las que los estudiantes deben aplicar sus conocimientos previos. Los resultados proporcionan una información interesante sobre el uso de los conceptos de medida lo que puede ser un elemento clave para incidir en la formación inicial de los maestros de primaria.

**Palabras clave:** formación inicial de maestros, conocimiento matemático en uso, demanda cognitiva, tareas de medida.

## **An exploratory study about the responses of the prospective primary teachers using the concepts of measurement in mathematics tasks**

### **Abstract**

The following research report provides results based on responses to an ad hoc prepared diagnostic test research that is being used on the first year students of Teacher Primary Education on different modalities that offers the University of Lleida (UDL). This test consists from selection tasks items released from international studies (PISA, TIMMS, etc.) and other questions designed by the researchers themselves, all of them related with the concepts of measurement (measurement of length, area, time zones, currency conversions, etc.), and in which students must apply their previous knowledge. The results provide interesting information on using measurement concepts which can be a key influence in the initial training of teachers for primary education.

---

<sup>a</sup> Universitat de Lleida

<sup>b</sup> Universidad de Alicante

<sup>c</sup> Universitat de Lleida

<sup>d</sup> Universitat de Lleida

**Keywords:** didactics, primary education, statistic education, project work, measurement.

## Introducción

Según los principales estudios internacionales PIAAC (*Programme for International Assessment of Adult Competences*) (MECD, 2013 a; b) y PISA (*Programme for International Student Assessment*) (2012), el actual panorama relativo al nivel general de competencias matemáticas mostrado, tanto por la población adulta como por la población en edad de formación escolar obligatoria, requiere, sin lugar a dudas, una intervención profunda que promueva un cambio y mejora de dichos niveles competenciales en España.

Si nos centramos en los maestros de educación primaria, responsables de la educación obligatoria en nuestro país, los resultados del estudio TEDS-M (*Teacher Education Study in Mathematics*) (MECD, 2012 a), muestran que los conocimientos medios de matemáticas y su didáctica se encuentran ligeramente por debajo de la media internacional, por debajo de todos los países de su entorno y solamente por encima de Polonia, Filipinas, Botsuana, Chile y Georgia, de entre los 17 países participantes en dicho estudio.

Además la formación específica en matemáticas representa tan solo entre un 6 % y un 7% de la carga lectiva en sus planes de estudio y generalmente se presenta de un modo global, sin diferenciar los componentes matemáticos de los componentes de su enseñanza y aprendizaje (MECD, 2012a). Asimismo, el modelo de instrucción y el contenido de los programas es muy diverso en función de cada institución y se prima la formación pedagógica sobre la formación en dominios específicos (Cañadas, et al., 2010), por lo que la situación se vuelve crítica.

Por otra parte, parece, a la vista de los resultados de algunos estudios internacionales, que muchos de los maestros que imparten matemáticas en primaria presentan problemas con el conocimiento específico y uso de algunos conceptos elementales, así como dificultades con la identificación de las concepciones erróneas de los alumnos, interpretación adecuada de la comprensión de los conceptos (MECD, 2012a) e incluso dificultades para trabajar a partir de proyectos y con problemas abiertos (Jaworski, 1994; Ponte, 2001).

Las dificultades mostradas por los maestros, tanto en formación como en ejercicio, acaban reflejándose en la instrucción y tienen efectos en el aprendizaje de su alumnado, como reflejan los resultados del estudio TIMSS (*Trends in Mathematics and Science Study*) (MECD 2012 b; c), realizado con estudiantes que cursan cuarto de primaria. Este estudio clasifica los resultados en 5 niveles (muy bajo, bajo, intermedio, alto y avanzado), y expone de manera muy resumida que:

- el nivel medio global en matemáticas es muy bajo respecto a los resultados de los países del entorno y supone una posición relativa claramente por debajo de la media de la UE y de la OCDE;
- tan sólo un 9% de los alumnos llegan a los niveles altos y avanzados, situando al 91% de los alumnos en niveles intermedios, bajos o muy bajos;

El informe PISA confirma esta situación para el estado español, aunque los resultados de los alumnos se encuentran entorno al nivel 3 de los 7 que establece, y dentro de la media europea. Estos resultados han permanecido prácticamente invariables desde el año 2000, con puntuaciones equivalentes en las evaluaciones del 2000, 2003, 2006, 2009 y 2012.

Como se observa estos resultados no han mejorado en España, mientras que sí lo han hecho en otros países. La situación se torna más grave si se atiende al porcentaje de alumnos que muestran resultados en los niveles altos, tan sólo un 8% de la media española, muy por debajo de la media de la OCDE situada en un 13%.

.Distintos estudios muestran que la calidad del profesorado representa uno de los factores más importantes en el éxito o el fracaso educativo (Eurydice, 2013; Hattie, 2008) y apuntan a la necesidad de un profundo cambio en la forma en que se aborda la formación matemática de los futuros profesores de educación primaria. En esta línea apuntan las investigaciones de Rico y Lupiáñez (2008) que insisten en la necesidad de elaborar modelos curriculares y didácticos que contemplen una formación matemática diferente del profesorado.

Igualmente, Melgarejo, (2006; 2008) apunta que los distintos resultados entre Finlandia y España, más allá de las diferencias sistémicas, parece que el éxito de Finlandia tiene su raíz en la formación del profesorado de educación primaria y secundaria, en la selección previa que realizan en Finlandia para acceder a la universidad, así como en la formación teórica y práctica recibida durante la formación de los estudiantes (Melgarejo, 2006; 2008).

