

## VIII – ANNEX

A continuació es presenta:

- 1) Un recull de referències a vendes en encant majoritàriament catalanes de la baixa Edat Mitjana i temps posteriors.
- 2) El text 196 contingut en el primer dels llibres d'història d'Heròdot on es descriu una subhasta de dones casadores a Babilònia.
- 3) Dades corresponents al primer dels estudis.
- 4) Les dades que han permès realitzar el tercer treball.

### Annex 1

En aquest annex es presenta algunes referències de subhastes principalment a Catalunya a fi de justificar una certa reticència en acceptar sense prèvia justificació la sentència de Shubik (1983) massa cops repetida “*In the period of time between the end of the Roman empire and the eighteenth century few auctions were held*”<sup>1</sup>.

Les referències presentades són locals i a títol il·lustratiu.

#### **Algunes dades de la Catalunya medieval i arrelament posterior**

Gairebé no s’ha trobat reculls de dades de la Baixa Edat Mitjana, però es té alguna notícia del que succeïa a la Corona d’Aragó. De fet no devia ser pas l’únic país on es venia per subhasta, però aquest és el que s’ha mirat, si més no de manera breu. Hi havia venda pública (encant públic) de moltes coses, entre elles un ampli mercat d’esclaus. Però no sempre queda explícit el mecanisme exacte de la venda. Tractant del tema dels esclaus Martínez Ferrando esmenta com s’intensificà la *venda als encants*, malgrat les disposicions pontificies que ho restringien<sup>2</sup>.

Analitzant el lèxic antic, que ha arribat i que sovint ha persistit, es troba el terme *encant*, que en la seva primera accepció significa *venda en què es cedeix la mercaderia al més diu*<sup>3</sup>. A la pròpia referència del diccionari hi ha alguns exemples del seu ús a la Catalunya medieval. D’altra banda, el diccionari etimològic de Coromines<sup>4</sup> pel terme *encant* remet a *quant*, on esmenta: *encant: subhasta, venda*, i també assenyala unes quantes referències. Tot i que Coromines ho posa dins d’aquesta accepció no sempre queda prou clar el

<sup>1</sup> SHUBIK M. (1983): “Auctions, bidding, and markets: An historical sketch”, p. 44, a: ENGELBRECHT-WIGGANS R., SHUBIK M., STARK R. M. (1983): “Auctions, bidding, and contracting: Uses and theory”. New York University Press (New York), p. 33-52.

<sup>2</sup> MARTINEZ FERNANDO J.E. (1966): “Història dels Catalans”, vol. 3. Ariel (Barcelona), p. 1679.

<sup>3</sup> ALCOVER A. M., MOLL F. (1976 i següents): “Diccionari català - valencià - balear”. Sense indicació (Palma de Mallorca), vol. 4, p. 841.

<sup>4</sup> COROMINES J. (1980-1991): “Diccionari etimològic i complementari de la llengua catalana”. Curial (Barcelona), vol. 3, p. 313.

mecanisme precís de la venda. Però parla de *el gran arrelament del mot des del segle XIII*. Així doncs, sembla que al segle XIII, el de l'inici de la gran força política de la Catalunya medieval, la venda en subhasta era un costum estès.

Tot seguit s'exposa les referències recollides separant les extretes de les Cròniques de les trobades en altres documents d'època. En un apartat diferent s'ajunta les que tenen els llibres com a objecte de subhasta. Finalment es fa un breu incís en la figura del corredor de coll.

### 1 - Les Cròniques

\* A la "**Crònica o Llibre dels Feyts**" del rei Jaume I (m. 1276) s'esmenta de manera clara, no solament l'hàbit de fer encant, sinó alguns problemes relacionats<sup>6</sup>.

*E la vila presa, açò feyt, ajuntaren-se los bisbes e els rics-hòmens, e dixeren que volen parlar ab nós. E dixeren que es faés encant dels moros, e de la roba que hi era, e de totes les coses. E nós dixem-los que no ho teníem per bo, per aquesta raó, que l'encant duraria molt....* El rei Jaume diu que la venda duraria massa i que val més que segueixi la conquesta. Però continua: *E En Nuno, e En Bernat de Sancta Eugènia, e el bisbe de Barcelona, e el sagrista volien l'encant de tot en tot. E tenien-se tots en u per tal com cuidaven enganar tots els altres ab llur saber, per ço car ne sabien més que els de la host, e nós veíem la llur voluntat, e déiem-los: - Veets aquest encant no serà encant, que engan serà....* El rei no hi està d'acord perquè veu la intenció d'enganyar als altres. Però cedeix i diu: *Déus ho vulla, mas nós havem paor que no ens penidam.*

El relat continua en el capítol següent: *E començam l'encant de fer; e començà's a Carnestoltes e durà tro a Pasqua. E quan aquest encant fo feít...* no hi hagué acord i segueix: *- mal està, mal està* perquè els cavallers havien abusat del poble. Així doncs que no es va fer bé i va portar a baralles. Cal assenyalar que el què es venia era el botí de guerra.

\* A la **Crònica de Ramon Muntaner** (1265-1336) també s'esmenta un encant del que s'ha guanyat<sup>7</sup>.

<sup>5</sup> Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 897, loc. cit.

<sup>6</sup> Capítol 89 i 90 de Crònica o Llibre dels Feyts. L'edició consultada és de 1971: "Les Quatre Grans Cròniques". Selecta, Biblioteca Perenne (Barcelona), p. 49.

<sup>7</sup> Citat per Alcover i Moll (1976 i següents), vol. 4, p. 841, loc.cit.

*E l'endemà fém encant dels cavalls e dels presons e d'açò que haguem guanyat. E partim de guany per cavall armat divuit perpres d'aur, e per cavall alforrat catorze, e per peó set; e així hac cascun la sena part*

\* Així com a la **Crònica de Bernat Desclot (s. XIII)**<sup>8</sup>.

*ab aquell guany que havia fet, vench-se'n a la ciutat de Barcelona, ab gran alegria, e aquí feu encant de la roba per 8 jorns.*

## **2 - Referències en altres documents d'època**

En el **llibre del "Consolat del Mar"**<sup>9</sup>, parlant dels mariners es diu: *Que ells haguéssin alguna part en encant públic i aquells béns sien subastats per públich corredor*. Cal assenyalar que apareix la figura del corredor públic.

També és troba aquest terme en un document de 1271, a la **Tarifa de Corredors de Barcelona** on hi diu: *corredor qui encant robes d'alberch en plassa o en albercs, si l'encant munta de 10 libs. ensús, per cada libra (pague) dos dr.*<sup>10</sup>.

D'altra banda, la venda en encant apareix en un **document del Rosselló** de 1313<sup>11</sup>, o també en els **sermons de sant Vicenç Ferrer**<sup>12</sup>. I encara en un document de cap a l'any 1475, en aquest cas en l'Arxiu General del Regne de València: *Fou feta venda en públich encant, mitjançant en Pascual Sanchis, corredor, de vint-i-cinc càrregues, dues roves, deu lliures...*<sup>13</sup>. Cal destacar que el text esmenta les persones que es dediquen a la venda, els corredors; aquesta figura apareix regularment.

<sup>8</sup> Crònica de Bernat Desclot V,61.16. Citat per Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 897, loc. cit.

<sup>9</sup> Llibre del "Consolat del Mar", cap. 49. Citat per Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 897, loc. cit.

<sup>10</sup> Tarifa de Corredors de Barcelona. Citat per Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 895-897, loc. cit.

<sup>11</sup> P. Vidal a *Revue des Langues Romanes (RLR)*, vol. 29, p. 73. Citat per Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 897, loc. cit. També citat per Alcover i Moll (1976 i següents), vol. 4, p. 841, loc.cit., aquests autors referencien: RLR, vol. 29, p. 74.

<sup>12</sup> Sermons, I, 22.18; I, 155.31; III, 214.9. Citat per Coromines (1980-1991), vol. 6, p. 896-897, loc.cit.

<sup>13</sup> Citat per Alcover i Moll (1976 i següents), vol. 4, p. 841, loc. cit.

El terme *subhastar* (per vendre a l'encant) no era el més emprat. Però Joan Coromines explica que la primera documentació ja apareix en el segle XIII en el **Consolat** i *subhastació* es troba en els **Costums de Tortosa**<sup>14</sup>. També apareix el 1344 a **Mallorca** i en el segle següent en el llibre de Jaume Roig (c. 1400 - 1478), el “**Spill**” o “**Llibre de les Dones**”<sup>15</sup>. Allí s’explica que la dona gran que es casa amb un home jove, a fi d’eixugar els deutes del seu marit, pot veure subhastades les seves pertinences; s’hi esmenta doncs una subhasta judicial: *En mala ven/ sós bens posats/ e subhastats/ publicament/ la cort venen/ ans de sa mort*. Igualment, molt més tard, es retroba a les **Rúbriques de Bruniquer**: *posar en públich subhast*<sup>16</sup>.

### 3 - Vendes de cases i béns privats

La venda de cases en subhasta, per causa d'una herència, no degué ser tampoc un fet excepcional a la Barcelona del segle XIV, una època d'expansió econòmica, fins a la pesta de 1348, en què la ciutat creixia. Manuel Riu i Joan Pintó analitzen els pergamins de Santa Maria del Mar d'aquest temps i aporten sis referències en dates compreses entre l'1 de juliol de 1309 (dues subhastes) i el 19 de desembre de 1366. Les vendes foren de quatre, un censal i una vinya<sup>17</sup>.

La venda era feta per corredors autoritzats *cursores publicos et iuratos* que, en el cas de l'any 1309, foren Berenguer Martí i Fabib Maymoni. Deixaven la casa en venda durant trenta dies i l'adjudicaven a qui n'oferia més. El mecanisme de venda era el que avui s'anomenaria subhasta de primera licitació o de primer preu. En aquest sentit no només cal concloure que l'ús de la subhasta era estès, sinó que a més hi havia diferents modalitats.

<sup>14</sup> Citat per Coromines (1980-1991), vol. 8, p. 131, loc.cit.

<sup>15</sup> S'ha consultat la reimpressió de (1980), ROIG J.: “Llibre de les dones, o Spill”. Barcino (Barcelona), p. 38.

<sup>16</sup> Rúbriques de Bruniquer, V, 267. Citat per Alcover i Moll (1976 i següents), vol. 10, p. 47-48, loc. cit.

<sup>17</sup> RIU M., PINTO J. (1980-1982): “La documentación de la primera mitad del siglo XIV conservada en el archivo de la Basílica de Santa María del Mar (Barcelona)”, i RIU M., PINTO J. (1980-1982): “Pergaminos de la segunda mitad del siglo XIV conservados en el archivo de la Basílica de Santa María del Mar (Barcelona). Série I, años 1350-1380”. Ambdós textos estan inclosos a RIU M. (dir.) (1980-1982): “La pobreza y la asistencia a los pobres en la Cataluña medieval”. CSIC (Barcelona), vol 1, p. 205-293 i vol. 2, p. 95-151.

A vegades es venia els béns després de la mort. Teresa M. Vinyoles diu: *Un altre mercat interessant eren els encants públics que es feien dels béns de molts ciutadans morts, per tal de poder repartir l'herència*<sup>18</sup>. Del relat se'n desprèn que la venda en subhasta no era pas un fet excepcional. La venda en encant públic, al més-dient, amb control de l'autoritat judicial o administrativa, tenia una certa tradició.

De fet sembla que a Catalunya va ser un mecanisme freqüent de liquidació de béns d'una testamentària. Es troba sovint notícia d'encants de béns en els inventaris de protocols notariais de l'arxiu històric de la ciutat de Barcelona. Així per exemple de l'any 1398 apareix *inventari i encant dels béns de Berenguer Sesdeus*, com aquesta es pot localitzar més d'un centenar de cites fins passada la meitat del segle XVIII, tot i que de l'època més recent n'hi ha menys. En alguns llocs s'esmenta *Llibre d'inventaris i encants*, la qual cosa fa pensar que d'encants devia haver-n'hi en gran nombre<sup>19</sup>.

Cap al final del regnat de Ferran el Catòlic, l'any 1504, tenim notícia de la subhasta d'un vaixell de sucre, confiscat perquè volia saltar el bloqueig imposat en la guerra entre Aragó i França. Portava sucre procedent de Madeira i anava a Aigües Mortes. La subhasta es feu a Barcelona<sup>20</sup>. Un cop més, és una subhasta judicial.

#### **4 - Subhastes de llibres**

Ja en el segle XV hi ha documentades força vendes de llibres, tot i que el segle XIV també n'hi havia. Per exemple, la subhasta a Barcelona al 1304 per 300 sous, preu aleshores molt respectable, d'un "Canon" d'Ibn Sina (Avicena), text fonamental de la medicina del seu temps i que anava per la via de les còpies manuscrites<sup>21</sup>.

Carme Batlle ha fet estudis sobre les biblioteques dels ciutadans de Barcelona a la Baixa Edat Mitjana. Referint-se a la de Ferrer de Gualbes esmenta, entre els llibres valuosos, les "Històries Troianes" de Guido della Colona, adquirides per 1

<sup>18</sup> VINYOLES VIDAL T.M. (1965): "La vida quotidiana a Barcelona vers 1400". Fund. Salvador Vives Casajuana (Barcelona), p. 48.

<sup>19</sup> CASES LOSCOS L. (1990): "Catàleg del protocols notariais de Barcelona: 2 altres arxius". Fundació Noguera (Barcelona), p. 239-344.

<sup>20</sup> DUCH TORNER M. (1997): "Una subhasta d'un vaixell de sucre. Dades sobre apotecaris catalans de 1504". But. Soc. Amics Hist. Cienc. Farm. Catal., vol. 6, núm. 16, p. 47-50.

<sup>21</sup> Mc VAUGH M. R. (1993): "Medecine before the plague". Cambridge University Press (Cambridge), p. 91.

lliura i 5 sous, a mitjans de 1417, a l'encant dels béns del canonge de la catedral de Barcelona Domènec Pons. L'autora explica que la mateixa obra costà 2 lliures i 7 sous en un encant de 1432. També esmenta que l'agost de 1476 es va fer l'encant dels béns de mossèn Antoni Ros, davant de la llotja de Mar<sup>22</sup>.

Una altra venda de llibres en subhasta és la de la biblioteca del metge de Girona Marc Roca l'any 1427, publicada per Lluís Batlle. Es va fer un inventari dels béns del metge ran de la seva mort i les disposicions testamentàries foren executades pels marmessors. Batlle explica: *és sabut que la finalitat de les marmessories és la conversió en moneda dels béns del testador i en la forma per ell disposada*. Consta el nom de qui va fer l'estimació del preu dels llibres, Bernat Deslor, llicenciat, que fou gratificat amb una lliura *per regoneixer a estimar los llibres de mestre Marc* i després es va pagar *als corredors per tots los llibres a correr que montaren en soma de cent setse lliures, pague de corraduras trenta sous i per la crida un sou*<sup>23</sup>. És destacable l'especialització: no només apareix la figura del corredor, sinó que també la del taxador.

### **5 - Temps posteriors. Els corredors de coll**

No hi ha doncs cap dubte que la venda en subhasta, al qui en paga més, al més-dient, té un bon arrelament a Catalunya, i presumiblement en altres països.

La consulta d'una de les col·lectes més importants sobre les costum antics de Catalunya, l'obra de Joan Amades, confirma aquest fet<sup>24</sup>. En la referència als dies de l'any es parla dels sants patrons dels qui es dediquen a les diverses activitats, entre ells els venedors en subhastes, coneguts com a *corredors de coll*.

El dia 3 de febrer és Sant Blai *arreu de casa nostra és advocat contra el mal de coll. El tenien per advocat els cantaires i d'altres gents que per raó de llur ofici haguessin de cridar o de parlar molt, entre*

---

<sup>22</sup> BATLLE C. (1995): "Notícies sobre biblioteques dels ciutadans honrats i dels advocats de Barcelona (segles XIV-XV)". Quaderns d'Història, vol. 1, p. 76 i 78. En aquest treball remet a la pàgina 16 d'un altre treball seu, BATLLE C. (1981): "Les biblioteques dels ciutadans de Barcelona en el segle XV", a "Livre et lecture en Espagne et en France sous l'Ancien Régime". ADPF (Paris), p. 15-34.

<sup>23</sup> BATLLE PRATS L. (1981): "La biblioteca de mestre Marc Roca, metge de Girona. 1427". Actes III Congrés d'Història de la Medicina Catalana, vol. 1, p. 11-21.

<sup>24</sup> AMADES J (1950): "Costumari català". Salvat (Barcelona), en cinc volums.

ells els corredors de coll, o encantadors, o subhastadors públics. Hi ha dues il·lustracions d'auques (una del segle XVIII: Auca dels Baladrers de Barcelona), de subhastadors<sup>25</sup>.

També es recorda el dia 11 de novembre, Sant Martí, del qui es diu: *Tenen sant Martí per patró i advocat els subhastadors o corredors de coll, com en deien els nostres avis, perquè agenciaven la venda servint-se del coll o sia a base de molt cridar i pregonar les excel·lències del que venien per veure si trobaven qui en donava més i feia pujar les ofertes. El corredors de coll exercien amb preferència als encants vells, que van subsistir fins a mitjans segle passat. Funcionaven tres dies per setmana i podia acudir-hi tothom qui desitjava vendre quelcom a públic encant. Havia de servir-se dels corredors de coll, que actuaven d'agents oficials i que pregonaven els articles amb un crit especial que feien tot mostrant l'objecte motiu de subhasta. En cridar deien: 'Qui en dona més?'<sup>26</sup>. Hi acompanya una il·lustració d'un subhastador i la transcripció musical del crit tradicional de corredor de coll o subhastador.*

---

<sup>25</sup> Amades (1950), vol 1, p. 702-704, loc. cit.

<sup>26</sup> Amades (1950), vol 5, p. 683-718 (veure p. 690), loc. cit.



## Annex 2

Narració 196 del primer dels nou llibres d'Història d'Herodòt  
Traducció de Carlos Schrader (1977)<sup>o</sup>

En cada aldea tenía lugar una vez al año la siguiente ceremonia: reunían a todas las doncellas que aquel año habían alcanzado la edad de casarse, las llevaban a todas juntas a un lugar determinado y a su alrededor se situaban un sinnúmero de hombres. Entonces, un pregonero las hacía levantarse una por una y las iba poniendo en venta; empezaba por la más agraciada de todas y, luego, una vez adjudicada esta a alto precio, subastaba a la que seguía a aquella en hermosura. Las ventas se realizaban con fines matrimoniales, así que todos los babilonios casaderos que eran ricos, pujando entre sí, se hacían con las más bonitas; en cambio, todos los plebeyos en edad casadera, que para nada necesitaban una hermosa figura, recibían por su parte a las doncellas más feas y ciertas sumas. En efecto, cuando el pregonero había terminado de subastar a las doncellas más agraciadas, hacía ponerse en pie a la más fea o, si la había, a alguna lisiada y en voz alta preguntaba quién quería casarse con ella percibiendo menos dinero, hasta que la adjudicaba a quien se avenía a la menor suma. Ese dinero, como es natural, provenía de la venta de las doncellas agraciadas y, así, las hermosas casaban a las feas y lisiadas.

---

<sup>o</sup> SCHRADER C. (1977): "HERODOT: *Història. Llibros I-IP*". Gredos (Madrid), p. 254-255.

Annex 3

Dades per a l'anàlisi de la constància en les estratègies d'ordenació de les barques al llarg de la setmana [treball corresponent al capítol 3, taula V].

Barca	Total	Criteri 500			Criteri 1000		
		augments	descensos	no criteri	augments	descensos	no criteri
barca1	5	5	0	0	5	0	0
barca2	4	0	4	0	0	4	0
barca3	5	0	5	0	0	4	1
barca4	4	0	4	0	0	4	0
barca5	4	4	0	0	4	0	0
barca6	5	0	5	0	0	5	0
barca7	5	5	0	0	5	0	0
barca8	5	0	5	0	0	3	2
barca9	5	0	5	0	0	5	0
barca10	4	2	1	1	2	1	1
barca11	4	0	4	0	0	4	0
barca12	5	5	0	0	5	0	0
barca13	5	0	3	2	0	3	2
barca14	4	0	4	0	0	4	0
barca15	4	0	4	0	0	4	0
barca16	5	0	5	0	0	5	0
barca17	4	0	4	0	0	4	0
barca18	5	0	5	0	0	5	0

Total: nombre de dies de la setmana en els quals la barca ha venut peix.

Auments: nombre de dies pels quals la mitjana dels preus de la primera meitat de les dites era inferior a la mitjana dels preus de la segona meitat en el criteri establert (500 o 1000 PTA).

Descensos: nombre de dies que presenten la situació inversa a la anteriorment descrita. No criteri: nombre de dies pels quals la diferència és inferior al criteri (500 o 1000 PTA).

(Continua a la pàgina següent).

Barca	Total	Criteri 500			Criteri 1000		
		augments	descensos	no criteri	augments	descensos	no criteri
barca19	4	0	3	1	0	3	1
barca20	5	0	5	0	0	5	0
barca21	5	0	5	0	0	5	0
barca22	5	5	0	0	5	0	0
barca23	5	0	5	0	0	5	0
barca24	4	0	4	0	0	4	0
barca25	2	0	2	0	0	2	0
barca26	4	0	4	0	0	4	0
barca27	4	0	4	0	0	4	0
barca28	4	0	4	0	0	4	0
barca29	5	0	5	0	0	3	2
barca30	5	5	0	0	5	0	0
barca31	5	5	0	0	5	0	0
barca32	5	1	4	0	0	4	1
barca33	4	0	4	0	0	4	0
barca34	4	0	4	0	0	4	0
barca35	4	0	4	0	0	4	0
barca36	5	4	0	1	3	0	2
barca37	5	0	5	0	0	5	0
barca38	5	0	5	0	0	2	3
barca39	5	0	5	0	0	3	2
barca40	4	0	4	0	0	3	1
barca41	3	0	3	0	0	3	0
barca42	5	0	5	0	0	5	0

Total: nombre de dies de la setmana en els quals la barca ha venut peix.

Auments: nombre de dies pels quals la mitjana dels preus de la primera meitat de les dites era inferior a la mitjana dels preus de la segona meitat en el criteri establert (500 o 1000 PTA).

Descensos: nombre de dies que presenten la situació inversa a la anteriorment descrita. No criteri: nombre de dies pels quals la diferència és inferior al criteri (500 o 1000 PTA).

Barca	Total	Criteri 500			Criteri 1000		
		augments	descensos	no criteri	augments	descensos	no criteri
barca43	5	0	4	1	0	4	1
barca44	5	3	2	0	2	1	2
barca45	4	0	4	0	0	4	0
barca46	5	0	5	0	0	5	0
barca47	4	0	4	0	0	4	0
barca48	4	0	4	0	0	3	1
barca49	5	2	3	0	2	3	0
barca50	5	0	5	0	0	5	0
barca51	5	0	5	0	0	2	3
barca52	5	4	0	1	3	0	2
barca53	4	2	2	0	1	1	2
barca54	5	1	1	3			
barca55	5	0	5	0			
barca56	5	0	5	0			
barca57	5	2	2	1			
barca58	4	0	4	0			
barca59	4	0	4	0			
barca60	5	4	0	1			
barca61	5	0	5	0			
barca62	2	0	2	0			
barca63	5	0	3	2			

Total: nombre de dies de la setmana en els quals la barca ha venut peix.

Auments: nombre de dies pels quals la mitjana dels preus de la primera meitat de les dites era inferior a la mitjana dels preus de la segona meitat en el criteri establert (500 o 1000 PTA).

Descensos: nombre de dies que presenten la situació inversa a la anteriorment descrita. No criteri: nombre de dies pels quals la diferència és inferior al criteri (500 o 1000 PTA).

**Annex 4**

En aquest annex es recull les dades que han permès realitzar el tercer treball presentat (capítol V). Cada observació correspon a un quadre del qual es coneix l'artista que l'ha realitzat, el preu expressat en pessetes constants de 1992 sense comissions, l'any de venda, la ciutat en la qual s'ha realitzat la transacció, la sala de subhastes (Ansonera, Berkowitsc, Brok, Caja de Madrid, Durán subastas, Edmund Peel, Fortuny, Fernando Durán, Gros, Maragall, Prestige, Sotheby's o Sotheby's Peel) i les mides del quadre (alçada per amplada ambdues expressades en centímetres) [treball corresponent al capítol 5].

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Amat	1.305.632	1986	Barcelona	Brok	70	58,5
Amat	811.609	1986	Barcelona	Brok	71,5	49
Amat	1.340.611	1987	Barcelona	Brok	61	49,5
Amat	1.407.642	1987	Barcelona	Brok	65	50
Amat	2.686.250	1988	Barcelona	Brok	68	56
Amat	2.558.333	1988	Barcelona	Brok	73,5	60
Amat	2.754.616	1989	Barcelona	Brok	61	50
Amat	2.095.904	1989	Barcelona	Brok	61	50,5
Amat	2.994.148	1989	Barcelona	Brok	65	50
Amat	3.473.212	1989	Barcelona	Brok	65	50,5
Amat	3.113.914	1989	Barcelona	Brok	65	50
Amat	4.072.042	1989	Barcelona	Brok	65,5	50,5
Amat	4.311.573	1989	Barcelona	Brok	65,5	50,5
Amat	1.916.255	1989	Barcelona	Brok	66,5	40,5
Amat	617.367	1990	Barcelona	Brok	34	26
Amat	3.479.707	1990	Barcelona	Brok	60	50
Amat	2.918.464	1990	Barcelona	Brok	61	50
Amat	2.357.221	1990	Barcelona	Brok	61	50
Amat	2.693.967	1990	Barcelona	Brok	64,5	50
Amat	813.803	1990	Barcelona	Brok	65	50
Amat	3.928.702	1990	Barcelona	Brok	65	50
Amat	2.581.718	1990	Barcelona	Brok	65,5	50,5

(Continua a la pàgina següent).

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Amat	1.459.232	1990	Barcelona	Brok	73	50
Amat	5.163.437	1990	Barcelona	Brok	73	50
Amat	2.581.718	1990	Barcelona	Brok	73,5	60
Amat	5.331.810	1990	Barcelona	Brok	80,5	63
Amat	4.714.442	1990	Barcelona	Brok	81	60
Amat	4.489.945	1990	Barcelona	Brok	82	61
Amat	14.592.322	1990	Barcelona	Brok	116,5	81,5
Amat	11.786.106	1990	Barcelona	Brok	117	81
Amat	4.025.072	1991	Barcelona	Brok	61	50
Amat	2.859.919	1991	Barcelona	Brok	65	50
Amat	3.071.765	1991	Barcelona	Brok	65	50
Amat	3.389.534	1991	Barcelona	Brok	65	50
Amat	2.753.997	1991	Barcelona	Brok	65,5	50
Amat	5.084.301	1991	Barcelona	Brok	65,5	50,5
Amat	2.542.151	1991	Barcelona	Brok	73	50
Amat	3.000.000	1992	Barcelona	Brok	61	50
Amat	120.000	1992	Madrid	Durán	65	54,5
Amat	1.900.000	1992	Barcelona	Brok	73	50
Amat	2.800.000	1992	Barcelona	Brok	81	60
Amat	2.750.000	1992	Barcelona	Brok	81	60
Amat	238.117	1993	Madrid	Durán	60	58,5
Amat	918.367	1994	Barcelona	Maragall	60	50
Amat	816.327	1994	Barcelona	Maragall	60	50
Amat	1.252.800	1995	Barcelona	Maragall	65	50
Amat	1.008.000	1996	Madrid	Sotheby's	74	53
Gimeno	644.700	1985	Barcelona	Brok	44	37
Gimeno	1.023.333	1986	Barcelona	Brok	34	29
Gimeno	1.005.459	1987	Barcelona	Brok	36,5	20
Gimeno	3.083.406	1987	Barcelona	Brok	39	34
Gimeno	2.144.978	1987	Madrid	Fernando D	40	26
Gimeno	1.005.459	1987	Barcelona	Brok	42	31
Gimeno	6.703.057	1987	Madrid	Sotheby's	106	83
Gimeno	1.247.187	1988	Barcelona	Brok	36,5	36
Gimeno	5.030.169	1989	Barcelona	Brok	26,5	21

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Gimeno	4.072.042	1989	Barcelona	Brok	29	21,5
Gimeno	3.473.212	1989	Barcelona	Brok	32	23
Gimeno	2.036.021	1989	Madrid	Fernando D	46	38
Gimeno	8.982.445	1989	Madrid	Edmund Peel	65	50
Gimeno	2.806.216	1990	Barcelona	Brok	26,5	21
Gimeno	2.469.470	1990	Barcelona	Brok	26,5	19,5
Gimeno	3.367.459	1990	Barcelona	Brok	27	20
Gimeno	561.243	1990	Barcelona	Brok	28,5	15
Gimeno	2.806.216	1990	Barcelona	Brok	29,5	21,5
Gimeno	6.454.296	1990	Barcelona	Brok	30	29,5
Gimeno	4.714.442	1990	Barcelona	Brok	47,5	28,5
Gimeno	6.355.377	1991	Madrid	Fortuny	27	22
Gimeno	2.330.305	1991	Barcelona	Brok	27	20
Gimeno	1.218.114	1991	Barcelona	Brok	37,5	20
Gimeno	4.236.918	1991	Barcelona	Brok	42,5	26,5
Gimeno	1.853.652	1991	Barcelona	Brok	46,5	23
Gimeno	10.592.294	1991	Barcelona	Brok	49,5	23,5
Gimeno	475.000	1992	Madrid	Durán	24	24
Gimeno	1.200.000	1992	Barcelona	Brok	24,5	24,5
Gimeno	1.200.000	1992	Madrid	Fernando D	47	23,5
Gimeno	1.100.000	1992	Barcelona	Brok	50,5	28,5
Gimeno	4.869.565	1992	Madrid	Edmund Peel	51	29
Gimeno	8.000.000	1992	Barcelona	Brok	56,5	48
Gimeno	809.599	1993	Madrid	Ansorena	30	29,5
Gimeno	1.047.717	1993	Madrid	Fernando D	80	64,3
Gimeno	359.159	1994	Madrid	Ansorena	20,5	13
Gimeno	2.308.876	1994	Barcelona	Maragall	52	41
Gimeno	1.411.200	1996	Madrid	Sotheby's	102	82
Grau Sala	801.596	1984	Madrid	Ansorena	38	37
Grau Sala	876.745	1984	Madrid	Ansorena	45	37
Grau Sala	1.001.995	1984	Madrid	Ansorena	46	46
Grau Sala	1.074.500	1984	Barcelona	Brok	54	46
Grau Sala	1.001.995	1984	Madrid	Ansorena	66	54
Grau Sala	2.003.989	1984	Madrid	Berkowitsc	71	61

(Continua a la pàgina següent).

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Grau Sala	667.996	1984	Madrid	Ansorena	73	51
Grau Sala	598.650	1985	Barcelona	Brok	55	46
Grau Sala	921.000	1985	Barcelona	Brok	69	59
Grau Sala	1.842.000	1985	Barcelona	Brok	103	102
Grau Sala	1.199.770	1986	Madrid	Durán	46	39
Grau Sala	381.103	1986	Barcelona	Brok	46,5	38
Grau Sala	670.460	1986	Madrid	Durán	55	45
Grau Sala	1.235.057	1986	Madrid	Sotheby's	73	60
Grau Sala	1.058.621	1986	Madrid	Durán	81	65
Grau Sala	606.943	1986	Barcelona	Brok	81	65
Grau Sala	776.322	1986	Madrid	Sotheby's	81,5	65
Grau Sala	2.470.115	1986	Barcelona	Brok	202	187
Grau Sala	1.072.489	1987	Madrid	Durán	65	54
Grau Sala	1.608.734	1987	Madrid	Durán	73	60
Grau Sala	2.010.917	1987	Madrid	Durán	73,5	54
Grau Sala	2.174.583	1988	Barcelona	Brok	55	46
Grau Sala	3.517.708	1988	Madrid	Durán	55	46
Grau Sala	2.686.250	1988	Barcelona	Brok	56	46
Grau Sala	1.279.167	1988	Madrid	Durán	60	30
Grau Sala	5.116.667	1988	Madrid	Durán	73	60
Grau Sala	1.556.957	1989	Madrid	Durán	27	22
Grau Sala	2.275.553	1989	Madrid	Durán	41	33
Grau Sala	2.275.553	1989	Madrid	Durán	55	46
Grau Sala	5.090.052	1989	Madrid	Durán	65	54
Grau Sala	4.191.808	1989	Barcelona	Brok	66	54
Grau Sala	4.790.637	1989	Madrid	Durán	73,5	60
Grau Sala	9.581.274	1989	Madrid	Edmund Peel	100	81
Grau Sala	3.388.933	1990	Madrid	Edmund Peel	45,5	38
Grau Sala	3.816.453	1990	Madrid	Fortuny	49	38
Grau Sala	8.418.647	1990	Madrid	Durán	55	45
Grau Sala	729.616	1990	Barcelona	Brok	55	46
Grau Sala	5.536.298	1990	Madrid	Edmund Peel	65	54
Grau Sala	8.418.647	1990	Madrid	Durán	73	60
Grau Sala	3.935.535	1990	Madrid	Edmund Peel	75	60



<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Grau Sala	11.224.863	1990	Madrid	Durán	92	73
Grau Sala	10.663.620	1990	Barcelona	Brok	116	88
Grau Sala	3.707.303	1991	Madrid	Durán	46	38
Grau Sala	2.118.459	1991	Madrid	Durán	46	38
Grau Sala	2.521.427	1991	Madrid	Fernando D	46	38
Grau Sala	4.501.725	1991	Madrid	Durán	55	46
Grau Sala	4.501.725	1991	Madrid	Durán	65	54
Grau Sala	2.912.881	1991	Madrid	Fernando D	65	51
Grau Sala	3.601.380	1991	Barcelona	Brok	72,5	49
Grau Sala	5.825.762	1991	Madrid	Fortuny	80	40
Grau Sala	7.944.221	1991	Madrid	Durán	100	80
Grau Sala	1.200.000	1992	Madrid	Ansorena	27	22
Grau Sala	2.900.000	1992	Barcelona	Brok	31,5	22,5
Grau Sala	2.000.000	1992	Madrid	Fernando D	44,5	38
Grau Sala	3.000.000	1992	Madrid	Fortuny	46,7	38,9
Grau Sala	800.000	1992	Madrid	Durán	47	38
Grau Sala	1.200.000	1992	Madrid	Durán	72	50
Grau Sala	1.800.000	1992	Madrid	Durán	72	60
Grau Sala	4.000.000	1992	Barcelona	Brok	91,5	72,5
Grau Sala	4.667.102	1993	Madrid	Ansorena	64	53
Grau Sala	1.900.177	1993	Madrid	Fernando D	73	69
Grau Sala	461.775	1994	Madrid	Sotheby's-Peel	27	22
Grau Sala	816.327	1994	Barcelona	Maragall	46	38
Grau Sala	872.242	1994	Madrid	Sotheby's-Peel	46	38,5
Grau Sala	461.775	1994	Madrid	Sotheby's-Peel	46	38
Grau Sala	615.700	1994	Madrid	Durán	46	27
Grau Sala	1.282.709	1994	Madrid	Ansorena	65	34
Grau Sala	1.282.709	1994	Madrid	Durán	65	53
Grau Sala	1.128.784	1994	Barcelona	Maragall	73	60
Grau Sala	1.282.709	1994	Madrid	Fernando D	73	60
Grau Sala	564.392	1994	Madrid	Fernando D	73	60
Grau Sala	730.800	1995	Madrid	Durán	47	38
Grau Sala	678.600	1995	Madrid	Fernando D	61	51
Grau Sala	991.800	1995	Madrid	Durán	65	56

(Continua a la pàgina següent).

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Grau Sala	1.305.000	1995	Madrid	Fernando D	73	60
Grau Sala	2.576.070	1995	Madrid	Sotheby's	100	81
Grau Sala	907.200	1996	Madrid	Ansorena	46	38
Grau Sala	756.000	1996	Madrid	Durán	54	45
Grau Sala	478.800	1996	Madrid	Fernando D	55	46
Grau Sala	756.000	1996	Madrid	Ansorena	55	38
Grau Sala	554.400	1996	Madrid	Durán	55	38
Grau Sala	478.800	1996	Madrid	Ansorena	55	46
Grau Sala	252.000	1996	Madrid	Durán	62	32
Grau Sala	403.200	1996	Madrid	Durán	64	53
Grau Sala	957.600	1996	Madrid	Ansorena	65	54
Grau Sala	856.800	1996	Madrid	Fernando D	65	54
Grau Sala	1.386.000	1996	Madrid	Durán	73	60
Grau Sala	806.400	1996	Madrid	Ansorena	73	60
Meifrèn	1.127.244	1984	Barcelona	Brok	100	55
Meifrèn	1.252.493	1984	Madrid	Berkowitsc	150	130
Meifrèn	705.747	1986	Madrid	Sotheby's	32,5	24
Meifrèn	529.310	1986	Madrid	Fernando D	46	26
Meifrèn	2.681.839	1986	Barcelona	Brok	55	46
Meifrèn	776.322	1986	Madrid	Durán	62	51
Meifrèn	1.270.345	1986	Madrid	Ansorena	63	51
Meifrèn	529.310	1986	Madrid	Durán	66	54
Meifrèn	952.759	1986	Barcelona	Brok	71	47
Meifrèn	1.834.943	1986	Madrid	Fernando D	81	60
Meifrèn	2.611.264	1986	Madrid	Ansorena	86,5	80
Meifrèn	155.264	1986	Madrid	Durán	91	85
Meifrèn	1.555.109	1987	Madrid	Ansorena	46	32
Meifrèn	3.351.528	1987	Madrid	Durán	60,5	60
Meifrèn	9.049.127	1987	Madrid	Sotheby's	65	54
Meifrèn	1.809.825	1987	Barcelona	Brok	65	47
Meifrèn	5.027.293	1987	Madrid	Durán	71	55
Meifrèn	1.139.520	1987	Madrid	Ansorena	72	48
Meifrèn	3.887.773	1987	Barcelona	Brok	72,5	71,5
Meifrèn	2.815.284	1987	Barcelona	Brok	82	38,5

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Meifrèn	938.428	1987	Madrid	Durán	83	57,5
Meifrèn	3.217.467	1987	Madrid	Sotheby's	100	71
Meifrèn	1.674.351	1988	Madrid	Edmund Peel	41	30,5
Meifrèn	2.686.250	1988	Barcelona	Brok	46	38
Meifrèn	1.662.917	1988	Madrid	Sotheby's	75	55
Meifrèn	2.523.629	1988	Madrid	Edmund Peel	75	60
Meifrèn	5.372.500	1988	Barcelona	Brok	86	80
Meifrèn	1.854.792	1988	Barcelona	Brok	135	120
Meifrèn	838.362	1989	Barcelona	Brok	24	18,5
Meifrèn	808.420	1989	Barcelona	Brok	44,5	32,5
Meifrèn	329.356	1989	Madrid	Durán	50	41,5
Meifrèn	3.233.680	1989	Madrid	Edmund Peel	53	37
Meifrèn	3.592.978	1989	Barcelona	Brok	55	45
Meifrèn	4.072.042	1989	Barcelona	Brok	55	46
Meifrèn	1.317.425	1989	Madrid	Ansorena	66	40,5
Meifrèn	8.383.615	1989	Madrid	Durán	74	59
Meifrèn	11.377.763	1989	Madrid	Durán	74,5	61
Meifrèn	2.395.319	1989	Madrid	Sotheby's	75	60
Meifrèn	4.072.042	1989	Madrid	Ansorena	86,5	80
Meifrèn	2.515.085	1989	Barcelona	Brok	100	65
Meifrèn	3.592.978	1989	Barcelona	Brok	117	70
Meifrèn	5.748.765	1989	Barcelona	Brok	150	80
Meifrèn	2.581.718	1990	Madrid	Ansorena	62	53
Meifrèn	4.153.199	1990	Barcelona	Brok	64,5	47,5
Meifrèn	561.243	1990	Madrid	Durán	65	54
Meifrèn	19.082.267	1990	Madrid	Fortuny	73	60
Meifrèn	1.234.735	1990	Barcelona	Brok	73	47
Meifrèn	3.816.453	1990	Madrid	Ansorena	89	45
Meifrèn	11.224.863	1990	Barcelona	Brok	149	94
Meifrèn	1.535.883	1991	Barcelona	Brok	61,5	46
Meifrèn	3.071.765	1991	Madrid	Fernando D	73	60
Meifrèn	900.000	1992	Madrid	Fernando D	60	30
Meifrèn	3.500.000	1992	Madrid	Durán	61	42
Meifrèn	5.500.000	1992	Madrid	Durán	65	48

(Continua a la pàgina següent).