Respecto al acceso al grado de educación primaria, no hay una prueba de matemáticas común en las PAU y ni tan siquiera puede asegurarse que todos los estudiantes, procedentes de distintas modalidades de bachillerato, hayan tenido que enfrentarse a ninguna prueba. Por consiguiente, el nivel de los conocimientos de matemáticas de los estudiantes que inician sus estudios de magisterio es muy variado (Sanz y Martín, 2014) y además, según Stephens (2003), en algunos casos no son suficientes para enseñar matemáticas en primaria. Actualmente, los programas de formación inicial y permanente de profesorado se orientan al desarrollo de las competencias profesionales. En el actual marco catalán, en el que nos centramos, se define competencia matemática como:

[...] la capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diferentes contextos. Incluyendo el razonamiento matemático, la resolución de problemas y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Permite reconocer el papel de las matemáticas en el mundo actual y emitir juicios y tomar decisiones bien fundamentadas propias de ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos

(Decreto 119/2015, 23 de junio, p.12).

Las competencias matemáticas específicas de la etapa de primaria ponen en evidencia las relaciones entre las competencias y los procesos y contenidos del currículo actual. Se opta por cuatro dimensiones que se corresponden con los procesos del currículo vigente: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones y comunicación y representación. Estas dimensiones tienen elementos comunes y esto se traduce en relaciones entre las competencias. De esta manera se considerarán totalmente integradas en los contenidos del currículo. (Burgués y Serramona, 2013)

Este trabajo forma parte de un proyecto más amplio dirigido a la mejora de las competencias matemáticas de los futuros profesores mediante el uso práctico y reflexivo de recursos y herramientas tecnológicas. En este estudio nos centramos en el bloque de medida y nos proponemos:

- Detectar y valorar el conocimiento disciplinar de los futuros maestros relacionado con nociones conceptuales de medida de magnitudes.
- Identificar las dificultades conceptuales y los errores más habituales de los futuros maestros al aplicar sus conocimientos de medida a la resolución de problemas y situaciones próximas a la vida

Y así realizar un diagnóstico inicial que nos permita conocer la comprensión conceptual y la competencia matemática de los estudiantes para maestros de algunas nociones básicas relacionadas con las magnitudes y su medida para incidir posteriormente en su formación.

## La medida en el currículum

En el currículum de matemáticas de primaria de la Generalitat Catalana, en el apartado relativo a las magnitudes y su medida se resalta la importancia de desarrollar la comprensión de las magnitudes medibles, de las unidades y del proceso de medir, así como la aplicación de técnicas y de instrumentos adecuados para medir cada magnitud. Asimismo, se valora la importancia de reconocer contextos significativos en los que utilizar los conceptos de medida. Pero en general, la escuela reduce la enseñanza de la medida al trabajo formal del cambio de unidades del sistema métrico decimal, que se presenta de forma algorítmica, ya que solo interesa la búsqueda de una regla que favorezca el éxito (Chamorro, 2003, p. 222). En general, este tipo de prácticas o similares, conducen a los alumnos a resolver ejercicios, y a una excesiva algoritmización, lo que repercute en una escasa comprensión conceptual de la construcción de las magnitudes.

Para evitar estas situaciones el programa formativo del maestro debería estar construido de forma que preste atención a las necesidades de las personas, que pueda responder a preguntas sobre las medidas que se usan de forma habitual (las horas y minutos de un reloj, los kilovatios de electricidad que consumimos, el coste del trayecto de casa a la oficina en el vehículo privado, etc.) y además, deben favorecer la construcción de los conocimientos matemáticos y didácticos necesarios para desarrollar su profesión.

Nos preocupa el bagaje matemático de los futuros maestros y las implicaciones en su proceso formativo. Formar maestros competentes en matemáticas implica desarrollar la habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad y aplicar lo aprendido con propiedad en diferentes contextos y situaciones. Por lo que es necesario incidir en tres componentes fundamentales de la competencia matemática: la comprensión conceptual, el conocimiento factual y la destreza en los procedimientos (Bransford, Brown y Cocking, 1999).

Los contenidos de matemáticas relacionados en el concepto de las magnitudes y su medida del programa formativo del grado de maestro de primaria, se concretan en tres temas:

- las magnitudes, los contextos de medida y el sistema métrico internacional
- la medida de ángulos
- el tiempo y el dinero.

Estos temas se desarrollan desde el punto de vista matemático y didáctico, haciendo referencia a situaciones del aprendizaje en la escuela como modelo de reflexión y análisis de errores y dificultades de los alumnos de primaria.

Son escasas las investigaciones en el ámbito nacional centradas en el conocimiento de los futuros maestros sobre el uso de conceptos de medida, y las investigaciones internacionales tampoco aportan resultados concluyentes sobre el conocimiento específico de este bloque de contenidos.

Resaltaremos concretamente las investigaciones sobre problemas relacionados con cuestiones temporales y de moneda por el grado de dificultad que comportan, aunque en general, para el caso de la medida del tiempo no van más allá de la lectura de relojes, expresión analógica y digital de las horas, etc. Dickson, Brown y Gibson (1991, p. 164) señalaron en sus investigaciones la necesidad del niño de comprender la naturaleza continua del tiempo, por lo que tareas como la de la precisión de los relojes, la noción del tiempo medio en el meridiano de Greenwich (Greenwich Mean Time, GMT) proporcionan oportunidades para desarrollar la naturaleza aproximativa y continua de la medición del tiempo, si bien, es escasa la literatura al respecto. Una de las dificultades de la magnitud tiempo está en que no puede observarse directamente como una propiedad física de los objetos, sino que tenemos que hacer uso de instrumentos de medida para apreciarla. Además, como añaden (Berenguer y Pérez, 1996) no es lo mismo el tiempo que su medida, y ésta se hace de forma indirecta. El tiempo es una magnitud sumable, lo que a veces complica la comprensión de problemas específicos como los de los husos horarios, en

los que el estudiante debe tener claro los sistemas de referencia y las normas establecidas para los husos horarios en función del meridiano de Greenwich.