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Meifrèn	1.900.000	1992	Madrid	Durán	73,5	40
Meifrèn	950.000	1992	Madrid	Fernando D	121	60
Meifrèn	952.470	1993	Madrid	Durán	102	72
Meifrèn	189.841	1994	Madrid	Ansorena	20,5	13,5
Meifrèn	153.925	1994	Madrid	Sotheby's-Peel	22	14
Meifrèn	333.504	1994	Barcelona	Maragall	32	24,5
Meifrèn	2.308.876	1994	Barcelona	Maragall	75	58
Meifrèn	667.009	1994	Madrid	Fernando D	78	58
Meifrèn	1.282.709	1994	Madrid	Fernando D	100	80
Meifrèn	2.462.801	1994	Madrid	Ansorena	102	72
Meifrèn	1.044.000	1995	Madrid	Ansorena	62	49
Meifrèn	1.305.000	1995	Madrid	Fernando D	110	80
Meifrèn	403.200	1996	Madrid	Ansorena	46	38
Mir	767.500	1985	Madrid	Sotheby's	59	39
Mir	614.000	1985	Madrid	Berkowitsc	80	65
Mir	1.199.770	1986	Madrid	Durán	42	33
Mir	1.411.494	1986	Madrid	Fernando D	54	46
Mir	1.834.943	1986	Madrid	Fernando D	65	43
Mir	4.234.483	1986	Madrid	Sotheby's	81	76
Mir	1.834.943	1986	Madrid	Durán	97	80
Mir	1.693.793	1986	Madrid	Ansorena	100	81
Mir	7.622.069	1986	Madrid	Sotheby's	120	105
Mir	5.228.384	1987	Barcelona	Brok	73,5	72
Mir	6.703.057	1987	Barcelona	Brok	82	60,5
Mir	9.652.402	1987	Barcelona	Brok	162,5	130
Mir	895.417	1988	Barcelona	Brok	46	33
Mir	3.837.500	1988	Barcelona	Brok	65	51
Mir	6.395.833	1988	Barcelona	Brok	73	54,5
Mir	311.391	1989	Madrid	Ansorena	14	9,5
Mir	11.976.593	1989	Barcelona	Brok	60,5	50,5
Mir	15.449.805	1989	Barcelona	Brok	72,5	54,5
Mir	8.383.615	1989	Barcelona	Brok	74	60
Mir	16.168.401	1989	Barcelona	Brok	79,5	64
Mir	9.581.274	1989	Barcelona	Brok	90	90

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Mir	11.976.593	1989	Madrid	Edmund Peel	100	81,5
Mir	3.928.702	1990	Barcelona	Brok	40	32
Mir	3.367.459	1990	Barcelona	Brok	52	40
Mir	9.965.336	1990	Madrid	Edmund Peel	55	45
Mir	8.979.890	1990	Barcelona	Brok	88	82
Mir	11.224.863	1990	Barcelona	Brok	92	65
Mir	4.265.448	1990	Madrid	Ansorena	100	81
Mir	6.884.991	1991	Madrid	Ansorena	38	34
Mir	3.707.303	1991	Barcelona	Brok	40	32
Mir	4.236.918	1991	Barcelona	Brok	80	69
Mir	5.296.147	1991	Barcelona	Brok	88	82
Mir	10.062.680	1991	Barcelona	Brok	90,5	80
Mir	10.062.680	1991	Madrid	Fernando D	104	75,5
Mir	90.000	1992	Madrid	Durán	24,5	15,5
Mir	5.000.000	1992	Madrid	Fernando D	65	54
Mir	4.500.000	1992	Barcelona	Brok	73	60
Mir	141.098	1994	Madrid	Fernando D	37,5	28,5
Mir	495.900	1995	Madrid	Ansorena	25,5	23
Mir	574.200	1995	Madrid	Ansorena	28,5	24
Mir	277.200	1996	Madrid	Fernando D	26	23
Mir	1.008.000	1996	Madrid	Sotheby's	46	27
Mir	806.400	1996	Madrid	Ansorena	73	60
Mir	2.268.000	1996	Madrid	Durán	73	54
Urgell	675.400	1985	Barcelona	Brok	120	60
Urgell	218.782	1986	Madrid	Prestige	48	35
Urgell	705.747	1986	Madrid	Ansorena	100	60
Urgell	988.046	1986	Madrid	Ansorena	101	60,5
Urgell	917.471	1986	Madrid	Fernando D	110	60
Urgell	1.834.943	1986	Madrid	Fernando D	120	60
Urgell	2.117.241	1986	Madrid	Fernando D	120	60
Urgell	1.693.793	1986	Madrid	Fernando D	184	95
Urgell	636.790	1987	Madrid	Fernando D	88	60
Urgell	268.122	1987	Barcelona	Brok	185	95,9
Urgell	5.362.445	1987	Madrid	Ansorena	186	95

(Continua a la pàgina següent).

<b>Pintor</b>	<b>Preu quadre (PTA constant 92)</b>	<b>Any de venda</b>	<b>Ciutat de venda</b>	<b>Sala</b>	<b>Costat llarg (cm)</b>	<b>Costat curt (cm)</b>
Urgell	5.228.384	1987	Barcelona	Brok	204	113,5
Urgell	4.093.333	1988	Barcelona	Brok	185	96
Urgell	1.916.255	1989	Madrid	Durán	91	51
Urgell	3.353.446	1989	Barcelona	Brok	116,5	56,5
Urgell	3.832.510	1989	Barcelona	Brok	119	58,5
Urgell	3.592.978	1989	Barcelona	Brok	120	58,5
Urgell	4.790.637	1989	Barcelona	Brok	147	87,5
Urgell	15.569.571	1989	Barcelona	Brok	184	93,5
Urgell	2.036.021	1989	Barcelona	Brok	184	95
Urgell	4.072.042	1989	Barcelona	Brok	292	126
Urgell	794.422	1991	Barcelona	Brok	69,5	38
Urgell	794.422	1991	Barcelona	Brok	73,5	46
Urgell	847.384	1991	Madrid	Ansorena	75	40
Urgell	7.414.606	1991	Barcelona	Brok	119	59
Urgell	7.414.606	1991	Barcelona	Brok	120	60
Urgell	5.296.147	1991	Barcelona	Brok	138	71
Urgell	953.306	1991	Barcelona	Brok	180	142
Urgell	6.884.991	1991	Barcelona	Brok	184	95,5
Urgell	3.950.000	1992	Barcelona	Brok	121	82
Urgell	2.900.000	1992	Barcelona	Brok	121	82
Urgell	4.300.000	1992	Madrid	Durán	185	95,5
Urgell	384.813	1994	Madrid	Fernando D	31	21
Urgell	974.859	1994	Madrid	Ansorena	61,5	48,5
Urgell	128.271	1994	Madrid	Gros	70	38
Urgell	359.159	1994	Madrid	Durán	81	60
Urgell	918.367	1994	Barcelona	Maragall	82,5	46,5
Urgell	487.429	1994	Madrid	Gros	84	48
Urgell	1.924.064	1994	Madrid	Caja Madrid	186	94
Urgell	391.500	1995	Madrid	Ansorena	75	41
Urgell	1.957.500	1995	Madrid	Caja Madrid	186	94
Urgell	882.000	1996	Madrid	Durán	100	60

## VII - BIBLIOGRAFIA

AGNELLO R.J., PIERCE R.K. (1996): "Financial returns, price determinants, and genre effects in American art investment". *Journal of Cultural Economics*, vol. 20, p. 359-383.

AKERLOF G., YELLEN J. (1985): "A near-rational model of business cycle, with wage and price inertia". *Quarterly Journal of Economics*, vol. 100 (Suppl.), p. 823-838.

AMADES J. (1950): "Costumari català". Salvat (Barcelona), 5 vol.

ANDERSON R.C. (1974): "Painting as an investment". *Economic Inquiry*, vol. 12, p. 13-26.

ANDREAU J. (1999): "Banking and business in the Roman World". Cambridge University Press (Cambridge).

ASHENFELTER O. (1989): "How auctions work for wine and art". *Journal of Economic Perspectives*, vol. 3 (3), p. 23-36.

ASHENFELTER O., GENESOVE D. (1992): "Testing for price anomalies in Real-Estate auctions". *American Economic Review*, vol. 82, p. 501-505.

BARTRINA J., LAPORTE A., MASCARELL F., SITGES F. (1995): "Las galerías de arte en España". Mimeo.

BAUMOL W.J. (1986): "Unnatural value: or art investment as floating crap game". *American Economic Review*, vol. 76, p. 10-14.

BAUWENS L., GINSBURGH V.A. (1994): "Do art experts make rational estimates of pre-sale prices?" CORE Discussion paper 9438. Université Catholique de Louvain.

BEGGS A., GRADDY K. (1996): "Declining values and the afternoon effect: evidence from art auctions". Applied Economics Discussion Paper 184. Institute of Economics and Statistics. University of Oxford.

BEGGS A., GRADDY K. (1997): "Declining values and the afternoon effect: evidence from art auctions". *RAND Journal of Economics*, vol. 28, p. 544-565.

BERNHARDT D., SCOONES D. (1994): "A note on sequential auctions". *American Economic Review*, vol. 84, p. 653-657.

BIKHCHANDANI S. (1988): "Reputation in repeated second-price auctions". *Journal of Economic Theory*, vol. 45, p.97-119.

BLACK J., MEZA de D. (1992): "Systematic price differences between successive auctions are no anomaly". *Journal of Economics & Management Strategy*, vol. 1, p. 607-628.

BLASCO A., GUADALAJARA N. (1998a): "Pintores valencianos del siglo XIX". *Antiquaria*, vol. 157, p. 91-95.

BLASCO A., GUADALAJARA N. (1998b): "El mercado de la pintura catalana de los años 1840-1960". *Antiquaria*, vol. 158, p. 99-103.

BLASCO A., GUADALAJARA N. (1998c): "El mercado de la pintura andaluza del siglo XIX". *Antiquaria*, vol. 160, p. 99-103.

BOUSQUET G.H., BERGUES J. (1940): "La criée publique a Fès. Etude concrète d'un marché". *Revue d'Economie Politique*, vol. 54, p. 320-345.

BRANCO F. (1996): "Multiple unit auctions of an indivisible good". *Economic Theory*, vol. 8, p. 77-101.

BRANCO F. (1997): "Sequential optimal auctions with synergies: an exemple". *Economic Letters*, vol. 54, p. 159-163.

BROWN J. (1995): "El triunfo de la pintura. Sobre el coleccionismo cortesano en el siglo XVII". *Nerea* (Madrid).

BUELENS N., GINSBURGH V. (1993): "Revisiting Baumol's art as a floating crap game". *European Economic Review*, vol. 37, p. 1351-1371.

BURGUET R. (2000): "Auction theory; a guided tour". *Investigaciones Económicas*, vol. 24, p. 3-50.



BURGUET R., SAKOVICS J. (1994): "Sequential auctions with supply uncertainty". Working paper 248.94. Instituto de Análisis Económico (CSIC). Universitat Autònoma de Barcelona.

BURNS P. (1985): "Market structure and buyer behaviour: price adjustment in a multi-object progressive auction". *Journal of Economic Behaviour and Organization*, vol. 6, p.275-300.

CANDELA G., SCORCU E. (1997): "A price index for art market auctions". *Journal of Cultural Economics*, vol. 21, p. 175-196.

CARPENTIER A. (1957): "Subastas de ayer", a CARPENTIER A. (1993): "Artes Visuales 3". Editorial Letras Cubanas (La Habana).

CASSADY J.R. (1980): "Auctions and auctioneering". University of California Press (Berkeley).

CHANEL O. (1995): "Is art market behaviour predictable?". *European Economic Review*, vol. 39, p. 519-527.

CHANEL O., GERARD-VARET L.A., GINSBURGH V. (1996): "The relevance of hedonic price indices". *Journal of Cultural Economics*, vol. 20, p. 1-24.

CHANEL O., GERARD-VARET L.A., VINCENT S. (1996): "Auctions theory and practice: evidence from the market of jewellery", a GINSBURGH V., MENGER P.M. (ed.) (1996): "Economics of the arts: selected essays". Elsevier (Amsterdam), p. 135-150.

CHANEL O., VINCENT S. (1998): "Price decline in sequential auctions: reasons and measures". Mimeo.

CORBELLA T. (1997): "La tradició britànica de les subhastes. El seu paper en la dispersió de béns d'interès científic". *Gimbernat*, vol. 28, p. 67-76.

CZUJACK C. (1997): "Picasso paintings at auction, 1963-1994". *Journal of Cultural Economics*, vol. 21, p. 229-247.

DARMON P. (1989): "Médecins et assassins à la Belle Époque". Editions la Seuil (Paris).

DELTAS G. (1999): "Auction size and price dynamics in sequential auctions". Mimeo.

ENGELBRECHT-WIGGANS R. (1980): "Auctions and bidding models: a survey". *Management Science*, vol. 26, p. 119-142.

ENGELBRECHT-WIGGANS R., KAHN C.M. (1999): "Calibration of a model of declining prices in cattle auctions". *Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 39, p. 113-128.

ENGELBRECHT-WIGGANS R., SHUBIK M., STARK R.M. (ed.) (1983): "Auctions, bidding and contracting: uses and theory". New York University Press (New York).

ENGELBRECHT-WIGGANS R., WEBER R.J. (1979): "An example of multi-object auction game". *Management Science*, vol. 25, p. 1272-1277.

ENGELBRECHT-WIGGANS R., WEBER R.J. (1983): "A note on sequential auctions involving asymmetrically informed bidders". *International Journal of Game Theory*, vol. 12, p. 123-127.

EQUIPO ANTIQUARIA (1986): "Guía de precios 1986". Cipsa (Madrid).

EQUIPO ANTIQUARIA (1987): "Guía de precios 1987". Ediciones Antiquaria S.A. (Madrid). [ & 1988-1997, id. edit.].

FEHR VON DER M. (1994): "Predatory bidding in sequential auctions". *Oxford Economics Papers*, vol. 46, p. 345-356.

FONTBONA F. (1980): "Urgell i Inglada, Modest". *Ressenya biogràfica continguda a "Gran Enciclopèdia Catalana" edició 1980*, vol. 15, p. 110-111.

FONTBONA F. (sense any): "Mir". *Edicions de Nou Art Thor* (Barcelona).

FREY B.S., EICHENBERGER R. (1995): "On the rate of return in the art market: survey and evaluation". *European Economic Review*, vol. 39, p. 528-537.

FREY B.S., POMMEREHENE W.W. (1989): "Art investment: an empirical inquiry". *Southern Economic Journal*, vol. 76, p. 396-409.

- FRIEDMAN L. (1956): "A competitive-bidding strategy". *Operations Research*, vol. 4, p. 104-112.
- FRUTOS M.A. de, ROSENTHAL R.W. (1998): "On some myths about sequenced common-value auctions". *Games and Economic Behaviour*, vol. 23, p. 201-221.
- FUDENBERG D., TIROLE J. (1991): "Game theory". MIT Press (Cambridge).
- GALE I.L., HAUSCH D.B. (1994): "Bottom-fishing and declining prices in sequential auctions". *Games and Economic Behavior*, vol. 7, p. 318-331.
- GALENSON D.W. (1986): "Traders, planters and slaves". Cambridge University Press (Cambridge).
- GERARD-VARET L.A. (1995): "On pricing the priceless: comments on the economics of the visual art market". *European Economic Review*, vol. 39, p. 509-518.
- GIBBON E. (1776-1787): "The decline and fall of the roman empire". S'ha consultat l'edició de 1993 Everyman's Library (London), 6 vol.
- GINSBURGH V. (1998): "Absentee bidders and the declining price anomaly in wine auctions". *Journal of Political Economy*, vol. 106, p. 1302-1319.
- GINSBURGH V., JEANFILS P. (1995): "Long-term comovements in international market for paintings". *European Economic Review*, vol. 39, p. 538-548.
- GOEREE J.K., HOLT C.A. (2001): "Ten little treasures of game theory and ten intuitive contradictions". *American Economic Review*, vol. 91, p. 1402-1422.
- GOETZMANN W.N. (1993): "Accounting for taste: art and the financial market over three centuries". *American Economic Review*, vol. 83, p. 1370-1376.
- GOETZMANN W.N., SPIEGEL M. (1995): "Private value components, and the winner's curse in an art index". *European Economic Review*, vol. 39, p. 549-555.
- GUADALAJARA N., BLASCO A., GUIJARRO F. (2001): "Valoración de las obras de arte pictóricas. El caso español de pintores contemporáneos en la década de los 90". *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, vol. 10, p. 59-74.

HANSEN R.G. (1985): "Empirical testing of auction theory". *American Economic Review*, vol. 75, p. 156-159.

HARRIS M., RAVIV A. (1981): "Allocation mechanisms and the design of auctions". *Econometrica*, vol. 49, p. 1477-1499.

HEILBRUN J., GRAY M. (1997): "The economics of art and culture. An American perspective". Cambridge University Press (Cambridge).

HENDRICKS K., PAARSCH H.J. (1995): "A survey on recent empirical work concerning auctions". *Canadian Journal of Economics*, vol. 28, p. 403-426.

HERNANDO J. (1995): "Llibres i lectors a la Barcelona del segle XIV". Fundació Noguera (Barcelona).

HERODOT (s. V aC): "Història". Llibre I, narració 194 i 196. S'ha consultat la traducció de Carlos Schrader (1977): "Historia. Libros I-II". Gredos (Madrid), p. 252-255.

HOLMSTROM B., MILGROM P. (1987): "Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives". *Econometrica*, vol. 55, p. 303-328.

INSTITUT D'ESTADISTICA DE CATALUNYA (1998): "Anuari estadístic de Catalunya 1998". Generalitat de Catalunya (Barcelona).

JARDI E. (sense any): "Gimeno". Edicions de Nou Art Thor (Barcelona).

JEITSCHKO T.D. (1999): "Equilibrium price paths in sequential auctions with stochastic supply". *Economic Letters*, vol. 64, p. 67-72.

JUVENAL (c. 50-128 dC.): "Sàtires". S'ha consultat la traducció de Francisco Socas (1996): "Sátiras". Alianza Editorial (Madrid).

KAGEL J.H. (1995): "Auctions: a survey of experimental research", a KAGEL J.H., ROTH A.E. (ed.) (1995): "The handbook of experimental economics". Princeton University Press (Princeton), p. 501-585.

KATZMAN B. (1999): "A two stage sequential auction with multiunit demands". *Journal of Economic Theory*, vol. 86, p. 77-99.

KEEN G. (1971): "The sale of works of art. A study based on the Times-Sotheby index". Nelson (Londres).

KESER C., OLSON M. (1996): "Experimental examination of the declining price anomaly", a GINSBURGH V., MENGER P.M. (ed.) (1996): "Economics of the arts: selected essays". Elsevier (Amsterdam), p. 151-176.

KETELSEN T. (1999): "Art auction in Germany during the eighteenth century", a NORTH M., ORMROD D. (ed.) (1999): "Art markets in Europe, 1400-1800". Ashgate (Hampshire), p. 143-152.

KILLY W., VIERHAUS R. (ed.) (2001): "Dictionary of German Biography". K. G. Saur (Múnic).

KLEMPERER P. (1999): "Auction theory: a guide to the literature". Journal of Economic Surveys, vol. 13, p. 227-286.

KLEMPERER P. (ed.) (2000): "The economic theory of auctions". Edward Elgar Publishing Limited (Cheltenham), 2 vol.

KRISHNA V. (2002): "Auction theory". Academic Press (San Diego).

LACEY R. (1998): "Sotheby's. Le marché de l'art et ses secrets". JC Lattès (France).

LEARMOUNT B. (1985): "A history of the auction". Barnard & Learmount (Londres).

LENA H., DURET-ROBERT F. (1996): "Quel avenir pour le marché de l'art?" L'Harmattan (Clamecy).

LOCATELLI BIEY M., ZANOLA R. (1999): "Investment in paintings: a short run price index". Journal of Cultural Economics, vol. 23, p. 211-222.

LUCKING-REILEY D. (2000): "Vickrey auctions in practice: From nineteenth-century philately to twenty-first-century e-commerce". Journal of Economic Perspectives, vol. 14, p. 183-192.

LUSHT K.M. (1994): "Order and price in a sequential auction". Journal of Real Estate Finance, vol. 8, p. 259-266.

MARCHI N. de (1995): "The role of Dutch auctions and lotteries in shaping the art market(s) of 17th Century Holland". *Journal of Economic Behaviour and Organization*, vol. 28, p. 203-221.

MASKIN E.S., RILEY J.G. (1985): "Auction theory with private values". *American Economic Review*, vol. 75, p. 150-155.

MASKIN E.S., RILEY J.G. (1989): "Optimal multi-unit auctions", a KLEMPERER P. (ed.) (2000): "The economic theory of auctions". Edward Elgar Publishing Limited (Cheltenham), vol. II, p. 5-29.

McAFEE R.P., McMILLAN J. (1987): "Auctions and bidding". *Journal of Economic Literature*, vol. 25, p. 699-738.

McAFEE R.P., VINCENT D. (1993): "The declining price anomaly". *Journal of Economic Theory*, vol. 60, p. 191-212.

McMILLAN J. (1996): "Games strategies and managers". Oxford University Press (New York).

MILGROM P.R. (1981): "Good news and bad news: representation theorems and applications". *The Bell Journal of Economics*, vol. 12, p. 380-391.

MILGROM P.R. (1987): "Auction theory", a BEWLEY T.F. (ed.) (1987): "Advances in economic theory". Cambridge University Press (Cambridge), p. 1-32.

MILGROM P.R., WEBER R.J. (1982a): "A theory of auctions and competitive bidding". *Econometrica*, vol. 50, p. 1089-1122.

MILGROM P.R., WEBER R.J. (1982b): "A theory of auctions and competitive bidding, II", a KLEMPERER P. (ed.) (2000): "The economic theory of auctions". Edward Elgar Publishing Limited (Cheltenham), vol. II, p. 179-194.

MILGROM P.R., WEBER R.J. (1982c): "The value of information in sealed-bid auctions". *Journal of Mathematical Economics*, vol. 10, p. 105-114.

MOK H.M.K., KO V.W.K., WOO S.S.M., KWOK K.Y.S. (1993): "Modern chinese painting: an investment alternative?" *Southern Economic Journal*, vol. 59, p. 808-816.

- MOLDOVANU B., TIETZEL M. (1998): "Goethe's second-price auction". *Journal of Political Economy*, vol. 106, p. 854-859.
- MONTIAS J.M. (1996): "Le marché de l'art aux Pays-Bas". Flammarion (Paris).
- MOULIN R. (1995): "De la valeur de l'art". Flammarion (Paris).
- MOULIN R. (2000): "Le marché de l'art. Mondialisation et nouvelles technologies". Flammarion (Paris).
- MOUREAU N. (2000): "Analyse économique de la valeur des biens d'art. La peinture contemporaine". *Economica* (Paris).
- MYERSON R.B. (1979): "Incentive compatibility and the bargaining problem". *Econometrica*, vol. 47, p. 61-73.
- MYERSON R.B. (1981): "Optimal auction design". *Mathematics of Operations Research*, vol. 6, p. 58-73.
- NAEGELEN F. (1988): "Les mécanismes d'enchères". *Economica* (Paris).
- NEFTCI S.N. (1996): "An introduction to the mathematics of financial derivatives". Academic Press (San Diego).
- NELSON J.P. (1995): "Market structure and incomplete information: price formation in real-world repeated English auction". *Journal of Economic Behaviour and Organization*, vol. 27, p. 421-437.
- NORTH M. (1997): "Art and commerce in the Dutch golden age". Yale University Press (New Haven and London).
- OREN M.E., WILLIAMS A.C. (1975): "On competitive bidding". *Operations Research*, vol. 23, p. 1072-1079.
- ORTEGA-REICHERT A. (1968): "A sequential game with information flow", a KLEMPERER P. (ed.) (2000): "The economic theory of auctions". Edward Elgar Publishing Limited (Cheltenham), vol. I, p. 130-152.
- PELTO C.R. (1971): "The statistical structure of bidding for oil and mineral rights". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 66, p. 456-460.

PESANDO J.E. (1993): "Art as an investment: the market for modern prints". *American Economic Review*, vol. 83, p. 1075-1089.

PESANDO J.E., SHUM P.M. (1996): "Price anomalies at auction: evidence from the market for modern prints", a GINSBURGH V., MENGER P.M. (ed.) (1996): "Economics of the arts: selected essays". Elsevier (Amsterdam), p. 113-134.

PESANDO J.E., SHUM P.M. (1999): "The returns to Picasso's prints and traditional financial assets, 1977 to 1996". *Journal of Cultural Economics*, vol. 23, p. 183-192.

PITCHIK C. (1995): "Budget-constrained sequential auctions with incomplete information". Mimeo.

PITCHIK C., SCHOTTER A. (1986): "Budget-constrained sequential auctions". Mimeo.

PITCHIK C., SCHOTTER A. (1988): "Perfect equilibria in budget-constrained sequential auctions: an experimental study". *RAND Journal of Economics*, vol. 19, p. 363-388.

PITILLAS SALAÑER E. (1997): "Julio Vindex, la crisis neroniana y el fugaz reinado de Galba (68-69 dC)". *Historia y Vida*, vol. 30 (núm. 357), p. 58-63.

PLUTARC (c. 46-119 dC.): "Vides paral leles". XV, Galba V. S'ha consultat l'edició de 1989 de la col·lecció Bernat Metge, vol. 89. Fundació Bernat Metge (Barcelona).

PORTÚS J. (1996): "El mercado del arte", a "Mercado del arte y coleccionismo en España (1980-1995)". Cuadernos ICO (Madrid).

RAFOLS J.F. (dir.) (1980): "Diccionario de artistas de Cataluña, Valencia y Baleares". Ediciones Catalanas y Gran Enciclopedia Vasca (Barcelona-Bilbao), 5 vol.

RAMSEY J.B. (1983): "Empirical analysis on lease bidding using historical data", a ENGELBRECHT-WIGGANS R., SHUBIK M., STARK R. M. (ed.) (1983): "Auctions, bidding, and contracting: uses and theory". New York University Press (New York), p. 285-306.

RILEY J.G., SAMUELSON W.F. (1981): "Optimal auctions". *American Economic Review*, vol. 71, p. 381-392.



RIU M., PINTO J. (1980-1982a): "La documentación de la primera mitad del siglo XIV conservada en el archivo de la Basílica de Santa María del Mar (Barcelona)", a RIU M. (dir.) (1980-1982): "La pobreza y la asistencia a los pobres en la Cataluña medieval". CSIC (Barcelona), vol. 1, p. 205-293.

RIU M., PINTO J. (1980-1982b): "Pergaminos de la segunda mitad del siglo XIV conservados en el archivo de la Basílica de Santa María del Mar (Barcelona). Série I, años 1350-1380", a RIU M. (dir.) (1980-1982): "La pobreza y la asistencia a los pobres en la Cataluña medieval". CSIC (Barcelona), vol. 2, p. 95-151.

RUIZ FONT L. (1996): "Modelos y métodos de valoración de activos con valor artístico y cultural. Una aplicación al mercado español de obras de arte pictóricas". Tesis doctoral, Universitat Politècnica de València.

SALANIE B. (1997): "The economics of contracts". MIT Press (Cambridge).

SCHNAPPER A. (1999): "Probate inventories, public sales and the Parisian art market in the seventeenth century", a NORTH M., ORMROD D. (ed.) (1999): "Art markets in Europe, 1400-1800". Ashgate (Hampshire), p. 131-141.

SHUBIK M. (1983): "Auctions, bidding, and markets: an historical sketch", a ENGELBRECHT-WIGGANS R., SHUBIK M., STARK R. M. (ed.) (1983): "Auctions, bidding, and contracting: uses and theory". New York University Press (New York), p. 33-52.

SINGER L., LYNCH G. (1994): "Public choice in the tertiary art market". Journal of Cultural Economics, vol. 18, p. 199-216.

SMITH B.T., CASE J.H. (1975): "Nash equilibria in a sealed bid auction". Management Science, vol. 22, p. 487-497.

SMITH C.W. (1990): "Auctions. The social construction of value". University of California Press (Los Angeles).

STARK R.M., ROTHKOPF M.H. (1979): "Competitive bidding: a comprehensive bibliography". Operations Research, vol. 27, p. 364-390.

STEIN J.P. (1977): "The monetary appreciation of painting". Journal of Political Economy, vol. 85, p. 1021-1035.

- TORRES LÓPEZ M. (1992): "Urgell". Labor (Barcelona).
- VANDERPORTEN B. (1992): "Strategic behaviour in pooled condominium auctions". *Journal of Urban Economics*, vol. 31, p. 123-137.
- VICKREY W. (1961): "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders". *Journal of Finance*, vol. 16, p. 8-37.
- VICKREY W. (1962): "Auction and bidding games", a KLEMPERER P. (ed.) (2000): "The economic theory of auctions". Edward Elgar Publishing Limited (Cheltenham), vol. II, p. 95-107.
- WEBER R. (1983): "Multiple-object auctions", a ENGELBRECHT-WIGGANS R., SHUBIK M., STARK R.M. (ed.) (1983): "Auctions, bidding and contracting: uses and theory". New York University Press (New York), p. 165-191.
- WILSON R. (1979): "Auctions of shares". *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 93, p. 675-689.
- WILSON R. (1992): "Strategic analysis of auctions", a AUMANN R.J., HART S. (ed.) (1992): "Handbook of game theory". Elsevier Science Publishers (Amsterdam), vol. I, p. 227-279.
- WITTKOWER R., WITTKOWER M. (1995): "Nacidos bajo el signo de Saturno". Cátedra (Madrid).
- WOLFSTETTER E. (1996): "Auctions: an introduction". *Journal of Economic Surveys*, vol. 10, p. 367-420.
- WOLFSTETTER E. (1999): "Topics in microeconomics. Industrial organization, auctions, and incentives". Cambridge University Press (Cambridge).

## I – INTRODUCCIÓ

Les subhastes han estat emprades des d'èpoques remotes, arreu del món, per fixar el preu i la propietat de tot tipus de béns, dels més inversemblants als més corrents. Però l'antiguitat en la pràctica de la venda en encant no és equiparable a la de les explicacions formals sobre aquest mecanisme de venda, que daten del segle XX.

Aquesta diferència temporal tan enorme entre el recurs a una subhasta i el seu estudi genera alguns problemes. La teoria és incompleta i no sempre útil als professionals de la venda en encant. A més a més, a vegades arriba a conclusions errònies, com el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió: quan es ven seqüencialment diversos béns s'observa que els preus relatius al valor d'aquests béns, en mitjana, tendeixen a disminuir, mentre que teòricament s'esperaria que no variessin o que s'incrementessin [veure Weber (1983)].

Aquest fenomen és el punt d'unió dels dos primers estudis que componen el present treball. Un el contrasta, mentre que el segon en proposa una explicació. En canvi, la tercera aportació original d'aquest volum se centra en el mercat de l'art i no pretén formar una unitat estricta amb les altres dues. Nogensmenys, és possible que la problemàtica tractada en els capítols anteriors sigui inalienable a una subhasta seqüencial i, per tant, també afecti el desenvolupament d'una subhasta de quadres. Si efectivament es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió, aleshores l'ordre

en el qual es disposa les teles pot condicionar els guanys dels participants. Aquest tema és sens dubte atractiu per a ser estudiat més àmpliament en el futur.

En aquest capítol introductori s'ofereix una breu panoràmica temporal de l'ús de la venda en encant, lògicament parcial, i una segona vista sobre l'estudi formal dels mecanismes de subhasta. Després, s'esmenta alguns dels majors punts de conflicte de la massa sovint difícil relació entre la teoria i la realitat, es comenta específicament l'objecte teòric d'interès d'aquest volum, es presenta els tres estudis i, finalment, s'inclou un esquema general del treball.

#### *Alguns antecedents històrics*

Potser les cites més antigues d'encants que han arribat fins avui són les contingudes en el primer llibre d'història d'Heròdot [Heròdot (s. V aC), llibre I: 194 i 196]. Una fa referència a un costum armeni de vendre en subhasta peces sobrereres de vaixells que altrament serien abandonades; l'únic mòbil és doncs treure'n un profit monetari. Una altra descriu una tradició encara més antiga de venda de dones casadores; en aquest cas la funció assignativa és la més important.

Entre els romans les subhastes eren freqüents [veure Andreau (1999), p. 38]. De fet, les paraules emprades tant en català *subhasta* com en anglès *auction* provenen del llatí. En el primer cas deriva de l'expressió *sub hasta vendere*, atès que el que s'havia de vendre - sovint botins de guerra - es mantenia per sota (*sub*) d'un pal o d'una llança (*hasta*) ; en el segon cas deriva del mot increment o puja (*auctio*). Una subhasta podia organitzar-se per aconseguir liquidesa [veure les revisions de Cassidy (1980) i de Learmount (1985)] o també per la seva rapidesa [veure Plutarc (c. 46-119 dC.) p. 14, i Pitillas (1997)]. En encant es venia de tot: béns confiscats, drets de cobrament d'impostos [Shubik

(1983)], obres d'art valorades en aquella època [Carpentier (1957)], el càrrec d'Emperador de l'Imperi Romà [Gibbon (1776-1787), vol. 1, p. 119-120] i, evidentment, éssers humans. No és doncs d'estranyar que la figura del subhastador aparegui a les sàtires de Juvenal (c. 50-128 dC.).

Malauradament, no hi ha gaire estudis sistemàtics sobre les subhastes a l'Edat Mitjana, un període sobre el qual s'ha dit que la venda en encant no devia ser especialment freqüent [Shubik (1983)]. Aquest no és el cas de la Catalunya de la baixa edat mitjana, si es té en compte el que aquí s'ha recopilat amb ànim il·lustratiu, no exhaustiu. El recull es presenta a l'annex I. D'altra banda, en una cultura ben distant, la xinesa, se subhastava les pertinences personals dels monjos quan morien. D'això hi ha dades del segle VII [Cassidy (1980) p. 29 cita un article de Lien-Shen (1959)<sup>1</sup>].

Quan va començar a incrementar-se substancialment el nombre de subhastes? I quan van aparèixer les primeres cases específiques destinades a aquesta funció? La resposta varia segons el país, però en certs indrets d'Europa és al llarg de l'Edat Moderna. En part, això pot ser degut al creixement de la burgesia, o sigui a l'augment del nombre de compradors, entenent que el fet que hi hagi un nombre raonable de licitadors és una condició necessària, encara que potser no suficient.

A Anglaterra, un país que ha donat nom a un mecanisme de subhasta, des de meitats del segle XVII es ven en subhasta col·leccions importants. Inicialment són mixtes, però ja a finals del segle XVII n'hi ha d'específiques de biblioteques, i al segle XVIII hi ha regularment encants de col·leccions d'història natural, de numismàtica, d'instruments de música i de pintura i escultura. Conforme n'augmenta el nombre, també n'augmenta l'especialització; al segle XX la temàtica s'ha diferenciat molt més.

---

<sup>1</sup> LIEN-SHEN Y. (1950): "Buddhist monasteries and four money-raising institutions in Chinese history". Harvard Journal of Asiatic Studies, vol. 13, p. 174-191.

Pel que respecta a la propietat del que es ven en una subhasta, en un principi era majoritàriament única, conseqüència probable del fet que en molts casos es venia poc després de la mort del propietari. Avui en dia, en canvi, els objectes venuts en una subhasta són de propietat múltiple; de fet l'encant s'organitza temàticament i no en funció de qui és el propietari. Això només succeeix quan és el propietari qui confereix valor als objectes a vendre (venda de pertinences de persones famoses). Cal destacar que normalment una gran col·lecció es divideix en lots petits, fet que facilita que es dispersi i, en això, les subhastes poden haver contribuït a la difusió cultural i científica [Corbella (1997)].

Holanda també ha donat el seu nom a un mecanisme de subhasta; al segle XVII és un país econòmicament potent, densament poblat tenint en compte l'època, força urbanitzat i, sens dubte, amb una burgesia creixent. L'organització de subhastes hi és freqüent per vendre tot tipus de béns [de Marchi (1995)]. De fet, sembla que la idea d'organitzar subhastes de llibres a Anglaterra ve d'Holanda [Lacey (1998), p. 29]. La venda en encant de quadres augmentà molt durant el segle d'or holandès [Montias (1996), p. 55-124]. Les subhastes constituïren un canal més per a la distribució d'un bé que gaudia d'una oferta molt gran. La venda de quadres mitjançant una subhasta no era, com passa en l'actualitat, un canal de distribució exclusiu del mercat d'art secundari, també ho era del primari<sup>2</sup> [Wittkower i Wittkower (1995), p. 30]. Les subhastes setmanals de pintura eren un dels punts de venda més importants per adquirir tot tipus de teles, des d'obres contemporànies d'autor gairebé desconegut fins al retrat de *Baldassare Castiglione* pintat per Rafael que actualment es pot contemplar al Louvre [North (1997), p. 92], o part de la col·lecció de Thomas Howard, comte d'Arundel [Brown (1995), p. 66].

A França, les *enchères*, és a dir les subhastes, d'art i antiguitats també es van desenvolupar a l'edat moderna, i ja al segle XVI es va regular aquesta forma de venda. Un dels documents més antics és una acta de 1556 en la qual es crea la figura dels *Priseurs* a qui Enric II va donar el monopoli de les subhastes públiques de béns mobles [Lena i Duret-Robert (1996), p. 9], monopoli que s'ha perpetuat fins al 2000 [Moulin (2000), p. 88-91].

En altres països de l'Europa continental també van aparèixer sales de subhasta: es pot recordar per exemple el *Dorotheum*, a Viena, fundat a començaments del segle XVIII [Learnmount (1985), p. 129]. D'altra banda, per veure la creixent importància de les subhastes a l'Alemanya del divuit es pot consultar el treball de Ketelsen (1999).

El creixement del nombre de subhastes i del volum de transacció s'ha mantingut fins als temps actuals. Avui en dia són un mecanisme molt important per vendre tot tipus de béns.

#### *L'estudi formal dels mecanismes de subhasta*

L'antiguitat i continuïtat d'aquesta forma de venda permet entendre que “subhasta” sigui un terme genèric: una gran diversitat de mecanismes queden recollits per aquest mot. Tanmateix, els diferents processos tenen elements en comú. D'una banda, tots ells permeten establir el preu i la propietat en una transacció quan hi ha un cert nivell de desinformació. De l'altra, el preu és fruit de la competència entre els agents. A més

---

<sup>2</sup> Heilbrun i Gray (1997) diferencien el mercat primari, en el qual les obres són venudes per primer cop, del secundari. Veure també Singer i Lynch (1994) per una subdivisió més detallada del mercat.

a més, les subhastes són processos regulats: hi ha unes regles ben definides i preestablertes que tots els participants segueixen.

Aquesta darrera circumstància fa especialment adequada la teoria de jocs per a l'estudi formal d'aquests mecanismes. Potser per això és difícil trobar referències de treballs sobre els mecanismes de subhasta anteriors a la publicació del llibre de Von Neumann i Morgenstern *Theory of games and economic behaviour* l'any 1944. De fet, es considera que l'estudi formal de les subhastes comença realment amb l'aparició dels articles de Friedman (1956) i Vickrey (1961), tot i que es pot trobar algunes referències anteriors. El treball localitzat més antic és de Boehm-Bawerk<sup>3</sup> del 1889, i després se'n retroben als anys 40 [veure, per exemple, Bousquet i Bergues (1940) i, per a més referències, el recull bibliogràfic de Stark i Rothkopf (1979)]. Val la pena destacar que Friedman (1956) es planteja solucionar un problema als compradors - el seu treball s'emmarca dins la licitació competitiva, mentre que Vickrey (1961) està del cantó dels venedors, que són els qui estableixen les regles de la subhasta - fa preguntes del tipus: quin mecanisme permet assolir un major preu? El seu estudi se situa en el camp de les subhastes òptimes i el disseny de mecanismes.

Inicialment, es pot distingir dues grans famílies de models de subhasta: la de valors privats i la de valor comú. La primera suposa que el preu màxim que cada comprador està disposat a pagar no està afectat pel que la resta de compradors pagarien pel mateix bé. La segona és el cas extrem oposat.

Calgué esperar fins a la dècada dels 80 per trobar un model mixt simètric general [Milgrom i Weber (1982a)]. Paral·lelament, aparegueren tot un seguit d'articles que, en

---

<sup>3</sup> BOEHM-BAWERK VON E. (1923): "Positive theory of capital". G. E. Steckert (New York). Citat per Engelbrecht-Wiggans, Shubik i Stark (1983), p. xiii. Els autors comenten que aquesta edició és una traducció de l'original alemany de 1891, però no en faciliten la referència exacta (en realitat sembla que és del 1889 [veure Killy i Vierhaus (2001, vol. 1, p. 624)]).



conjunt, van aportar solidesa a l'estudi teòric dels mecanismes de subhasta [veure, per exemple, Myerson (1981)]. D'aleshores ençà, la recerca en aquest camp no ha deixat d'augmentar, i cada cop és més específica.

Cal remarcar que aquesta breu descripció correspon a l'estudi de subhastes úniques. Les múltiples, ja siguin seqüencials o simultànies, han estat menys treballades. Tot i que en qualsevol període es pot trobar alguna referència sobre subhastes múltiples, aquestes han estat molt puntuals fins fa una dècada; i encara ara manca un model general de referència que permeti estudiar aquesta forma de venda.

Finalment, només resta assenyalar que el nombre d'estudis empírics publicats és, lamentablement, força reduït.

### *Teoria i realitat*

Tot i que només sigui per l'enorme diferència temporal entre l'ús de les subhastes i el seu estudi, de moment tan sols s'explica metòdicament alguns dels aspectes d'aquest món i, sovint, en entorns molt restrictius [veure, per exemple, les revisions de Klemperer (1999) o Burguet (2000)]. A més a més, rarament es valora la robustesa dels models.

Les construccions matemàtiques tan pures permeten entendre algunes de les pautes de funcionament dels mecanismes de subhasta en simplificar-los i desproveir-los de context. Però, en contrapartida, la innocència dels postulats absolutistes impossibilita, o com a mínim dificulta, la comprensió d'algunes de les evidències del món real.

D'altra banda, s'ha desenvolupat escassament l'adaptació de les conclusions extretes a partir dels models formals a propostes específiques i directament aplicables a vendes reals. En general, les pautes que es desprenen dels estudis teòrics sobre aquest mecanisme de venda, no són útils als professionals del sector. Hi ha una mancança important de recerca aplicada en aquest camp.

I el que encara és més greu: algunes conclusions de la retòrica formal xoquen frontalment amb els resultats dels estudis empírics, malauradament encara en poc nombre, i també a vegades amb les pràctiques seculars dels professionals. Es pot considerar que la realitat només és un cas particular; però, sens dubte, n'és un d'interès.

#### *La problemàtica tractada*

En aquest treball l'atenció se centra en subhastes seqüencials. En aquest subcamp el problema anteriorment esmentat apareix: mentre que els models teòrics més importants prediuen que al llarg de la sessió la seqüència de preus és, en mitjana, a l'alça [Weber (1983)] o constant [Vickrey (1961)], hi ha evidència empírica d'un descens dels preus al llarg de la sessió [veure, per exemple, Ashenfelter (1989)]. Aquest fenomen és anomenat en la literatura teòrica anglosaxona *the declining price anomaly* i entre els assistents a les subhastes de vi *the afternoon effect* [McAfee i Vincent (1993)]. Nogensmenys, hi ha models força específics que expliquen el fenomen sota supòsits bastant restrictius: limiten el nombre de béns o de períodes de venda i, sovint, també el nombre de béns que cada comprador desitja adquirir; clarament, aquest és un camp que encara és en la seva gènesi.

Les evidències sobre el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió són principalment en subhastes a l'alça. Aquesta és la típica subhasta més coneguda en la qual els compradors van acceptant ofertes cada cop més elevades fins que només queda un licitador que s'enduu el bé pel darrer preu ofert. No està encara prou estudiat en quins mecanismes es produeix un descens dels preus; per tant, es desconeix si cal trobar una explicació vàlida per a qualsevol mecanisme, o bé una que només el justifiqui en alguns casos.

D'altra banda, suposant que realment es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió, aleshores s'obre una nova problemàtica per als organitzadors: és important l'ordre en el qual es disposa els diferents béns? I si efectivament ho és, com cal col·locar-los? Aquest aspecte, que aquí només es comenta col·lateralment, és una possible línia de recerca futura.

### *Els estudis*

En aquest treball es presenta tres estudis sobre subhastes seqüencials. Els dos primers, l'un empíric i l'altre teòric, parteixen de la hipòtesi que es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió. La tercera aportació és diferent: centrada en subhastes d'art, busca elements que, a llarg termini, siguin d'interès pels participants en una subhasta; en aquest sentit és un treball amb un esperit més aplicat. Dit això, convé remarcar que es tracta d'una proposta pilot de caràcter exploratori.

- 1) L'objectiu del primer estudi és comprovar la presència d'un descens dels preus al llarg de la sessió en una subhasta a la baixa i quantificar-la. Una subhasta a la baixa, o holandesa, és un mecanisme en el qual el subhastador va anunciant per cada bé una

seqüència de preus cada cop més baixos fins que un comprador indica que pel darrer preu anunciat està interessat en el bé, la subhasta s'atura i aquell comprador s'enduu l'objecte per aquell preu; no hi ha possibilitat de fer contraofertes.

El fenomen del descens dels preus no ha estat descrit en una subhasta holandesa (ha estat descrit en altres tipus de subhasta). Es considera doncs que és d'interès comprovar si es produeix un descens dels preus en una subhasta a la baixa a fi d'acotar el marc d'estudi teòric: cal trobar una explicació del fenomen vàlida per a qualsevol mecanisme, o bé una que només el justifiqui en alguns casos?

Les dades analitzades són de subhastes de peix ocorregudes a la llotja de Tarragona durant la segona setmana de març de 1997, en total 4.737 observacions. La metodologia emprada és la que s'ha utilitzat per contrastar el fenomen en subhastes a l'alça. Efectivament, es detecta un descens. Donada aquesta primera conclusió, l'ordre en el qual es disposa els béns per a vendre pot ser rellevant pel venedor. L'article mostra que posar primer a la venda els ítems més cars és l'estratègia d'ordenació majoritària; aquesta és precisament l'ordenació que sembla més avantatjosa pels venedors.

- 2) El descens dels preus no està encara prou justificat des de la teoria: no ha estat explicat satisfactòriament ni en subhastes de primer preu ni en subhastes a la baixa. En aquest treball es proposa una explicació formal per a una subhasta seqüencial de primer preu i també per a una subhasta seqüencial de segon preu amb opció de quantitat quan hi ha  $m$  unitats a la venda. A diferència del que s'ha fet en altres models, els licitadors descrits maximitzen el nombre d'unitats que adquireixen mentre el seu excedent no sigui negatiu. Aquest supòsit és raonable per modelitzar situacions en les quals els licitadors, per exemple, són restauradors o agents que actuen per compte aliè.

Entre els resultats del model, que són congruents amb el que succeeix en la vida real, cal destacar que per ambdós mecanismes de subhasta 1) es produeix un descens dels preus i 2) l'assignació és eficient. A més, 3) en la subhasta de primer preu els resultats són independents de l'opció de quantitat. Comparant els dos mecanismes, s'observa que 4) els preus d'adjudicació de la subhasta de primer preu són superiors als de la subhasta de segon preu.

Adicionalment, s'ha estudiat una subhasta seqüencial de segon preu en la qual els licitadors no només volen adquirir el nombre màxim d'unitats possibles mentre l'excedent no sigui negatiu, sinó que, a més, les volen aconseguir pel menor preu possible que els les garanteix. Els resultats d'aquest cas, molt més complex, han estat obtinguts mitjançant una simulació. Prèviament, s'ha estudiat el joc amb informació completa. De nou, es detecta un descens dels preus.

- 3) El tercer treball se centra en l'evolució de les cotitzacions d'un artista que es consolida i ven en subhasta. Es proposa un model per representar aquesta evolució a partir d'un quadre de dimensió estàndard per a un artista, que recorda els models emprats en la literatura financera. El mercat de l'art té una vessant inversionista i, sembla ser que el seu comportament és similar. El model genèric proposat s'utilitza per estudiar específicament l'efecte de la dimensió de l'obra en la formació del preu.

Es mostra que en pintors de qualitat elevada la importància relativa de la dimensió com a factor determinant del preu baixa conforme l'artista es consolida en benefici del renom d'aquest (proposició 1); i que amb el pas del temps la grandària del quadre explica una menor part del preu ja que els preus tenen cada cop més soroll (proposició 2). L'estudi de 325 preus d'adjudicació d'olis sobre tela de 6 pintors catalans dels segles XIX i XX assolits en les principals sales de subhasta d'Espanya entre 1984 i 1996

corroborar aquests resultats. Donats els resultats d'aquest estudi, de nou és possible que l'ordre en el qual es disposa els quadres en una subhasta afecti el guany esperat.

### *Esquema*

A continuació s'adjunta aquests tres treballs per l'ordre en que han estat presentats. Abans però, es descriu breument les majors característiques dels mecanismes de subhasta a fi i efecte de facilitar la lectura posterior dels estudis, i es revisa la literatura existent sobre el fenomen del descens dels preus. Al final, es recull a manera de síntesi les principals conclusions de totes tres aportacions. La bibliografia es presenta conjunta i única després de les conclusions. En annex es pot trobar, per aquest ordre: 1) un recull de referències a vendes en encant majoritàriament catalanes de la baixa Edat Mitjana i temps posteriors, 2) el text 196 contingut en el primer dels llibres d'història d'Heròdot on es descriu una subhasta de dones casadores a Babilònia, 3) dades corresponents al primer dels estudis, i 4) les dades que han permès realitzar el tercer.

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Rudolf i Margot Wittkower en el llibre “Born under Saturn. The character and conduct of artists: A documented history from antiquity to the French Revolution”. (Weidenfeld (Publishers) Limited, London. 1963) expliquen que quan el mercat es va inundar de pintures de caballet de baix preu i la competència s’aguditzà, els artistes van recórrer a tot tipus de mecanismes per vendre les seves obres des de les fires fins a les rifes o les subhastes. L’edició consultada és la traducció de Deborah Dietrick (1995): WITTKOWER R., WITTKOWER M.: “Nacidos bajo el signo de Saturno. Genio y temperamento de los artistas desde la Antigüedad hasta la Revolución Francesa”. Cátedra (Madrid), p. 30.

Michael North explica en el llibre “Kunst und kommerz zeitalter. Zur sozialgeschichte der Niederländischen malerei des 17. jahrhunderts” (Böhlau Verlag & Cie, Köln and Weimar, 1992) que el 1639 es va vendre en subhasta la col·lecció de Lucas van Uffelen’s a la que va assistir Rembrandt acompanyat d’un comerciant portugués que tenia tractes amb la cort francesa i que va adquirir el quadre de Rafael per un preu molt superior al que es venien les obres dels pintors holandesos vius. L’edició consultada és: NORTH M. (1997): “Art and commerce in the Dutch golden age”. Yale University Press (New Haven and London).

BROWN J. (1995): “El triunfo de la pintura. Sobre el coleccionismo cortesano en el siglo XVII”. Nerea (Madrid), p. 66.

LENA H., DURET.ROBERT F. (1996): “ Quel avenir pour le marché de l’art?”. L’Harmattan (Clamecy).

*I-INTRODUCCIÓ*

LIEN-SHEN Y. (1950): “Buddhist monasteries and four money-raising institutions in Chinese history”. Harvard Journal of Asiatic Studies, vol. 13, p. 174-191. Citat per Cassady (1980), p. 29.



## **II - ASPECTES GENERALS I DESCENS DELS PREUS**

### **1 - Introducció**

L'estudi formal de les subhastes com a mecanisme d'assignació del preu i de la propietat d'un bé és relativament recent, els seus inicis només compten 50 anys. La recerca en aquest camp es fa des de la teoria de jocs, concretament com a jocs no cooperatius d'informació imperfecta. Aquest enfocament sembla molt adequat en tant que una subhasta té unes regles molt ben definides i uns jugadors fàcilment identificables.

Inicialment la investigació se centrà majoritàriament en el cas de la venda d'un sol bé; treballs com el de Smith i Case (1975) o el de Wilson (1979) són excepcions. En algunes ocasions s'ha parlat de plantejaments fets sobre la venda teòrica d'un bé únic per intentar entendre una situació en la qual es ven diversos objectes, tot i que Engelbregh-Wiggans (1980) ja va comentar que les dues situacions presentaven nombroses diferències i que les subhastes múltiples mereixien un tractament específic. Aquest fet potser permet entendre l'antagonisme existent entre alguns resultats teòrics i d'altres empírics com ara el referit al comportament dels preus al llarg de la sessió. Mentre que els models més clàssics i generals indiquen que els preus al llarg de la sessió haurien de ser constants o augmentar, els estudis empírics, que són relativament escassos i recents, recullen una tendència a la baixa. Aquest és un punt central de dos

dels tres treballs exposats en els capítols següents i, per això, es fa una revisió específica sobre el tema.

Aquest capítol està dividit en dues grans parts. La primera conté aspectes generals sobre els diferents mecanismes de subhasta ja clàssics. Bones explicacions genèriques del que s'ha desenvolupat en aquest camp són les revisions de McAfee i McMillan (1987), Wilson (1992) i, tot i que menys general, Milgrom (1987). La revisió de Engelbrecht-Wiggans (1980), actualment una mica obsoleta atès que posteriorment s'ha fet aportacions molt importants, té una bona estructura al presentar els diferents treballs classificats pels majors elements de la subhasta als quals fa referència (compradors, estratègies, objectes i funció de guanys). L'article de Wolfstetter (1996) es pot veure com una introducció a les subhastes; al igual que l'escrit de Klemperer (1999), que té la virtut de posar èmfasi en l'evolució de la literatura. Amb aquesta orientació introductòria, també es troba sense gran dificultat capítols o subcapítols de llibre [veure, per exemple, Fudenberg i Tirole (1991), McMillan (1996), Salanié (1997) o Wolfstetter (1999)]. Més recent i pròxim, en el sentit que ha aparegut a *Investigaciones Económicas*, és l'article de Burguet (2000). També val la pena esmentar revisions d'estudis experimentals o empírics com la de Kagel (1995) i la de Hendricks i Paarsch (1995); la de Hansen (1985) és més antiga però molt interessant atès que repassa les conclusions d'uns quants estudis empírics en relació al que prediu la teoria. Finalment, resta esmentar una monografia de diversos autors que s'ha fet clàssica editada per Engelbrecht-Wiggans, Shubik i Stark (1983), els dos volums que han aparegut l'any 2000 recollint les majors aportacions a aquest camp d'estudi des dels seus inicis fins avui [Klemperer (2000)] i també un llibre dedicat íntegrament a la teoria de subhastes [Krishna (2002)].

La segona part se centra exclusivament en l'estudi del comportament dels preus en subhastes múltiples i a la seva vegada té dues parts: un recull dels treballs que han

estudiat empíricament el comportament dels preus al llarg de la sessió (ja sigui amb dades de subhastes reals o fruit de simulacions), i un altre que conté els treballs que han estudiat possibles causes del fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió. Entre les revisions específiques sobre aquest tema, lògicament escasses, cal esmentar un article clàssic que assenta les característiques teòriques del comportament dels preus en encants seqüencials: Weber (1983).

## 2 - L'elecció d'una subhasta com a mètode de venda

Tot té un preu -però quin? Si es desitja vendre un bé del qual es desconeix el preu, una possible solució és organitzar una subhasta. Des d'èpoques remotes, arreu del món aquest mecanisme de determinació del preu i la propietat d'un bé ha estat emprat per transferir béns i drets en situacions en les quals no hi havia un preu *a priori*, ja sigui perquè són béns únics o escassament venuts, com les obres d'art o el suposat crani de Descartes<sup>1</sup>, o perquè el preu varia molt ràpidament. Val a dir que alguns dels béns venuts en encant tenen un cost d'oportunitat molt baix pel venedor, fins i tot nul (mercaderies de segona mà actualment inútils pels seus propietaris: cas d'alguns béns heretats, i probablement també dels presoners fets esclaus en moltes antigues campanyes com les de la reconquesta espanyola).

El venedor escull la forma de venda, com a agent racional només opta per organitzar una subhasta si aquest *a priori* sembla el mètode que li permet obtenir el major preu, o sigui si és el procediment que maximitza el seu guany esperat. Milgrom (1987) argumenta que l'estès ús, tant temporal com geogràfic, de les subhastes és en part degut al fet que l'assignació resultant és eficient en el sentit que pertany al nucli (*core*) i

---

<sup>1</sup> Le Temps 4/XI/1912, citat per Darmon (1989, p. 25).

conseqüentment és estable (no hi ha reassignació, revenda, atès que és Pareto òptima). Ell mateix complementa aquesta característica, necessària però no forçosament suficient, per justificar l'àmplia existència de les subhastes assenyalant els avantatges d'aquesta família de mecanismes d'assignació quan el venedor té una posició negociadora pobre, és a dir quan el seu conjunt d'informació és reduït. I, a més a més, fa notar que si es fixa un preu mínim de reserva adequat, aleshores un venedor informat pot considerar que per a ell és òptim vendre en subhasta.

Dit així, pot semblar que tot s'hauria de vendre en subhasta, però coexisteixen molts altres mecanismes altament emprats. El mateix Milgrom (1987) recorda que en una subhasta s'estableix un preu per a cada ítem que es ven i, de fet, aquest procediment s'utilitza bàsicament quan s'ha de fixar preus individuals, és a dir en béns que no tenen un preu de mercat clar *a priori*. Altrament, el venedor indica el preu. La informació juga doncs un paper fonamental en l'elecció del mètode, així com al llarg de tot el procés.

Però, fins i tot quan un preu és desconegut, l'únic procediment per establir-lo no és la subhasta. El preu pot ser fruit d'una negociació, pot determinar-lo una comissió d'experts... En una subhasta el preu és generat per la competència entre el agents, així no té gaire sentit recórrer a una subhasta si només hi ha un venedor i un comprador.

En aquest treball, per defecte, se suposa que hi ha un venedor que actua com a monopolista i  $n$  compradors que competeixen entre ells per adquirir el bé<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Es podria donar la situació contrària: un comprador i  $n$  venedors, les explicacions són fàcilment adaptables a aquesta situació que és senzillament a l'inrevés. D'altra banda, el cas en el qual hi ha molts compradors i molts venedors, com ara a la borsa, és objecte d'estudi de les subhastes dobles (*double auctions*) de les quals aquí no se'n parla.

Alguns dels procediments de subhasta tenen la virtut de ser ràpids: la velocitat a la qual s'estableix el preu pot condicionar l'elecció d'un encant com a mètode de venda (el peix, les flors... s'ha de vendre amb celeritat). Una altra raó, de caràcter més social, és la seva atribuïda transparència. Així, les vendes judicials i administratives a Espanya es realitzen mitjançant subhastes. Actualment, queden regulades per la *Ley de Enjuiciamiento Civil* 1/2000 de 7 de gener que en el capítol IV parla *del procedimiento de apremio* als articles 643 a 675, i pel capítol VI: *Enajenación de bienes embargados* (articles 139 a 152) del *Reglamento General de Recaudación* (1997) respectivament. També és un mecanisme emprat en circumstàncies extraordinàries, com ara en l'època de les grans desamortitzacions espanyoles.

### 3 - La subhasta com a joc

Un cop delimitat l'espai en el qual es desenvolupa un encant, cal descriure com és el mecanisme en sí. Una subhasta es pot veure com un joc no-cooperatiu d'informació imperfecta. En aquest joc hi participen  $n+1$  agents: un venedor pel qual es reserva el subíndex zero i  $n$  licitadors  $\{1, 2, \dots, i, j, \dots, n\}$ . Inicialment se suposa que el venedor només disposa d'un bé que valora en  $v_0$ ;  $v_0$  és el valor de reserva del venedor. El valor de reserva de cada licitador  $v_i$ , que és la quantitat màxima que l'individu  $i$  està disposat a pagar, és positiu o nul. El conjunt d'aquests valors està ordenat de major a menor i, per simplicitat, se suposa que no hi ha dos valors de reserva iguals<sup>3</sup>,  $v_1 > v_2 > \dots > v_n \geq 0$  i  $v_i \neq v_j \ \forall i, j / i \neq j$ .

---

<sup>3</sup> A la pràctica pot donar-se aquesta coincidència: en cas de col·lisió, la normativa establerta *a priori* per la sala que organitza la subhasta preveu la resolució del conflicte. En alguns models formals, els autors proposen resoldre l'assignació de la situació de coincidència mitjançant el llançament d'una moneda.

Una circumstància molt important que cal especificar sobre els valors de reserva dels compradors és si són independents entre ells o no. El supòsit d'independència implica que els compradors no revisen les seves valoracions al augmentar els seus coneixements sobre les valoracions d'altri. Els models que contempen aquest supòsit són coneguts com a models de valors privats. En l'altre extrem es troba els models de valor comú.

La finalitat del joc és establir el preu i la propietat del bé. El resultat depèn de les regles concretes del mecanisme i de les licitacions dels compradors. Sigui  $B_i$  la licitació del comprador  $i$ , i per  $B_{-i}$  es denota les licitacions de la resta de compradors. En aquest context, l'estratègia d'un comprador busca establir una licitació  $B_i$  que sigui la millor resposta a les licitacions de la resta de compradors en cada moment del joc. Així, el conjunt d'estratègies d'un comprador es correspon amb el conjunt de licitacions possibles. La licitació d'un comprador depèn de la informació de la qual disposa i que considera rellevant. Sota supòsit d'independència i depenent del tipus de mecanisme de subhasta, aquesta informació pot ser exclusivament la seva valoració del bé; a no ser que s'especifiqui el contrari se suposa que es compleix la condició d'independència de les valoracions. Per defecte, també se suposa que els compradors són del mateix tipus. Al llarg de l'anàlisi es busca equilibris simètrics, o sigui una estratègia vàlida per a qualsevol comprador.

Cada comprador escull aquella estratègia (licitació) que li genera el major guany esperat. Sigui  $P$  el preu d'adjudicació, en el cas més senzill el guany d'un comprador és  $v_i - P$  si efectivament s'emporta l'ítem, i  $0$  altrament (suposant que la no adjudicació no genera ni guanys ni pèrdues). En terminologia de jocs  $(v_i - P, 0)$  es coneix com a funció de pagament. Per tant, el guany esperat d'un comprador  $i$ , que es nota  $G_i$ , és igual a  $(v_i - P) \Pr ob(i s' endugui el bé)$ . A fi que un comprador racional participi en la

subhasta cal que es compleixi  $G_i \geq 0 \quad \forall i$ . A què correspon el preu i quina és la probabilitat que un comprador  $i$  adquireixi el bé? La resposta depèn de les regles concretes del procediment.

El procediment el tria el venedor, en paraules de McAfee i McMillan (1987) actua com el líder del joc que descriu Stackelberg, és qui fa el primer moviment, i en això condiciona l'actuació de la resta de jugadors (els licitadors). El seu objectiu és apoderar-se del màxim excedent: és a dir de tota la diferència  $v_i - v_0$  (se suposa que  $v_i \geq v_0$ , altrament no hi hauria venda). El venedor desitja vendre el bé al comprador que està disposat a pagar més, i exactament pel preu màxim que aquesta persona pot arribar a oferir, però que no coneix amb certesa. Suposant que finalment es ven l'objecte, el problema pel venedor és  $\max[E(P) - v_0]$  s.a.  $E(P) - v_0 \geq 0$ ; és a dir maximitzar el seu guany esperat; aquest és el camp d'estudi clàssic de les subhastes òptimes.

Si hi hagués informació perfecta el venedor sabria que el valor de reserva més elevat és  $v_i$  i, per tant, vendria el bé per aquest preu. Aquest mecanisme de venda li reportaria el màxim benefici possible i no li caldria recórrer a una subhasta, tot i que un encant en el qual s'establís un preu de reserva, és a dir un preu mínim per sota del qual l'objecte no s'adjudica,  $r/r = v_i$ , li reportaria al venedor el mateix benefici (ignorant els costos d'organització).

Tanmateix, sovint el venedor desconeix els preus de reserva dels diferents compradors. Necessita un mecanisme de venda que li permeti extreure aquesta informació, si més no parcialment. Una subhasta ho possibilita en tant que no és el venedor qui proposa els preus possibles sinó els compradors, i fent això revelen informació. Ara bé, els compradors transmeten que per un determinat preu estan

interessats pel bé mentre competeixen entre ells, és a dir que solament es genera informació mentre hi ha competència. És la competició pel bé el que genera informació. Cal dir que la informació no és completa; la quantitat que es desvela al llarg del procés depèn del tipus de mecanisme.

#### 4 - Els mecanismes de subhasta

Per subhasta s'entén diversos mecanismes; en la literatura teòrica se'n distingeixen generalment quatre: la subhasta anglesa, l'holandesa, la de primer preu i la de segon preu. Tots aquests procediments assignen el bé al comprador que realitza la major oferta, altrament s'estaria explícitament emprant un procediment que facilitaria que l'adjudicació no fos al comprador que valora més el bé, possibilitant-se així la posterior revenda; en aquest sentit l'assignació no seria eficient.

##### 4.1 - La subhasta a l'alça

En la **subhasta anglesa, a l'alça o progressiva** es genera una seqüència d'ofertes cada cop més elevades que els compradors (com a mínim un) assumeixen consecutivament fins que s'arriba a un preu per sobre del qual el bé aparentment ja no interessa a ningú. Aleshores la subhasta s'atura, el bé s'adjudica a qui hagi acceptat el preu més elevat per aquesta quantitat.

En el món real, en sales diferents tenen lloc subhastes angleses aparentment poc similars. Pot haver-hi un subhastador que anunciï oralment els preus a l'alça o, alternativament, que el procés estigui informatitzat, i els preus apareguin en terminals d'ordenador o en una gran pantalla. A més a més, la subhasta pot desenvolupar-se en



varies sales simultàniament, també pot succeir que els compradors siguin remots i hi participin mitjançant el telèfon o qualsevol altre sistema. D'altra banda, és possible que siguin els mateixos compradors els qui articulin la sèrie de preus a l'alça, com passa en la subhasta del clàssic joc del bridge. La forma en la qual els compradors van assumint els diferents preus pot, al seu torn, estar més o menys informatitzada. En alguns casos els compradors en comptes d'anunciar que els interessa el bé per aquell preu han de fer l'inrevés, informar que deixen d'estar-hi interessats i volen abandonar la subhasta, com ara passa en el pòquer. L'increment dels preus pot ser constant, sense perjudici per a qualsevol altra opció.

Sobre el tipus de bé que es transacciona mitjançant un encant a l'alça, cal dir que, actualment, és el mecanisme més emprat per vendre obres d'art i antiguitats. No obstant això, històricament s'ha emprat per adjudicar tot tipus d'ítem; valgui d'exemple recordar que els corredors de coll, que actuaven com agents oficials als encants vells on podia acudir-hi tothom qui desitgés vendre quelcom a públic encant, i que van subsistir fins a mitjans del segle XIX, pregonaven els articles amb un crit especial: 'Qui en dóna més? [Amades (1950), vol. 5, p. 683-718], que correspon a una subhasta a l'alça. Avui en dia, algunes matinades als encants de Barcelona encara es pot veure subhastes a l'alça en les quals els preus, tradicionalment, s'han cantat en duros.

Altres procediments, que tenen un nom propi, són variants d'una subhasta a l'alça. Així la *subhasta japonesa*, en la qual els licitadors proposen preus simultàniament i tenen la possibilitat d'anar fent contraofertes en un espai de temps limitat que marca el subhastador; sembla que el subhastador espera sentir una oferta que arribi a les expectatives de preu que ell s'havia fet per aturar la subhasta [Smith (1990), p. 18-19]. En aquest cas, la subhasta no s'ha de veure com un mecanisme per determinar el preu, sinó només per decidir-ne el propietari. Es tracta doncs d'una subhasta anglesa en la qual es limita l'espai de temps per fer ofertes. La idea d'acotar el temps també es troba

en subhastes europees com a mínim des de finals de l'edat mitjana: es coneix el sistema de la candela: mentre dura la flama d'una espelma es pot fer puges; la primera referència anglesa a aquesta tècnica sembla que és de l'any 1490 [Learnmount (1985), p. 18]. Mitjançant aquest mateix procediment al segle XVII es va vendre *au plus offrant* els béns del Cardenal Mazarin que havia aplegat una col·lecció de quadres important. També existia una segona variant molt similar a la de l'espelma que consistia en limitar el temps amb un rellotge de sorra [Naegelen (1988), p. 9].

Una subhasta anglesa es pot veure com un seguit de licitacions en el temps,  $B_{it}$   $t \in \{1, 2, \dots, m\}$  on  $B_{it}$  és l'oferta que realitza el comprador  $i$  en el moment  $t$ . La sèrie d'ofertes és ascendent:  $B_{it} < B_{it+1} \quad \forall i, j$  on  $i$  i  $j$  denoten licitadors.

Al llarg del procés hi va havent licitacions mentre hi ha algun comprador disposat a assumir un preu superior a la darrera oferta; per  $B_{it} > v_2$  només un comprador està disposat a adquirir el bé  $i$ , per tant, ningú no fa cap contraoferta: la subhasta s'atura. El bé s'adjudica per un preu  $P = v_2 + \epsilon = B_{i=1} = m$ ,  $\epsilon$  essent una quantitat positiva tan petita com es vulgui<sup>4</sup>. Evidentment, encara que  $v_1 > B_{it}$ , el comprador no es sobrelicita a ell mateix<sup>5</sup>. Aquesta política atura el flux d'informació i deixa en l'incògnit precisament per la valoració que el venedor més cobeja saber, la més elevada.

El preu resultant depèn de quin comprador assumeix l'oferta  $B_{it} = v_2$ . Si  $B_{it} = v_2$  on  $i = 2$ , aleshores, hi ha una contraoferta  $B_{1m} = v_2 + \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ); mentre que quan  $B_{it} = v_2$  on  $i = 1$  no hi

---

<sup>4</sup> A la pràctica això no sempre és cert. Les regles de moltes sales estableixen augments constants per determinats trams, és a dir que les licitacions es fan en un espai discret i no continu.

<sup>5</sup> Se suposa que els agents són racionals; en les subhastes de caritat no té perquè ser cert.

ha contraoferta i  $t=m$ . En el cas continu  $\epsilon$  pot ser tan petit com es vulgui, en el límit el preu de les dues situacions és  $v_2$ . Aquest és el resultat amb el qual es treballa<sup>6</sup>.

Clarament, per un comprador  $i$  és una estratègia estrictament dominant en tot moment  $t$ ,  $\sigma_{it}^*$ , anar acceptant quantitats superiors mentre la darrera oferta realitzada no hagi estat assumida per a ell mateix i sigui inferior al seu valor de reserva.

$$\sigma_{it}^* \begin{cases} \text{ofertir } B_{it} = B_{j_{t-1}} + \epsilon & \text{on } j \neq i \text{ i } \epsilon > 0 & \text{si } B_{j_{t-1}} + \epsilon < v_i \text{ on } j \neq i \\ \text{no licitar} & & \text{si } B_{j_{t-1}} + \epsilon \geq v_i \text{ o si } j = i \end{cases}$$

Aquesta estratègia, que és independent del posicionament dels compradors envers al risc, genera un preu final igual a la darrera oferta realitzada  $P=B_{jm}=v_2$ . Aquest resultat és segur. Val a dir que si  $B_{j_{t-1}} + \epsilon = v_i$  per  $i \neq j$ , aleshores, el comprador  $i$  seria indiferent envers licitar o no licitar. Però, en un espai continu aquest problema no sorgeix.

---

<sup>6</sup> Milgrom (1987) descriu molt bé els problemes de la transposició de resultats continus i discrets pels diferents mecanismes.

Vickrey (1961) dedueix que el preu esperat<sup>7</sup> és en mitjana igual a  $\frac{n-1}{n+1}$ , amb una variància igual a  $\frac{2(n-1)}{(n+2)(n+1)^2}$  quan les valoracions dels compradors provenen independentment d'una distribució uniforme  $[0,1]$ . És interessant destacar un detall molt raonable: a major competència (més licitadors) major preu esperat. Aquest fet té una explicació molt senzilla: si d'una distribució uniforme  $[0,1]$  s'extreu independentment  $n > 2$  observacions, la probabilitat que no hi hagi dues o més observacions superiors a  $v$  on  $v \in [0,1]$  és  $g(v,n) = v^n + n v^{n-1} (1-v)$ , aquesta funció decreix si  $n$  augmenta. Aquest resultat es manté si els valors de reserva dels licitadors provenen d'una distribució qualsevol  $F(v)$  contínua i diferenciable [veure Harris i Raviv (1981)]. Transposant aquest resultat a subhastes reals, indica que el venedor ha de difondre que organitza una subhasta, la qual cosa es fa; valgui d'exemple mencionar que ja en el segle XVIII algunes sales britàniques editaven catàlegs previs a les subhastes de col·leccions importants. Algunes d'aquestes obres són al *British Museum*. Actualment

---

<sup>7</sup> Vickrey (1961) planteja el problema en els termes següents: atès que els valors de reserva dels compradors estan extrets independentment d'una distribució uniforme  $[0, 1]$ , la probabilitat que un individu tingui el segon valor de reserva més elevat i que aquest estigui comprès entre  $v$  i  $v+dv$  es correspon amb la probabilitat que dos individus tinguin un valor superior a  $v$  i només un tingui un valor superior a  $v+dv$ , on  $dv$  és una quantitat tan petita com es vulgui. La probabilitat que un individu tingui un valor inferior a  $v$  és  $v^n$ , per tant, la probabilitat que  $n-2$  individus tinguin simultàniament un valor inferior a  $v$  és  $v^{n-2}$ . De la mateixa manera, considera que  $1-v^{n-1} dv$  és la probabilitat que un individu tingui un valor superior a  $v+dv$ . Per tant  $v^{n-2} \cdot v^{n-1} dv$  és la probabilitat buscada. Aquesta situació pot donar-se  $n(n-1)$  vegades atès que qualsevol dels  $n$  individus pot tenir el valor de reserva més elevat o el segon més elevat de forma no simultània.

El preu esperat és doncs:  $E(p) = \int_0^1 n(n-1)(v^{n-1} - v^n) dv$ . Posteriorment, dedueix la variància del preu mitjançant l'expressió  $\sigma^2 = \int (v-p)^2 f(v) dv$ , o sigui:

$$\sigma_p^2 = \int_0^1 \left(v - \frac{n+1}{n-1}\right)^2 n(n-1)(v^{n-2} - v^{n-1}) dv .$$

són una font de documentació per refer la història d'un quadre i poder donar major solidesa a la seva possible autenticitat.

Pel que fa a l'excedent del comprador que obté el bé és igual a la diferència esperada entre els dos valors de reserva més elevats. McAfee i McMillan (1987) expliquen que aquest és  $\frac{1-F(v_1)}{f(v_1)}$ , on  $F(v)$  és la funció de distribució de la qual s'ha extret

independentment els valors de reserva i  $f(v)$  la de densitat. Vickrey (1961) especifica els resultats per una funció d'origen uniforme  $[0,1]$ . L'excedent del comprador és  $\frac{1}{n+1}$

amb una probabilitat associada igual a  $\frac{n}{n+1}$  i, per tant, el guany esperat és

$$G_i = \frac{n}{(n+1)^2}, \text{ essent la variància } \frac{n}{(n+1)^2(n+2)}, \text{ per } n > 2.$$

En una subhasta anglesa sovint es ven més d'un bé; no obstant això, aquest escenari ha estat menys estudiat. Vickrey (1961) distingeix dos casos de subhastes múltiples de béns homogenis: el simultani i el seqüencial. En el primer cas, una regla que fixi un preu igual a la  $s+1$ -èssima licitació ( $s$ =nombre d'objectes a vendre) genera un resultat Pareto òptim, sempre i quan es compleixi els següents supòsits: 1) cada comprador només desitja un bé (preferències unitàries), 2) no hi ha col·lusió dels compradors, 3) els compradors són simètrics, i 4) els valors de reserva són independents. De fet, en un mecanisme amb aquestes característiques l'honestedat és una estratègia dominant; el preu final és únic i igual a  $v_{s+1}$  [veure també Vickrey (1962)].

També proposa una solució pel cas de preferències no unitàries. Donada la funció de demanda de cada participant, cada unitat s'assigna al comprador amb la licitació més elevada per aquella unitat pel preu més elevat ofert per un altre comprador.

Què cal fer quan no hi ha una regla preestablerta per establir el preu? Vickrey (1961) estudia el cas de la venda seqüencial de dos objectes idèntics a compradors que només desitgen un bé cada un.

En la primera subhasta de la sèrie els compradors han de realitzar les seves ofertes simultàniament (en un sobre), el bé s'adjudica a la persona que ha fet la licitació més elevada pel segon preu més alt (és un mecanisme conegut com a subhasta de segon preu). La segona és progressiva i, un cop realitzada la primera, es pot veure com una subhasta única. Així el preu d'adjudicació serà el segon valor de reserva més elevat dels que restin. Suposant que l'assignació sigui eficient aquest correspon al tercer valor de reserva de la sèrie inicial ( $v_3$ ). Com que se sap que en el segon encant es pot adquirir l'objecte per aquest preu, no té sentit pagar-ne més en el primer (se suposa neutralitat al risc). D'altra banda, pagar menys en el primer pot implicar una assignació ineficient, és a dir la no adjudicació del bé a un dels dos jugadors amb valors de reserva més elevats. En la primera subhasta és raonable intentar oferir el preu esperat de la segona.

Una estratègia que generi aquest resultat, genera un equilibri de Nash. Vickrey (1961) va precisar que l'oferta que hauria de realitzar cada comprador en la primera subhasta

és  $B_i = \frac{n-2}{n-1} v_i$ , d'aquesta manera els preus esperats en les dues subhastes són iguals.

Per tant, **s'espera que en mitjana els preus siguin constants al llarg de la seqüència de ventes**. Tanmateix, l'autor comenta que hi ha diferències de variàncies i

la possibilitat que els resultats no siguin Pareto òptims si els compradors no són simètrics entre la venda seqüencial i un mecanisme de venda simultània en el qual s'establís un preu uniforme igual a  $B_3$ , que com ja s'ha dit correspon a  $v_3$ , i els objectes fossin assignats als dos compradors que haguessin realitzat les ofertes més elevades.

#### 4.2 - La subhasta a la baixa

Un altre mecanisme tradicional és la **subhasta holandesa o a la baixa**. És especialment emprat per vendre productes semblants que apareixen en grans quantitats com ara el peix, les flors, el tabac... No obstant això, qualsevol bé és susceptible de ser subhastat mitjançant aquest procés. La seva existència també és força remota, en el mercat de formatges a Alkmaar, Holanda, sembla ser que se subhasta a la baixa ininterrompudament des del 1345, tot i que possiblement aquesta forma de venda és anterior.

La dinàmica és la següent: el subhastador, ja sigui oralment o mitjançant terminals d'ordinador i de manera constant o no, va proposant una sèrie de preus cada cop més baixos fins que un comprador proclama que per l'últim preu anunciat li interessa el bé. Aleshores la subhasta s'atura, i el comprador en qüestió adquireix el bé per aquell preu. Cap altre participant té la possibilitat de contraoferir, tot i que el subhastador té incentius a acceptar un preu més elevat. Així doncs, l'organitzador ha d'assegurar que manté el procediment establert, ja sigui per imposició legal, pel renom de la sala... per què el procés no es transformi, posteriorment, en una subhasta a l'alça. Clarament, aquest procediment és més ràpid que l'anterior, atès que és exclusivament el subhastador qui marca el *tempo*. Potser el seu recurs per vendre mercaderies peribles

(flors, peix...) que es presenten en grans quantitats està relacionat amb aquesta característica.

De Marchi (1995) diferencia tres variants de subhastes a la baixa que coexistien a Holanda al segle XVII: 1) La clàssica i de referència en aquest escrit en la qual el preu va baixant fins que un comprador accepta l'objecte pel darrer preu anunciat i el procés s'atura. 2) La segona és un mecanisme complex. Inicialment el preu augmenta i després torna a disminuir, però, la segona seqüència comença per sobre del preu de la darrera oferta acceptada en la puja. Aquesta circumstància genera major informació sobre el preu del bé. 3) Finalment, una tercera, en la qual primer els preus baixen i després tornen a pujar, és a dir es permet contraferir. Potser seria més correcte considerar-la una variant de la subhasta anglesa atès que el preu és fruit de la seqüència de preus a l'alça.