Con relación a los problemas que implican el uso de monedas, la dificultad suele estar en la equivalencia del valor de las monedas, que requiere la comprensión previa del valor relativo de la moneda y exige haber aprendido el sistema de los números de las monedas que se utilicen. La apreciación de la equivalencia da cabida a muchas de las nociones básicas del número y de la aritmética relacionada con él (Dickson et al, 1991, p. 171). Además, en el caso de situaciones reales, la dificultad se incrementa al existir un factor de interpretación de la realidad, y deber abordar el problema de la equivalencia del valor de monedas de diferentes sistemas monetarios.

En la literatura consultada no hemos encontrado un cuestionario donde se pudieran detectar las necesidades formativas y competenciales en el área de medida de los futuros maestros de educación primaria, por ello se decide optar por un cuestionario, diseñado *ad hoc*, La materia en la que los maestros tratan estos conceptos de magnitud y medida corresponde al segundo semestre, en concreto al final de la materia abordan las magnitudes por lo que podemos pasar dicha prueba diagnóstica al inicio del curso para disponer de una fotografía lo más real posible del conocimiento específico de los estudiantes del grado de maestro de primaria, previo a cualquier intervención ni trabajo sobre dichos contenidos por parte de los profesores universitarios.

## **Métodología**

Conscientes de la situación de partida, y según lo expuesto anteriormente, se decide elaborar un instrumento de evaluación que posibilite detectar el nivel de conocimientos que sobre la medida tienen los futuros maestros al iniciar los estudios de grado. Para construirlo, basándonos en el currículum de primaria, se seleccionaron inicialmente 15 tareas vinculadas a distintos aspectos de medida procedentes de ítems liberados de los estudios internacionales más relevantes (PIAAC, TIMS y PISA). Del listado inicial, y por validación de expertos en didáctica de la matemática, se seleccionaron las 7 tareas que se analizan en este estudio: cuatro de ellas provienen de las pruebas del proyecto PISA, dos seleccionadas de la Evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria 2000, y la última, una propuesta del propio grupo de investigación.

La prueba diagnóstica definitiva la configuran 12 problemas que recogen conocimientos de medidas de longitud, capacidad, áreas, husos horarios y cambios de moneda, vinculados a la vida cotidiana de los estudiantes y que presuntamente ya deberían tener adquiridos al inicio del curso por figurar en el currículo de la enseñanza obligatoria en España. Con ello se pretende identificar los niveles reales de conocimientos y competencias matemáticas de medida para que una vez detectadas las posibles dificultades y/o carencias formativas se plantee una propuesta de enseñanza que mejora de las competencias en este dominio.

Se lleva a cabo la investigación con los alumnos de primer curso del grado de educación primaria de la Universitat de Lleida (UdL) en las cuatro modalidades de formación de maestro contempladas en el plan de estudio vigente: dual (formación en alternancia), bilingüe, doble titulación en educación infantil y en educación primaria y la estándar o clásica. Como variables dependientes de esta investigación se consideran los conocimientos sobre medida que serán operacionalizados a partir de las puntuaciones obtenidas en los diferentes problemas de la prueba diagnóstica que hemos construido para este estudio, mientras que como variables independientes se analizan el sexo, el tipo de centro (privado, público, según etapa escolar), la modalidad que cursan en el grado de educación primaria, la vía de acceso a la universidad, el uso y grado de competencia de las TIC, el último curso/nivel en que estudió matemáticas y la necesidad de ayuda con las matemáticas en alguna etapa escolar.

## Muestra e implementación

La muestra está formada por 81 estudiantes de los 165 matriculados en primer curso del grado de educación primaria, de las distintas modalidades que se ofertan en nuestra universidad y cuyas características presentaremos de manera breve dado que los alumnos que la cursan tienen perfiles diferentes:

- la estándar o clásica confiere las competencias docentes generales para ayudar al desarrollo, tutelar el aprendizaje y promover la consecución de los objetivos que establece el sistema educativo para la educación primaria
- doble titulación en educación infantil y en educación primaria con competencias análogas a la anterior ampliadas a la educación infantil con el objetivo de potenciar las salidas profesionales de los alumnos interesados en los estudios del ámbito del magisterio aunque ello suponga un curso más de estudios.
- dual (formación en alternancia) con una actividad formativa intensiva en los centros escolares desde primer curso con lo que el estudiante combina la teoría y la práctica escolar con lo que favorece la integración de los aprendizajes realizados en los dos escenarios formativos a la vez que mejora su preparación profesional en las competencias necesarias para ejercer de maestro.
- bilingüe ofrece la posibilidad de cursar materias específicas del grado en inglés con lo que se intensifica el conocimiento de esta lengua y facilita la inserción laboral por la demanda actual en este ámbito

Las distintas modalidades intervienen con un porcentaje de participación muy variable según puede apreciarse en la Tabla 1. El 72% de los encuestados son mujeres porcentaje habitual en los grados de maestro donde la presencia masculina suele ser tradicionalmente minoritaria. En general, más de un 60% de los estudiantes han cursado sus estudios en centros públicos y el 86% acceden a la universidad través de las PAU, frente a un 12 % que procede de ciclos formativos. Los estudios previos en matemáticas son limitados, ya que aunque un 65% las cursaron por última vez en bachillerato, más del 21% lo hicieron en la ESO y el resto en diferentes etapas de las expuestas anteriormente. Durante su escolarización un 64% no ha necesitado ayuda en la escuela (adaptaciones curriculares, grupos de diversificación...) aunque el mismo porcentaje reconoce haber asistido a clases externas de repasos.