En una subhasta holandesa els licitadors han de decidir què oferir sense tenir cap informació sobre les preferències de la resta de participants, ja que han de prendre la decisió d'aturar la subhasta abans que ningú no hagi dit res. La subhasta genera informació al venedor sobre el preu que els compradors estan disposats a pagar pel bé en tant que un comprador declara la seva disposició a pagar pel bé el preu al qual para la subhasta. Per la resta de licitadors aquesta informació es pot considerar anecdòtica donat que no es permet fer contraofertes. Tot i així, si el procés es repeteix per altres béns idèntics, aleshores, la informació revelada en la primera subhasta pot ser important. La quantitat d'informació que es genera en una subhasta holandesa envers el venedor i la resta de jugadors és molt inferior a la que es transmet en una subhasta anglesa. En una subhasta a l'alça es va desvelant progressivament informació sobre el bé al llarg de tota la seqüència de preus, mentre que en una a la baixa només se'n genera quan el procés s'acaba.



El comprador que té més opcions a quedar-se el bé és aquell qui està disposat a pagar-lo més car. Tanmateix, per assegurar-se l'adquisició del bé no és necessari que aboni  $v_1$ , tan sols li cal parar la subhasta a<sup>8</sup>  $v_2$ . El problema bàsic per aquest comprador és que desconeix  $v_2$ , tot i així, el seu objectiu és oferir  $v_2$ , i la seva estratègia enfoca aquest objectiu. En aquest sentit, s'assembla a la subhasta seqüencial de béns idèntics ja descrita; el problema pels compradors és equiparable, en ambdues situacions han d'estimar el valor de reserva d'un altre jugador.

Pel comprador decidir quan ha d'aturar la subhasta és relativament complex i, de fet, no té una estratègia dominant. Com escull la seva licitació? Senzillament, dedueix la licitació que maximitza el seu guany esperat. El problema es pot plantejar en els termes següents: escollir  $B_i$  tal que maximitzi  $G_i = (v_i - B_i) \text{Prob}(B_i > B_j \ \forall i \neq j)$ . Es pot substituir  $B_j = v_j$  entenent que  $v_j$  és la licitació màxima un comprador  $j$  realitza atès que sobrevalorar és una estratègia dominada (en cas d'adjudicació la funció de guanys és negativa, mentre que si optés per no licitar seria nul·la). És a dir, s'intenta trobar la licitació mínima que garanteixi l'adjudicació del bé independentment de quina sigui l'estratègia emprada per la resta de compradors. D'altra banda, un comprador també suposa que el seu valor de reserva és el més elevat, altrament no participaria en la subhasta.

Per dur a terme aquest còmput és necessari tenir un mínim d'informació sobre els valors de reserva de la resta de jugadors. Per exemple, se suposa que és *common knowledge* que tots provenen independentment d'una mateixa distribució coneguda.

---

<sup>8</sup> Si el venedor hagués establert un preu de reserva  $r$  tal que  $v_1 > r > v_2$ , aleshores, li caldria oferir  $r$ .

Vickrey (1961) va deduir que l'estratègia era oferir  $B_i = \frac{n-1}{n} v_i$  quan els valors de reserva d'uns compradors neutrals al risc estaven tots extrets independentment d'una distribució uniforme  $[0, 1]$ . Aquesta estratègia genera un equilibri de Nash. Si tothom actua així, l'assignació és eficient. Aquesta estratègia l'apliquen tots els jugadors, cal remarcar que  $\frac{\partial B}{\partial v} > 0$  per  $n \geq 2$ . És a dir que l'ordre de les licitacions és el dels valors de reserva i, per tant, l'ítem s'assigna al comprador amb el major valor de reserva. El preu esperat<sup>9</sup> és  $E(P) = \frac{n-1}{n+1}$  i la variància del preu és igual a  $\frac{(n-1)^2}{n(n+1)^2(n+2)}$ . Val a dir, que no gens sorprenentment, el preu resultant és el mateix que el preu que s'assoleix en una subhasta anglesa; però, la variància és inferior en  $\frac{2n}{n-1}$ . Pel que fa als guanys esperats, cal destacar que les variàncies de la subhasta anglesa i holandesa també són diferents. Concretament, en la subhasta holandesa és  $n^2$  cops més petita i igual a  $\frac{1}{n(n+1)^2(n+2)}$ , per  $n > 2$ .

Per ser més exactes, cal dir que Vickrey (1961) va deduir aquests resultats en el cas d'una subhasta de primera licitació, que com es veurà tot seguit pot equiparar-se a una subhasta holandesa.

---

<sup>9</sup> Seguint un plantejament idèntic al descrit per una subhasta a l'alça, el preu esperat és el resultat de la següent expressió  $\int_0^1 \left(\frac{n-1}{n} v\right) n v^{n-1} dv$ , en la qual el primer terme correspon al preu, o sigui la licitació enunciada, i el segon a la probabilitat que efectivament sigui la més elevada per cadascun dels compradors. La variància del preu és

$$\sigma_p^2 = \int_0^1 \left( \frac{n-1}{n} v - \frac{n-1}{n+1} \right)^2 n v^{n-1} dv.$$

En general, si les valoracions provenen independentment d'una distribució qualsevol  $F(v)$  contínua i diferenciable, amb funció de densitat  $f(v)$ , i se suposa neutralitat en front del risc d'uns compradors que no es coalicionen la funció de pagaments és  $\frac{1-F(v_1)}{f(v_1)}$  i la de guanys  $G_I = \frac{1-F(v_1)}{f(v_1)} F(v_1)^{n-1}$ , on  $F(v)^{n-1}$  és la probabilitat que  $n-1$  valors de reserva siguin inferiors a  $v$  [veure McAfee i McMillan (1987)].

#### 4.3 - La subhasta de primer preu

Les **subhastes de primera licitació o de primer preu** són especialment freqüents en l'adjudicació de projectes públics, és a dir en situacions en les quals hi ha un comprador i més d'un venedor. Actualment, com a mecanisme de venda són corrents en l'adjudicació de drets d'explotació. D'altra banda, a Catalunya a la Baixa Edat Mitjana sembla ser que se subhastava cases i terres mitjançant aquest mecanisme. Era un procés regulat realitzat per corredors autoritzats *cursores publicos et iuratos*; aquests deixaven la casa en venda durant trenta dies i l'adjudicaven a qui n'oferia més [Riu i Pintó (1980-1982ab)]<sup>10</sup>.

Com a mecanisme de venda té una dinàmica molt senzilla: cada licitador fa una oferta en un sobre tancat i el venedor escull l'opció que més li convé, lògicament la major. El bé s'adjudica doncs a la persona que ha realitzat l'oferta més elevada i exactament pel preu que ha anunciat. Aquest procediment facilita que participin en la subhasta compradors que altrament potser no podrien assistir-hi.

---

<sup>10</sup> La descripció trobada fa pensar que es tracta d'aquest mecanisme. Malauradament, no s'hi diu explícitament que les ofertes no es fan públiques conforme es reven; tot i que no sembla probable, no es pot descartar del tot, en aquest cas seria una variant d'una subhasta anglesa.

En cas de ser utilitzada com a mecanisme de compra, l'elecció de l'oferta guanyadora sol incloure l'avaluació d'altres paràmetres diferents al preu, com ara la qualitat, atès que els venedors rarament ofereixen exactament el mateix producte. Cal assenyalar que la llei 13/1995 de 18 de maig de *Contratos de las Administraciones Públicas*, que regula els procediments administratius d'adjudicació en subhasta, només anomena subhasta als processos en els quals la competència és exclusivament en preu, anomenant concursos a la resta.

Formalment, aquest mecanisme és idèntic a una subhasta a la baixa atès que els compradors han de decidir *a priori* què oferir pel bé sense saber res de la resta de compradors, i en cas d'adjudicació es paga la quantitat proposada. Els paràmetres que ha d'afrontar un comprador en els dos tipus d'encant són els mateixos, en les mateixes condicions informatives, i amb les mateixes conseqüències i, per tant, la seva estratègia és la mateixa.

Així des de la teoria, **la subhasta de primer preu es veu com una subhasta holandesa**. Les conclusions aplicables a una subhasta a la baixa també ho són a una de primer preu. No obstant això, per decidir quina quantitat oferir és important conèixer el nombre de compradors. En el plantejament d'un model teòric sempre es pot suposar que aquest valor és conegut. Però, en la pràctica el nombre de compradors és susceptible de ser més incert en una subhasta de primer preu que en una subhasta holandesa, atès que en el darrer cas els possibles compradors són observables i en el primer no.

Quan es compara una subhasta de primera licitació i una anglesa la diferència fonamental de cara a l'estratègia és que en la primera no es permet contraofertar, és a dir no es fan públiques les licitacions conforme es reben. Per tant, tot i que el procés

d'admissió de licitacions pugui allargar-se en el temps, com a joc té un sol moviment, cada jugador realitza com a màxim una acció.

#### 4.4 - La subhasta de segon preu

La **subhasta de Vickrey o de segon preu** fou descrita per Vickrey (1961). La dinàmica de funcionament és idèntica a la de la subhasta de primera licitació. Tots els licitadors proposen un preu en un sobre tancat en funció dels quals el venedor escull. Però el resultat és diferent car el venedor es compromet a adjudicar el bé al comprador que ha fet l'oferta més elevada, però aquest només paga un preu igual a la segona oferta més elevada ( $B_2$ ). Per tant, si els participants ofereixen el seu preu de reserva  $v_i$ , el bé se'l queda el comprador que ofereix  $v_1$  per  $v_2$ ; d'aquí el seu nom. Com en el cas de la subhasta holandesa el compromís del venedor a fer pagar  $B_2$  ha de ser creïble; òbviament, el venedor té incentius a demanar la quantitat  $B_1$ .

La subhasta de Vickrey incentiva als compradors a oferir el seu preu de reserva. El fet que l'honestedat sigui una estratègia dominant es conserva encara que el venedor estableixi un preu de reserva. Si aquest fos adequat el mecanisme podria ser òptim pel venedor; és el que s'anomena un mecanisme de revelació directa, o sigui un procediment en el qual la funció de pagaments està establerta de manera que no mentir sigui una estratègia dominant per a tots els licitadors. Myerson (1981) explica que l'estudi de subhastes òptimes es pot limitar a l'estudi de mecanismes de revelació directa. Això és gràcies al que queda recollit en el principi de revelació que estipula que per tot mecanisme factible<sup>11</sup>, existeix un mecanisme de revelació directa equivalent que

---

<sup>11</sup> Un mecanisme és factible si es compleix que els individus actuen racionalment (només participen quan el guany esperat no és negatiu) i si no en treuen res de mentir (condició de compatibilitat d'incentius).

genera les mateixes utilitats esperades per a tots els jugadors. En aquest sentit, sota supòsit d'independència de les valoracions, la subhasta de segon preu és equivalent a una subhasta a l'alça. Els resultats sobre els preus i els guanys esperats així com sobre les seves variàncies són els mateixos.

Perquè no menteixen els possibles compradors? El preu no depèn de la licitació que ells facin, sinó de les d'altri. El preu que paga un comprador  $i$  a qui se li adjudica el bé és independent del fet que hagi revelat  $v_i$  o una quantitat inferior ( $B_i < v_i$ ). La seva licitació només condiciona l'assignació: com més elevada sigui, més fàcilment s'emportarà el bé. Clarament, aquest fet desincentiva la sotsvaloració, o sigui oferir una quantitat inferior al valor de reserva. Pel que fa la sobrevaloració [oferir  $B_i$  tal que  $B_i > v_i$ ] té un risc: pagar més pel bé del valor que aquest té per a un mateix; el límit perquè aquesta situació no es produeixi és el valor de reserva del comprador. Si un comprador  $i$  ofereix  $B_i$  tal que  $B_i > B_2 > v_i$  (1), aleshores la seva funció de pagament és negativa i igual a  $v_i - B_2 < 0$ . En els casos en els quals  $B_i > v_i > B_2$  i  $B_2 > B_i > v_i$  oferir  $B_i$  en comptes de  $v_i$  no canvia els resultats. Així  $G_i(B_i = v_i) \geq G_i(B_i > v_i)$ , la desigualtat és estricta en la situació (1). Així doncs, sobrevalorar és una estratègia estrictament dominada.

És possible que el recurs a aquest procediment sigui més recent. No obstant això, a tall d'anècdota, es pot comentar que Goethe va vendre el manuscrit de *Hermann und Dorothea* el 1797 mitjançant una subhasta de segon preu en la qual havia fixat un preu de reserva [Moldovanu i Tietzel (1998)]. També s'utilitzava regularment aquest mecanisme a finals del segle XIX per vendre segells [Lucking-Reiley (2000)].

Actualment, és el mètode emprat pel mont de Pietat de “*La Caixa*”. A més a més, la seva utilització en combinació amb altres mètodes com ara una subhasta anglesa és força estesa: les sales de subhastes privades de Barcelona, que venen mitjançant subhasta a l'alça, sovint també ofereixen la possibilitat de fer ofertes privades per correu i aquestes es regeixen per unes regles corresponents a una subhasta de segon preu. Les subhastes judicials i les administratives també contempnen aquesta possibilitat.

L'exemple de la sala “*Casa de Subhastes de Barcelona*” que a més de les licitacions a sala accepta ofertes enviades prèviament per fax o correu és interessant atès que les ofertes rebudes, o sigui les dels compradors que compren mitjançant una subhasta de segon preu tenen preferència sobre les demés. Així, quan es realitza la subhasta, el propi subhastador representa a la persona que ha enviat l'oferta més elevada, licita per ella, especificant que ho fa *por orden*. Quan per ordre l'objecte surt inicialment per  $x$  i, l'oferta màxima enviada és de  $x+1$  *increment*, el comprador de la sala que desitgi el bé ha de començar assumint  $x+2$  *increments*. Aquesta circumstància es desvela quan declara el seu interès per l'objecte. En el cas que no hi hagi licitant a la sala i que varies persones hagin enviat una oferta per correu el bé s'adjudica a la persona que ha fet l'oferta més elevada pel segon preu més elevat més un increment.

#### 4.5 - Taula-síntesi

A continuació es presenta una petita taula a mode de síntesi el la qual es recull els trets principals dels diferents mecanismes de subhasta (taula I).

<b>Subhasta</b>	<b>Anglesa</b>	<b>Holandesa</b>	<b>1a Licitació</b>	<b>Vickrey</b>
Preu adjudicació	El més alt	L'únic conegut	El més alt	El segon més alt
Comprador	El de major preu	El que l'atura	El de major preu	El de major preu

Temporalitat de les ofertes	Seqüencials	Única	Simultànies*	Simultànies*
Possibilitat de fer contraofertes	Sí	No	No	No
Anunci de l'oferta	Públic	Públic	Privat	Privat
Necessitat compromís venedor	No	Sí	No**	Sí

**Taula I: Els diferents mecanismes de subhasta**

\* En el sentit que el subhastador obre tots els sobres simultàniament; en una subhasta de segon preu sota supòsit d'independència dels valors de reserva i quan no hi ha valors coincidents, aquest fet no és rellevant de cara a l'estratègia.

\*\* Amb les ofertes a la mà el venedor no en té cap de més avantatjosa i en aquest sentit no és necessari el seu compromís. Però, cal un compromís per a no acceptar contraofertes, la qual cosa no passa en una subhasta anglesa atès que el mecanisme les contempla.

### **5 - Teorema de l'equivalència**

Els resultats fins aquí exposats (guanys esperats pels diferents agents) són els mateixos amb independència del mecanisme emprat quan les valoracions dels licitadors són independents, els compradors són neutrals en front al risc, no es coalicionen i només se subhasta un bé. Aquest igualtat és coneguda com a **teorema de l'equivalència**.

La primera persona que detectà aquesta igualtat, que després ha estat represa per altres estudiosos [veure, per exemple, Myerson (1981) o Riley i Samuelson (1981)], fou Vickrey (1961). Es pot destacar que aquesta equivalència teòrica es manté en subhastes múltiples sota el supòsit addicional de preferències unitàries [veure Harris i Raviv (1981) pel cas d'una distribució d'origen uniforme, i Maskin i Riley (1989) en un context més general].

De les explicacions de Vickrey (1961) cal recalcar un seguit d'aspectes interessants:

Una subhasta a l'alça i una a la baixa no són del tot equivalents atès que les distribucions dels preus i dels guanys esperats no són idèntiques: les variàncies són diferents. Ja s'ha vist que les d'una subhasta holandesa (o de primer preu) són inferiors a les de l'anglesa (o de segon preu). Aquestes discrepàncies són importants quan es



relaxa el supòsit de neutralitat en front del risc. Concretament, és d'esperar que un venedor avers al risc opti pel procediment amb menor variància associada als seus resultats (la subhasta holandesa o la de primer preu). Val a dir, però, que aquesta anàlisi no inclou aversió al risc en el disseny de les preferències dels compradors.

D'altra banda, Vickrey (1961) també explica les conseqüències de la no homogeneïtat dels compradors (relaxa el supòsit de simetria). Davant de subgrups de licitadors, la subhasta holandesa pot generar resultats que no siguin òptims de Pareto. L'objecte pot ser adquirit per un comprador que no tingui el major preu de reserva, generant-se així la possibilitat de revenda ulterior. En aquest sentit, la subhasta no resulta un mecanisme d'assignació eficient. Així, la subhasta progressiva és superior a l'holandesa i a la de primer preu. L'autor va analitzar el cas de dos compradors, el primer amb un preu de reserva tret d'una distribució uniforme  $[0,1]$ , i l'altre amb un valor constant  $a$ . Els resultats depenen de  $a$ : per  $a > 0,43$  la subhasta a la baixa genera preus superiors, mentre que per  $a < 0,43$  s'inverteix el resultat. Maskin i Riley (1985) també comproven que la vulneració del supòsit de simetria és incompatible amb el teorema de l'equivalència, i expliquen que quan les funcions de distribució de dos tipus de compradors tenen la mateixa forma però suport diferent la subhasta de primer preu és superior a l'anglesa; mentre que si les dues distribucions són diferents tot i estar en el mateix suport es dona la situació inversa.

Què passa quan els licitadors s'associen entre ells i, per tant, no hi ha el mateix grau de competència? Si els compradors estan coalicionats, la competència disminueix i, conseqüentment, el preu. Un exemple d'aquest fet s'ha pogut observar a una de les grans sales dels Estats Units on un grup marxants van acordar no sobre licitar-se entre ells, aconseguint a molt bon preu aquelles obres que bàsicament només els interessaven, en aquell moment, a ells. Respecta a la col·lusió una pregunta interessant és quins mecanismes són més hermètics a personatges com els *subbasteros*, és a dir

aquells grups de licitadors que es reparteixen les subhastes judicials d'aquest país i desincentiven la participació de ciutadans externs a ells. Una estratègia d'aquests personatges és fer ofertes elevades per les peces per les quals els externs demostrin interès. Així, una persona externa o bé no aconseguirà l'objecte o bé en paga un preu elevat, quan hagués pogut aconseguir-lo per un preu inferior previ acord amb un *subhastero*. La subhasta anglesa contempla les contraofertes i, en això, és la més vulnerable a aquesta estratègia. Tanmateix, canviar el sistema de subhasta no implica que el problema desaparegui. Per lluitar-hi cal augmentar la competència (facilitant la participació, la qual cosa s'està intentant) atès que els guanys d'un *subhastero* provenen del control de la competència i, per tant, si deixa de poder controlar-la, desapareix la seva font d'ingressos.

La igualtat entre els resultats dels quatre procediments de subhasta descrits tampoc es manté quan es relaxa el supòsit d'independència. Això és fruit de la diferència entre la quantitat d'informació que contempla cada mecanisme a l'hora d'establir el preu. Quan no hi ha independència aquesta informació és rellevant atès que hom és sensible als valors de reserva de la resta de compradors.

## **6 - La maledicció del guanyador**

El cas extrem oposat als models que suposen independència dels valors de reserva dels jugadors queda recollit pels anomenats models de valor comú. La seva particularitat resideix en les característiques de l'article que se subhasta. Es tracta de béns el valor dels quals serà conegut amb certesa *a posteriori*. Així, per exemple les subhastes d'explotació de mines, de reserves petrolíferes, de drets de publicació... El valor real del ítem,  $\bar{v}$ , és objectiu i serà conegut en el futur (és funció de la quantitat

de mineral que s'extreu, del nombre de llibres que es ven...). Els valors de reserva dels compradors depenen de les estimacions que facin de  $\bar{v}$ . Tothom valora  $\bar{v}$  i, per tant, les estimacions realitzades pels participants no són independents entre elles. És doncs un error actuar com si ho fossin. Aquest cas és molt conegut car genera el problema de la maledicció del guanyador (*the winner's curse*); la subhasta la guanya qui ha sobrevalorat en major grau  $\bar{v}$  i, per això, acaba perdent diners. La maledicció del guanyador es pot veure com un problema de selecció aversa modificat [veure Milgrom (1981)].

Sigui  $\hat{v}_i$  l'estimació que el comprador  $i$  realitza de  $\bar{v}$ . Sigui  $\hat{V} = \{\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_i, \dots, \hat{v}_n\}$  el conjunt de totes les estimacions.  $\hat{V}$  és una variable aleatòria amb mitjana  $\bar{v}$  i variància no nul·la ( $\sigma_{\hat{V}}^2 \neq 0$ ). Aquests supòsits són força raonables; impliquen que les seves estimacions no són esbiaixades i que la informació sobre  $\bar{v}$  no és perfecta. Si les estratègies de licitació són com les descrites fins ara i els compradors potencials prenen com a valors de reserva les estimacions de  $\bar{v}$ , aleshores, el preu esperat és  $\hat{v}_2$ . En la mesura que  $\hat{v}_2 > \bar{v}$  la persona a qui se li adjudiqui el bé en la subhasta perdrà una quantitat de diners igual a la diferència entre aquests dos valors ( $\hat{v}_2 - \bar{v} < 0$ ). Quan és d'esperar que  $\hat{v}_2 > \bar{v}$ , i què val aquesta diferència? Per un nombre de compradors ( $n$ ) suficient, la resposta depèn de la forma de la distribució de  $\hat{V}$  i de  $\sigma_{\hat{V}}^2$ . La variància,  $\sigma_{\hat{V}}^2$ , connota la precisió de les estimacions de  $\bar{v}$ , és a dir fins a quin punt és gran la informació que els compradors en el seu conjunt tenen de  $\bar{v}$ . En el cas extrem, si la informació fos perfecta, aleshores,  $\sigma_{\hat{V}}^2 = 0$ , és a dir  $\hat{v}_2 = \bar{v}$ . Però, si  $n$  és suficient, les estimacions no són esbiaixades i la informació és imperfecta, aleshores  $\hat{v}_2 > \bar{v}$ . Clarament, quan es tracta d'un bé de valor comú licitar com si es tractes d'un bé de

valors privats és una mala estratègia. Oren i Williams (1975) van puntualitzar que la maledicció del guanyador pot donar-se amb independència del mecanisme de subhasta (anglesa, holandesa...).

Aquest fenomen per a vendes d'un sol bé i majoritàriament en subhastes de primera licitació fou força estudiat en la dècada dels 60, principalment en el cas de reserves petrolíferes i de gas atès que algunes empreses van perdre diners, sembla ser que la distribució de les licitacions per aquest tipus de béns té una cua per la dreta [Pelto (1971)] que potser no reflexa una major informació sinó una pitjor qualitat de la mateixa. Tanmateix, l'enorme dispersió de les licitacions pot ser fruit d'una estratègia [Engelbrecht-Wiggans i Weber (1979)]. Una revisió d'aquest camp es pot trobar a Ramsey (1983).

Què han de fer els compradors en aquesta situació? Senzillament, han d'establir com a licitació màxima  $B_i$  tal que  $B_i < \hat{v}_i$ . Si  $B_i = f(\hat{v}_i)$  i  $f'(\hat{v}_i) > 0$  l'assignació és eficient, en el sentit que el bé s'adjudica a la persona que creu que el bé té més valor i, per tant, que està disposada a pagar-lo més car. La diferència entre  $B_i$  i  $\hat{v}_i$  ha de ser suficient com per a què la notícia d'haver-se adjudicat l'ítem no sigui una mala nova i, de fet, depèn de  $\sigma_{\hat{v}}^2$ : a major dispersió, major diferència entre  $B_i$  i  $\hat{v}_i$ . Quan tothom estima  $\bar{v}$ , la informació continguda en els valors de reserva dels altres jugadors és rellevant, és doncs raonable que els compradors revisin els seus valors de reserva en la mesura que reben senyals sobre aquests valors.

## 7 – Entre béns de valor privat i béns de valor comú

El model mixt simètric més important i conegut és l'ideat per Milgrom i Weber (1982a) [veure també Milgrom i Weber (1982b)]. Nogensmenys, hi ha algunes aportacions prèvies entre les quals cal destacar la de Myerson (1981).

Milgrom i Weber (1982a) postulen que les valoracions dels licitadors estan afiliades; consideren que dos vectors estan afiliats si el fet que algunes de les components d'un dels vectors siguin altes fa més probable que les mateixes components de l'altre vector descriguin el mateix tipus (alts) de valors. Les preferències de cada comprador queden descrites per uns vectors pels quals una part de les seves components reflecteix les informacions pròpies dels compradors i una altra reflecteix les característiques intrínseques de l'objecte.

Concretament, consideren que el valor  $v_i$  d'un comprador  $i$  entre  $n$  licitants es pot expressar:  $v_i = u(\mathbf{S}, X_i, \mathbf{X}_i)$ , on  $\mathbf{S} = (S_1, \dots, S_m)$  és el vector que conté informació addicional sobre el valor del bé, que pot ser observat pel venedor,  $X_i$  recull la informació pròpia del comprador  $i$ , i  $\mathbf{X}_i$  és el vector que recull les pròpies de la resta de compradors. L'aspecte realment innovador del plantejament resideix en el tractament de la informació: els compradors basen les seves valoracions en: (1) les seves preferències personals ( $X_i$ ), (2) les valoracions dels demés ( $\mathbf{X}_i$ ) i (3) la informació addicional sobre les característiques del bé ( $\mathbf{S}$ ).

Els models en els quals els valors de reserva són independents, són aquells on només (1) té valors no nuls; en els de valor comú més senzills això passa amb (3). En aquest model, els autors a més de (1) i (3) inclouen (2), és a dir les valoracions de la resta de compradors, sobre les que es pot rebre senyals. Per exemple, en una subhasta progressiva les licitacions que es van fent públicament són senyals. Així, si al llarg d'una subhasta el comprador rep senyals, ajusta el seu comportament a la nova informació. Això és cert per a qualsevol jugador atès que és un model simètric.

Per tant, el preu esperat en una subhasta està subjecte als transvasaments d'informació. Cal precisar que hi ha dos tipus d'informació: per un cantó les senyals de la resta de compradors (2), i per l'altre informacions addicionals sobre les característiques de l'objecte (3), sobre les quals el venedor podria tenir informació privilegiada i desvelar-la.

Sota supòsit de neutralitat al risc, els autors dedueixen que la subhasta anglesa genera en mitjana un major preu esperat que la de segon preu i aquesta al seu torn també és superior a l'holandesa o a la de primer preu. Això succeeix quan hi ha una certa incertesa sobre les valoracions dels compradors. En una subhasta anglesa al fer públiques les licitacions durant la subhasta es genera informació i, per tant, es redueix el nivell d'incertesa. En conseqüència, els compradors liciten més agressivament (car es redueix el risc de patir el fenomen de la maledicció del guanyador).

El resultat de la subhasta anglesa té en compte les valoracions de la resta de compradors que s'han fet públiques al llarg de la venda. Pel seu cantó, la subhasta de segon preu té en compte explícitament la valoració del comprador que ha fet el segon oferiment més elevat i només aquesta, o sigui que no inclou tanta informació com l'anglesa i, així, els preus esperats són una mica inferiors en mitjana. Pel que respecta a la de primera licitació o a l'holandesa, el preu s'ha de decidir *a priori* sense saber res de les valoracions de la resta de compradors, la incertesa és màxima i, conseqüentment, el model prediu un menor preu en mitjana. Així, els preus esperats dels diferents mecanismes de subhasta s'ordenen en funció del nombre de valoracions de la resta de compradors que es coneguin amb certesa i s'utilitzin a l'hora d'explicitar el preu; queden doncs en el mateix ordre que la quantitat d'informació que reflecteixen (primer l'anglesa, després la de segon preu i, finalment, la de primer preu i l'holandesa).

La reducció de la incertesa incentiva als compradors a licitar més agressivament, en conseqüència, s'espera que els preus siguin superiors. Transmetre informació permet reduir la incertesa; per aquesta raó Milgrom i Weber (1982a) expliquen que pel venedor donar correctament tota la informació que té sobre el bé és una bona política informativa en el sentit que cap altra opció genera majors beneficis, aquest resultat és cert per a tots els mecanismes de subhasta sota supòsit de neutralitat en front del risc.

Milgrom i Weber (1982a) reprenen l'anàlisi sota supòsit d'aversion al risc dels compradors. En aquests cas els resultats no són tan clars. Per un cantó, quan es pot assumir una aversion al risc absoluta (supòsit sens dubte molt restrictiu), aleshores, la subhasta anglesa és superior a la de segon preu i, per ambdós mecanismes, l'honestedat del venedor segueix sent una bona opció informativa. Per l'altre, ja s'ha vist que sota supòsit d'aversion al risc i d'independència de les valoracions dels compradors, la subhasta de primera licitació i l'holandesa són superiors a l'anglesa i a la de segon preu. Finalment, quan els valors estan afiliats, el plus que els compradors estan disposats a pagar per adquirir el bé pot quedar compensat per una forma de licitació menys agressiva que els protegeix contra la maledicció del guanyador. En conseqüència, no queda clar quina subhasta genera en mitjana un major preu esperat.

Si es transposa el raonament sobre la informació desenvolupat per Milgrom i Weber (1982a) a una subhasta seqüencial, cal destacar que s'hauria d'anunciar sempre el preu d'adjudicació del bé quan les valoracions no són independents. Altrament, la política no té efecte. Així, les prediccions sobre el comportament dels preus són diferents quan els valors de reserva dels compradors són independents els uns dels altres i quan no ho són. En el primer cas, la informació generada per la venda no afecta la valoració dels compradors i, per tant, aquests no modifiquen la seva estratègia inicial. En el segon, en canvi, aquestes senyals de l'entorn afecten les valoracions que es reajusten.

Quan el valor depèn de característiques objectives del bé, la quantitat d'informació que els licitadors tenen sobre elles condiona el preu d'adjudicació.

En definitiva, una política d'informació tal que es transmeti tota la informació de la qual es disposa sobre el bé és la que genera un major guany esperat al venedor. Així en una subhasta seqüencial cal anunciar els preus d'adjudicació. En aquest cas, sota supòsit de no independència s'espera que la seqüència de preus al llarg de la sessió sigui a l'alça atès que el preu per ítem venut posteriorment inclou més informació que el preu dels articles adjudicats primer i, per tant, s'espera que pels darrers els compradors licitin més agressivament.

Es pot comentar que en les sales de subhasta d'art i antiguitats s'intenta encobrir el fet que una obra no s'adjudiqui atès que pot repercutir negativament en futures vendes d'obres similars, això fa pensar que els organitzadors no creuen que els valors de reserva dels compradors siguin independents entre ells. Aquesta política contradiu el que s'acaba d'exposar car a llarg termini genera una menor informació en el mercat i pels compradors serà més difícil distingir si la peça oferta és de qualitat. En conseqüència, front a poca informació els compradors seran cautelosos i, en mitjana, els preus seran inferiors que si la política informativa hagués estat més oberta.

En una subhasta seqüencial es va progressivament revelant informació. Weber (1983) considera que, quan els valors de reserva no són independents i, per tant, aquesta informació és rellevant, **la seqüència de preus** que es genera ja no es comporta com una martingala, sinó que **pot presentar un increment** (es tracta d'una submartingala). Això és degut a la informació que es desvela al llarg de les vendes i genera que els compradors liciten més agressivament (al tenir més informació disminueix la incertesa sobre el valor real del bé i, per tant, estant menys subjectes a la maledicció del guanyador). Per aquesta raó, el mateix autor comenta que una subhasta seqüencial de



primer preu genera un major guany esperat al venedor que una subhasta simultània que discrimini en preu.

Altrament dit, quan els preus de reserva són independents entre ells, les estratègies d'equilibri dels jugadors són independents de les percepcions que es tinguin sobre les valoracions de la resta de jugadors; la informació generada per la seqüència de vendes no és rellevant. Això no és cert quan els valors estan afiliats, en aquest cas un primer preu elevat pot condicionar que el segon també ho sigui, i viceversa. Sobre aquest aspecte en un treball de Ortega-Reichert (1968) s'explica que existeix una estratègia pura d'equilibri que consisteix en sotsestimar l'oferta en la primera subhasta en un joc amb dos jugadors en què es ven consecutivament dos béns iguals i en el qual el valor del bé està sotmès a diferents estats de la natura (el seu valor pot ser alt o baix). Quan les valoracions no són independents se li reconeix una importància cabdal a la informació que es genera al llarg de la subhasta.

Una pregunta interessant és què passa en una subhasta en la qual participen dos compradors de tipus diferent: l'un amb informació perfecta i l'altre no. Quan només es ven un bé aquesta situació és favorable al comprador més informat [Milgrom i Weber (1982c)]. Engelbrecht-Wiggans i Weber (1983) expliquen que aquest resultat no es manté quan la subhasta és múltiple (subhasta seqüencial de  $s$  béns homogenis); al contrari, la situació és favorable al comprador més desinformat.

Les conclusions de Engelbrecht-Wiggans i Weber (1983) estan basades en el fet que en una subhasta seqüencial es desvela informació. Si l'objecte és valuós, el comprador informat revela tota la seva informació quan realitza una oferta elevada, per evitar transmetre aquesta informació opta per no sempre oferir una quantitat elevada quan l'objecte és valuós. En conseqüència, l'altre comprador aconsegueix a vegades objectes valuosos a baix preu. Els autors dedueixen que el guany esperat pel comprador

informat és  $q(1-q)^{\frac{1}{s}}$ , mentre que per l'altre és  $(1-q)^{\frac{1}{s}} \frac{q}{1-(1-q)^{\frac{1}{s}}} - s(1-q)$  i el del

venedor és  $s - q(1-q)^{\frac{1}{s}} \frac{2-(1-q)^{\frac{1}{s}}}{1-(1-q)^{\frac{1}{s}}}$ ,  $q$  és la probabilitat que l'objecte tingui un valor

elevat i  $s$  el nombre de béns.

Així doncs, segons aquest model quan es ven diversos objectes, pel venedor és aconsellable fer-ho mitjançant una subhasta seqüencial si  $q$  és petit, mentre que quan  $q$  és proper a 1 per ell és més avantatjós escollir una subhasta simultània.

## 8 - Subhastes múltiples: tipologia

Fins aquí s'ha exposat alguns aspectes bàsics de les subhastes, cal notar que la teoria ha estat molt més desenvolupada pel que fa a subhastes úniques que no pas a múltiples. Tanmateix, el raonament d'aquests models per subhastes úniques a vendes seqüencials prediu, com ja s'ha vist, que la seqüència de preus al llarg de la sessió és constant quan les valoracions són independents, i a l'alça altrament. Malauradament, es veurà que la realitat, aparentment, es resisteix a seguir la lògica matemàtica d'aquestes construccions formals; al contrari, sembla que la seqüència és a la baixa. Aquest fenomen es conegut en la literatura anglosaxona com *the price declining anomaly*, o també com *the afternoon effect*. A continuació, s'exposa alguns estudis que corroboren aquesta afirmació, ja sigui a través de l'anàlisi de dades de subhastes reals o d'observacions fruit d'experiments. Posteriorment, es revisa les principals explicacions d'aquest fenomen. Les taules II i III recullen cada una de les parts a manera de síntesi. Abans, es presenta una classificació de les diferents formes de subhasta múltiples.

Entre les subhastes múltiples es distingeix les simultànies, diversos béns són venuts a la vegada, de les seqüencials en les quals els objectes són adjudicats successivament. Entre les primeres Weber (1983) diferencia les dependents i les independents. Per dependents es refereix a aquelles subhastes en les quals els compradors opten a comprar diversos articles en un únic encant fent una sola oferta, llur decisió no és només de preu sinó també de quantitat. Per independents s'engloba aquells casos en els quals es produeix simultàniament diverses subhastes de béns, aquí el comprador s'arrisca a no aconseguir la quantitat de béns desitjada.

Una subhasta simultània dependent pot ser discriminatòria, és a dir que cada comprador paga allò que ha ofert (o una quantitat relacionada amb aquest valor) i, per tant, compradors diferents poden acabar pagant preus diferents pel mateix bé. Alternativament, la subhasta pot ser de preu uniforme si tots els compradors paguen el mateix per cada bé adjudicat.

També es pot esmentar les subhastes en les quals es ven un bé divisible. Els compradors han de prendre una decisió de preu i de quantitat: han de decidir quin preu estan disposats a pagar per cada fracció del bé. Aquesta forma de venda es pot veure com una subhasta múltiple simultània dependent de béns homogenis en la qual cal definir un esquema de preferències de preus i quantitats *a priori*. En aquest tipus de subhasta no s'incorre el risc d'obtenir una quantitat superior a la desitjada.

Entre les subhastes múltiples també pot haver-hi variants específiques: l'opció d'escollir quantitativament o qualitativament. Quan es ven diversos béns homogenis sovint són posats a la venda conjuntament. El comprador amb dret a compra escull pel preu que ha assumit per un bé el nombre de béns que desitja al mateix preu d'entre els disponibles (opció de quantitat). Els béns no venuts, o sigui els no adquirits per

aquest comprador, tornen a ser subhastats amb la mateixa opció d'elecció de quantitat i, així, successivament, fins que s'esgota el lot. En la literatura anglosaxona, aquesta possibilitat es troba sovint referida com *buyer's option*. D'altra banda, quan es ven conjuntament més d'un bé no homogenis, el comprador amb dret a compra, és a dir el que fa la major oferta, escull entre tots els ítems el que prefereix (opció de qualitat).

## 9 - El descens dels preus al llarg de la sessió: evidències

En aquesta secció es recull els treballs en els quals s'ha posat de manifest un descens dels preus al llarg de la sessió. Els estudis han estat classificats en dues grans subseccions: aquells en els quals s'ha treballat amb dades de subhastes reals, i aquells que analitzen materials procedents d'experiments. Al final, es presenta una taula a mode de síntesi que recull les diferents aportacions.

### 9.1 - Evidències en subhastes reals

Un article d'Aschenfelter publicat l'any 1989 al *Journal of Economic Perspectives* és el primer treball que va tenir un cert impacte en el qual s'evidencia el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió. Allí són analitzats els preus d'adjudicació de parells de vendes consecutives de lots idèntics d'ampolles de vi ocorregudes a Londres (sales Christie's i Sotheby's), Chicago (sala Christie's) i San Francisco (sala Butterfield's) entre 1985 i 1987. Les subhastes són a l'alça. Els resultats indiquen que els preus baixen en el doble de casos que no pas augmenten, tot i que la constància entre ambdós preus és el comportament més freqüent. Black i de Meza (1992)

expliquen que en aquestes subhastes hi ha la possibilitat d'adquirir més d'un lot (opció de quantitat) quan s'ha d'adjudicar lots idèntics.

La metodologia utilitzada per aquesta anàlisi és senzilla, però no per això menys concloent: es calcula la ratio del segon preu d'adjudicació respecta el primer. En mitjana, aquests quocients són inferiors a la unitat en les quatre sales ( $p < 0,01$  en mostres de 2.370, 1.646 i 499 observacions, i  $p = 0,0103$  en una mostra de 100 observacions).

Al 1993, McAfee i Vincent reprenen l'anàlisi feta al 1989 per Ashenfelter; analitzen més dades de subhastes de vi ocorregudes a la sala Christie's de Chicago al 1987. Els seus resultats són totalment equiparables als obtinguts quatre anys abans tant comparant parells de vendes com tripletes (quan els preus disminueixen i després augmenten o viceversa són considerats constants).

Més recentment, Ginsburgh (1998) torna a comprovar com efectivament es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió en subhastes de vi. En aquest cas analitza quatre subhastes d'ampolles de vi d'alta qualitat ocorregudes a la sala de Christie's a Londres entre el desembre de 1995 i el febrer de 1996. D'altra banda, l'autor referencia una altra constatació del descens dels preus en subhastes de vi; es tracta del treball de Di Vittorio i Ginsburgh (1994)<sup>12</sup>.

Ashenfelter i Genesove (1992) presenten una nova evidència d'aquest fenomen en subhastes angleses: estudien vendes de condominis. Aquests béns no són exactament substituïbles entre ells i, de fet, són subhastats en grups d'objectes similars de manera

---

<sup>12</sup> DI VITTORIO A., GINSBURGH V. (1994): "Pricing red wines of Médoc vintages from 1949 to 1989 at Christie's auctions". Mimeo.

que la persona que paga la quantitat més elevada té dret a escollir (opció de qualitat). Aquesta opció pot implicar un descens dels preus atribuïble a una disminució de la qualitat conforme els compradors escullen; l'anàlisi exclusiva dels preus d'adjudicació no és conclouent.

Per aquest motiu, els autors comparen els preus d'adjudicació d'ítems que per alguna raó no van ser venuts, amb els preus assolits pocs dies després per aquests mateixos béns en una negociació. En tot moment prenen cura de l'ordre d'adjudicació com a possible indicador de qualitat. L'anàlisi els permet concloure que els primers compradors en la subhasta paguen un extra que va més enllà de les diferències en qualitat; és a dir que observen un descens dels preus. De fet, suggereixen que aquest encant es pot veure com una subhasta de valor comú en la qual els compradors cauen en la maledicció del guanyador. D'altra banda, pels interessos d'aquest treball, és un cas de descens dels preus quan els béns són heterogenis. La metodologia utilitzada és pròpia de l'anàlisi de béns diferents. Es recorre a una altra sèrie de preus indicativa del valor del bé per comparar l'evolució dels preus d'ambdues sèries ordenant els béns segons l'ordre d'adjudicació en la subhasta. El descens dels preus al llarg de la sessió en vendes de condominis també ha estat estudiat per Vanderporten (1992) segons expliquen Gale i Hausch (1994)<sup>13</sup>.

Lusht (1994) estudia la subhasta de cinquanta propietats similars entre elles d'un banc comercial a Melbourne en la qual detecta un descens dels preus al llarg de la sessió. Val a dir que aquest podria ser fruit d'una disminució de la qualitat dels béns venuts. Però, en aquesta subhasta els ítems no semblen estar ordenats de més a menys valuosos. Un altre resultat interessant d'aquest estudi és que la proporció de béns no

---

<sup>13</sup> VANDERPORTEN B. (1992): "Timing of bids at pooled real state auctions". *Journal of Real State Finance Economy*, vol. 5, p. 255-267.

venuts és més elevada cap al final de la sessió; , tot i que cal valorar-lo amb cautela car la quantitat d'observacions és limitada (hi va haver 6 propietats no venudes).

Un altre sector en el qual es detecta una disminució dels preus és el de l'art. Pesando i Shum (1996) van contrastar el fenomen en subhastes angleses de litografies de Picasso ocorregudes entre 1977 i 1993 en les principals sales de subhasta del Món. Els seus resultats confirmen la presència d'un descens dels preus: el nombre de descensos doble el d'augments i, globalment, el preu de la primera venda és un 9% superior al preu de la segona. Però, dues litografies de la mateixa sèrie poden presentar diferències d'estat de conservació o de qualitat d'impressió. Els mateixos autors expliquen que el personal de Christie's i de Sotheby's de Nova York va confirmar que quan coincidien dues litografies "iguals" en una mateixa sessió, la millor era oferta primer. Així doncs, la disminució dels preus pot reflectir una disminució de la qualitat de les obres.

Per evitar aquest problema els autors contrasten les diferències de preus d'adjudicació de litografies "iguals" venudes amb un o dos dies de diferència a Sotheby's i Christie's de Nova York. En conjunt Sotheby's ven sempre més car, aquesta diferència és més gran quan la subhasta a Sotheby's és anterior a la de Christie's. Això confirmaria un descens dels preus. Malauradament, la mostra de la qual disposen és massa petita per generar resultats estadísticament significatius (només en 5 casos va vendre Sotheby's primer, les diferències de preu són del 28%, contra el 9% de la situació inversa).

Un estudi molt interessant és el realitzat per Beggs i Graddy (1997) [veure també Beggs i Graddy (1996)] que treballen amb béns heterogenis subhastats a l'alça. Els autors analitzen preus d'adjudicació de peces d'art contemporani assolits a la sala Christie's de Londres (1980-1994); en total unes 5.000 peces venudes en 38 subhastes. També estudien les vendes d'objectes d'art impressionista i modern, a les sales Christie's i Sotheby's de Londres i Nova York (1980-1990), que comprenen més de

15.000 observacions repartides en més de 150 subhastes. Els autors comparen la sèrie de preus d'adjudicació amb una sèrie de preus estimats establerts abans de la subhasta. Concretament, utilitzen la mitjana entre els valors estimats màxims i mínims que apareixen en el catàleg previ a la subhasta que confecciona la pròpia sala. Les seves conclusions corroboren el descens dels preus. Tanmateix, estan subjectes, com els autors indiquen, a les característiques de la sèrie de preus estimats.

En un treball de Bauwens i Ginsburgh (1994) es valora precisament aquest punt. L'anàlisi de més de 1.600 observacions de plata anglesa recollides a les sales Sotheby's i Christie's entre 1976 i 1990 permet als autors estudiar les estimacions màxims i mínims dels preus que apareixen en els catàlegs previs a les subhastes. Detecten que, en general, Sotheby's sobreestima els mínims i infraestima els màxims, mentre que Christie's té una tendència a menysvalorar-ho tot. Quan els béns són més cars la tendència a menysvalorar s'accentua en ambdues sales. Si la política de les sales pel tipus de peces estudiades per Beggs i Graddy (1997) és la mateixa, aleshores, les conclusions del treball d'aquests autors poden no ser certes.

Les subhastes de joies també ofereixen una certa evidència d'aquest fenomen, tot i que molt pobre. Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996) presenten un estudi en el qual s'analitza els preus d'adjudicació de peces de joieria. Es tracta de subhastes a l'alça ocorregudes entre el juny de 1993 i el maig de 1994 al Mont de Pietat de Paris. Els seus resultats confirmen un descens dels preus per una de les cinc categories de béns que els autors han considerat homogènies.

Efectivament, sembla que només es produeix un descens dels preus pels objectes d'or. La manca d'evidència en les altres quatre categories cal valorar-la tenint present les característiques pròpies d'aquest mercat. Per un costat, conviuen compradors



professionals i amateurs, és a dir que els jugadors no són simètrics. Per l'altre, el veritable propietari de l'objecte és, en paraules dels autors del treball, un venedor captiu atès que no té influència sobre el preu de reserva.

El descens dels preus al llarg de la sessió també s'observa en sectors més quotidians. Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) comproven el fenomen en subhastes de bestiar; en aquestes subhastes el descens s'accentua al final de la sessió. Els autors també comenten que a l'hora de ser subhastats els animals són ordenats de més a menys valuosos. Sembla ser que existeix un altre treball previ que comprova el descens dels preus en subhastes diàries de bestiar dels mateixos autors de l'any 1992 segons referencien Burguet i Sakovics (1994)<sup>14</sup>.

Deltas (1999) també estudia subhastes diàries de bestiar. Així, analitza 16 subhastes públiques ocorregudes entre l'octubre de 1987 i l'abril de 1988. Al igual que Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) detecta un descens dels preus al llarg de les sessions. Aquest autor s'interessa específicament per l'efecte del nombre total de béns subhastats sobre el comportament dels preus i detecta que els preus baixen més ràpid quan hi ha menys béns per vendre. D'altra banda, constata que en subhastes més reduïdes, els preus dels primers béns venuts són superiors als dels primers animals venuts en subhastes més grans. Tanmateix, els preus mitjos són més elevats en les subhastes extenses. Val a dir que Deltas (1999) no considera que el descens dels preus estigui localitzat cap al final de la sessió. Pel que respecta l'ordre en el qual es disposa els ítems, coincideix amb Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) al trobar que els preus estimats disminueixen al llarg de la sessió, és a dir que els animals són ordenats de més a menys valuosos.

---

<sup>14</sup> ENGELBRECHT-WIGGANS R., KAHN C.M. (1992): "An empirical analysis of dairy cattle auctions". Working paper. University of Illinois at Urbana-Champaign.

Una evidència més antiga i gairebé anecdòtica, atès que el resultat es basa en set vendes, és la de Milgrom i Weber (1982b). Els autors comproven que en la subhasta seqüencial anglesa de llicències en el sector de les telecomunicacions realitzada per Sotheby's (Nova York) al novembre de 1981 en mitjana els preus van baixar. Es pot fer notar que els set béns eren idèntics i que es raonable pensar que cap licitador desitjava un bé com a màxim. Per un altre costat, cal destacar que aquest tipus de béns poden ser considerats de valor comú.

Altres estudiosos han contrastat aquest fenomen. Gale i Hausch (1994) esmenten els treballs de Thiel i Petry (1990) i Taylor (1991), que treballen amb subhastes de segells<sup>15</sup>. Ginsburgh (1998), per la seva banda, cita un treball de Buccola (1982)<sup>16</sup> sobre subhastes de bestiar.

### 9.2 - Evidències en treballs experimentals

Un segon bloc de treballs on s'evidencia el fenomen del descens dels preus al llarg de la sessió són els estudis experimentals.

Burns (1985) comprova l'evolució dels preus en subhastes angleses de laboratori en les quals els compradors són un grup d'estudiants; també valora l'evolució dels preus quan els compradors són professionals del sector de la llana. En ambdós casos detecta un descens dels preus. Però, mentre que els estudiants majoritàriament perceben el

---

<sup>15</sup> THIEL S., PETRY G. (1990): "Bidding behavior in second-price auctions: Rare stamps sales 1923-1937". Mimeo. TAYLOR W. (1991): "Declining prices in sequential auctions: An empirical investigation". Working Paper 90, Rice University.

<sup>16</sup> BUCCOLA S. (1982): "Price trends at livestock auctions". *American Journal of Agricultural Economy*, vol. 64, p. 63-69.

fenomen, el prevenen i, consegüentment, aquest tendeix a desaparèixer, els professionals no s'adonen del descens.

L'autor considera que les condicions de laboratori són diferents de les d'una subhasta real. Allí hi ha una pressió de temps molt important i, a més a més, hi ha petites diferències de qualitat i de pes dels lots de llana que cobreixen el fenomen. D'altra banda, molts professionals actuen per compte d'altri, així pot ser més important obtenir el bé que no pas aconseguir un bon preu. Més concretament, sembla ser que els professionals maximitzen el nombre d'unitats que adquireixen subjectes a la seva restricció pressupostària, mentre que els estudiants maximitzen els guanys. I són els segons els que conforme es repeteix l'experiment detecten el fenomen i, en conseqüència, eviten patir-lo. En canvi, en les subhastes a professionals el descens es manté tot i que es repeteixi l'encant, tal i com succeeix en la realitat.

Keser i Olson (1996) simulen subhastes seqüencials de béns homogenis en les quals cada comprador només desitja un bé. Són subhastes de primer preu. Les valoracions dels compradors provenen d'una distribució uniforme. Els autors opten per un entorn en el qual no apareix cap de les circumstàncies a les que s'ha recorregut per justificar els descens dels preus. L'únic factor que no poden controlar totalment és l'aversion al risc dels compradors, que per sí sola sembla insuficient per explicar el fenomen [McAfee i Vincent (1993)]. Keser i Olson (1996) detecten un descens dels preus al llarg de la sessió quan els licitadors actuen per compte propi i quan ho fan per compte d'altri (agents).

Els resultats presenten matisos interessants que és convenient comentar. Es detecta que el descens dels preus sembla atenuar-se en les darreres unitats venudes, és a dir que la magnitud del fenomen depèn de la posició en la qual es ven el bé. A més a més,

aparentment l'aversion al risc no és constant per a totes les unitats. En algunes posicions sistemàticament els compradors liciten per sobre del que seria esperable en cas de neutralitat en front al risc.

Finalment, es pot assenyalar que estudien l'eficiència de les subhastes. Tot i que en alguns casos els resultats són ineficients, consideren que les subhastes seqüencials no són més ineficients que altres formes de subhastes múltiples (simultànies).

Aquests autors fan referència a una altra evidència experimental sobre el descens dels preus al llarg de la sessió. Es tracta d'un treball no publicat de Dorsey (1989)<sup>17</sup> en el qual es comprova el fenomen del descens dels preus en subhastes angleses i de primer i segon preu.

Pitchik i Schotter (1988) realitzen un experiment amb parells d'estudiants voluntaris per valorar l'efecte d'una restricció pressupostària en subhastes seqüencials de primer i segon preu en les quals es ven dos béns de valor diferent. Els autors detecten que una restricció pressupostària afecta la forma de licitar dels compradors: ofereixen pel primer bé una quantitat que, o bé els assegura l'adquisició del primer bé, o bé la del segon. És a dir que l'oferta pel primer bé és prou elevada com per reduir la capacitat de licitació de l'altre comprador en la segona subhasta suposant que adquireix el bé en la primera. Aquest resultat és cert sempre que l'oferta a fer pel primer bé no superi llur valoració per aquest bé. Els autors assenyalen que caldria estudiar el possible efecte de l'aversion al risc. Una altra observació molt interessant és que conforme es repeteix l'experiment els preus tendeixen a convergir cap un l'equilibri.

---

<sup>17</sup> DORSEY R.E. (1989): "Sequential sealed bid auctions". Ph. D. Dissertation. University of Arizona.

Altres resultats d'interès d'aquest estudi experimental són que el preu del primer bé és superior en una subhasta de segon preu en comparació a una de primer preu; a més a més, el preu obtingut per un bé venut primer en una subhasta de Vickrey és superior al preu obtingut pel mateix bé venut en segon lloc. Com abans es venguí el bé major és el seu preu, detecten doncs un descens dels preus (subhasta de Vickrey).

El darrer element dels seus resultats que aquí s'exposa és que el preu del primer bé venut és major com major sigui la restricció pressupostària del jugador que no adquireix el bé. En canvi, la relació o la no-relació que pugui tenir amb la valoració del bé d'aquest comprador no queda clara.

### 9.3 - Taula-síntesi

Estudi	Mecanisme de subhasta	Tipus de bé
Buccola (1982)	?	Bestiar
Milgrom i Weber (1982b)	Anglesa	Llicències (béns homogenis)
Burns (1985)	Anglesa	Dades experimentals (béns homogenis)
Pitchik i Schotter (1988)	Segon preu	Dades experimentals (béns heterogenis)
Ashenfelter (1989)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Dorsey (1989)	Anglesa, primer i segon preu	Dades experimentals (béns homogenis)
Thiel i Petry (1990)	?	Segells
Taylor (1991)	?	Segells
Ashenfelter i Genesove (1992)	Anglesa (opció qualitat)	Condominis (béns heterogenis)
Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1992)	?	Bestiar (béns heterogenis)
Vanderporten (1992)	Anglesa (opció qualitat)	Condominis (béns heterogenis)
McAfee i Vincent (1993)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Lusht (1994)	Anglesa	Propietats (béns homogenis)
Vittorio i Ginsburgh (1994)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996)	Anglesa	Objectes d'or (béns homogenis)

Keser i Olson (1996)	Primer preu	Dades experimentals (béns homogenis)
Pesando i Shum (1996)	Anglesa	Litografies Picasso (béns homogenis)
Beggs i Graddy (1997)	Anglesa	Art (béns heterogenis)
Ginsburgh (1998)	Anglesa (opció quantitat)	Ampolles de vi (béns homogenis)
Deltas (1999)	?	Bestiar (béns heterogenis)
Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999)	?	Bestiar (béns heterogenis)

**Taula II: Taula-síntesi de treballs que evidencien el fenomen del descens dels preus**

#### 9.4 - *Altres evidències del descens dels preus*

Finalment, cal esmentar una evidència de caire qualitativa: la negació del fenomen per part dels organitzadors d'una subhasta. Si quan se subhasta repetidament béns homogenis els preus tendeixen a disminuir, és lògic per part dels compradors no precipitar-se en l'adquisició del bé. Els compradors liciten menys agressivament pels primers ítems i els preus d'aquests baixen. De fet, això succeeix en la simulació de Burns (1985) quan els estudiants detecten el descens dels preus. Per tant, el subhastador no té cap incentiu en desvelar aquest fenomen a qui no el conegui; car si els compradors liciten menys agressivament pels primers béns disminueixen els guanys globals del venedor.

Alguns autors han comentat precisament aquest fet: les estratègies dels venedors per evitar que els assistents a la subhasta percebin el descens dels preus. Ashenfelter (1989) esmenta algunes de les tàctiques emprades pels subhastadors com ara oferir primer els lots més petits o oferir l'opció de quantitat. Ja s'ha dit que Burns (1985) comenta que no oferir productes o lots exactament idèntics junt amb la velocitat en la qual es desenvolupa una subhasta real genera que els compradors no detectin el descens dels preus. Per la seva banda, Pesando i Shum (1996) expliquen que els

organitzadors de la subhasta eviten vendre dues litografies idèntiques en la mateixa sessió. Així, sembla que s'intenta tapar el fenomen, la qual cosa és, per si sola, una evidència de la seva existència.

## **10 - Perquè es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió?**

L'evidència indica que es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió. Cal doncs preguntar-se per les característiques específiques del fenomen: afecta a totes les subhastes, o només a algunes? En el primer cas és raonable buscar explicacions genèriques d'aquesta disminució que puguin ser aplicades a un encant qualsevol; tot i que una mateixa circumstància pot afectar diferentment a diversos mecanismes. Alguns autors donen arguments menys generals en tant que fan referència a variants específiques de les regles. En aquest context, només s'hauria de detectar el descens dels preus en algunes subhastes; en aquelles que contemplen les regles específiques que el generen. Val a dir que el fenomen pot ser fruit de diversos factors que poden complementar-se o potenciar-se.

A continuació s'exposa les propostes que alguns autors han desenvolupat per explicar el fenomen començant pels més generals. Al final, es recull a manera de síntesi, les principals característiques dels models formals que prediuen un descens dels preus (taula III).

### *10.1 - Arguments generals*

Entre les explicacions globals cal comentar l'**aversió al risc**. Un dels primers en fer-ne esment és Ashenfelter (1989). Segons aquest autor l'aversió al risc dels compradors ha de tenir una importància cabdal a l'hora d'explicar la disminució dels preus.

Quan McAfee i Vincent (1993) reprenen l'estudi d'Ashenfelter (1989) estudien formalment la rellevància de l'aversió al risc. Les seves conclusions són contundents: l'aversió al risc no és suficient per explicar el descens dels preus atès que només sota supòsit d'aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa, supòsit que els mateixos autors critiquen per poc realista, es pot entendre la disminució. McAfee i Vincent (1993) treballen amb un model simètric de valor privats i l'adapten per analitzar la venda seqüencial de dos béns homogenis, tant mitjançant una subhasta de primer preu com una de segon preu, sota supòsit que cada comprador desitja adquirir un bé com a màxim.

En el segon període només resta un bé per vendre, és una subhasta única, tema que ja ha estat àmpliament estudiat; altrament dit, la pregunta d'interès és què oferir en el primer període. Siguin  $\{v_1, \dots, v_b, \dots, v_n\}$  els valors de reserva d'un conjunt de  $n > 2$  compradors. Per  $v_i$  es denota el valor de reserva d'un comprador qualsevol diferent de  $i$ . Els valors de reserva han estat extrets independentment d'una distribució  $f(v)$  amb funció de distribució acumulada  $F(v)$ , aquesta informació és de domini públic. Els valors de reserva dels compradors estan ordenats:  $v_1 > v_2 > \dots > v_n$ . Sigui  $B_i(v_i)$  la licitació més elevada d'entre tots els compradors diferents de  $i$ , i sigui  $u(v_i - P)$ , on  $P$  és el preu que paga  $i$  per l'adquisició del bé, la utilitat de  $i$  quan adquireix el bé, altrament és nul·la. Sigui  $G_i(B_i, v_i)$  el guany esperat del comprador  $i$  amb valor de reserva  $v_i$  quan ofereix  $B_i$ .

En una subhasta de segon preu el guany esperat d'un comprador  $i$  és



$$G_i(B_i, v_i) = E\{u(v_i - B_1(v_i)) / B_i > B_1(v_i)\} Prob(B_i > B_1(v_i)) + \\ E\{u(v_i - v_3) / B_i < B_1(v_i) \text{ i } v_i > v_3\} Prob(B_i < B_1(v_i) \text{ i } v_i > v_3)$$

és a dir, la utilitat esperada d'adquirir el bé en el primer període més la d'adquirir-lo en el segon si no l'ha adquirit en el primer.

A partir d'aquesta formulació els autors dedueixen una estratègia simètrica d'equilibri. Aquesta estratègia pura només existeix si la funció d'utilitat descriu una aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa.

En una subhasta de segon preu, la licitació del comprador  $i$  en el període 1 compleix la condició següent:  $u(v_i - B_1(v_i)) = \int_0^{v_i} u(v_i - B_1(v_{-i})) \frac{(n-2)F(v_{-i})^{n-3} f(v_{-i})}{F(v)^{n-2}} dv_{-i}$ .

L'anàlisi d'una subhasta de primera licitació és més complexa atès que en el segon període els compradors manquen d'una estratègia pura dominant. Com ja s'ha vist la seva licitació (quan només es ven un bé) és fruit d'una estimació i, per tant, els compradors són sensibles a les senyals que perceben de l'entorn. El fet que s'anuncïi o no el preu assolit en la primera subhasta és rellevant. Els autors en el seu anàlisi suposen que aquesta informació es fa pública.

Sota aquestes hipòtesis dedueixen que la licitació en el segon període és

$$B_i^2(v) = \frac{(n-2)f(v)}{F(v)} \frac{u(v_i - B_i^2(v))}{u'(v_i - B_i^2(v))}, \text{ mentre que la del primer període és}$$

$$B_i^1(v) = \frac{(n-1)f(v)}{F(v)} \frac{u(v_i - B_i^1(v)) - u(v_i - B_i^2(v))}{u'(v_i - B_i^1(v))}$$

En ambdues subhastes es produeix un descens dels preus. A més a més, quan l'aversion al risc és decreixent amb la riquesa no existeix una estratègia pura d'equilibri, s'obre així la porta a una assignació a vegades ineficient. Un últim resultat és que en el cas descrit la subhasta de primer preu genera un preu esperat superior a la de segon preu que al seu torn és superior a una assignació simultània pel tercer valor més alt.

La idea continguda en aquest model és que un comprador es basa en el valor esperat de l'adquisició del bé en el segon període per determinar el cost de no aconseguir el bé en el primer període. El valor esperat de l'adquisició del bé en el període 2 depèn del valor que té el bé pel comprador i de la probabilitat que li sigui adjudicat. Per un comprador neutral al risc, el fet que aquest valor esperat sigui una variable aleatòria és irrellevant. En canvi, si la funció d'utilitat dels compradors denota aversion al risc, la incertesa genera que el valor d'adquirir el bé en el segon període sigui inferior al valor que per ells té aconseguir-lo en el primer. Així, el valor esperat del bé que es ven primer inclou el preu esperat del bé venut en segon lloc més una prima de risc associada a la incertesa del futur quan les utilitats dels compradors descriuen una aversion al risc absoluta no decreixent amb la riquesa.

Burguet i Sakovics (1994), seguint la proposta de McAfee i Vincent (1993), també elaboren un model en el qual el preu del primer bé té en compte el cost d'oportunitat de la no adquisició, o sigui el valor esperat del bé en la segona subhasta suposant que s'adquireix. Si les subhastes es produeixen en moments de temps diferents, aleshores, un comprador pot preferir assegurar-se l'adquisició del bé avui i, per tant, està disposat a pagar més pel bé avui que pel mateix objecte demà. Els autors assenyalen que qualsevol argument que implica que el valor del bé futur és inferior a l'actual justifica aquesta forma de descens dels preus; per exemple la incertesa en l'oferta (la quantitat de béns que apareixen en la subhasta és incert) o en la demanda (desconeixença referida a la quantitat de licitadors: en subhastes en les quals els compradors no són

professionals, el seu nombre varia força al llarg de la sessió; d'altra banda una restricció pressupostària pot produir aquest efecte).

La **disminució de la competència**, entesa com una reducció del nombre de licitadors, pot explicar un decrement dels preus atès que un major nombre de compradors implica un preu esperat més elevat, i viceversa. Així, si conforme avança la sessió es pot argumentar que baixa el nombre de licitants, aleshores el descens dels preus és una conseqüència esperable. Fehr (1994) proposa un model en el qual dos béns idèntics són venuts seqüencialment mitjançant una subhasta anglesa; opta per una variant en la qual el preu va augmentant de forma contínua fins que només resta un sol comprador. Aquest fet permet que en la primera subhasta de la seqüència cada jugador percebi les licitacions màximes dels altres, sempre i quan participi en la subhasta. Les valoracions dels compradors són independents i considera que alguns d'ells poden tenir costos de participar en cada una de les subhastes.

Atès que en la primera venda es genera informació sobre les valoracions de la resta de compradors, un licitant pot estimar l'oportunitat que té d'obtenir el bé en la segona subhasta. Per no guanyar-la no entra en la segona venda si té costos de participació. En la mesura que alguns compradors tinguin uns costos de participació positius, la competència en la segona subhasta disminueix i, conseqüentment, el preu. Això és cert tant si els compradors desitgen adquirir un bé com varis (tots valorats per igual), quan només es posa a la venda un sol bé a la vegada. El descens dels preus és doncs generat per l'abandó dels compradors de l'opció de participar en subhastes futures.

Sigui  $\rho \geq 0$  el cost global al qual està sotmès un comprador per participar en cada una de les vendes. La probabilitat que  $\rho > 0$  és  $\alpha$ . Quan  $\alpha = 0$ , és a dir que per a qualsevol

comprador  $\rho=0$ , aleshores el preu esperat en ambdues vendes és el mateix (resultat congruent amb el que havia deduït Vickrey (1961)). En l'altre extrem, quan  $\rho>0$  per a tots els compradors, el preu esperat en la segona venda és nul atès que només participa un comprador, es produeix doncs un descens dels preus. En una situació mixta, en la segona subhasta només es perd alguns compradors, en aquest cas el preu en la segona venda és inferior o igual al de la primera.

La importància del nombre de compradors és un factor plenament acceptat. Shubik (1983) explica de les subhastes a l'*Hotel Drouot* de Paris al segle XIX que algunes persones treien beneficis d'adquirir peces a les dues de la tarda, quan hi havia pocs assistents, i revendre-les a les quatre, hora de major concurrència. Els organitzadors de les sales de subhasta locals d'art i antiguitats, en les quals el grau de professionalització dels assistents és limitat, i el nombre de compradors fluctua al llarg de la sessió, sovint situen els objectes més valuosos en termes monetaris en el moment on preveuen una major assistència. Més recentment, Nelson (1995) ha comprovat la importància del nombre de participants empíricament. Així doncs, l'argument de Fehr (1994) és consistent amb el que succeeix en subhastes reals.

Tanmateix, el seu model és insuficient per explicar el descens dels preus anteriorment descrit. Costa imaginar una sessió de subhastes on hi hagi costos de participació per cada una de les vendes i, a més a més, només s'obtingui informació d'aquelles vendes en les quals es participi; la qual cosa implica un moviment de compradors que van entrant i sortint de la sala. Un procediment amb aquestes característiques potser seria imaginable en les vendes en subhasta per internet; un sector que, sens dubte, està en expansió.

D'altra banda, l'autor explica que una licitació agressiva en la primera subhasta a fi de desincentivar la participació d'altres compradors en la segona subhasta és una bona

estratègia quan un comprador desitja més d'un bé. Però, en la mesura que els jugadors estableixen estratègies capcioses per desorientar els seus contrincants, la informació recollida mitjançant l'observació de les licitacions en la primera venda és menor i la possible participació en vendes posteriors més incerta. Precisament, un article de Bikhchandani (1988) tracta de l'efecte de la reputació dels compradors en sèries de subhastes similars. Així, analitza subhastes de valor comú en les quals participen dos compradors. Cal remarcar una de les seves conclusions: depenent del mecanisme de subhasta pot convenir o no licitar agressivament. Concretament, aquest autor analitza subhastes de primer preu i sèries de segon preu; per les segones aquesta estratègia agressiva és raonable.

Finalment, convé comentar que els resultats descrits per Fehr (1994) no són directament transposables a altres mecanismes com ara una subhasta holandesa en la qual no es genera tanta informació en la primera venda. Nogensmenys, qualsevol argument que impliqui una disminució de la competència (per exemple, en una subhasta de peix la pressió per acabar aviat i poder anar a vendre al capvespre el peix de platja en una peixateria, límits en la capacitat adquisitiva, cansament...) explica un descens dels preus per tot mecanisme de subhasta.

La **restricció pressupostària** ha estat específicament estudiada com a causa del descens dels preus per Pitchik i Schotter (1986). Aquests autors analitzen un model en el qual dos béns diferents són venuts seqüencialment mitjançant una subhasta de segon preu i una de primer preu a dos compradors. Les valoracions són independents i els compradors estan sotmesos a una restricció pressupostària. No es limita però el nombre de béns que cada licitador adquireix, poden comprar un o dos béns.

La idea intuïtiva és que si en la primera venda s'erosiona el poder adquisitiu del comprador que adquireix l'objecte, en la segona venda licita menys fort i, per tant, l'altre participant aconsegueix el segon bé per un preu inferior. De fet, com en el model anterior, el descens dels preus és generat per la disminució de la competència, tot i que aquesta, en comptes de ser fruit de l'abandó definitiu dels compradors, és explicada per la transformació dels jugadors en compradors de menor poder adquisitiu. Aquesta explicació no és fàcilment extensible a béns homogenis. La problemàtica de subhastes seqüencials de béns heterogenis és més complexa i ha estat menys estudiada. Si béns diferents són posats a la venda seqüencialment i el preu relatiu al valor de l'objecte no és constant (aquests autors prediuen un descens), aleshores, l'ordre en el qual es ven els béns pot ser una variable d'interès. Efectivament, detecten diferències en els resultats quan es varia l'ordre en el qual se subhasta els articles, el preu és major com abans es vengui. Per tant, el venedor hauria de disposar-los de major a menor valor a fi d'obtenir un guany més elevat.

Val a dir, però, que els seus resultats són diferents per ambdós mecanismes de subhasta tractats. Els resultats d'una subhasta de Vickrey no són mai inferiors als d'una de primera licitació, mentre que poden ser superiors. Aquesta conclusió també és vàlida pel preu del primer bé; mentre que és a l'inrevés pel preu del segon.

En un altre treball més recent de Pitchick (1995) la recerca se centra en l'anàlisi dels guanys esperats del venedor. L'autora detecta que aquests poden dependre de l'ordre en el qual són venuts els béns. Per arribar a aquesta conclusió analitza un model en el qual es ven seqüencialment dos béns a dos compradors amb valoracions i rendes independents. Els compradors estan sotmesos a una restricció pressupostària (llur renda). Analitza una subhasta de primer preu i una de segon preu i busca un equilibri simètric.

L'estudi li permet concloure: 1) Quan els compradors no poden licitar per sobre de la seva renda, el guany esperat depèn només de l'ordre en el qual es ven els béns. Quan els béns són diferents, l'ordre condiciona l'assignació i aquesta afecta el guany esperat. El preu en canvi sí que depèn del mecanisme de subhasta escollit; el preu d'adjudicació del primer bé és superior en una subhasta de segon preu. 2) El preu esperat és creixent en funció de la renda  $i$ , per tant, en el cas de produir-se increments en les rendes la seqüència de preus seria a l'alça. 3) Quan no hi ha canvis en la renda aquest resultat no es manté: la seqüència és a l'alça per a una subhasta de primer preu i a la baixa per a una de segon preu.

La capacitat limitada de compra també ha estat estudiada per Engelbreght-Wiggans i Kahn (1999). Aquests autors estudien un model en el qual  $s$  béns són venuts a  $n > s$  compradors neutrals al risc que només desitgen un bé. Les preferències dels compradors no són independents entre elles; no obstant això, tenen una component personal. D'altra banda, els béns són heterogenis. Finalment, el model descriu un descens dels preus al llarg de la sessió que és conseqüència d'una disminució de la competència; aquesta al seu torn és fruit de la capacitat limitada de compra. Tot i el descens dels preus els compradors no tenen incentius en esperar el final de la sessió per adquirir un bé atès que aquests no són iguals entre ells i al final podria no quedar-ne cap de la qualitat desitjada.

Una altra explicació interessant és la proposada per Bernhardt i Scoones (1994) que es basa en les **diferències en les valoracions**. Els autors consideren una seqüència de dues subhastes de segon preu en les quals es ven un bé en cada una a  $n > 2$  licitadors.

Els béns són estocàsticament equivalents. Els participants tenen valoracions independents i preferències unitàries. Així, es busca formalitzar situacions en les quals els compradors tenen limitat el nombre d'objectes que desitgen, situació que podria donar-se fruit d'una restricció pressupostària, per les característiques del bé...

Ambdues subhastes estan relacionades atès que globalment els compradors potencials busquen com a resultat de les dues vendes aconseguir un bé, són subhastes interdependents. Per aquest motiu, els autors introdueixen en el còmput del preu esperat en la primera venda el valor de l'opció de no adquirir l'objecte en aquesta venda, o sigui el benefici esperat de la segona venda, com a factor de descompte.

La segona venda és la darrera: es pot veure com una subhasta única. El preu que s'espera és doncs igual al segon valor de reserva més elevat dels  $n-1$  compradors que resten. Es defineix per  $O_1(n) = v_1$  el valor de reserva més elevat quan hi ha  $n$  licitadors i per  $O_2(n)$  el segon valor de reserva més elevat. De manera anàloga,  $O_1(n-1)$  i  $O_2(n-1)$  són respectivament el valor de reserva més elevat i el segon més elevat quan hi ha  $n-1$  compradors, o sigui en la segona venda. El segon bé s'adjudica al comprador que tingui com a valor de reserva  $O_1(n-1)$  per un preu igual a  $O_2(n-1)$ . La seva funció de pagament és  $O_1(n-1) - O_2(n-1)$ . Atès que els licitadors són simètrics tots tenen la mateixa probabilitat de ser el comprador amb major valor de reserva en la segona subhasta, és a dir que el guany esperat d'un participant en la segona subhasta,  $G_{i2}$ , és igual a  $\frac{1}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)]$ .

Lògicament, el guany esperat d'un comprador  $i$  en la primera subhasta no pot ser inferior a  $G_{i2}$ , altrament s'esperaria a la segona venda. Si estableix com a llicitació màxima en la primera subhasta  $B_{i1} = v_i - G_{i2}$  s'assegura que si s'adjudica el bé en la



primera venda la seva funció de pagament serà igual o superior al guany esperat en la segona venda. Aquesta és l'estratègia proposada per aquests autors. El preu de la primera venda depèn de la diferència entre les dues valoracions més elevades quan ja només queden  $n-1$  compradors.

Els preus esperats en la primera i en la segona venda són respectivament  $E(P_1) = O_2(n) - G_{12} = O_2(n) - \left\{ \frac{1}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)] \right\}$  i  $E(P_2) = O_2(n-1)$ .

La diferència entre aquests dos preus esperats,  $E(P_1) - E(P_2)$ , és igual a  $O_2(n) - \left\{ \frac{1}{n-1} [O_1(n-1) + (n-2)O_2(n-1)] \right\}$ . En la primera venda el bé s'adjudica al comprador amb valor de reserva  $v_i = O_1(n)$ ; així en la segona venda  $O_2(n)$  passa a ser  $O_1(n-1)$ ; clarament  $E(P_1) - E(P_2) = \frac{n-2}{n-1} [O_1(n-1) - O_2(n-1)] \geq 0$ . El preu en la primera venda és superior al preu en la segona.

Els autors desenvolupen aquests resultats pel cas en el qual els valors de reserva estan extrets independentment d'una distribució uniforme [1, 2]. En aquest cas la diferència entre el preu esperat en la primera i la segona venda és igual a  $\frac{n-3}{n^3-n}$ .

Ginsburgh (1998) ofereix un tipus d'explicació diferent basada en el mal funcionament de les subhastes. Segons aquest autor la **no assistència** d'alguns compradors (realització d'ofertes prèvies per correu...) genera que aquests, amb menor informació, no apliquin la seva millor estratègia i paguin un sobrepreu. El fet de no seguir una estratègia òptima també pot ser fruit de la presència d'agents. Quan s'actua per encàrrec pot ser més important aconseguir el bé que no pas fer-ho a bon preu. De fet, la idea que els agents poden introduir distorsions en el resultat d'una subhasta no és

nova. Milgrom i Weber (1982b) ja havien suggerit aquesta possibilitat per explicar el descens dels preus al llarg de la sessió.

Una altra línia argumentativa és la presentada per de Frutos i Rosenthal (1998). Aquests autors presenten un exemple amb quatre compradors amb preferències unitàries que es disputen dos béns idèntics mitjançant una seqüència de subhastes de segon preu. En el seu plantejament no es manté el supòsit d'independència, al contrari treballen amb béns de valor comú que poden valer  $0$  o  $1$ ; tampoc no es manté el supòsit de simetria, dos compradors estan informats i els altres dos desinformats. Els seus resultats numèrics descriuen un preu superior en la primera de les dues vendes. La asimetria dels compradors ha estat específicament emprada per justificar el descens dels preus al llarg de la sessió per Katzman (1999).

### *10.2 - Arguments puntuals*

Entre les regles específiques cal esmentar la **incertesa en la quantitat**. Burguet i Sakovics (1994) analitzen aquest aspecte reprenent el plantejament de McAfee i Vincent (1993). Quan no es pot assegurar que hi ha una segona subhasta aleshores el cost d'oportunitat de no aconseguir el bé en la primera subhasta augmenta i, per tant, el preu del bé en la primera venda és superior al preu del bé en la segona.

Aquests autors distingeixen la incertesa en la quantitat exògena que anomenen incertesa en l'oferta, de l'endògena o incertesa en la demanda. La primera pot donar-se, per exemple, en una cofraria de pescadors: allí la subhasta sol començar abans de que hagin arribat totes les barques, és a dir que hi ha una certa incertesa sobre el que

ha d'arribar, tot i que se'n té una idea aproximada. La segona la pot produir l'opció de quantitat sobre la qual se n'explica un altre model.

Si la incertesa és en l'oferta, els autors estudien el cas en el qual es ven 1 bé en una primera subhasta de segon preu i com a màxim  $s-1$  béns en un segon encant. És una anàlisi en la qual els valors de reserva dels compradors són independents, i cada un d'ells com a màxim desitja un bé. El nombre de béns que es posa a la venda en el segon encant no és conegut amb certesa fins a l'hora de la subhasta. Sigui  $k$  el nombre de béns que apareixen en la segona subhasta, aquestes unitats són adjudicades per un preu uniforme igual al  $k+1$ -èssim valor de reserva; es tracta d'una variant d'una subhasta de segon preu per  $s$  béns sota supòsit de preferències unitàries dels compradors [Vickrey (1961)]; en aquest mecanisme oferir una quantitat igual al valor de reserva és una estratègia dominant.

Sigui  $\alpha_m$  la probabilitat que en la segona subhasta es posi a la venda  $m$  béns  $m \leq s-1$  i  $\sum_{m=0}^{s-1} \alpha_m = 1$ , aquest fet és de domini públic. Siguin  $B_{i1}$  i  $B_{i2}$  les licitacions realitzades pel jugador  $i$  en la primera i en la segona venda respectivament, l'oferta en cada període és funció dels valors de reserva. Per  $B_{\bullet 1}$  i  $B_{\bullet 2}$  es denota la licitació d'un jugador qualsevol en cada un dels períodes. Sigui  $O_m(n)$  l'estadístic d'ordre situat en la posició  $m$  quan hi ha  $n$  valors de reserva.

El guany esperat d'un comprador  $i$  en la sessió és:

$$G_i = \text{Prob}(O_1(n-1) \leq B_{i1})E(v_i - B_{\bullet 1}(O_1(n-1)) / O_1(n-1) \leq B_{i1}) + \\ \sum \alpha_m \text{Prob}(O_1(n-1) > B_{i1} \text{ i } B_{i1} \geq O_2(n-1))E(v_i - B_{\bullet 2}(O_2(n-1)) / O_1(n-1) > B_{i1} \text{ i } B_{i1} \geq O_2(n-1))$$

o sigui el que es guanya en el primer període suposant que s'adquireix el bé per la probabilitat d'adquirir l'ítem més el guany en el segon període suposant que no s'ha aconseguit el bé en el primer període i que efectivament s'adquireix en el segon per la probabilitat d'aquest esdeveniment.