Se consideran bastante competentes en las TIC (78%) y valoran su uso en el aula de primaria.

El instrumento se aplicó al inicio de la actividad docente del primer cuatrimestre de los 8 en que se organiza el grado. Los estudiantes del grupo en modalidad dual han compaginado o compartido tres cuatrimestres de actividad en las aulas de primaria, dos días por semana a diferencia de los otros grupos que han realizado toda su actividad formativa en la Facultad.

Modalidad	Porcentaje de participación
Doble titulación	88%
Clásica o tradicional	59%
Bilingüe	74%
Dual	21%

Tabla 1. Porcentaje de participación según modalidad

## Resultados y discusión

Las respuestas digitalizadas de los futuros maestros se analizan según los criterios establecidos en las pruebas de origen de las diferentes tareas de medida y sus resultados son los que se presentan en la Figura 1 donde aparecen agrupados según modalidad y se indica también la media global y la media de acceso para cada una de ellas.

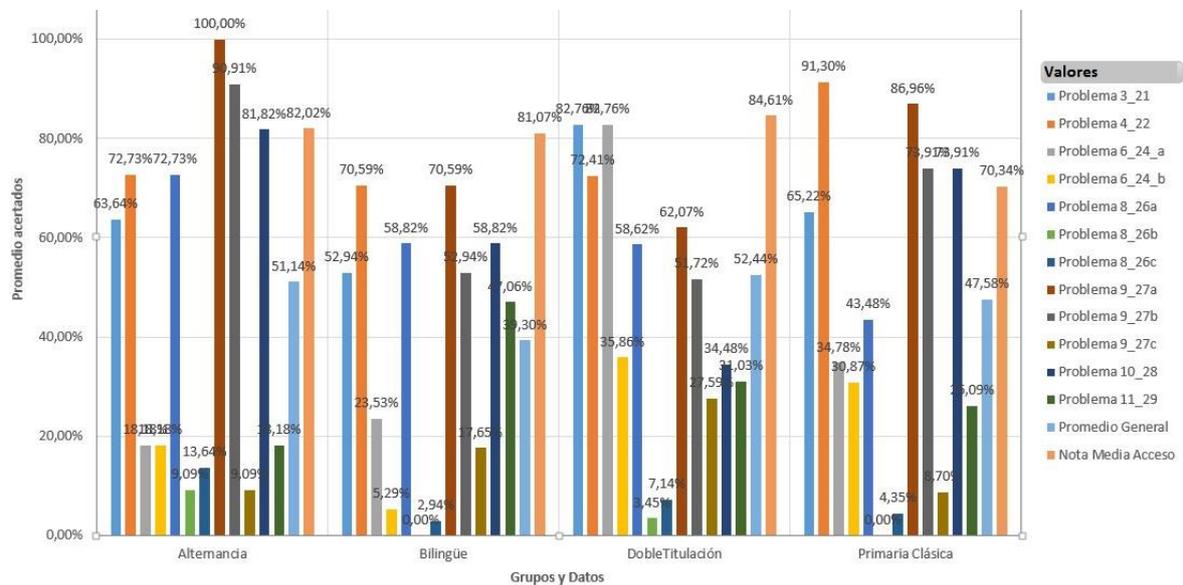


Figura 1. Resultados en los ítems, media general y media de acceso según modalidades

En general destacan con mejores resultados aquellas tareas en las que se han de realizar simples algoritmos, frente a aquellas en las que se ponen en juego diferentes contenidos, son algo menos instrumentales y hacen referencia a cambio y relaciones (ver Figura 2).

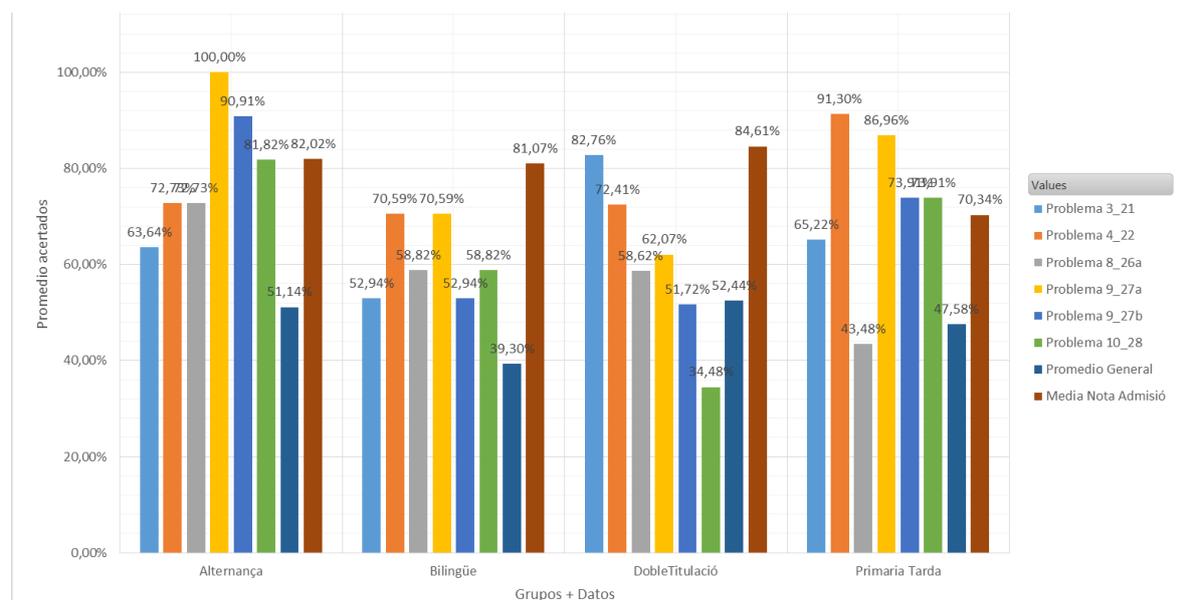


Figura 2. Ítems con mejores porcentajes de acierto.