A partir d'aquesta expressió, els autors dedueixen que l'estratègia simètrica d'equilibri  $B_{it}$  és igual a  $\alpha_0 v_i + \sum_{m=1}^{s-1} \alpha_m E(O_m(n-1) / O_1(n-1)) \leq v_i$ . Quan  $\alpha_0=0$ , és a dir si hi ha una segona subhasta amb certesa, la seqüència de preus és constant, altrament la seqüència és a la baixa.

Quan la incertesa és en la demanda també es produeix un descens dels preus. El model analitzat és el mateix, però  $s=2$  i  $\alpha$  és un paràmetre endogen (depèn dels compradors) en comptes de ser exogen. A efectes pràctics i en un context més general, això vol dir que els jugadors potencialment poden idear estratègies a fi de modificar aquest paràmetre en benefici seu (licitar agressivament...).

En el model concret de Burguet i Sakoviks (1994), les característiques dels licitadors són prou restrictives com per què siguin aliens a estratègies capcioses. Hi ha dos tipus de compradors: els que només desitgen un bé i els que en desitgen dos que valoren per igual. En aquesta situació  $\alpha$  depèn de que en la primera subhasta l'ítem s'adjudiqui a un comprador que desitja ambdós béns i faci ús de l'opció de quantitat; atès que valora els dos béns per igual en farà ús. És a dir  $\alpha$  denota la probabilitat que un comprador que desitja ambdós béns tingui opció de compra en el primer període.

Finalment, cal destacar que segons aquest model, independentment de la causa de la incertesa, aquesta genera un descens dels preus. De la mateixa manera, qualsevol circumstància que generi que el valor d'adquirir el bé en el segon període sigui menor

(despeses pel retard en l'adquisició, cost d'oportunitat del temps, altres costos de participació...) pot explicar un descens dels preus.

La incertesa en l'oferta, que és freqüent en subhastes de productes de la mar, ha estat represa com a argument per explicar el descens dels preus al llarg de la sessió per Jeitschko (1999). Aquest autor treballa en un context en el qual un nombre indeterminat de béns idèntics són venuts a  $n > 2$  compradors neutrals al risc. Cada licitador com a molt desitja una unitat del bé i les seves preferències són independents entre elles. Els béns són venuts seqüencialment en subhastes de segon preu. La seqüència de preus esperada està relacionada amb la probabilitat que hi hagi noves vendes. Si la probabilitat d'una futura venda és baixa, però tanmateix aquesta es produeix, aleshores el preu disminueix. D'altra banda, els preus també poden augmentar quan de cop es redueix una oferta amb la qual es contava.

En la línia de la incertesa en la demanda es pot emmarcar la proposta de Black i De Meza (1992). Si dos objectes idèntics anessin a ser subhastats, com a propietari en quin lloc preferiria que es vengués el seu, primer o segon? La resposta que donen Black i de Meza (1992) a aquesta pregunta és segon (suposant que els valors de reserva dels compradors són independents, que són neutrals al risc i que estan disposats a adquirir ambdós béns, però que la utilitat d'un segon bé no és superior a la d'un sol).

Aquests autors descriuen la situació en dos casos: 1) quan el valor del segon bé pel licitador  $i$ ,  $v_{i2}$ , és constant en funció del valor d'un sol bé,  $v_{i1}$ , i 2) quan el valor del segon bé és estocàstic. En ambdós casos el valor del segon ítem és inferior o igual al d'un sol bé [ $v_{i2} \leq v_{i1} \quad \forall i$ ]. La subhasta analitzada és de segon preu, tot i que expliquen que els resultats són aplicables a una subhasta anglesa.

Per a cada una de les situacions proposen una estratègia de licitació simètrica d'equilibri per a la primera subhasta. La segona subhasta funciona com si n'hi hagués una de sola, essent la millor estratègia pels jugadors oferir  $v_{i2}$  si s'han endut el bé en la primera subhasta, i oferir  $v_{i1}$  altrament.

Els resultats són els següents:

1) Si  $v_{i2} = k v_{i1}$  on  $k$  és una constant tal que  $k \in [0,1]$ , aleshores l'estratègia simètrica d'equilibri en la primera subhasta és oferir  $B_{i1} = E[\max(v_{i2}, O_3(n))]$  on  $O_3(n)$  és la tercera valoració més elevada per un sol bé quan hi ha  $n$  compradors, suposant que la valoració de  $i$  per un bé és la segona més elevada.

2) Si  $v_{i2}$  és estocàstic,  $v_{i2} \leq v_{i1}$  i  $n > 2$ , aleshores novament, l'estratègia simètrica d'equilibri en la primera subhasta és oferir  $B_{i1} = E[\max(v_{i2}, O_3(n))]$  suposant que la valoració de  $i$  per un bé és la segona més elevada; mentre que si  $n=2$  la licitació adequada és:  $B_{i1} = v_{i2}$ .

L'estratègia consisteix doncs en oferir el que es paga en la segona subhasta suposant que les dues valoracions més elevades són iguals i l'altre comprador adquireix el bé. Aquesta estratègia genera un equilibri de Nash. La seqüència de preus resultant és a l'alça.

L'increment de preus que ells postulen és fruit del fet que l'equilibri és simètric, o sigui que tothom actua així i, per tant, que en una subhasta de segon preu el que es paga és el màxim d'aquesta funció corresponent a la segona persona amb la valoració més elevada. Tot i que buscar equilibris simètrics és des d'una òptica formal molt raonable, no sempre és fàcil posteriorment justificar que el model descriu la realitat.

Sovint els compradors no són simètrics (professionals i amateurs...). A més, els licitadors poden ser assidus i haver-se identificat entre ells (qui busca gangues, qui és d'idees fixes...). Si en una subhasta múltiple hom creu que no és el comprador amb la valoració més elevada no té sentit que actuï com si ho fos. Això no forçosament exclou que hi participi (pot creure que és el comprador amb la segona valoració més elevada).

En una segona aproximació del seu estudi, Black i de Meza (1992) introdueixen l'opció de quantitat. Aquesta regla capgira els resultats: no només els preus esperats en la segona venda no són més elevats, sinó que són inferiors. La base és que en la primera venda cal prevenir l'opció de quantitat licitant per sobre de qualsevol  $v_{12}$ . L'opció de quantitat provoca que les ofertes en la primera subhasta siguin més elevades en relació al cas en el qual no existeix aquesta opció. Aquest fet queda demostrat quan hi ha dos compradors, però consideren que també es pot donar quan n'hi ha més.

El resultat de la segona subhasta és més baix quan s'ofereix aquesta opció. Tanmateix, el global de la sessió sembla que és més avantatjós pel venedor. Els autors comproven aquesta afirmació numèricament per dos i tres compradors.

En resum, el canvi en les estratègies dels compradors quan poden escollir el nombre d'unitats que desitgen genera que es liciti més agressivament en la primera subhasta, la qual cosa permet justificar el descens dels preus al llarg de la sessió. Caldria veure si aquest fenomen és més acusat quan es relaxa el supòsit de neutralitat al risc. És important destacar que aquest model explica la disminució dels preus exclusivament en base a l'opció de quantitat i, per tant, en absència d'aquesta opció res no permet explicar-lo. En aquest sentit seria raonable que no es produís. De fet, aquests autors prediuen un increment dels preus; discrepen doncs de les conclusions de Vickrey

(1961) i Weber (1983) que consideren que sota supòsit d'independència la seqüència de preus en mitjana hauria de ser constant. Però, els autors clàssics fan un supòsit de preferències unitàries que Black i de Meza (1992) no mantenen.

Fernando Branco (1997) presenta un altre model en el qual els compradors poden adquirir més d'un bé, exactament dos com a màxim. A diferència dels treballs anteriorment comentats, en el seu estudi els **béns** són **complementaris** per alguns dels jugadors. El seu plantejament també prediu un descens dels preus al llarg de la sessió.

L'explicació és la següent:

Es ven  $s=2$  béns a 4 compradors que poden classificar-se en tres grups, un de tipus  $U_1$  que només desitja el bé 1, un de tipus  $U_2$  que només desitja el bé 2 i dos de tipus  $C$  que valoren ambdós béns i pels quals el valor del conjunt dels dos béns és superior a la suma del valor de cada bé per separat.

Sigui  $v_{U_1}$  el valor del bé 1 pel comprador de tipus  $U_1$ , sigui  $v_{U_2}$  el valor del bé 2 pel comprador de tipus  $U_2$  i sigui  $v_{C_i}$  el valor d'obtenir un sol bé per a cada comprador  $i$  de tipus  $C$ , mentre que  $2v_{C_i} + \alpha$  on  $\alpha > 0$  és el valor d'obtenir ambdós béns. Les valoracions són independents entre elles i els compradors són neutrals al risc. Els béns són venuts mitjançant dues subhastes angleses consecutives.

En el primer bé estan interessats tres compradors (els dos de tipus  $C$  i el de tipus  $U_1$ ). En l'expectativa de poder obtenir ambdós béns els dos compradors de tipus  $C$  estan disposats a pagar més enllà de la seva valoració individual pel bé. La quantitat que



estan disposats a abonar pel primer bé,  $B_{iC}$ , compleix la desigualtat següent:

$$v_{Ci} < B_{iC} \leq v_{Ci} + \alpha \quad \forall i.$$

En canvi, quan es posa a la venda el segon bé com a mínim un dels dos compradors de tipus  $C$  no està disposat a oferir cap quantitat superior a  $v_{Ci}$  i, per tant, la competència és inferior, en el sentit que disminueix el valor de reserva d'alguns compradors. En conseqüència, el preu esperat és menor. Altrament dit, la certesa per alguns compradors de no poder adquirir ambdós béns genera que estiguin menys interessats per l'objecte que s'està venent en aquell període. En la primera venda tots els compradors de tipus  $C$  opten a obtenir el lot sencer, en la segona com a màxim un. Aquesta idea és extensible a més béns.

Una altra regla que permet explicar el descens dels preus és l'**elecció de qualitat**. Gale i Hausch (1994) exposen un model en el qual hi ha dos objectes i dos licitadors amb preferències unitàries i valoracions independents. Es ven seqüencialment els dos béns mitjançant subhastes de Vickrey.

Els autors estudien dues situacions: en una és el venedor qui decideix l'ordre de venda dels béns, en l'altra ho fan els compradors mitjançant l'opció de qualitat. En ambdós casos hi ha un descens dels preus sempre que es vengui un bé en la primera subhasta atès que en la segona només resta un comprador i, per tant, en la mesura que el preu de reserva fixat pel venedor sigui nul, el preu de la segona venda és zero.

Quan es permet que els compradors escullin l'article que desitgen en la primera venda, l'estratègia dominant és participar sotmetent una oferta que depèn de la diferència de les valoracions individuals entre els dos béns per a cada participant. Lògicament es produeix un descens dels preus i, més interessant, l'assignació és eficient (o bé cada

comprador adquireix l'objecte que prefereix, o bé quan tots dos prefereixen el mateix ítem, el bé més cobejat se l'enduu qui està disposat a pagar-lo més car).

Amb l'opció de qualitat com més gran sigui la diferència entre les valoracions dels béns, més gran és el preu esperat en la primera subhasta. És a dir, el guany esperat del venedor depèn positivament de la dispersió de les valoracions. En aquest sentit el model de Gale i Hausch (1994) s'assembla al proposat per Bernhardt i Scoones (1994).

Quan no es permet aquesta opció, l'assignació resultant pot ser ineficient. D'altra banda, si el primer bé en venda no és el més desitjat, una bona estratègia pels compradors és oferir un preu baix car altrament s'arrisquen a que ningú no adquireixi el primer objecte, i pagar molt més per l'altre en la segona subhasta. Amb aquesta estratègia, en cas que el primer bé no sigui el preferit, un d'ell se'l queda per un preu molt baix (allò que els autors anomenen *bottom-fishing*). El preu en la segona subhasta segueix sent nul degut a les particularitats dels seu model i, per tant, es produeix un descens dels preus.

Un aspecte recentment tractat és l'**ordre en el qual es ven els béns**. El descens dels preus relatiu al valor estimat en el cas de béns heterogenis venuts en ordre decreixent en funció del seu "valor real" és explicat pel model proposat per Beggs i Graddy (1997) per les diferències entre les valoracions dels compradors. Se subhasta dos béns diferents seqüencialment i es posa primer a la venda el més valuós (analitzen un model en el qual les preferències dels compradors tot i ser independents són molt similars, tothom ordena els béns de la mateixa manera). El preu d'aquest primer bé depèn en part del valor de reserva del segon licitador, mentre que el del segon bé depèn exclusivament del del tercer. Atès que el valor de reserva del tercer jugador és inferior

al del segon comprador, el preu del primer bé, corregit per les diferències de valor entre els dos objectes, és superior.

Concretament, els autors plantegen el problema següent: s'ha de vendre seqüencialment mitjançant subhastes angleses dos béns de diferent valor a  $n$  compradors neutrals al risc que individualment, com a màxim, desitgen un bé. Siguin  $v_1$  i  $v_2$  on  $v_2 = k v_1$  ( $0 < k \leq 1$ ) els valors del bé 1 i del bé 2 respectivament. El valor de reserva per cada comprador  $i$  pel primer bé és  $v_{i1}$ , mentre que pel segon bé és  $v_{i2}$ . Per a tot comprador  $i$  es compleix que  $v_{i2} = k v_{i1}$  on  $0 < k \leq 1$ . Els valors de reserva de compradors diferents són independents.

L'ordre de venda és decreixent en funció del valor. En el primer període es ven l'objecte més valuós, i en el segon el de menor valor.

La segona subhasta funciona com si fos única, l'estratègia dominant és continuar oferint una quantitat cada cop més elevada mentre aquesta no sigui superior al valor de reserva, el bé s'adjudica per un preu  $P_2$  igual al segon valor de reserva més elevat dels  $n-1$  licitadors que participen en la subhasta. Si la primera subhasta ha sigut eficient, en el sentit que el bé s'ha adjudicat a un dels dos compradors amb major valor de reserva, aleshores,  $P_2 = v_{32}$  on  $v_{32}$  és el tercer valor de reserva més elevat pel segon bé d'entre els  $n$  participants inicials. El guany esperat del comprador que adquireix el segon bé és  $G_{i2} = v_{i2} - v_{32}$ . D'altra banda, el guany esperat d'adquirir el primer bé és  $G_{i1} = v_{i1} - P_1$ , on  $P_1$  és el preu del primer bé.

Mentre  $G_{i1} > G_{i2}$  el comprador  $i$  prefereix adquirir el primer bé  $i$ , per tant, segueix licitant per ell. Això és cert fins que  $P_1 = v_{i1} - v_{i2} + v_{32} = v_{i1}(1 - k) + v_{32}$ . Atès que  $P_2 = v_{32}$  el primer bé es ven per un preu superior al segon. Aquesta diferència pot ser atribuïble a la diferència en qualitat (el primer bé és més valuós). Cal normalitzar aquests preus a fi que no estiguin afectats per les diferències entre els "valors reals" dels béns; la constància de preus es pot acceptar si es compleix que  $\frac{P_1}{v_1} = \frac{P_2}{v_2}$ .

Aquesta igualtat no es compleix. Fàcilment es pot veure que  $\frac{P_1}{v_1} > \frac{P_2}{v_2}$ . El model

mostra doncs que quan l'ordre de venda de béns diferents és decreixent en funció del valor s'espera que la seqüència dels preus relatius al valor de l'objecte al llarg de la sessió sigui a la baixa. Aquests autors a més demostren que l'ordenació de major a menor valor dels béns és la que permet al venedor extreure major profit global de la sessió.

La importància de l'ordre en el qual es ven els béns també s'ha posat de manifest en el model proposat per Pitchik (1995).

Efectivament, les regles de la subhasta que imposa el venedor condicionen el resultat de la venda; valgui d'exemple el model de Branco (1996). L'autor descriu una seqüència de subhastes angleses per adjudicar  $s$  béns homogenis a  $n$  licitadors que com a màxim desitgen un bé. En aquest model els jugadors coneixen els preus d'adjudicació dels béns venuts, i el venedor fixa preus de reserva diferents al llarg de la sessió a fi de maximitzar el seu guany discriminant així entre compradors. Com a

conseqüència la seqüència dels preus esperats és a la baixa. El propi autor considera que aquesta explicació no és satisfactòria per entendre el descens dels preus que s'observa en la realitat. No obstant això, una regla d'un mecanisme de subhasta que permeti discriminar entre compradors pot condicionar la seqüència de preus.

10.3 - Taula-síntesi

Treball	Mòbil de l'explicació	n	s	Independència valoracions	max <sub>c</sub> (s)
Pitchik i Schotter (1986)	restricció pressupostària	2	2	Sí	2
Black i de Meza (1992)	opció de quantitat	n	2	Sí	2
McAfee i Vincent (1993)	Aversió absoluta al risc no decreixent amb la riquesa	n	2	Sí	1
Bernhardt i Scoones (1994)	diferència valoracions	n	2	Sí	1
Burguet i Sakovics (1994)*	incertesa quantitat	n	2	Sí	2
Fehr (1994)	despesa participació	n	2	Sí	1
Pitchik (1995)	restricció pressupostària i ordre dels béns	2	2	Sí	2
Gale i Hausch (1994)	opció de qualitat	2	2	Sí	1
Branco (1996)	diversos preus de reserva	n	s	No	1
Beggs i Graddy (1997)	ordre dels béns	n	2	Sí	1
Branco (1997)	Complementarietat béns	4	2	Sí	2
De Frutos i Rosenthal (1998)	asimetria compradors (resultats numèrics)	4	2	No	1
Engelbreght-Wiggans i Kahn (1999)	capacitat limitada compra	n	s	No	1
Jeitschko (1999)	incertesa oferta	n	s	Sí	1
Katzman (1999)	asimetria compradors	n	2	Sí	2

**Taula III: Taula-síntesi de models que expliquen el descens dels preus al llarg de la sessió**

n: nombre de compradors, s: nombre de béns en venda, max<sub>c</sub>(s): nombre màxim d'objectes adquiribles per un comprador.

\* Aquests autors també descriuen una altra situació amb s objectes, però en períodes de temps diferents; no explica doncs el descens dels preus al llarg d'una sessió.

## 11 - Comentaris finals

En aquest capítol s'ha posat de manifest que els models teòrics clàssics postulen quelcom que no passa en la realitat. Concretament, prediuen que quan es ven successivament diversos béns mitjançant subhastes, la seqüència de preus esperada és en mitjana constant quan les valoracions dels compradors són independents, i augmenta altrament.

Hi ha evidència empírica d'un descens dels preus al llarg de la sessió. Aquest fenomen ha estat àmpliament descrit en subhastes a l'alça i, en menor mesura, en subhastes de primer i segon preu, pels dos darrers mecanismes les dades analitzades són experimentals. No s'ha trobat cap estudi que hagi valorat el comportament dels preus al llarg de la sessió en subhastes a la baixa. Tanmateix, la revisió de la literatura prèvia realitzada s'ha decantat majoritàriament cap a estudis publicats. Cal dir que basar-se en treballs publicats pot esbiaixar la selecció cap aquells que presenten resultats positius. No obstant això, el fenomen del descens dels preus és prou conegut com per a que també sigui d'interès presentar un treball amb resultats negatius, fet que sens dubte redueix el risc de basar-se majoritàriament en treballs publicats.

Cal assenyalar que l'evidència del fenomen no és encara prou extensa per saber amb precisió en quins casos es produeix. Aquest punt representa un límit en la cerca de la seva explicació en tant que no queda acotat el camp d'estudi. És doncs interessant estudiar els comportament dels preus en subhastes a la baixa a fi de delimitar millor el marc d'estudi teòric d'aquest fenomen. Precisament, un dels tres treballs que es presenta busca cobrir en part aquest buit. Es tracta, com ja s'ha dit, d'un estudi sobre la tendència dels preus en una subhasta holandesa amb dades de la llotja de peix de Tarragona.

Tanmateix, han sorgit un seguit de propostes per explicar l'existència d'aquest fenomen. Algunes són específiques i, per tant, només justifiquen la presència del descens dels preus en subhastes molt concretes. D'altres en canvi són més genèriques i expliquen que el fenomen sigui més generalitzat. En algun cas, fins i tot, el descens dels preus depèn del mecanisme de subhasta. És possible que la tendència dels preus al llarg de la sessió sigui fruit de diferents circumstàncies que puguin o no potenciar-se entre elles.

Es pot fer notar que gairebé totes les explicacions contemplen el supòsit d'independència de les valoracions, en aquest sentit només es qüestiona la constància dels preus. A més a més, la majoria suposa que com a màxim cada comprador només desitja un bé. Aquest supòsit, per un cantó és molt poc realista i, per l'altre, malauradament, sembla ser que els resultats que assoleixen els models sota supòsit de preferències unitàries no són aplicables allí on es viola aquest supòsit.

Pel que respecte a les explicacions que no contemplen el supòsit de preferències unitàries, cal dir que limiten el nombre de subhastes com a màxim a dos. No s'ha trobat cap model que no restringeixi la quantitat de béns que desitja cada comprador o no limiti el nombre de períodes de venda. Es pot comentar que quan els licitadors desitgen varies unitats del bé, aleshores, pot donar-se el cas que hagin d'escollir entre sacrificar unitats en pro d'un millor preu o garantir-se l'adquisició d'un major nombre d'unitats en detriment del preu. En general, els autors descriuen uns participants en les subhastes que maximitzen els seus guanys monetaris. No obstant això, en la realitat sembla ser que hi ha licitadors que poden tenir altres motivacions. Així, per exemple, agents a qui se'ls ha encomanat una determinada quantitat de béns poden preferir unitats a guanys, sobretot quan aquests guanys són els dels seus clients. De fet, aquesta



és precisament la situació que contempla el l'explicació proposada en aquest treball per explicar el descens dels preus (capítol IV).

Per altre costat, cal destacar que no s'ha explicat satisfactòriament el descens dels preus en una subhasta de primer preu, quan hi ha evidències de que també es produeix. En el capítol IV es proposa una explicació del fenomen per aquest mecanisme de subhasta.

L'últim punt que cal destacar és que donada l'existència d'aquest fenomen, quan els béns són diferents algunes estratègies d'ordenació generen majors guanys esperats pel venedor. Aquestes estratègies són: 1) ordenar de major a menor valor i 2) ordenar de major a menor dispersió de les valoracions. Hi ha evidència que en algunes subhastes la disposició dels objectes a vendre és congruent amb el primer criteri. Aquest seria el cas majoritari dels compradors a la llotja de peix de Tarragona que són objecte d'estudi (capítol III). D'altra banda, és possible que aquesta mateixa ordenació en el cas d'obres d'art també compleixi el criteri de dispersió segons els resultats del tercer estudi que es presenta (capítol V).

*II – ASPECTES GENERALS I DESCENS DELS PREUS*

### III - EL DESCENS DELS PREUS EN BÉNS HOMOGENIS:

#### EVIDÈNCIA EN UNA SUBHASTA HOLANDESA<sup>o</sup>

##### Resum:

El descens dels preus d'adjudicació en subhasta conforme se succeeixen les vendes, conegut en la literatura com *the price declining anomaly*, ha estat àmpliament descrit en subhastes a l'alça, i en menor grau en subhastes de primer i segon preu. Tanmateix, aquest fenomen no ha estat estudiat en subhastes a la baixa. Per això es considera que és d'interès comprovar si aquest comportament es presenta en subhastes a la baixa a fi de poder acotar el marc d'estudi teòric.

El treball que es presenta analitza la tendència dels preus en una subhasta a la baixa utilitzant una mostra de 4.737 observacions de la llotja de Tarragona. La metodologia d'anàlisi emprada és l'habitual en aquesta literatura. Així es pot contrastar els resultats d'aquest estudi amb els obtinguts en altres tipus de subhasta. Aquest treball aporta evidència empírica de la disminució dels preus en una subhasta a la baixa. Donada aquesta primera conclusió, és d'esperar que els venedors posin primer a la venda els articles més cars per maximitzar el seu benefici. L'article mostra que efectivament aquesta és l'estratègia d'ordenació majoritària.

---

<sup>o</sup> *Voldria agrair als membres de la Confraria de pescadors de Tarragona i, en especial a la seva direcció, no només haver facilitat les dades sense les quals aquest estudi no hagués estat possible, sinó també tot el temps que m'han dedicat.*

## 1 - Introducció

Són les cinc de la tarda, en el panell lluminós de la llotja de Tarragona va desfilant una successió de números cada cop més baixos. En aparèixer el "1.320" tot s'atura: s'acaba d'adjudicar una caixa de rap. Així, dia rera dia, es ven les captures successivament, establint-se per cada adjudicació un preu.

El present treball s'interessa pel comportament d'aquests preus al llarg de la sessió; es comprova si efectivament disminueixen en relació al valor dels ítems conforme es va desenvolupant la subhasta, tal i com alguns estudis previs descriuen que succeeix en altres formes de subhasta [veure, per exemple, Pitchik i Schotter (1988), Ashenfelter (1989), Ashenfelter i Genesove (1992), McAfee i Vincent (1993), Lusht (1994), Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996), Keser i Olson (1996), Pesando i Shum (1996), Beggs i Graddy (1997), Ginsburgh (1998), Deltas (1999) o Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999)]. Aquest fenomen no queda recollit pels models més generals de subhastes que indiquen que la seqüència dels preus al llarg de la sessió hauria de tenir pendent positiva o nul·la [veure, per exemple, Vickrey (1961) i Weber (1983)]. Alguns autors han assenyalat possibles causes d'aquest descens aparentment anòmal [veure, per exemple, Pitchik i Schotter (1986 i 1988), Black i de Meza (1992), Bernhardt i Scoones (1994), Burguet i Sakovics (1994), Gale i Hausch (1994), Fehr (1994), Pitchik (1995), Branco (1996 i 1997), Beggs i Graddy (1997), de Frutos i Rosenthal (1998), Ginsburgh (1998), Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999), Jeitschko (1999) o Katzman (1999)]. Elaborar una explicació del fenomen és una tasca complexa atès que la problemàtica no està ben acotada. Succeeix en totes les subhastes? Si és propi de certes subhastes, quins són els trets diferencials d'aquestes? No es té prou informació sobre la qüestió.

És doncs important estudiar a nivell empíric el fenomen a fi de delimitar el camp d'estudi teòric. Aquí es valora per subhastes a la baixa, és a dir en un mecanisme en el qual el subhastador va cantant una sèrie de preus cada cop més baixos fins que un comprador declara que pel darrer preu anunciat està interessat pel bé i la subhasta s'atura. No s'ha trobat cap treball que hagi estudiat el comportament dels preus en aquesta forma de subhasta. Concretament, s'estudia la subhasta de peix d'arrossegament de Tarragona.

També s'analitza les estratègies d'ordenació dels venedors. En la mesura que els preus presentin alguna tendència al llarg de la sessió és possible que l'ordre en el qual es vengui els productes condicioni els guanys esperats dels participants. Inversament, alguns autors consideren que la disposició dels ítems pot condicionar el comportament dels preus al llarg de la sessió [veure, per exemple, Bernhardt i Scoones (1994), Pitchik (1995) i Beggs i Graddy (1997)].

Tot seguit, després de revisar els antecedents (2), es presenta l'estudi realitzat. Primer es descriu la subhasta i el conjunt de les dades (3), després s'especifica les dades d'anàlisi i el mètode (4) i, finalment, es presenta i es discuteix els resultats (5). Les parts del treball tracten el comportament dels preus i l'ordenació dels béns de forma paral·lela. El darrer apartat es reserva per sintetitzar les aportacions principals (6).

## **2 - Antecedents**

Si en una subhasta seqüencial de béns homogenis els preus baixen, en la mesura que els compradors percebin o coneguin el fenomen, és raonable que s'esperin per adquirir els béns desitjats (suposant que són neutrals al risc). Si tothom actua d'aquesta manera, disminueix el nombre de licitadors per les primeres unitats del bé i, consegüentment,

el seu preu. Així doncs, és d'esperar que el propi mecanisme de subhasta corregeix-hi les diferències de preus que puguin existir en diferents moments de la subhasta i, per tant, que els preus al llarg de la sessió siguin en mitjana constants. La constància dels preus fou exposada per primer cop per Vickrey (1961) en un entorn en el qual les preferències dels compradors eren unitàries i independents. L'autor ho justificà basant-se en el fet que tothom estima el mateix preu. Anys després, Weber (1983) va raonar que quan els valors de reserva no eren independents la seqüència de preus esperada era a l'alça, atès que la informació generada al llarg de la sessió reduïa la maledicció del guanyador i, en conseqüència, els compradors licitaven cada cop més agressivament; o sigui que a l'inici de la sessió els preus eren més baixos que al final car el risc de sobrevalorar el bé era major.

### *2.1 - El descens dels preus al llarg de la sessió*

Els estudis duts a terme sobre el comportament dels preus al llarg de la sessió descriuen una tendència a la baixa. Un article d'Ashenfelter publicat l'any 1989 al *Journal of Economic Perspectives* sobre subhastes de vi és potser el primer treball que va tenir un cert impacte en el qual s'evidencia el fenomen del descens dels preus. L'autor analitza preus d'adjudicació de subhastes a l'alça, també dites angleses, és a dir processos en els quals els compradors van oferint una quantitat cada cop més elevada fins que pel darrer preu anunciat un sol comprador està interessat pel bé. A més a més, les subhastes estudiades contemplen l'opció de quantitat que permet que pel preu d'adjudicació per bé el comprador esculli la quantitat de béns "idèntics", entre els disponibles, que desitja. Amb el mateix tipus de material apareixen altres treballs [McAfee i Vincent (1993) i Ginsburgh (1998)]. En subhastes angleses amb opció de qualitat el descens dels preus relatiu al valor dels béns ha estat observat per

Ashenfelter i Genesove (1992). Lusht (1994) un descens dels preus d'adjudicació en una subhasta anglesa que no presenta cap d'aquestes dues opcions. Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996) presenten una evidència del fenomen en subhastes angleses de joies. En el sector de l'art i també per subhastes a l'alça Pesando i Shum (1996) i Beggs i Graddy (1997) detecten una tendència dels preus a la baixa. La presència del descens dels preus al llarg de la sessió sembla prou corroborada en subhastes a l'alça. Més recentment, Deltas (1999) i Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999) han comprovat aquest comportament en subhastes de bestiar, malauradament el mecanisme de venda no queda prou clar.

El comportament dels preus en altres mecanismes ha estat menys estudiat. Tot i així, hi ha resultats amb dades experimentals. Keser i Olson (1996) comproven la tendència a la baixa en una subhasta de primer preu, mentre que Pitchik i Schotter (1988) la detecten en una de segon preu. En aquests mecanismes les licitacions es fan de forma privada i el subhastador dona el bé a qui ha realitzat l'oferta més elevada. En la subhasta de primer preu es paga el valor de l'oferta més alta i en la de segon preu el de la segona oferta més elevada.

## 2.2 - Ordenació dels béns

És important l'ordre en el qual es ven els béns quan són diferents els uns dels altres? Ho tenen en consideració els organitzadors? Si és així, quins criteris utilitzen per ordenar? Quins haurien de tenir en compte per maximitzar llur benefici? Aquests són els aspectes tractats a continuació.

En les referències a subhastes antigues rarament es comenta aquest aspecte. Però precisament en una de les primeres, la narració 196 del primer llibre d'*Història*

d'Heròdot (s. V aC) en la qual es descriu una tradició babilònica encara més antiga, es destaca aquest punt. Es tracta d'una subhasta de dones casadores; l'autor relata que les dones eren ordenades començant per la de més valor (la més bonica), i venudes entre els compradors rics, mentre que els pobres agafaven les menys atractives, fins i tot les que tenien deficiències, si n'hi havia. En aquest cas el pregoner hi afegia diners i començava per la menys valuosa (es podria dir que es compraven marits, tot i que eren els darrers els que acceptaven la transacció). La futura muller s'adjudicava a qui l'acceptava per menys diners<sup>1</sup>.

L'ordenació decreixent en funció del valor monetari del bé es retroba en descripcions de subhastes de llibres a la baixa edat mitjana [veure Hernando (1995), p. 650 i 665]. També sembla ser una disposició emprada per la *Royal African Company* per vendre esclaus als segles XVII i XVIII, en aquest cas el mecanisme de venda no sempre queda prou clar [Galenson (1986), p. 71-92].

A més a més, aquesta sembla ser l'estratègia que segueixen grans sales de subhasta actuals. Beggs i Graddy (1997) pregunten als professionals del departament d'art de Christie's a Londres amb quins criteris ordenen els béns en una subhasta. Sembla que segueixen aproximadament un criteri cronològic, resposta que coincideix amb allò que apareix en els catàlegs. Però vendre primer els quadres més antics també representa vendre primer els més cars, atès que ho solen ser. És a dir que disposen les peces de més a menys valuoses. Val a dir que aquesta ordenació no és tan perfecta com la descrita per Heròdot. De fet, els autors recullen comentaris com que alguns propietaris prefereixen que les seves pertinences no se situïn en posicions extremes (molt al començament o molt al final), o també que un quadre pot beneficiar-se per

---

<sup>1</sup> Els diners, o part d'ells, que s'obtenien de la venda de les noies més maques servien per a col·locar les que no ho eren tant. Així es planteja la idea de "**subhasta distributiva**" en la qual la funció assignativa sembla la més important.



l'excitació fruit d'una venda important just anterior. Seria interessant, tot i que queda fora d'aquest estudi, comprovar si aquesta sala bicentenària ha seguit sempre el mateix criteri. En qualsevol cas, Ginsburgh (1998) explica que, actualment, en les subhastes de vi d'aquesta sala els lots també són ordenats decreixentment en funció de la qualitat i, per tant, decreixentment en funció del preu esperat. D'altra banda, actualment en subhastes de bestiar també s'ordena als ítems en ordre de valor decreixent [veure Deltas (1999) i Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999)].

Les sales de subhasta locals semblen, tanmateix, tenir un criteri diferent. No és infreqüent trobar els béns aproximadament ordenats de menys a més valor (dins una mateixa categoria d'objectes), aquest fet, però, no s'ha estudiat específicament. Val a dir que el públic d'aquestes sales no és totalment professional, així sovint s'hi desplacen després de la feina. Això genera que l'assistència en la subhasta no sigui constant, al contrari s'omple progressivament. Per tant, si se situen els ítems més valuosos en els moments que preveuen una major assistència aleshores l'ordenació és aproximadament creixent en funció del valor<sup>2</sup>. D'altra banda, pot semblar raonable seguir l'estratègia d'ordenació dominant en el sector de cara a facilitar la comprensió del procés als compradors. Si les sales de Barcelona, en general, ordenen de menor a major preu, potser per una nova sala té sentit mantenir aquest mateix criteri.

Finalment, cal fer esment de les pautes d'ordenació proposades des de l'àmbit acadèmic. El que s'exposa seguidament són criteris d'ordenació que permeten que el venedor maximitzi el seu guany esperat global de la sessió. El model elaborat per Beggs i Graddy (1997) mostra que subhastar els ítems en ordre decreixent de valor estimat pot ser raó suficient per a produir que els preus relatius a l'estimació

---

<sup>2</sup> Una sala s'omple progressivament fins un cert moment, cap al final de tot l'assistència minva. Hi ha sales que, sabent això, no deixen pel final de tot res gaire valuós que vulguin vendre; o sigui que relacionen l'emplaçament de les peces més valuoses amb l'assistència prevista.

disminueixin amb el temps; d'altra banda, consideren que si es produeix un descens dels preus aquesta és una bona manera d'ordenar els ítems. Pitchik (1995) també considera que l'ordre pot afectar els resultats. Per la seva banda, el model proposat per Bernhardt i Scoones (1994), per subhastes de béns estocàsticament equivalents, conclou que pel venedor és preferible subhastar primer aquells béns pels quals la distribució de les valoracions dels compradors és més dispersa.

En síntesi, cal destacar que hi ha una certa evidència del descens dels preus principalment en subhastes a l'alça. També s'ha vist que una de les grans sales internacionals de subhastes d'art i antiguitats ordena els béns a vendre amb criteris aparentment oposats als emprats per les sales locals. Aquesta divergència potser és fruit del diferent grau de professionalització dels assistents. Tot seguit s'exposa un treball empíric en el qual es valora el fenomen del descens dels preus per a subhastes a la baixa de béns que puguin ser considerats homogenis; concretament, s'estudia subhastes de peix realitzades a la llotja de pescadors de Tarragona. També es comprova en quin ordre es disposa els ítems diferents.

### **3 - La subhasta de peix d'arrossegament de Tarragona**

#### *3.1 - Descripció de la subhasta*

A la llotja de Tarragona, a les tardes, se subhasta el peix<sup>3</sup> d'arrossegament que duen una setantena de barques. Aquesta llotja és la més important de la província amb més

---

<sup>3</sup> Per simplicitat es parla de peix, tot i que les captures inclouen també mol·luscs i crustacis.

del 50% del total de les captures<sup>4</sup>. S'hi ven tot tipus de peix, des de gambes fins a sardines. Tanmateix, el peix blau se subhasta majoritàriament al matí quan arriben a port un tipus d'embarcacions més grans que pesquen més lluny de la costa i, generalment, de nit. El 1997, a Tarragona es va pescar 9.557,6 tones de peix per un valor total de 2.769,6 milions de pessetes corrents<sup>4</sup>.

És una subhasta holandesa, és a dir a la baixa. Arreu del món és freqüent vendre el peix a la baixa, tot i que hi ha alguna excepció [veure Learmount (1985), p. 67]. La tradició de vendre el peix a la baixa és probablement més antiga del que es té documentat, val a dir que ja es practicava a Holanda al segle XVII [veure de Marchi (1995)]. Potser el seu ús extens per vendre productes de durada curta s'ha de relacionar amb el fet que val més vendre a preu baix que no pas haver de llençar la mercaderia. En aquest sentit Smith (1990, p. 42-47) comenta que per a aquests articles, la subhasta, més que un mecanisme de determinació dels preus, serveix sobretot per assignar la propietat. Tot i així, els preus assolits són fruit d'un encant. D'altra banda, aquesta forma de venda permet transaccionar un gran volum de peix en un espai de temps força reduït: una subhasta de peix d'arrossegament a la llotja de Tarragona dura aproximadament un parell d'hores.

El peix es ven per caixes mitjançant un procés informatitzat. Les captures d'una barca determinada són subhastades consecutivament a mesura que les embarcacions arriben a port. En una cinta rodant van desfilant les caixes que són ofertes per ordre d'aparició. Els compradors poden fer-se una idea ràpida del producte des dels seus seients a uns pocs metres de la cinta. No obstant això, és corrent que alguns d'ells s'acostin als molls o a les finestres de la llotja mentre es descarrega el peix a fi

---

<sup>4</sup> Font: "*Annari Estadístic de Catalunya 1998*". Institut d'Estadística de Catalunya, Generalitat de Catalunya, p. 306.

d'obtenir informació anticipada o més acurada sobre el tipus, la quantitat i la qualitat del producte.

La quantitat de peix que se subhasta en una tarda no es pot saber fins que no han arribat a port totes les barques. Tanmateix, se'n té una idea aproximada, que es pot considerar de domini públic, atès que sí que se sap quantes embarcacions han sortit a pescar; els dies en els quals les condicions climàtiques són menys favorables no tots els pescadors s'arrisquen a sortir a la mar. A més a més, no és infreqüent que els pescadors es posin en contacte per ràdio amb la confraria i informin de com ha anat la jornada.

El preu per quilo de sortida apareix en un panell juntament amb el tipus de peix, la barca que l'ha pescat i el nombre de caixes que es té opció a comprar de cop. Aquest preu va reduint-se progressivament a una quota constant segons el tram fins que un dels compradors pitja un botó d'un petit aparell que té personalitzat (el senyal que emet permet a l'ordinador saber quin comprador ha parat la subhasta). Aleshores la subhasta s'atura i, el comprador que ha premut el botó adquireix la caixa per aquell preu.

Si es posa a la venda més d'una caixa a la vegada, el comprador que ha aturat la subhasta té l'opció d'adquirir el lot complet o part d'ell pel mateix preu per quilo (opció de quantitat). En cas de no adquirir totes les caixes el procés torna a començar a un preu similar a l'anterior preu de sortida, tot i que pot variar una mica en funció del resultat de la venda. Si encara queda per vendre més d'una caixa el següent comprador que atura la subhasta torna a tenir opció de quantitat i, així, successivament fins que s'esgoti el lot. En cas de col·lisió (dos compradors aturen la subhasta al mateix moment), la pantalla ho anuncia i torna a començar el procés de subhasta una mica per sobre del preu de col·lisió.