A continuación presentamos el estudio descriptivo de cada una de las tareas, la numeración con la que aparecen en los gráficos de este trabajo corresponde al formato electrónico de la prueba diagnóstica

general elaborada para la investigación global que se está llevando a cabo y de la que este estudio exploratorio forma parte.

Por razones de espacio no se presenta el cuestionario completo sólo los enunciados de los 6 problemas con un nivel de aciertos por debajo del 50 % (Figura 3) ya que con el objeto de detectar los principales errores se analizaran a continuación de una manera más detallada.

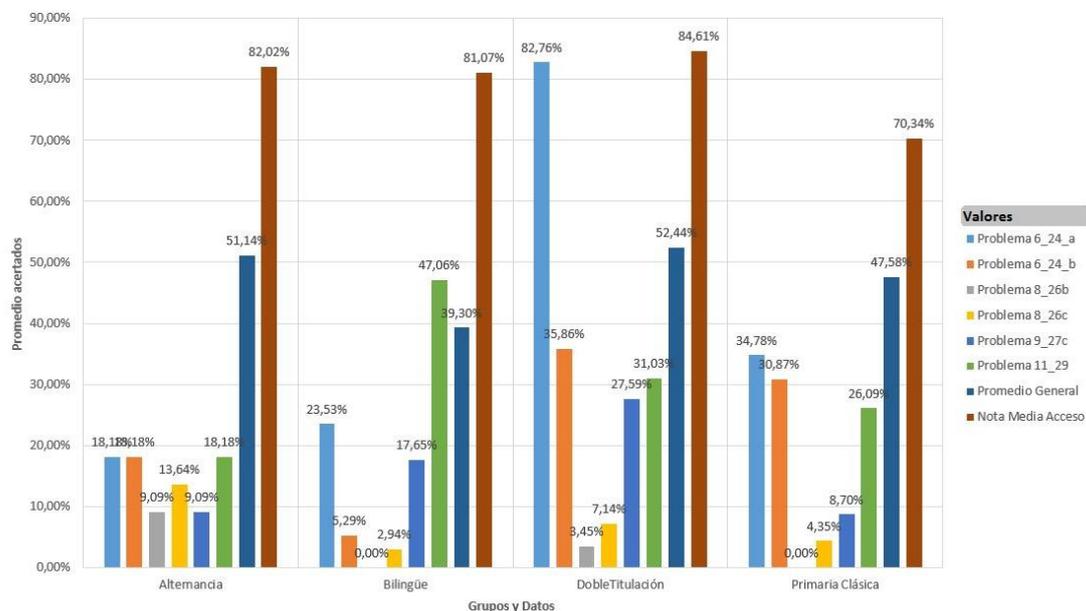


Figura 3. Ítems con menores porcentajes de acierto.

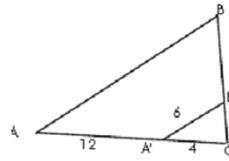
**Problema 3\_21). La renovación de cada metro cuadrado de césped es de unos 10 €. Un campo de fútbol mide entre 100 y 120 m. de largo y entre 64 y 75 m. de ancho. ¿Cuál de estas cantidades se aproxima más al coste del césped de un campo de fútbol?**

**10.000€      40.000€      80.000€      150.000€**

Este ítem aborda aspectos de medida vinculados a dinero, longitud y área.

Los resultados indican que el grupo de Doble Titulación con un 82% de respuestas correctas es el que presenta mejores resultados si se tiene en cuenta que en las otras modalidades no se alcanza un porcentaje superior al 65% y en el caso de la modalidad Bilingüe no se supera el 53% de aciertos. El hecho de que no necesariamente los estudiantes mostraban el protocolo de respuesta y podían elegir entre una de las opciones, no nos permite identificar con claridad la dificultad de los estudiantes cuyo índice de aciertos es inferior al 65%, si podemos inferir que al tratarse de un problema en el que deben estimar cantidades y elegir la respuesta que más se aproxime al costo real, podría generar dificultades, ya que no hay datos únicos. Al disponer de la información de que las dimensiones están entre 100-120 metros de largo y 64-75 metros de ancho, el estudiante debe tomar decisiones y hay cuatro posibles dimensiones de campo de fútbol, todas ellas, tales que el coste es alrededor de 80000 euros, desde 64000 euros el coste inferior a 90000 euros el más elevado, lo que rápidamente descartaría las respuestas 10000, 40000 o 150000 euros. Los estudiantes no están habituados a discutir sobre los datos y buscar datos únicos con los que operar y llegar a un resultado.

**Problema 4\_22). ¿Qué perímetro tiene el triángulo ABC?**



24

26

52

169

Este ítem aborda aspectos de longitud.

Presenta resultados en general muy igualados en las distintas modalidades alrededor de un 70% donde destaca el grupo de Primaria clásica con porcentajes de aciertos próximos a un 92%. Si bien este problema es conceptualmente más complicado que el anterior, sorprende el alto porcentaje de aciertos, cuya explicación se debe a ser un problema clásico de geometría en el que los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes en posición de Tales, y finalmente aplicando, las correspondientes relaciones de proporcionalidad de los lados debido a la semejanza de los triángulos, el cálculo es sencillo.