A la subhasta de peix d'arrossegament de Tarragona, i en les de les altres llotges de peix de la província, la confraria de pescadors actua com a monopolista venent el peix mitjançant una subhasta holandesa a uns compradors que competeixen entre ells. Aquest sistema permet que els pescadors extreguin el màxim preu del seu peix. En paraules del personal de la confraria, si no existís aquesta institució per vendre el peix mitjançant la subhasta els pescadors malviurien. Finalment, cal dir que l'entrada a la subhasta no és lliure, cal estar acreditat (peixaters...); i que els compradors no constitueixen un col·lectiu homogeni.

### 3.2 - Descripció de les dades

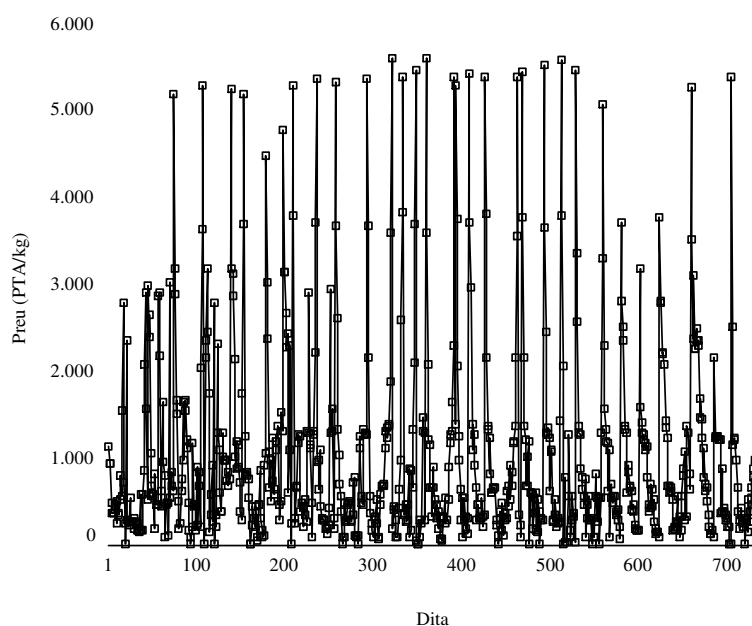
S'ha recollit les 4.737 observacions corresponents a totes les dites (posició relativa de les adjudicacions) de les subhastes de peix d'arrossegament de la segona setmana de març de 1997. De cada observació es coneix la data, la dita, el tipus de peix, la barca que l'ha pescat, el comprador, el pes, el nombre de caixes venudes i el preu per kg. Aquesta informació es resumeix a la taula I.

	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres
Dites totals	736	1.019	949	1.082	956
Caixes totals	834	1.157	1.063	1.211	1.090
Pes total (kg)	4.111	6.325	5.444	6.517	5.506
Nombre barques	58	69	69	72	67
Nombre compradors	75	78	73	77	81
Tipus diferents de peix	62	69	70	70	66
Preu (PTA/kg)*	760	811	874	933	883
Ingressos totals (PTA)	3.122.711	5.129.446	4.756.860	6.081.743	4.860.706

**Taula I: Descripció de les dades de la subhasta de peix d'arrossegament de Tarragona del dilluns 10/3/97 al divendres 14/3/97.**

\* Mitjana ponderada pel pes.

És interessant comentar que la distribució dels preus per kg és molt asimètrica; té una gran cua per la dreta. Això és d'aquesta manera no només globalment, sinó també, en general, per barca. Aquest fet es pot apreciar a la figura 1, que presenta els preus per kg de les vendes del dilluns ordenats cronològicament. Els preus d'adjudicació han estat units seguint el número de la dita S'hi observa un seguit de pics que corresponen, en principi, cada un a una barca diferent. En efecte, la majoria de barques tenen per vendre alguns peixos cars i força de més barats.



**Figura 1: Evolució dels preus durant la tarda de dilluns 10 de març de 1997.**  
quadrat: cada un correspon al preu d'adjudicació (PTA/kg) d'una dita.

### 3.3 - Les fonts de variabilitat

El preu dels ítems està afectat per diferents fonts de variabilitat que no es limiten al tipus de peix i a la seva grandària. Es pot esmentar també, per exemple, el dia de la setmana o la barca.

1) ~~El dia de la setmana~~: a la taula I s'observa diferències entre tardes en la quantitat de producte transaccionat tant si es valora a partir del nombre de dites, com si es mira el de caixes o el pes. Aquestes variacions no són tan sols atribuïbles al nombre de barques que surten a pescar atès que entre dimarts i dimecres hi ha gairebé una tona de diferència tot i que el nombre de barques és el mateix. Alguns factors no controlables, titllats sovint de sort per la comunitat de pescadors, generen diferències importants.

Els ingressos totals també fluctuen atès que depenen, com a mínim, de què i de quant es pesca, variables que són incertes a priori. En aquest sentit, els ingressos dels pescadors són variables, però això no és degut al mecanisme de venda. De la mateixa manera, el preu mig fluctua entre tardes degut a les diferències entre el tipus de peix transaccionat. Dilluns, per exemple, no es va pescar cap gamba, un producte car; mentre que dijous se'n va vendre 42 caixes de les quals el 48% era gamba gran de preu superior a les 5.000 PTA/kg.

Tanmateix, segons els comentaris del personal de la confraria les fluctuacions entre dies poden tenir alguna component sistemàtica. Dies com dilluns en el qual no hi ha hagut venda des de divendres o com divendres que precedeix el cap de setmana són bons dies per vendre el peix, com també són bones les jornades posteriors a qualsevol festiu.

En resum, convé destacar que els ingressos dels diferents dies de la setmana estan afectats per la variabilitat de l'oferta, que no és totalment controlable (diferents estats de la natura), i per una demanda fluctuant que en part pot tenir una component sistemàtica. La demanda també pot estar afectada per altres paràmetres, com ara el preu de la carn... A més a més, el preu del peix en una llotja pot dependre en part del preu del peix en altres llotges [Smith (1990), p. 3, descriu un cas on s'evidencia aquest fet]. Finalment, cal tenir present que algunes tardes es produeix incidències que poden alterar el funcionament de la subhasta; per exemple, l'aparició de la policia per controlar que tot el peix venut tingui la grandària mínima estipulada per la llei.

2) Els compradors: són el grup més nombrós de la subhasta, oscil·len al voltant de les vuitanta persones. Alguns compren molt poc peix, una o dues caixes al dia, mentre que altres n'adquireixen cinquanta o seixanta. No tots assisteixen sempre a la llotja, ni s'emporten les mateixes quantitats de peix cada dia: n'hi ha que compren molt al començament de la setmana mentre que d'altres ho fan cap al final.

D'altra banda, el tipus de peix adquirit presenta diferències entre compradors, i la barca a la qual li compren també; clarament alguns busquen més qualitat que d'altres. Per tant, hi ha una certa heterogeneïtat entre els hàbits d'adquisició dels compradors.

3) Les barques: algunes s'especialitzen en determinats tipus de peix, fet que de retruc pot afectar la seva hora d'arribada a port. D'altra banda, un mateix tipus de peix pescat per barques diferents pot presentar diferències sistemàtiques de preu que reflecteixen diferents qualitats; és sabut que alguns pescadors tracten millor les captures que no pas d'altres. Aquestes diferències són públiques i conegudes i, per tant, els compradors les tindran en consideració a l'hora de realitzar les seves ofertes.



L'especialització de les barques pot comportar que la distribució del tipus de peix al llarg de la tarda no sigui aleatòria. Efectivament, l'anàlisi de 2.957 observacions corresponents a totes les transaccions de productes que tenien entre tota la setmana més de 100 dites ha permès comprovar que la distribució dels peixos de les cinc primeres meitats de tarda era significativament diferent de la distribució de les cinc segones ( $p < 0,00001$ ). A títol d'exemple, es pot esmentar que el cargol es ven pràcticament només a la primera meitat de tarda, mentre que la maira es transacciona a la segona.

4) El tipus de peix: la confraria de pescadors classifica els peixos segons l'espècie, i en alguns casos, molt pocs, també ho fa en funció de la grandària. Així, hi ha tres categories de gambes (petita, mitjana o gran), i també es diferencia el pop del popet, el lluç del llucet... Tanmateix, aquesta classificació no és suficient: no es pot considerar que els peixos classificats amb el mateix codi són una categoria de béns homogènia. Lluny d'això, les diferències són sovint immenses i repercuteixen sobre els preus. El llucet, per exemple, pot tenir més d'un pam i mig i vendre's a més de 1.000 pessetes per kg o només uns centímetres i cedir-se per un quart o menys d'aquest preu. Per tant, valorar l'evolució dels preus al llarg de la tarda del lluç, i de moltes altres espècies, en base a les dades disponibles és difícil. Lògicament, en general, aquestes diferències de preus degudes a la grandària són més àmplies en peixos més cars.

#### **4 - Material d'anàlisi i mètode**

##### *4.1 - Descens dels preus*

En aquest treball es busca contrastar el descens dels preus al llarg de la sessió tal i com ho va fer Ashenfelter (1989) en el seu article per a una subhasta a l'alça. Per aquesta

raó, es restringeix l'anàlisi als parells de vendes consecutives de béns que puguin ser considerats homogenis.

Només se selecciona parells del mateix dia, barca i tipus de peix. D'aquesta darrera categoria es conserva tan sols peixos que pràcticament no variïn de grandària o aquells pels quals aquestes variacions no afecten els preus. En cas de dubte el peix es descarta.

A més a més, s'exclou tots els peixos que no presenten prou observacions. Les espècies finalment escollides per estudiar el descens dels preus en transaccions repetides són: cargol, maira, raballa, pixota, brotola, canana, burro, xinxes, seitó i sorell.

De les 1.040 observacions corresponents a totes les transaccions dels peixos anteriorment esmentats, s'obté 296 parells per a l'anàlisi. Aquests es classifiquen segons si el preu, de la primera a la segona dita, augmenta, disminueix o es manté constant. Això permet calcular la raó del nombre de descensos respecte al d'augment i comparar directament aquest resultat amb els obtinguts per altres autors. Els resultats queden recollits a la taula II. Seguint l'autor suara esmentat, també es calcula la raó entre els preus de la segona i la primera dita de cada parell d'observacions. A partir d'aquesta nova variable es comprova si la seva mitjana és significativament inferior a la unitat ( $\alpha=0,05$ ). Aquest resultat és el que permet dir si efectivament es produeix un descens dels preus tal i com ha estat descrit en subhastes a l'alça.

No obstant això, el descens així analitzat pot ser fruit de dues circumstàncies: que el nombre de descensos de preus sigui superior al d'augment i/o que la intensitat dels descensos sigui superior a la dels augment. S'analitza la importància de cadascun d'aquests factors per separat. Pel que fa a la diferència en nombre es calcula la proporció de descensos i d'augment d'entre el total de descensos més augment, així

com l'interval de confiança exacte d'aquestes proporcions ( $\alpha=0,05$ )<sup>5</sup>. Després es valora la intensitat de les variacions dels preus, és a dir si són més pronunciats els descensos que els augments. Atès que ambdues distribucions són força asimètriques es treballa amb les diferències dels preus entre els quartils de les distribucions (taula III), i es realitza la prova de la U de Mann-Whitney<sup>6</sup> bilateral ( $\alpha=0,05$ ).

#### 4.2 - Ordenació dels béns

Per comprovar si les barques tenen alguna estratègia d'ordenació s'agafa totes les barques amb dues o més vendes consecutives (en 3 ocasions es detecta alguna barca que només ven una caixa i en 11 apareix una caixa solta d'una barca que ven la majoria de les seves captures en algun altre moment de la sessió, les observacions esparses no queden incloses en l'anàlisi). Aquesta selecció es fa estratificada per dia. Després, es determina la mitjana dels preus de la primera i segona meitat de les dites (quan el nombre és imparell, la primera meitat conté una dita menys que la segona).

---

<sup>5</sup> El límit inferior de la proporció  $\frac{a}{a+b}$  és  $\frac{a}{a+(b+1)F_{2(b+1);2a;\alpha/2}}$  i el superior és

$\frac{a+1}{(a+1)+\frac{b}{F_{2(a+1);2b;\alpha/2}}}$  on la  $F$  representa el valor a la taula de  $F$  de Snedecor amb el nombre

de graus de llibertat pertinent.

<sup>6</sup> Aquesta prova permet comparar variables ordinals independents. A tal fi s'ordena totes les dades i es suma els números d'ordre per cada una d'elles ( $W_d$  i  $W_i$ ). Es calcula

$U_d = n_d n_i + \left[ \frac{n_d(n_d-1)}{2} \right] - W_d$  pels descensos i l'expressió paral·lela pels increments. S'escull com estadístic de prova la  $U$  més elevada.

A partir d'aquests resultats es classifica les barques en tres grups segons si les mitjanes són creixents o decreixents en més de 1.000 pessetes, o si la diferència en valor absolut és inferior o igual a les 1.000 pessetes. El criteri d'igualtat entre ambdues mitjanes és restrictiu per evitar recollir com a estratègia el fenomen del descens dels preus. El fet que una barca presenti una diferència de mitjanes inferior a les 1.000 pessetes en valor absolut no indica forçosament que no tingui estratègia. En general, el que succeeix és que no ven prou peixos cars. Es presenta paral·lelament els mateixos resultats limitant les diferències a 500 pessetes. La taula IV recull aquests resultats estratificats per dia. La mateixa taula també conté la raó entre el nombre de barques amb mitjanes decreixents (al numerador) i el de barques amb mitjanes creixents (al denominador), és a dir el nombre de barques que escullen una estratègia decreixent per cada barca que ordena de menor a major valor de les captures.

A més a més, es valora si el nombre de barques que opten per aplicar una estratègia d'ordenació de més a menys valuós és superior al de les que prefereixen l'estratègia oposada i, es comprova si la proporció d'embarcacions que ordenen de menys a més valuós és positiva. Concretament, es calcula per cada dia de la setmana l'interval de confiança exacte ( $\alpha=0,05$ ) de la proporció de barques que col·loquen les caixes en ordre de valor creixent i l'interval de confiança exacte ( $\alpha=0,05$ ) de la proporció de les que opten per l'estratègia inversa (les proporcions en ambdós casos estan calculades respecte al total de barques que aplica clarament una estratègia). Es desitja comprovar si el primer interval conté el 0 i si el segon se situa per sobre del 50%. Els resultats d'aquesta anàlisi queden recollits en la figura 3.

Un altre aspecte que es valora és si una barca manté la mateixa estratègia al llarg de tota la setmana. Per realitzar aquesta comprovació se selecciona les 75 barques que venen peix en més d'una ocasió (hi ha 9 barques que només en venen un dia).

Després, es restringeix l'anàlisi a dos subgrups (no excloents) de barques que, venent més d'un dia, compleixen que la diferència de les mitjanes de les vendes de les dues meitats de dites sigui superior en valor absolut a 1.000/500 pessetes en més d'una ocasió. Per cada subgrup es classifica aquestes embarcacions en tres categories segons si sempre venen les caixes en ordre de valor decreixent, si sempre ho fan amb el criteri oposat o si alternen. A la taula V es presenta el nombre d'embarcacions que integra cada categoria i el percentatge que representa. El percentatge d'embarcacions que canvia d'estratègia al llarg de la setmana es calcula en base al conjunt de barques que venen més d'un dia complint el criteri establert. En canvi, el de barques que opta sempre per una estratègia creixent o decreixent es calcula en base al subconjunt integrat exclusivament per ambdues categories. A més a més, es calcula l'interval de confiança exacte d'aquestes proporcions ( $\alpha=0,05$ ).

## 5 - Resultats i discussió

### 5.1 - El descens dels preus de béns homogenis

Seguint els primers treballs sobre subhastes de vi, es calcula la raó entre els preus de la segona i la primera dita de cada parell d'observacions, a fi de valorar si es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió tal i com altres autors han assenyalat que succeeix en altres mecanismes de subhasta. Els resultats són els següents: la mitjana (error estàndard) d'aquestes raons és 0,9604 (0,0123). Ashenfelter (1989) va obtenir per cadascuna de les quatre sales de subhasta que va analitzar: 0,9943 (0,00128), 0,9875 (0,00188), 0,9884 (0,0035) i 0,9663 (0,0103). McAfee i Vincent (1993) van trobar una mitjana igual a 0,9922 (0,0000136). Totes les raons són significativament

diferents de la unitat. Hi ha petites, però clares, diferències entre els estudis; no obstant això, la tendència dels preus és sempre la mateixa.

Cal matisar aquest primer resultat. Pel que fa al nombre de descensos de preus en relació al d'augment, en aquest estudi dels 296 parells de vendes consecutives seleccionats, en 128 casos el primer preu és superior al segon, mentre que la situació inversa només es presenta 100 vegades (taula II). La diferència entre el nombre de descensos i el d'augment és relativament petita en comparació al que succeeix en una subhasta anglesa. Les diferències entre els estudis poden ser fruit del fet que es tracta de mercats molt diferents.

En el cas del treball de Pesando i Shum (1996), que analitzen vendes de litografies, és possible que la proporció de descensos estigui una mica inflada. Com els autors del treball assenyalen, si hi ha alguna petita diferència en les litografies (estat de conservació...) la millor es posa a la venda primer, la qual cosa lògicament genera un descens dels preus atribuïble a una disminució de la qualitat.

D'altra banda, destaca el poc nombre de preus constants que hi ha en aquest estudi de peix en comparació als detectats en subhastes de vi. Aquest fenomen pot ser degut al tipus de mercaderia que es transacciona. Però, s'ha de dir que sovint les variacions en preus són ínfimes, en el 44% dels casos que presenten diferències, aquestes són iguals o inferiors a 10 PTA. Tanmateix, atès que cada diferència s'hauria d'analitzar en funció del valor del peix considerat, s'ha optat per incloure totes les variacions, fins i tot les petites en valor absolut, en el recompte. Aquest fet no altera la direcció dels resultats, car és raonable suposar que la seva distribució al voltant de zero és aleatòria (efectivament el 51% corresponen a casos en els quals el primer preu és superior i el 49% a la situació inversa). No obstant això, l'actuació pot implicar que la proporció de descensos respecte a la d'augment estigui sotsestimada. La proporció de descensos

(Interval de Confiança) i augments (IC) és respectivament: 56% (49,5-62,7) i 44% (37,3-50,6). Per tant, per un nivell de confiança del 95% no es pot acceptar que el nombre de descensos sigui superior al d'augment. A títol d'exemple es pot suposar que el percentatge de constàncies en els preus és del 50%, la diferència essent repartida a parts iguals entre les altres dues categories. En aquest cas les proporcions varien: la proporció de descensos és 59,5% mentre que la d'augment és 40,5%. Aquestes proporcions si que són significativament diferents entre elles ( $\alpha=0,05$ ) atès que els intervals de confiança són (51,1-67,4), en el cas de la proporció de descensos, i (32,6-48,9) en la d'augment. La forma de comptar les igualtats pot clarament alterar els resultats.

Estudi	Tipus de bé i subhasta		↓	↑	=	Total
1. ACTUAL	Caixes de peix	n	128	100	68	296
	Subhasta holandesa	%	43%	34%	23%	100%
2. ASHENFELTER (1989)	Ampolles de vi	n	1.282	524	2.836	4.642
	Subhasta anglesa	%	28%	11%	61%	100%
3. McAFEE i VINCENT (1993)	Ampolles de vi	n	127	62	222**	411
	Subhasta anglesa	%	31%	15%	54%	100%
4. PESANDO i SHUM (1996)	Litografies de Picasso	n	66*	23*	12*	101
	Subhasta anglesa	%	65%	23%	12%	100%
5. GINSBURGH (1998)	Ampolles de vi	n	179	21	199**	399
	Subhasta anglesa	%	45%	5%	50%	100%

**Taula II: El comportament dels preus de béns homogenis venuts consecutivament segons diferents estudis.** McAfee i Vincent utilitzen les darreres transaccions de cada sèrie de vendes i Ginsburgh la sèrie integra. ↓ Descens dels preus; ↑ Augment dels preus; = Sense variació. \* Valors calculats a partir dels percentatges. \*\* aquest valor agrupa sèries de preus constants i sèries en les quals hi ha augments i descensos.

En resum, en aquest estudi els preus baixen 1,28 vegades més que no pas pugen (1,47 sota supòsit que en el 50% dels casos els preus no varien); en l'estudi de Pesando i

Shum (1996) aquesta raó és de 2,83, en el de McAfee i Vincent (1993) de 2,05, i en el d'Ashenfelter (1989) és de 2,45. Ashenfelter presenta uns resultats estratificats per sala de subhasta on es pot comprovar que aquestes proporcions varien força entre sales (més d'un 30%). En l'estudi de Ginsburgh (1998) la raó és de 8,53, clarament diferent de les demés; però, aquest autor analitza la sèrie completa de vendes i no només parells o tripletes, la metodologia emprada és diferent i, per tant, els resultats no són directament comparables.

En definitiva, tots els estudis apunten un major nombre de descensos, però els seus resultats són força diferents entre ells. Aquestes diferències poden ser fruit de les característiques específiques de cada subhasta: l'opció de quantitat present en les subhastes de vi i en la de peix. D'altra banda, la forma de seleccionar les observacions pot generar diferències [Chanel i Vincent (1998)]. La forma de comptabilitzar les constàncies de preus també modifica la raó entre el nombre de descensos i el d'increments. En l'estudi actual, com ja s'ha dit, el nombre total de preus constants està probablement infravalorat.

Ara bé, ¿són més intenses les pujades o les baixades? La taula III recull les diferències de preus entre els quartils d'ambdues distribucions. Si bé ambdós primers quartils són iguals, els segons suggereixen una major intensitat dels descensos atès que el valor de la mediana dels descensos és més d'un 1,5 més gran que la d'augment. Aquesta tendència s'accentua en el tercer quartil quan el de descensos supera en 3,5 cops al d'augment. La prova de la U de Mann-Whitney corrobora que la intensitat dels descensos és major a la dels augment ( $p < 0,01$ ).

Per acabar, cal destacar que tots els treballs detecten doncs que hi ha un descens dels preus quan se subhasta seqüencialment els mateixos béns. Aquest fenomen succeeix tant en una subhasta anglesa, com en una subhasta holandesa.

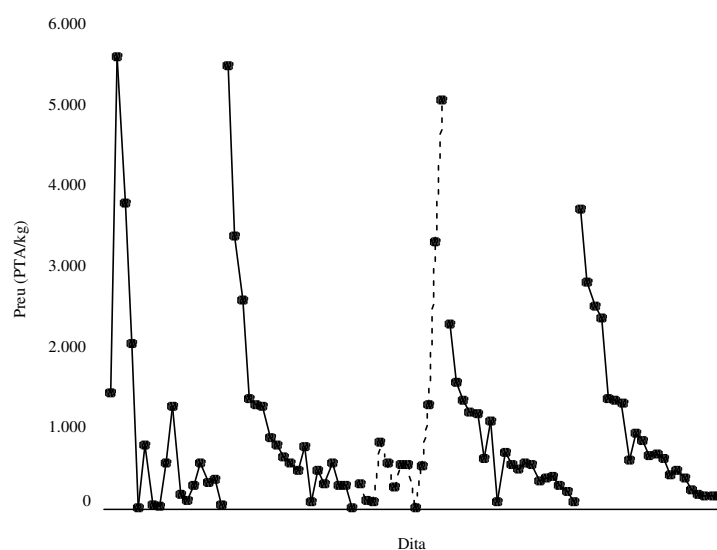


	n	1er Quartil	2on Quartil	3er Quartil
Descens preus	128	10	20	70
Augment preus	100	10	13	20

**Taula III: Distribució dels valors absoluts de les diferències entre el preu de dues dites consecutives.**

### 5.2 - L'ordre de les vendes: estratègies dels venedors

L'anàlisi gràfica de les dades, exemplificada a la figura 2 que és una part ampliada de la figura 1, permet apreciar que les barques semblen aplicar dues estratègies de venda alternatives: situar els ítems més cars al començament, o bé situar-los al final. Cal afegir que, en general, les embarcacions tenen algun tipus d'estratègia.



**Figura 2: Evolució dels preus entre les dites 512 i 600 del dilluns 10 de març de 1997. S'ha unit les observacions corresponents a una mateixa barca. El traç discontinu correspon a una barca que ha optat per una estratègia d'ordenació creixent, el continu per barques que han preferit l'estratègia oposada.**

La proporció 4 a 1 exemplificada en la gràfica és aproximadament la que es troba pel conjunt de barques. És a dir que començar pels ítems més cars, com proposa el model de Beggs i Graddy (1997), és l'opció més freqüent. Per cada barca que ordena creixentment en funció del valor els ítems a vendre hi ha aproximadament 3-4 barques que opten per l'estratègia d'ordenació oposada (taula IV).

	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Setmana
Mitjana decreixent (-1.000 PTA)	25	33	37	35	36	166
(%)	(44)	(49)	(54)	(49)	(54)	(50)
Mitjana creixent (+1.000 PTA)	9	11	9	10	9	48
(%)	(16)	(16)	(13)	(14)	(14)	(14,5)
Diferència <  1.000  PTA	23	24	23	27	21	118
(%)	(40)	(35)	(33)	(37)	(32)	(35,5)
-----						
Raó $\frac{\text{descensos}}{\text{augments}}$ (1.000 PTA)	2,78	3	4,11	3,5	4	3,46
-----						
Mitjana decreixent (-500 PTA)	34	43	47	51	45	220
(%)	(60)	(63)	(64)	(71)	(68)	(66)
Mitjana creixent (+500 PTA)	11	14	11	13	12	61
(%)	(19)	(21)	(16)	(18)	(18)	(19)
Diferència <  500  PTA	12	11	11	8	9	51
(%)	(21)	(16)	(16)	(11)	(14)	(15)
-----						
Raó $\frac{\text{descensos}}{\text{augments}}$ (500 PTA)	3,09	3,07	4,27	3,92	3,75	3,61
-----						
Total parells analitzats	57	68	69	72	66	332
(%)	(100)	(100)	(100)	(100)	(100)	(100)

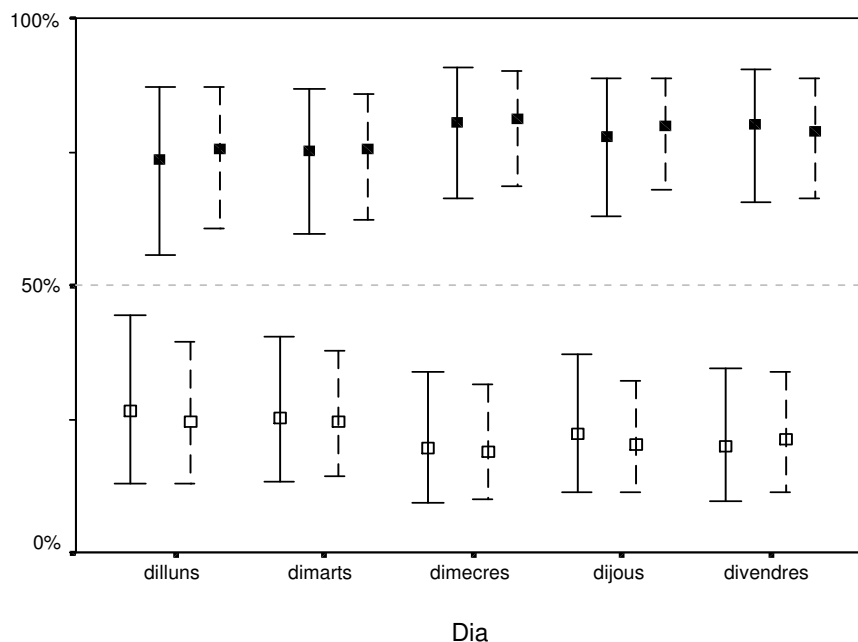
**Taula IV: Comparació entre la mitjana dels preus corresponents a la primera i a la segona meitat de les dites de cada barca.**

Efectivament, la proporció de barques que opten per ordenar les caixes de peix a vendre en ordre decreixent en funció del seu valor és significativament superior al nombre de barques que apliquen l'estratègia oposada. En la figura 3 s'observa que el límit inferior de l'interval de confiança de la proporció de barques que disposen

primer les caixes de peix més car és sempre superior al 50%. Això és cert per cada dia de la setmana tant si es valora a partir de la classificació assolida agafant com a criteri 1.000 pessetes, com si es fa des de la classificació basada en el criteri de les 500 pessetes.

Un cas clar i interessant que permet exemplificar l'estratègia d'ordenar els ítems decreixentment en funció del seu valor és el de la gamba. La gamba està classificada en tres categories: petita, mitjana i gran. Les diferències de preus de les gambes de diferent grandària són importants; és un producte que s'aprecia més com més gran és. La gamba s'ha venut tots els dies de dimarts a divendres, sempre en la segona meitat de la subhasta. Es detecta que només algunes barques pesquen regularment gambes i que ho fan en força quantitat: de les onze barques que han pescat gambes en alguna ocasió, només dues ho han fet un sol dia i en quantitats petites (una o dues caixes). De les nou restants, una barca va vendre gambes en tres de les quatre ocasions i la resta en va vendre cada dia. Es comprova en quin ordre es va vendre les diferents categories de gamba quan les vendes eren consecutives. De les 36 sèries analitzades, totes estan ordenades decreixentment per grandària, la qual cosa és equivalent a ordenar-les decreixentment per preu.

No obstant això, hi ha qui opta per ordenar de menys a més valuós. La proporció de barques que apliquen aquesta estratègia és significativament diferent de 0. Com s'observa en la figura 3, l'interval de confiança de la proporció de barques que opten per una estratègia d'ordenació creixent en funció del valor no inclou en cap cas el 0 (objectes amb els quadrats buits).



**Figura 3: Interval de confiança de la proporció de barques que ordenen de menor a major i de la de barques que opten per l'estratègia inversa estratificada per dia.** Els quadrats representen la proporció i les patilles els límits de l'interval de confiança ( $\alpha=0,05$ ). Els objectes amb quadrats negres opacs corresponen a barques que ordenen de major a menor valor de les captures, els objectes amb quadrats buits a barques que opten per l'estratègia oposada. Els objectes dibuixats mitjançant ratlla contínua corresponen a conjunts calculats emprant el criteri de les 1.000 pessetes, mentre que el dibuixats amb ratlla discontinua prenen el criteri de les 500 pessetes.

La següent pregunta a respondre és si les barques segueixen cada dia la mateixa estratègia. En la primera meitat de la taula V es pot veure que molt majoritàriament les barques mantenen la seva estratègia (al voltant del 90%). Això és cert amb independència de quina sigui aquesta estratègia; la proporció aproximada 4:1

anteriorment trobada es manté. Malgrat això, hi ha un petit nombre significativament no nul de barques indecises.

	Criteri 1.000				Criteri 500			
	n	%	IC	N	n	%	IC	N
Alternativa	4	7,55	2,09 - 18,21	53	7	11,11	4,59 - 21,56	63
Creixent	9	18,37	8,76 - 32,02	49	10	17,86	8,91 - 30,40	56
Decreixent	40	81,63	67,98 - 91,24	49	46	82,14	69,60 - 91,09	56

**Taula V: Estratègies al llarg de la setmana.**

Criteri 1.000: La diferència entre les mitjanes de les dues meitats de dites per barca i dia és superior en valor absolut a 1.000 pessetes. Criteri 500: La diferència entre les mitjanes de les dues meitats de dites per barca i dia és superior en valor absolut a 500

pessetes. n: nombre observat de barques. %:  $\frac{n}{N}100$ . IC: Interval de confiança de la

proporció ( $\alpha=0,05$ ) N: conjunt de referència de la variable dicotòmica sobre la qual es calcula les proporcions.

Alternativa: barques que alguns dies ordenen amb un criteri i altres dies amb el criteri oposat. Creixent: barques que ordenen sempre de menys a més valuós. Decreixent: barques que ordenen sempre de més a menys valuós.

Finalment, cal concloure que l'estratègia de venda majoritària és ordenar els ítems decreixentment en funció del seu valor. No obstant això, l'estratègia inversa també s'utilitza. D'altra banda, és notori que, en general, les barques no modifiquen la seva estratègia al llarg de la setmana.

## 6 - Síntesi dels principals resultats d'aquest estudi

L'anàlisi de les subhastes realitzades a la llotja de Tarragona ha permès comprovar que el comportament dels preus d'adjudicació en subhastes holandeses seqüencials de béns

homogenis és el mateix que en subhastes angleses: hi predomina el descens. Aquest descens té dos orígens: 1) els preus disminueixen més sovint que no pas pugen; 2) la intensitat de les baixades de preus és superior a la dels augments.

El descens es produeix en una subhasta en la qual el comprador té l'opció d'adquirir el lot complet o part d'ell. Així doncs, el descens dels preus cal poder-lo entendre en una situació en la qual hi hagi opció de quantitat. De fet, alguns autors han explicat com aquesta opció pot induir el descens dels preus. L'opció de quantitat genera incertesa sobre el volum de producte que es ven en la subhasta següent. En el model de Jeitschko (1999) s'explica com la incertesa en l'oferta pot generar un descens dels preus. Aquest fet també es comenta en el model de Burguet i Sakovicks (1994) i en el de Black i de Meza (1992), que atribueixen el descens dels preus específicament a aquesta opció. Tanmateix, cal saber que el fenomen del descens dels preus també ha estat observat en subhastes que no contemplen aquesta opció.

D'altra banda, en una subhasta de peix hi ha una certa incertesa en relació a la qualitat del producte que es posarà a la venda a continuació atès que el procés s'inicia abans que totes les barquers hagin arribat a port. Bernhardt i Scoones (1994) consideren que aquest desconeixement condiciona la forma de licitar i pot generar un descens dels preus. No obstant això, el model proposat per aquests autors no s'adequa prou bé a la subhasta de peix de Tarragona. Per un costat, en el seu model els licitadors només desitgen una unitat i, per l'altre, s'ha descrit un descens en les vendes d'una mateixa barca.

No tots els licitadors a la llotja adquireixen productes per a ells mateixos. Precisament, un altre factor que ha estat suggerit, tot i que no formalitzat, per explicar el descens dels preus, és la presència d'agents a la sala. En relació a la presència de persones que actuen per compte aliè per justificar el descens dels preus al llarg de la sessió se'n

desenvolupa satisfactòriament una explicació formal en el capítol següent. L'explicació es basa en el fet que els licitadors intenten adquirir el màxim nombre d'unitats possibles mentre l'excedent no sigui negatiu. Aquest comportament també el poden seguir els restauradors, una altra tipologia de compradors que pot assistir a la subhasta.

Aquest estudi també mostra que l'estratègia majoritària d'ordenació de les caixes de peix a vendre a la llotja de Tarragona és molt semblant a la seguida per la sala de subhastes internacional Christie's: oferir-les en ordre decreixent segons el seu valor; criteri que aconsellen Beggs i Graddy (1997). Convé destacar que en ambdós llocs els venedors poden considerar-se professionals. Nogensmenys, l'estratègia oposada també es detecta: per cada quatre barques que posen primer a la venda els articles més cars, una comença pels de menor preu.

Finalment, cal notar que, en general, els pescadors són fidels a la seva estratègia d'ordenació. És a dir, que la seva forma d'ordenar els béns no és aleatòria. De fet, els membres de la confraria són perfectament conscients que aquest mecanisme de venda els garanteix per les captures el preu màxim al qual poden aspirar. És lícit i lògic que tinguin una estratègia de venda.

## IV - EL DESCENS DELS PREUS AL LLARG DE LA SESSIÓ

### EN SUBHASTES DE PRIMER I SEGON PREU

#### Resum:

El descens dels preus ha estat àmpliament descrit en subhastes. Aquest comportament és anòmal en tant que la seqüència de preus esperada és constant o creixents. Hi ha explicacions del fenomen, però gairebé exclusivament per a subhastes de segon preu. En aquest treball es proposa una explicació per una subhasta seqüencial de primer preu, per la qual no ha estat satisfactòriament explicat, i també per una subhasta seqüencial de segon preu amb opció de quantitat quan hi ha  $m$  unitats a la venda.

Els licitadors analitzats pels models en els quals s'explica el descens dels preus maximitzen l'excedent global de les seves adquisicions. En canvi, en aquest treball els licitadors maximitzen el nombre d'unitats que adquireixen mentre el seu excedent no sigui negatiu. Aquest supòsit és raonable per representat algunes situacions: quan els licitadors són restauradors que poden repercutir el preu pagat en la subhasta en el preu final del producte que ofereixen o en el cas que siguin agents que actuen per compte aliè. Els resultats del model presentat són congruents amb el que succeeix en la vida real.

Entre els resultats que cal destacar figuren per ambdós mecanismes de subhasta 1) que es produeix un descens dels preus i 2) que l'assignació és eficient. D'altra banda, 3) en la subhasta de primer preu els resultats són independents de l'opció de quantitat. Comparant els dos mecanismes s'observa que 4) els preus d'adjudicació de la subhasta de primer preu són superiors als de la subhasta de segon preu.

Adicionalment, s'ha estudiat una subhasta seqüencial de segon preu en la qual els licitadors no només volen adquirir el nombre màxim d'unitats possibles, sinó que, a més, les volen aconseguir pel menor preu possible que els les garanteix. Els resultats d'aquest cas, molt més complex, han estat obtinguts mitjançant una simulació. Prèviament, s'ha estudiat el joc amb informació completa. De nou es detecta un descens dels preus.



## 1 - Introducció

El cas de subhastes seqüencials de béns idèntics (o estocàsticament idèntics) fa anys que va començar a ser analitzat per la literatura, però els avenços han estat limitats. En la majoria de models es considera que se subhasta dos o més béns idèntics, i que hi ha  $N$  licitadors, cadascun dels quals, com a molt, desitja una unitat. En aquest context, la teoria proposa que els preus dels béns venuts seqüencialment haurien de seguir una martingala,  $E[P_{k+1}/P_k = p_k] = p_k$  quan els valors de reserva dels licitadors són independents; per contra, l'evidència empírica mostra que segueixen una supermartingala,  $E[P_{k+1}/P_k = p_k] \leq p_k$ , en el que s'ha vingut a anomenar *the declining price anomaly*.

La primera intuïció, tractaria d'explicar aquesta "anomalia" a partir de l'aversion al risc dels jugadors, que, en general, es considera nul·la; és a dir, els licitadors són neutrals al risc. Això ho varen fer McAfee i Vincent (1993). Però aquesta no sembla una explicació plausible, doncs com han mostrat aquest autors, l'aversion al risc només pot explicar el descens dels preus, si és creixent amb el nivell de riquesa. El comportament humà postularia que el coeficient Arrow-Pratt d'aversion absoluta al risc ha de ser decreixent amb la riquesa.

Sense sortir del context dels models estàndard de vendes seqüencials, on els compradors desitgen com a màxim una unitat, Jeitschko (1999) i Bernhardt i Scoones (1994) expliquen el descens dels preus introduint incertesa en la quantitat o en la qualitat de l'oferta. Concretament, Jeitschko (1999) exposa el cas en el qual els licitadors desconeixen el nombre d'unitats que seran posades a la venda. Si hi ha com a màxim dues unitats disponibles, en la primera subhasta no se sap amb certesa si la segona unitat també es vendrà i, per tant, el guany esperat per aquesta segona unitat incerta és menor al guany esperat en cas d'estar segur que la segona unitat es posa a la

venda. Els preus de la primera unitat augmenten i, globalment, es produeix un descens dels preus. No obstant això, s'ha descrit un descens dels preus en situacions en les quals el nombre d'objectes posats a la venda es coneix amb certesa *a priori* [veure, per exemple, la subhasta de llicències de telecomunicacions descrita per Weber (1983)].

Tots els models precedents parteixen de la suposició, altament restrictiva, que tots els licitadors tenen demandes unitàries. De fet, l'anàlisi de subhastes seqüencials amb demandes generals és gaire bé intractable, donada la modelització convencional de les preferències dels compradors. Això es deu a que, quan un jugador guanya la primera unitat, el seu comportament es veu afectat i ja no es pot modelar com els dels altres individus. És a dir, encara que els compradors potencials siguin simètrics *ex-ante*, la demanda de més d'una unitat introdueix asimetries, la qual cosa fa que els models siguin molt complexos, excepte en el cas molt restrictiu, en que només se subhasta dues unitats. Llavors, en una seqüència de subhastes de segon preu, en la segona etapa, tot i que els compradors ja no són simètrics, cadascun té l'estratègia dominant (dèbilment), d'oferir la seva valoració pel bé, atès que ja és una subhasta única.