**Problema 6\_24). La foto muestra las huellas de un hombre caminando (Enrique). La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.**



**Para los hombres, la fórmula  $n/P=140$  da una relación aproximada entre  $n$  y  $P$  donde:**

**$n$  = número de pasos por minuto, y**

**$P$  = longitud del paso en metros.**

**24\_a: CAMINAR**

**Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.**

**24\_b: CAMINAR**

**Bernardo sabe que sus pasos son de 0.80 metros. El caminar de Bernardo se ajusta a la fórmula. Calcula la velocidad a la que anda Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.**

Tiene su origen en las pruebas PISA y aborda aspectos vinculados al sistema métrico decimal, longitud y tiempo. Este es uno de los ítems con resultados muy inferiores al 50% en ambos apartados. En el apartado a) destaca el grupo de Doble Titulación con un atípico 83% de aciertos a mucha diferencia respecto a los otros grupos que se encuentran entre un 18% para la modalidad de Dual y un 34% para el grupo de Primaria clásica. Por lo que hace referencia al apartado b) los resultados son bajos en todas las modalidades siendo la Bilingüe con un 5,29% de aciertos la que alcanza resultados mínimos. La dificultad del problema no es elevada y no encontramos una justificación razonada para estos resultados aunque, los del último apartado se aproximan bastante al 7,5% de aciertos (puntuación 3) de PISA coincidiendo también los principales errores detectados que hacen referencia a la conversión a kilómetros por hora de la velocidad expresada en metros por minuto o bien a fallos de cálculo, al convertir los pasos por minuto a metros por minuto.

**Problema 8\_26. Mark (de Sídney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el chat. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".**

**Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:**



**26\_a: CHATEAR**

**Cuando son las 7 de la tarde en Sídney, ¿qué hora es en Berlín?**



**26\_b y 26\_c: CHATEAR**

**Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.**

**¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans?**

**Escribe las respectivas horas locales en la tabla."**



<b>Lugar</b>	<b>Hora</b>
<b>Sídney</b>	
<b>Berlín</b>	

Tiene su origen en las pruebas PISA y aborda aspectos vinculados a husos horarios.

Los resultados obtenidos son muy diferentes según los 3 apartados en que se estructura, en concreto en el apartado 26\_a) que representa el cambio de hora, se reduce a una simple operación aritmética suma (+16h) o resta (-8h) por ello lo resuelven satisfactoriamente, en todas las modalidades excepto el grupo tradicional que no supera el 50% aunque con resultados muy próximos. Los otros apartados 26\_b) y 26\_c) con resoluciones análogas y grado de dificultad similar pero en los que es necesario aplicar el sistema métrico decimal, presentan los peores resultados de la prueba diagnóstica que no coinciden en absoluto con los resultados de PISA donde aparece un 21,6% de aciertos a nivel de España. Para la hora de Sídney, en dos de los grupos (Bilingüe y Primaria clásica) no hay ninguna respuesta correcta seguido con un 3,45% en la Doble Titulación y un 9% en la de Dual. En el caso del apartado c) (hora de Berlín) los resultados son algo mejores y van desde casi un 3% en Bilingüe hasta un 13,64% en la modalidad de Dual. En estos apartados destacamos como errores habituales el proporcionar solamente parte de las respuestas correctas, es decir, frecuentemente no indican la hora concreta o solo aportan un intervalo horario de los dos posibles :

[...]Hans si se conecta a las 10 de la noche.

[...] 10-11 de la noche

[...] Hans- 5 de la tarde, Sydney- 8 de la tarde

Observamos la dificultad de buscar un intervalo de tiempo que satisfaga las condiciones iniciales y nos da idea de las limitaciones de los estudiantes, futuros maestros de primaria, de aplicar adecuadamente los conocimientos sobre husos horarios a situaciones que requieren algo más que una suma o una resta, como en el apartado anterior.

**Problema 9\_27. Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) en rands sudafricanos (ZAR)**

**27\_a: EL TIPO DE CAMBIO**

**Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio ente el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de:**

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

**Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio.**

**¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?**



**27\_b: EL TIPO DE CAMBIO**

**Al volver a Singapur, tres meses después, a Mei-Ling le quedaban 3.900 ZAR. Los cambió en dólares de Singapur, dándose cuenta de que el tipo de cambio había cambiado a:**

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

**¿Cuánto dinero recibió en dólares de Singapur?**



**27\_c: Al cabo de estos 3 meses el tipo de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por 1 SGD.**

**¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur?**

**Da una explicación que justifique tu respuesta.**

Tiene su origen en las pruebas PISA y aborda aspectos vinculados a cambio de moneda.

El problema está estructurado en 3 apartados al igual que en el caso anterior. Los resultados obtenidos son muy diferentes en 2 de los apartados, en concreto en los apartados a y b) que representa el cambio de moneda, lo resuelven satisfactoriamente entre un 50% y 100% de los casos, en cambio el apartado c) al ser necesario la interpretación de resultados y tener en cuenta el tipo de cambio, se encuentra en niveles de acierto de un 9% en las modalidades de Primaria clásica y Dual y de un 17% en la Bilingüe, mientras que en la modalidad de Doble Titulación remonta algo para situarse en el 27%, resultados que siguen siendo bajos para futuros profesores.

Es decir el nivel de éxito es mayor si se trata de aplicar cambios directos de dólares de Singapur a rands sudafricanos (multiplicación) o bien de rands sudafricanos a dólares de Singapur (dividir) (9.27a-9.27b).

El nivel de éxito se reduce cuando los estudiantes deben establecer comparaciones y tienen que interpretar una relación de cambio de "pérdida o ganancia" en función del valor de la moneda en el momento en el que se realice la transacción (9.27c). No son capaces de interpretar correctamente la relación entre la operación aritmética de dividir y el sentido de pérdida del valor de la moneda, lo que en este caso favorece el cambio al recuperar más dólares de Singapur. En general los estudiantes consideran que si el valor de la moneda de Sudáfrica se devalúa el cambio le desfavorece, lo que no es cierto. Algunas respuestas de los estudiantes van en la línea siguiente:

[...]No, ya que el cambio era más barato y le daban más.

[...] No, porque si hubiese sido el cambio de 4,2ZAR hubiese recibido más dinero, ya que el cambio era menor porque el numero era mayor.

[...]No, porque el valor del ZAR ha disminuido.

La justificación de la respuesta en general coincide con los argumentos que aparecen en el informe PISA lo que nos confirma las dificultades de los estudiantes para interpretar cambios, y mantener respuestas que implican relaciones directamente proporcionales: "menos valor de la moneda menos dinero recibo".

**Problema 10\_28. Has conducido tu coche y has recorrido ya dos terceras partes del camino. El tanque de la gasolina estaba lleno al empezar y ahora le queda un cuarto de depósito. ¿Tienes algún problema? Justifica la respuesta.**



Tiene su origen en las pruebas PISA y aborda aspectos vinculados a longitud y volumen-capacidad.

En este problema excepto el grupo de Doble Titulación con puntuaciones cercanas al 35% el resto de modalidades, llegan alcanzar un 59% el grupo Bilingüe, un 74% el grupo de Primaria clásica y un 82% de aciertos la modalidad de Dual. Resultados aceptables según los criterios establecidos anteriormente. Las justificaciones en general fueron escasas y en la mayoría de ellas relacionaban la distancia recorrida con la disponibilidad de combustible y algunos casos sugieren la necesidad de repostar.

**Problema 11\_29. Tienes tres ofertas de aceite de oliva virgen extra:**



**Si tuvieras que elegir una de estas tres ofertas, ¿por cuál te decidirías? Justifica la respuesta.**

El problema es una propuesta del grupo de investigación en Didáctica de la Matemática del propio departamento de Matemáticas de la UdL y aborda aspectos vinculados a volumen-capacidad y dinero.

Los resultados obtenidos en este problema varían entre el 18% de la modalidad Dual, el 26% y el 31% del grupo Primaria clásica y Doble Titulación, respectivamente, y con un 47% de aciertos la modalidad Bilingüe. Los resultados son bajos si consideramos que refleja una situación vinculada a la vida cotidiana y con un grado de dificultad no muy elevado. Las justificaciones presentadas en general son confusas y no relacionan el precio por litro de las diferentes ofertas quedándose en algunos casos en una mera comparación numérica de las tres ofertas.

## Conclusiones

En este apartado damos respuesta, a la vista de los resultados obtenidos a los objetivos planteados inicialmente:

- Detectar y valorar el conocimiento disciplinar de los futuros maestros relacionado con nociones conceptuales de medida de magnitudes.
- Identificar las dificultades conceptuales y los errores más habituales de los futuros maestros al aplicar sus conocimientos de medida a la resolución de problemas y situaciones próximas a la vida

A la vista de los resultados obtenidos y a pesar del tamaño restringido de la muestra, podemos concluir que destacan como mejores, aquellas tareas en las que se han de realizar simples algoritmos, frente a las que se ponen en juego diferentes contenidos, son algo menos instrumentales y hacen referencia a situaciones de cambio y relaciones entre las variables. Los resultados, en general, no son muy satisfactorios teniendo en cuenta que son conceptos contemplados en el currículo de la enseñanza obligatoria. Los errores y dificultades detectados en las diferentes tareas invitan a la reflexión pues son bastante similares a los de las pruebas de origen diseñadas para alumnos en edades escolares, no para maestros en formación responsables en un futuro próximo de la educación matemática de los ciudadanos.

Con respecto a las diferentes modalidades cursadas la modalidad de bilingüe es la que presenta un menor porcentaje de aciertos, justificado por el perfil de alumno que aunque presente una buena nota media de acceso, se identifica con un futuro profesional vinculado al área lingüística y su motivación e interés hacia las matemáticas es menor que en el resto de titulaciones. Queda pendiente el análisis de resultados en función de las variables independientes consideradas que se realizará más detalladamente en estudios posteriores, si bien, no parece que sean tan determinantes para interpretar los resultados. Por el contrario, parece que condiciona más la experiencia matemática más próxima antes de ingresar a la universidad, pues si observamos los resultados, contrariamente a lo que podríamos pensar, problemas conceptualmente más complejos pero muy clásicos en los libros de texto de la ESO y Bachillerato tienen mayor índice de aciertos que aquellos que siendo conceptualmente más sencillos, como pueden ser los husos horarios o la ganancia o pérdida por el cambio de moneda, etc., tienen un índice de aciertos menor. La dificultad en muchos casos se liga a la escasa comprensión conceptual o a la dificultad de aplicar los conocimientos a situaciones que exceden el procedimiento aprendido de forma más o menos mecánica o procedimental.

La mejora de la formación matemática de los maestros es necesaria para poder gestionar satisfactoriamente el aprendizaje matemático del alumnado de 3 a 12 años y la medida de magnitudes es una parte importante del currículo porque, además de relacionar múltiples conocimientos, permite su aplicación en diferentes situaciones y contextos. Entendemos que este estudio es un estudio preliminar necesario para tomar decisiones en la instrucción matemática en el grado de maestros. El desarrollo de la competencia profesional de los futuros maestros debe asentarse en un profundo conocimiento específico del contenido a enseñar, pero también en un conocimiento del aprendizaje y de los alumnos de primaria, si alguno de estos pilares no es suficientemente robusto, el futuro maestro

o el maestro en ejercicio, en su defecto, mostrará dificultades para identificar e interpretar el conocimiento de los niños, tomar diseñar tareas adecuadas para apoyar el progreso de los niños de primaria, en definitiva en ejercer como docentes capaces de incidir en la educación y desarrollo de los más pequeños.

## Agradecimientos

Trabajo realizado en el proyecto ARMIF1 (Referencia 2014 ARMIF 00003): "Millora de la formació docent dels estudiants de doble grau d'educació infantil i primària mitjançant l'ús d'eines digitals" del Departament d'Economia i Coneixement de la Generalitat de Catalunya.

## Referencias

- Bransford, J.D., Brown, A.L. y Cocking, R.R. (1999). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press
- Berenguer, M.I. y Pérez, R. (1996). Sobre la magnitud tiempo. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 10, pp. 79-87.
- Burgués, C., & Sarramona, J. (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. *Identificació i desplegament a l'educació. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament*.
- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Rico, L. (2013). Structure of Primary Mathematics Teacher Education Programs in Spain. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11 (4), 879-894.
- Cañadas, M. C., Rico, L. (2014). Aspectos curriculares de la formación matemática y didáctica en el plan de estudios de magisterio 1991-2010. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 83-92). Salamanca: SEIEM.
- Castro, A., Mengual, E., Prat, M., Albarracín, L, Gorgorió, N. (2014). Conocimiento matemático fundamental para el grado de educación primaria: inicio de una línea de investigación. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 227-236). Salamanca: SEIEM.
- Chamorro, M. (2003). Herramientas de análisis en Didáctica de las Matemáticas. In *Didáctica de las matemáticas para primaria* (pp. 69-94). Pearson Educación
- de Catalunya, G. (2015). *Decret 119/2015 de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària*. Barcelona: DOGC, 6990.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. MEC y Labor, Barcelona.
- Eurydice, (2013). Key Data on Teachers and School Leaders in Europe. 2013 Edition. *Eurydice Report*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Hattie, J.A. (2008). *Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. [ISBN 0-415-47618-6](https://doi.org/10.1002/9781118445112).
- Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist inquiry*. London: Falmer
- MECD (2012a). *TEDS-M. Informe Español. Estudio Internacional Sobre la Formación Inicial en Matemáticas de los Maestros*. Secretaría General Técnica. Subdirección General de Documentación y Publicaciones. Madrid:2012 NIPO: 030-12-218-3.

- MECD (2012b). PIRLS-TIMSS 2011. *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias IEA. Vol. I: Informe Español. Análisis Secundario*. Disponible en <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol2.pdf?documentId=0901e72b8146f0cb>
- MECD (2012c). PIRLS - TIMSS 2011. *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias IEA. Vol. II: Informe Español. Análisis Secundario*. Disponible en <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol2.pdf?documentId=0901e72b8146f0cb>
- MECD. (2013 a). *Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la Población Adulta PIAAC. Volumen I. Informe Español*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/piaac/piaac2013vol1.pdf?documentId=0901e72b81741bbc>
- MECD. (2013 b). *Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la Población Adulta PIAAC. Volumen II. Informe Español*. Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/piaac/piaac2013vol2.pdf?documentId=0901e72b81770705>
- Melgarejo, J. (2006). [La selección y formación del profesorado](#): clave para comprender el excelente nivel de competencia lectora de los alumnos finlandeses. *Revista de Educación*, Nº Extra 1 , 237-262.
- Melgarejo, J. (2008). La clave del éxito en Finlandia. *Cuadernos de Pedagogía*, 381, 30-33.
- PIAAC (2013a). *Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la Población Adulta PIAAC. Volumen I. Informe Español*. MECD. (2013 a). Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/piaac/piaac2013vol1.pdf?documentId=0901e72b81741bbc>
- PIAAC (2013b). *Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la Población Adulta PIAAC. Volumen II. Informe Español*. MECD. (2013 b) Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/piaac/piaac2013vol2.pdf?documentId=0901e72b81770705>
- PIRLS - TIMSS (2011a). *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias IEA. Vol. I: Informe Español. Análisis Secundario*. MECD (2012b). Disponible en <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol2.pdf?documentId=0901e72b8146f0cb>
- PIRLS - TIMSS (2011b). *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias IEA. Vol. II: Informe Español. Análisis Secundario*. MECD (2012c). Disponible en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol2.pdf?documentId=0901e72b8146f0cb>
- PISA (2012). Results in Focus: What 15-year-olds know and what they can do with what they know: Key results from PISA 2012
- Ponte, J. P. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In T. J. Cooney & F. L. Lin (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education*, 53-72. Dordrecht: Kluwer.
- Rico, L. (2014). Seminario de investigación: la formación inicial del maestro como futuro profesor de matemáticas. Resultados del estudio TEDS-M de la IEA. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 61-65). Salamanca: SEIEM.
- Rico, L., y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

Sanz, I., y Martín, R. (2014). El estudio TEDS-M de la IEA en el marco del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE). En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 67-81). Salamanca: SEIEM.

Stephens, M., (2003). Regulating the entry of teachers of mathematics into the profession: Challenges, newmodels, and glimpses into the future. En A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F.K.S. Leung (Eds.) *Second Handbook of Mathematics Education* (pp. 767-174). Dordrecht: Kluwer Academic Pub.

Rico, L., y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.