Així, Black i de Meza mostren que introduir una opció de quantitat fa que els compradors siguin més agressius en la primera subhasta, de manera que s'obté el descens dels preus. El problema, però, és que, en equilibri, l'opció no s'utilitza, la qual cosa tampoc encaixa amb la realitat.

Katzman (1999), també amb dues unitats a la venda, demandes multi-unitàries i una seqüència de subhastes de segon preu, justifica que si hi ha suficient asimetria inicial en les funcions de distribució d'on s'extreuen les valoracions dels compradors potencials, es produeix un descens dels preus. Però, en aquest cas, l'assignació final de béns no és eficient, de manera que hi ha incentius a la revenda. Aquest resultat és

problemàtic. La supervivència d'una institució que assigni sistemàticament els béns de manera ineficient sembla difícil.

Potser, els problemes que afronta la teoria a l'hora d'explicar la realitat de les subhastes seqüencials, estan en la modelització de les preferències dels licitadors. Quan se subhasta només un bé o quan cada participant en vol, com a molt, una unitat, és raonable suposar que el comprador intenta aconseguir el preu més baix possible, és a dir fer màxim l'excedent (la diferència entre la valoració i el preu) esperat. Extrapolant aquest supòsit de comportament a demandes multi-unitàries, s'obté l'objectiu de la totalitat dels models que han analitzat el fenomen: maximitzar la suma d'excedents esperats de totes les unitats desitjades. La resolució del problema per a un comprador representatiu, genera la seva estratègia òptima, la seqüència de licitacions en funció de la informació disponible en cada instant. Finalment, els béns són assignats i els preus determinats, segons fixa, per a cada unitat, el mecanisme de subhasta de segon preu, que és el de referència en aquests models.

L'observació dels casos reals de subhastes seqüencials, siguin de vi, peix, o llicències de telecomunicacions, mostra que el comportament dels compradors és més proper a maximitzar el nombre d'unitats adquirides, subjecte a la restricció d'un excedent unitari mínim, que no pas a maximitzar l'excedent esperat global. En aquests casos, els licitadors usen els béns adquirits en subhasta com a inputs i disposen de monopolis locals en el mercat del producte, i, dintre de certs límits, poden repercutir les oscil·lacions del preu del factor en el del producte. A més, el preu de l'input pot ser relativament poc important en comparació al de l'output final. En conseqüència, els licitadors se centren més en aconseguir la quantitat més alta possible (subjecte a determinades restriccions de quantitat) que no pas en obtenir el preu més baix possible. Aquest comportament també pot ser el d'un agent que actua per compte aliè.

Aquesta forma de fer encaixa amb l'observat en alguns estudis experimentals. En el treball experimental de Burns (1985), l'autor comprova com els assistents professionals a subhastes de llana, amb com a mínim 10 anys d'experiència, demostren un gran interès per aconseguir el nombre d'unitats que se'ls ha encomanat en detriment dels seus guanys monetaris. Kagel i Levin (2001) també descriuen una tendència a licitar per sobre del que descriu l'estratègia òptima fruit de maximitzar l'excedent, aquest comportament és coherent amb intentar aconseguir més unitats. D'altra banda, Milgrom i Weber (1982c) ja havien comentat que les persones que actuen per compte d'altri poden introduir distorsions en el resultat d'una subhasta que generin un descens dels preus atès que no es comporten com a maximitzadors d'excedents. La presència d'agents com a factor d'alteració del resultat d'una subhasta també ha estat suggerida per Ginsburgh (1998). A més, Smith (1990, p. 42-47) diu que potser en subhastes com les de tabac, peix.... la funció assignativa del mecanisme de venda és més important que la de determinar el valor monetari dels productes.

En resum, es proposa utilitzar com a objectiu el que en els models precedents s'havia tractat com a restricció i a la inversa. El resultat és prou sorprenent: models intractables esdevenen simples. En particular, es pot treballar fàcilment amb la subhasta seqüencial de primer preu, cosa que gairebé no s'havia fet abans; i es pot generalitzar la de segon preu per a més de dues unitats. L'assignació dels béns és, en tots els casos, eficient, i variants institucionals com ara l'opció de quantitat queden explicades: aquest element més que per augmentar l'agressivitat en la subhasta, serveix per estalviar temps a l'hora d'adjudicar un nombre elevat de béns.

En el punt següent es justifica en detall el supòsit de maximitzar la quantitat en diferents entorns. En el punt 3 s'utilitza en el marc d'una subhasta seqüencial de primer preu. En el 4 s'introdueix una subhasta seqüencial de segon preu i es comparen els resultats amb la de primer preu. En el punt 5, tot es complica, se suposa

que els licitadors estan preocupats per la quantitat i per l'excedent. En aquest cas, el model esdevé ràpidament intractable i, a manera d'il·lustració, s'ha resolt mitjançant simulació emprant com a referent els resultats de l'anàlisi del joc amb informació completa. Finalment, la darrera secció es reserva per a les conclusions.

## 2 - Sobre la raonabilitat d'un supòsit

En aquest apartat s'argumenta més detingudament que és raonable en algunes situacions el supòsit de maximitzar el nombre d'unitats adquirides fins a un cert límit, donat per a restriccions de capacitat i/o financeres i, subjecte a restriccions de preu màxim a pagar per unitat.

En primer lloc, es considera la subhasta de peix. Els compradors (venedors al detall i restaurants) coincideixen un dia i un altre. Allí, pagar més que la competència per fer-se amb el bé, pot tenir un impacte menys dramàtic en els beneficis que no adquirir-lo.

La tecnologia de producció del venedor al detall es pot escriure com:

$$y = \min(x, k)$$

on  $y$  és l'output,  $x$  la quantitat del factor variable objecte de subhasta i  $k$  representa la resta de factors, fixes a curt termini. Aquests factors impliquen una restricció de capacitat a l'output del venedor al detall (l'input es fa malbé ràpidament). Els beneficis es poden escriure com:

$$\pi = \mu x - F \quad x \leq k$$

on  $F$  són els costos fixes i  $\mu$  el marge de benefici, la diferència entre el preu de venda i el cost mitjà de l'input. Mentre el marge no esdevingui negatiu, els beneficis són creixents amb el nivell de factor adquirit. Pagar una mica més que la competència per fer-se amb una unitat d'input té un impacte menys dramàtic en els beneficis que no aconseguir-la. A més, les relacions de clientela poden amortir, fins a un cert punt, la reducció del marge.

Els elements esmentats operen encara amb més força en el cas dels restaurants. Cadascun d'aquests es pot considerar un monopoli local, amb relacions de clientela importants i, on el marge és força més elevat. Per tant, el restaurador és capaç d'assumir majors alteracions en el preu de l'input que els venedors al detall. És d'esperar, en conseqüència, que estiguin menys preocupats que aquests últims pel preu pagat en la subhasta.

Els restaurants de luxe són una part important de la demanda dels vins de qualitat venuts en subhastes. En aquest cas, la demanda final s'ha de contemplar com força inelàstica, i les restriccions a la quantitat de bé intermedi adquirida són més de caire financer que no pas de capacitat. El resultat és que apliquen el marge habitual a l'ampolla, sense preocupar-se gaire del preu d'adquisició.

En aquesta línia, Akerlof i Yellen (1985) van proposar una idea fa anys, i van introduir el concepte de "proper a la racionalitat" (near-rationality), per indicar comportaments d'acord als quals els guanys de maximitzar front a no fer-ho serien petits. Aquests comportaments generen pèrdues de només segon ordre als individus, però impliquen efectes de primer ordre en les variables reals.

Finalment, s'ha de considerar les relacions d'agència. Sovint, qui va a la subhasta no és el principal, sinó un agent d'aquest. Un sistema habitual de remuneració és la tarifa

lineal amb l'ouput, el que aquí seria la quantitat adquirida en la subhasta. Holmstrom i Milgrom (1987) van suggerir que en entorns complexos (i els configurats per subhastes seqüencials ho són) els contractes de remuneració lineals,  $w = a + b x$ , on  $a$  i  $b$  són constants positives, són més robustos, degut a la seva simplicitat, que els més complicats que es deriven a partir de la maximització de la utilitat esperada del principal, subjecte a restriccions de participació i de incentiu-compatibilitat per part de l'agent.

### 3 - El model per a una subhasta de primer preu

Consideris un parell de subhastes consecutives de primer preu per a dos béns idèntics. Hi ha  $N$  licitadors potencials. Els preus de reserva del licitador  $i$  són  $v_{i1}$  i  $v_{i2}$ ,  $v_{i1} \geq v_{i2}$ . Per als altres compradors i pel venedor, aquests preus de reserva són variables aleatòries,  $V_{i1}$ ,  $V_{i2}$ . L'objectiu de cada comprador és aconseguir el màxim nombre d'unitats subjecte a les restriccions que imposen les valoracions. És a dir, per a  $i$ :

$$\text{Max } x = \{0, 1, 2\} \quad \text{subjecte a } p_{i1} \leq v_{i1}, p_{i2} \leq v_{i2}$$

En les expressions precedents,  $p_{ie}$  és el preu que paga  $i$  per la unitat  $e$  adquirida. S'analitza primer el segon subjoc, recordant que en una subhasta de primer preu el guanyador paga un preu igual a la seva licitació.

En la segona etapa del joc, si  $i$  no ha guanyat la primera, el problema que afronta és:

$$\text{Max } x = \{0, 1\} \quad \text{subjecte a } p_{i1} \leq v_{i1}$$

L'estratègia dominant és fer l'oferta de preu  $b_{i2} = v_{i1}$ .

Si  $i$  ha guanyat la primera subhasta, el problema és:

$$\text{Max } x = \{1, 2\} \quad \text{subjecte a } p_{i2} \leq v_{i2}$$

Novament, hi ha una estratègia dominant, que és  $b_{i2} = v_{i2}$ .

És a dir, guanyi o no la primera, l'excedent que s'obté de la segona és nul.

El problema del primer subjoc és llavors, senzillament:

$$\text{Max } x = \{0, 1\} \quad \text{subjecte a } p_{i1} \leq v_{i1}$$

La solució d'aquest és de nou una estratègia dominant:  $b_{i1} = v_{i1}$

Les ofertes de preu del jugador  $i$  són llavors:  $\{b_{i1}, b_{i2}\} = \{v_{i1}, (v_{i1}, v_{i2})\}$

Donat el conjunt de valoracions  $(V_{11}, V_{12}, V_{21}, V_{22}, \dots, V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{N1}, V_{N2})$ , on el primer subíndex denota el licitador i el segon la unitat, es defineix el conjunt d'estadístics d'ordre,  $O_1, O_2, \dots, O_w, \dots, O_{2N}$ . L'estadístic més gran és el primer estadístic d'ordre,  $O_1$ , després, per ordre de magnitud ve el segon estadístic d'ordre,  $O_2$  i així successivament.

Com que l'oferta de preu més alta s'emporta el primer bé i la segona més alta el segon bé, el preu d'equilibri aleatori de la primera subhasta coincideix amb el primer estadístic d'ordre i el de la segona subhasta amb el segon estadístic d'ordre:

$$P_1 = O_1 \quad P_2 = O_2$$

Per tant,  $E[P_1] \geq E[P_2]$ , i donat l'ordre seqüencial de les subhastes, la sèrie de preus segueix una supermartingala,  $E[P_2 / P_1 = p_1] \leq p_1$ .



En el cas particular, en que el preu màxim a pagar per les dues unitats és el mateix,  $v_{i1} = v_{i2}$  i, per tant, coincideixen amb el preu mitjà, n'hi ha prou amb  $N$  estadístics d'ordre, tants com licitadors, i els dos béns se'ls emporta, pel mateix preu el comprador amb la valoració més elevada; és a dir:

$$P_1 = O_1 \quad P_2 = O_1$$

Aleshores, la seqüència de preus és constant com en el cas típic tractat en la literatura en que cada comprador vol com a màxim una unitat i les valoracions són independents [Weber (1983)]. A més, en cas que hi hagi una opció de quantitat que permeti adquirir una altra unitat al preu pagat per la primera (com passa en moltes subhastes seqüencials i en particular en les de peix), el comprador l'exerceix, estalviant-se un encant.

Per retrobar el resultat de supermartingala, s'ha de generalitzar el model bàsic vist a més unitats, diferenciant el nombre d'unitats que volen els licitadors i el que s'ofereix. Addicionalment, se simplifica les restriccions que afronta el comprador.

Es considera una subhasta seqüencial de primer preu de  $m$  béns. Hi ha  $N$  compradors, cadascun dels quals en vol, com a màxim,  $k$ , on  $k < m$  i  $k \geq N > m$ . És a dir, se suposa que cada comprador encara una restricció de capacitat i que, per a que tingui interès a la subhasta com a mecanisme d'assignació, el total de licitadors en vol una quantitat superior a l'oferta. La restricció que encara cada comprador és que, per qualsevol nombre d'unitats adquirides,  $e$ , el preu pagat no pot superar  $e$  vegades la valoració que el comprador assigna a una unitat,  $v_i$ :

$$\sum_{e=1}^k p_{ie} \leq e v_i, \quad \forall e \leq k$$

Aquesta restricció és molt més simple i intuïtiva i, per tant, més plausible en un context en el qual s'ha de prendre decisions amb celeritat, que l'alternativa consistent en fixar un seguit de valoracions marginals. La restricció és equivalent a posar  $p_i \leq v_i$ ,  $\forall e \leq k$ , però suggereix una variació també intuïtiva, amb dues restriccions, una que fixi el valor de la primera unitat i una altra per a la mitjana de les altres unitats. Només s'analitza el cas simple exposat<sup>1</sup>.

De manera anàloga a com s'ha fet pel cas de dos béns, es comença pel subjoc  $m$  i es resol cap enrera. En el subjoc  $j$ ,  $1 \leq j \leq m$ , el jugador  $i$  té l'estratègia dominant, independent del preu que ofereixin els altres, hagi guanyat o no la subhasta precedent:

$$b_{ij} = 0 \quad \text{si } e = k$$

$$b_{ij} = (e+1) \cdot v_i - \sum_{h=1}^e p_{ih} \quad \text{si } e < k$$

on  $p_{ih}$  és el preu pagat per  $i$  per la  $h$  unitat adquirida. És a dir:

$$b_{ij} = 0 \quad \text{si } e = k$$

$$b_{ij} = v_i \quad \text{si } e < k$$

**Proposició 1.** En la subhasta seqüencial de primer preu, en la qual els jugadors volen maximitzar la quantitat adquirida, subjecta a una restricció de preu mitjà i marginal, i a una altra de capacitat, cada jugador té una estratègia dominant, consistent en oferir un preu igual a la valoració per sota de la capacitat o, zero quan s'ha assolit la capacitat.

---

<sup>1</sup> Aquesta valoració podria ser una estimació del preu mitjà més un cert nivell d'error, inferior al marge comercial

Nota: Al haver-hi estratègies dominants, els diferents resultats s'obtenen sense que sigui necessària la referència a les distribucions de probabilitat d'on provenen les valoracions dels licitadors. Aquestes distribucions poden ser simètriques o asimètriques (és a dir, hi pot haver dominància estocàstica de la distribució de probabilitat d'un jugador vers la d'un altre).

Un altre resultat a destacar és que els consumidors que valoren més les diferents unitats del bé se les acaben emportant. Aquest resultat s'ha obtingut en la literatura en subhastes estàtiques de  $m$  béns, per compradors amb demandes multi-unitàries i que volen maximitzar la suma d'excedents esperats sobre les unitats adquirides. Però, no s'havia mostrat per a subhastes seqüencials. En altres termes:

**Proposició 2.** L'assignació de béns és eficient.

Es denota, com abans, els  $N$  estadístics d'ordre rellevants, en ordre decreixent, per  $O_1, O_2, \dots, O_m \dots O_N$ . Atès que el comprador amb una valoració més alta s'emporta els  $k$  primers béns, el que té la segona valoració més alta els següents  $k$  béns, i així successivament, el preu d'equilibri aleatori de les  $k$  primeres subhastes coincideix amb el primer estadístic d'ordre, el de les subhastes que van de la  $k+1$  a la  $2k$  amb el segon estadístic d'ordre, i així successivament:

$$\begin{aligned}
 P_j &= O_1 & j=1, \dots, k \\
 P_j &= O_2 & j=k+1, \dots, 2k \\
 & \dots\dots\dots \\
 P_j &= O_{m/k} & j=(m-k) \dots m
 \end{aligned}$$

Si  $m/k$  no fos sencer, el preu d'adjudicació dels últims elements seria  $O_{Int(m/k)+1}$  on amb  $Int(m/k)$  es denota la part sencera de  $m/k$ .

Si es permet l'opció de quantitat, fer-ne ús estalvia temps, de manera que només se celebren  $m/k$  subhastes ( $\text{Int}(m/k)+1$ , en cas de que  $m/k$  no sigui sencer). Finalment:

**Proposició 3.** La sèrie de preus en la subhasta seqüencial de primer preu segueix una supermartingala,  $E[P_{j+1} | P_j = p_j] \leq p_j, j = 1, 2, \dots, m$ .

#### 4 - La subhasta seqüencial de segon preu i la maximització del nombre d'unitats adquirides

Els resultats de la subhasta de segon preu són similars als de la de primer preu sota l'objectiu de maximitzar quantitats. De nou, es considera que hi ha  $N$  compradors, cadascun dels quals en vol, com a màxim,  $k$ , on  $k < m$  i  $k \cdot N > m$  i que  $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik} \leq v_i$ . Es considera també que hi ha opció de quantitat.

L'objectiu de cada comprador  $i$  és:

$$\text{Max } x = \{0, 1, 2, \dots, k\} \quad \text{subjecte a } p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik} \leq v_i$$

En una subhasta de segon preu, el guanyador paga un preu igual a la segona millor licitació. Com que se suposa que el comprador no està preocupat per l'excedent, en el subjoc  $j, 1 \leq j \leq m$ , el jugador  $i$ , hagi guanyat o no la subhasta precedent, té l'estratègia dominant:

$$b_{ij} = 0 \quad \text{si } e = k$$

$$b_{ij} = v_i \quad \text{si } e < k$$

De fet, un jugador podria licitar un  $\varepsilon$  per sobre de la seva valoració, però no més, a risc de violar la restricció. S'obvia  $\varepsilon$ .

Amb l'opció de quantitat hi ha  $m/k$  subhastes ( $\text{Int}(m/k)+1$ , en cas de que  $m/k$  no sigui sencer). Ateses les estratègies, els primers  $k$  béns són assignats al comprador amb una valoració més elevada pel preu donat per la segona valoració més alta. És a dir, el preu aleatori d'adjudicació dels primers  $k$  béns ve donat pel segon estadístic d'ordre. Anàlogament, per a la resta de subhastes fins a adjudicar totes les unitats:

$$P_j = O_2 \quad j=1, \dots, k$$

$$P_j = O_3 \quad j=k+1, \dots, 2k$$

.....

$$P_j = O_{(m/k)+1} \quad j=(m-k) \dots m$$

Si  $m/k$  no és sencer, el preu d'adjudicació dels últims elements és  $O_{\text{Int}(m/k)+2}$ .

Com en el cas de la subhasta seqüencial de primer preu, la sèrie de preus és decreixent. A més, de nou, l'assignació és eficient. Però, la mecànica de la subhasta de segon preu, en la qual no es paga l'oferta guanyadora, sinó la segona més alta, combinada amb el fet que les licitacions no poden superar la valoració marginal, perquè, en altre cas, es podrien violar les restriccions, fa que els preus pagats siguin inferiors als pagats en la subhasta de primer preu. És a dir, els compradors obtenen un excedent sobre cada unitat (suposant que no hi ha licitacions coincidents). Atès el comportament pressuposat dels licitadors, els ingressos del venedor són superiors en la subhasta seqüencial de primer preu que en la de segon preu:

**Proposició 4.** Atès l'objectiu de maximitzar el nombre d'unitats, els preus són més alts en la subhasta seqüencial de primer preu que en la de segon preu.

### 5 – Subhasta de segon preu amb interès en les unitats i l'excedent

En aquest apartat es desenvolupa una complicació del model presentat. Ara, es maximitza una funció que depèn del nombre d'unitats adquirides i de l'excedent esperat. Aquesta situació és, clarament, més complexa, i els resultats s'extreuen d'una simulació.

La simulació es planteja pel cas en el qual hi ha dos licitadors amb demandes decreixents que competeixen per dues unitats. La simulació es repeteix en tres casos en els quals els participants tenen estratègies de licitació diferents, sempre però simètriques: 1) la de referència, 2) una on els jugadors ofereixen en la primera subhasta una quantitat superior a l'oferta en la de referència (sobrelicitació) i 3) una on els jugadors ofereixen en la primera subhasta una quantitat inferior a l'oferta en la de referència.

La licitació de referència es dedueix en un entorn amb informació completa. En aquesta situació, donades les valoracions per una i per dues unitats dels jugadors, es pot detectar quin és el preu mínim que ha de pagar cada jugador per adjudicar-se les unitats que li corresponen si l'assignació és eficient. Amb aquests resultats, en la simulació, que es desenvolupa en un entorn incert en tant que un licitador desconeix els valors de reserva de l'altre, però sap de quina distribució han estat extrets, la licitació dels jugadors es basa en l'estimació dels preus mínims que garanteixen l'eficiència assignativa en un entorn amb informació completa. En subhastes úniques es considera que els jocs amb informació completa permeten localitzar el límit de

l'equilibri del joc amb informació incompleta. Katzman (1999) suggereix que aquesta propietat potser també és aplicable a subhastes múltiples. Aquí s'utilitza els resultats del joc amb informació completa per establir l'estratègia de referència en la simulació.

A continuació, es presenta el joc amb informació completa i després la simulació. Al final, es fa un petit comentari sobre les causes del descens dels preus.

### 5.1 - Subhasta seqüencial amb informació completa

Dos licitadors neutrals al risc (A i B) competeixen per dos béns homogenis en una situació d'informació completa. El venedor posa a la venda dos béns homogenis en una seqüència de dues subhastes, la primera anglesa<sup>2</sup> i la última de segon preu. Sigui  $U_i$  el valor de reserva del jugador  $i$  per una unitat del bé  $i$ ,  $D_i$  el valor de reserva del jugador  $i$  per unitat del bé suposant que adquireix ambdues unitats. S'assumeix que les valoracions són marginalment decreixents:  $U_i > D_i$ . Sense pèrdua de generalitat, s'assumeix que el licitador A té la valoració més elevada per una unitat  $U_A > U_B$ .

Els licitadors volen aconseguir el màxim nombre d'unitats possibles al preu mínim que els les garanteix. Una forma de modelar els guanys és en dues parts: una quantitat fixa per unitat adquirida,  $G$ , més un percentatge de l'excedent de cada venda a fi i efecte d'incentivar-los a aconseguir el millor preu possible; la part variable per a cada unitat és sempre inferior a  $G$ . Així, els guanys del licitador  $i$  d'adquirir dues unitats són:  $2G + p(D_i - P_1) + p(D_i - P_2)$ , els guanys d'adquirir només un bé en la primera venda són:  $G + p(U_i - P_1)$  i els d'adquirir només un bé en la segona són:  $G + p(U_i - P_2)$ , on  $P_1$  i  $P_2$

---

<sup>2</sup> Les licitacions màximes en la subhasta anglesa són les licitacions de la subhasta de segon preu. Per simplicitat en l'explicació, s'exposa el cas en el qual la primera subhasta és anglesa.

són respectivament els preus d'adjudicació de la primera i de la segona subhasta,  $0 < p < 1$  i  $G > p(U_i - D_i)$ . Atesa aquesta funció de guanys, clarament l'objectiu d'un licitador és aconseguir el màxim nombre possible d'unitats mentre l'excedent no sigui negatiu<sup>3</sup>, ja que els guanys globals per l'adquisició de dues unitats són superiors als de l'adquisició d'una unitat.

En aquest context hi ha tres situacions rellevants per a l'anàlisi:

- (1)  $U_A > D_A > U_B > D_B$
- (2)  $U_A > U_B > D_A > D_B$
- (3)  $U_A > U_B > D_B > D_A$

El segon encant és una subhasta única i el bé l'adquireix el comprador que ha fet l'oferta més elevada pel preu ofert per l'altre jugador. En aquesta situació l'estratègia dèbilment dominant per un licitador  $i$  és oferir  $U_i$  si no s'ha adquirit el bé en la primera subhasta, altrament oferir el màxim entre  $2D_i - P_i$  i  $0$ , on  $P_i$  és el preu que ha pagat per la primera unitat.

En el primer encant del joc (1) el licitador A pot aconseguir ambdues unitats. Si, efectivament, aconseguix la primera unitat, en el segon encant B ofereix  $U_B$  i, per

---

<sup>3</sup> Per simplicitat, i atès que el fet no efecte el fenomen del descens dels preus ja que afecta als dos licitadors, s'ha obviat que el licitador pot tenir uns guanys positius tot i que l'excedent de la venda sigui negatiu mentre el valor absolut d'aquest excedent sigui inferior a  $G$ . És a dir, si en cas d'adquirir ambdues unitats  $\frac{2G}{p} > (P_1 + P_2) - 2D_i$  o si en cas d'adquirir-ne només: una en la primera venda  $\frac{G}{p} > P_1 - U_i$  i en la segona  $\frac{G}{p} > P_2 - U_i$ , quan els segons termes de les desigualtats són positius. Altrament, cal incrementar cada licitació en  $\frac{G}{p}$ .



tant, mentre A ofereixi un valor superior a  $U_B$  també aconseguirà la segona unitat. Quina és la quantitat màxima que pot oferir A en la primera subhasta per assegurar-se el bé en la segona? Per dues unitats A pagaria fins a  $2D_A$ ; el valor màxim que pot oferir en la primera venda és doncs  $2D_A - U_B$ .

Pel licitador B oferir una quantitat superior a  $U_2$  és una estratègia dominada atès que si adquireix el bé té pèrdues i, si no l'adquireix no hi guanya res. Cal dir, però, que és indiferent entre oferir  $U_2$  o una quantitat inferior, fins i tot nul·la, atès que no obté cap unitat (el joc té més d'un equilibri). Tanmateix, se suposa que ho intenta i, finalment, ofereix  $U_2$ .

El joc (2) és diferent en tant que cada jugador pot obtenir una unitat. Se suposa, inicialment, que B no guanya la primera subhasta però guanya la segona. Per la seva unitat paga doncs  $P_2 = 2D_A - P_1$ . Mentre  $P_2 < P_1$ , el licitador B prefereix adquirir la seva unitat en la segona subhasta. La situació s'inverteix a partir de  $P_2 = P_1$ , substituint  $P_2$  per  $2D_A - P_1$  i aïllant  $P_1$  s'obté  $P_1 = D_A$ . És a dir que en la primera venda el jugador B ofereix com a mínim fins a  $D_A$ . Es pot fer notar que si s'ofereix una opció de quantitat el jugador B està obligat a licitar com a mínim fins a  $D_A$  a fi d'assegurar-se que hi hagi la segona venda.

De la mateixa manera, es pot veure que el jugador A licita com a mínim fins a  $D_B$ . Oferir una quantitat superior a  $D_B$  a fi de fer pujar el preu del primer encant i reduir el del segon només li convé si no adquireix la unitat. Atès que  $D_B < D_A$  i que A sap que B licita fins a  $D_A$ , licitarà fins a  $D_{A-}$  (on  $-$  denota una quantitat just per sota).

Anàlogament, es pot fer el mateix raonament pel tercer joc. Així, en la primera subhasta, el jugador A ofereix  $D_B$  i el jugador B una quantitat just per sota ( $D_{B-}$ ).

Els equilibris descrits d'aquests jocs, així com les licitacions d'equilibri  $b_{ij}$ , on  $i$  denota el licitador i  $j$  si es tracta de la primera o de la segona subhasta, són a la taula I.

	$b_{A1}$	$b_{A2}$	$b_{B1}$	$b_{B2}$	Compradors	Preus
(1)	$2D_{A-}U_B$	$2D_{A-}U_B$	$U_B$	$U_B$	A, A	$U_B, U_B$
(2)	$D_{A-}$	$U_A$	$D_A$	$2D_{B-}D_{A-}$	B, A	$D_A, 2D_{B-}D_A$
(3)	$D_B$	$2D_{A-}D_{B-}$	$D_{B-}$	$U_B$	A, B	$D_B, 2D_{A-}D_B$

**Taula I: Equilibris dels jocs.**

**Nota:** En el límit  $D_{i-}=D_i$ , per això en la columna de preus les barres han estat eliminades. Atès que permet discriminar quin comprador adquireix el bé, no han estat obviades en les columnes de licitacions. La diferència entre ambdues licitacions s'hagués pogut plantejar en termes de  $D_{i+}$  (substituint  $D_i$ ) i  $D_i$  (substituint  $D_{i-}$ ).

Els resultat de la taula I també es corresponen amb els de dues subhastes seqüencials de segon preu. En la darrera columna apareixen els preus mínims que han de pagar els compradors per assegurar-se les unitats que els pertocquen si l'assignació és eficient. Cal destacar que el preu d'adjudicació de la primera subhasta és igual al tercer valor de reserva més elevat en les tres situacions. El preu d'adjudicació de la segona, en canvi, varia. En la situació (1) els preus d'adjudicació d'ambdues subhastes són iguals, mentre que en la situació (2) i (3) el segon preu és inferior i es produeix un descens dels preus. Els resultats de la taula són independents de fet que es doni una opció de quantitat. Per tant, si s'ofereix una opció de quantitat també es produeix un descens dels preus. Aquests resultats també poden obtenir-se mitjançant un mecanisme d'assignació directe incentiu-compatible que és més fàcilment generalitzable a  $m$  unitats, l'assignació en aquest cas essent simultània (veure annex).

En un joc d'informació incompleta, les valoracions són desconegudes i cal estimar-les. Els preus resultants en la primera subhasta es corresponen sempre amb la tercera valoració més elevada; es pot doncs estimar el tercer estadístic d'ordre començant pel més elevat. En la realitat, l'estimació es correspon amb allò que els compradors creuen que pot ser un preu d'adjudicació plausible, i que probablement estimen en base a la seva experiència.

### 5.2 - Simulació

Es desitja comprovar els resultats de l'apartat anterior, adaptant-los, però, a una situació de major incertesa. Els participants desconeixen en quin cas es troben [situació (1), (2) o (3) de l'apartat 5.1]. A més, cada jugador només observa els seus valors de reserva. Per dur a terme aquest anàlisi s'ha generat dades per simulació.

Un venedor posa a la venda dos béns idèntics mitjançant dues subhastes de segon preu consecutives en les quals hi ha dos licitadors neutrals al risc que desitgen fins a dues unitats. Els licitadors tenen el mateix objectiu que en l'apartat precedent. El nombre de béns i el de jugadors són coneguts *a priori*.

Els quatre valors de reserva es distribueixen independentment seguint una distribució uniforme  $[0,1]$  i se n'assigna a cegues dos a cada jugador. Aquests valors s'obtenen per simulació, mitjançant el mètode de Montecarlo (programa Crystal Ball). No es permeten igualtats. Per cada jugador  $i$  el més alt dels dos valors obtinguts correspon a  $U_i$  i el més baix a  $D_i$ .

Els licitadors es comporten de la manera següent: en la primera subhasta cada comprador estima el tercer estadístic d'ordre,  $O_3$  (on  $O_1$  és el valor més elevat). El

valor estimat es denota per  $\bar{O}_3$ . Es pren com estimació el valor esperat  $E(O_3)$ ; en l'entorn descrit  $E(O_3) = \frac{4-3+1}{4+1} = 0,4$ . El licitador  $i$  estima  $O_3$  i utilitza el màxim entre aquest resultat i  $D_i$  com a valor de licitació màxim en la primera subhasta si  $U_i$  és superior a  $\bar{O}_3$ , altrament ofereix  $U_i$ . La segona subhasta, essent l'última, funciona com una subhasta única de segon preu: oferir  $U_i$  si no s'ha adquirit cap unitat en la primera subhasta i oferir  $2D_i - P_i$  altrament, és una estratègia dèbilment dominant; els jugadors la segueixen.

L'extracció dels 4 valors de reserva es realitza 200 vegades. En 62 ocasions el tercer valor de reserva més elevat correspon a la valoració més alta (per a un sol bé) d'un jugador [situació (1) de l'apartat anterior]. En els 138 casos restants el tercer valor de reserva més elevat correspon a la segona valoració més alta (per a dos béns) d'un jugador, aquests casos estan repartits a parts iguals entre el primer i el segon licitador [situacions (2) i (3) de l'apartat anterior]. Cap d'aquestes proporcions (31%, 34,5% i 34,5%) és significativament diferents del 33% ( $\alpha=0,05$ ).

Per cada un dels 200 casos, es realitza dues subhastes consecutives en les quals els licitadors apliquen l'estratègia descrita. Així s'obté per dues-centes vendes seqüencials el preu pagat en la primera i en la segona subhasta i el comprador que adquireix la unitat en cada ocasió. En la mesura que l'estimació del tercer valor de reserva s'ajusta al tercer valor de reserva observat d'una subhasta, els resultats són com els descrits en l'apartat anterior. Ja s'ha dit que  $E(O_3)=0,4$ ; els licitadors actuen doncs considerant que aquesta és la magnitud del tercer valor de reserva. A més, es repeteix cada subhasta dos cops més. En una els licitadors creuen que el tercer valor de reserva és 0,3 i en l'altra que és 0,5.

Per cada una d'aquestes tres estimacions es compta quants descensos, augments i igualtats hi ha entre els preus de la primera i de la segona subhasta. La taula II recull aquests resultats estratificats segons si el tercer valor de reserva observat és per una o dues unitats.

	$\bar{O}_3 = 0,3$		$\bar{O}_3 = 0,4$		$\bar{O}_3 = 0,5$	
	$O_3 = U_i$	$O_3 = D_i$	$O_3 = U_i$	$O_3 = D_i$	$O_3 = U_i$	$O_3 = D_i$
↓	0	44	0	72	0	97
↑	31	94	21	66	9	41
=	31	0	41	0	53	0
Total	62	138	62	138	62	138

**Taula II: El comportament dels preus per diferents estimacions del tercer valor de reserva.**

$\bar{O}_3$ : estimació del tercer valor de reserva.  $O_3$ : tercer valor de reserva observat.  $U_i$ : preu màxim que el comprador  $i$  està disposat a pagar per un bé.  $D_i$ : preu màxim que el comprador  $i$  està disposat a pagar per bé quan adquireix ambdues unitats. ↓: Nombre de descens dels preus; ↑: Nombre d'augment dels preus; =: Nombre de vegades que els preus són iguals.

D'aquests primers resultats cal destacar que quan el tercer valor de reserva és per a una sola unitat del bé no s'observa mai un descens dels preus. D'altra banda, per a qualsevol de les ordenacions dels valors de reserva, s'observa un augment dels preus en tots els casos pels quals el tercer valor de reserva observat és superior a l'estimat, i només en aquests casos. Per aquesta raó, el nombre de vegades en les que el preu de la segona subhasta és superior al de la primera disminueix conforme s'augmenta el valor de l'estimació de  $O_3$ . Amb aquests resultats també es comprova si, globalment, la proporció de descensos és superior a la d'augmentos ( $\alpha = 0,05$ ). Això només succeeix quan el valor estimat és superior a  $E(O_3)$  (el  $p$ -value és inferior al  $0,001$ ), mentre que

quan és inferior la proporció d'augments és significativament més gran que la de descensos. Quan l'estimació és 0,4 el nombre de vegades que és esperable observar un tercer valor de reserva superior és similar al nombre de vegades que és esperable observar un tercer valor de reserva inferior i, finalment, les proporcions d'augments i descensos són equiparables.

Seguint l'anàlisi més clàssica per contrastar el fenomen del descens dels preus que es retroba en la literatura empírica es comprova si, en mitjana, la raó del preu de la segona subhasta sobre el preu de la primera és inferior a la unitat ( $\alpha=0,05$ ) [veure, per exemple, Ashenfelter (1989), McAfee i Vincent (1993), Pesando i Shum (1996) o Ginsburgh (1998)]. De nou aquest resultat només és significativament inferior a la unitat quan l'estimació és superior al valor esperat. Val a dir que a partir d'una estimació del tercer valor de reserva igual a 0,42 la mitjana de la raó del preu de la segona subhasta sobre el preu de la primera és significativament inferior a la unitat. En canvi, només per una estimació igual o inferior a 0,34 aquesta raó surt significativament superior a la unitat.

Adicionalment, es comprova com són les diferències de preus (el preu de la primera venda menys el preu de la segona). Aquesta anàlisi corrobora els resultats anteriors. Per un valor estimat del 0,3 la mitjana d'aquestes diferències és negativa; l'interval de confiança ( $\alpha=0,05$ ) és:  $[-0,056 ; -0,122]$ . Per un valor estimat del 0,4 la mitjana d'aquestes diferències no és significativament diferent de 0 i, de fet el valor trobat és molt proper a 0, raó per la qual l'interval de confiança és molt simètric en relació al 0 (IC per  $\alpha=0,05$ :  $[-0,032 ; 0,035]$ ). Per un valor estimat del 0,5 la mitjana d'aquestes diferències és positiva; l'interval de confiança ( $\alpha=0,05$ ) és:  $[0,063 ; 0,134]$ .

Aquests resultats no corroboren els obtinguts en l'apartat 5.1 quan s'utilitza el valor esperat com a estimació. Però, l'estratègia implementada no és exactament la descrita en aquell apartat quan el tercer valor de reserva observat és per una sola unitat del bé. Si en les 62 realitzacions per les quals els dos valors de reserva més elevats són d'un mateix licitador s'instaura les licitacions deduïdes en la secció anterior, els resultats empírics varien i mostren un descens dels preus al llarg de la sessió. Concretament, s'observa que en els 62 casos de la situació (1) els preus d'ambdues vendes són iguals, resten 72 casos en els quals es produeix un descens i 66 en els quals es produeix un augment [situacions (2) i (3)]. La raó del preu de la segona subhasta sobre el preu de la primera és significativament inferior a la unitat ( $\alpha=0,05$ ) i l'interval de confiança de les diferències dels preus per un nivell de confiança del 95%, tot i que encara conté el 0, és asimètric: [-0,017 ; 0,048].

Un aspecte que mereix atenció és com varien globalment els preus de la primera i de la segona venda quan s'altera l'estimació. En termes absoluts s'observa un augment de la mitjana dels preus de la primera subhasta i una disminució de la mitjana dels preus de la segona subhasta conforme s'incrementa el valor estimat [veure taula III].

$\bar{O}_3$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\bar{P}$	0,34	0,35	0,36	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
$\bar{P}_1$	0,23	0,27	0,32	0,37	0,42	0,46	0,49	0,51	0,52
$\bar{P}_2$	0,46	0,44	0,41	0,37	0,32	0,29	0,26	0,23	0,22

**Taula III: La mitjana dels preus d'adjudicació en relació a l'estimació del tercer valor de reserva.**

$\bar{O}_3$ : estimació del tercer valor de reserva.  $P$ : mitjana de tots els preus d'adjudicació.  $P_1$ : mitjana dels preus d'adjudicació de la primera venda.  $P_2$ : mitjana dels preus d'adjudicació de la segona venda.

A la mateixa taula es pot veure que globalment, no hi ha gairebé diferències en la mitjana dels preus del conjunt de les dues vendes quan les estimacions sobrevaloren el tercer valor de reserva. En canvi, si l'infravaloren, el guany global de la sessió pel venedor és menor. Tanmateix, aquestes diferències no són significatives ( $\alpha=0,05$ ).

Un altre aspecte que convé estudiar és si les assignacions són eficients en el sentit que els béns queden adjudicats a qui està disposat a pagar més per ells; no hi ha doncs revenda possible. És a dir, si s'assigna els dos béns al comprador amb major valor de reserva quan el tercer valor de reserva és per una sola unitat, i si s'assigna una unitat a cada participant en cas contrari. Així, es comptabilitza el nombre de vegades en les quals l'assignació no és eficient. La taula IV conté els resultats per a cada una de les estimacions testades ( $\bar{O}_3 = 0,3$ ,  $\bar{O}_3 = 0,4$  i  $\bar{O}_3 = 0,5$ ) estratificats segons si el tercer valor de reserva observat és per una o dues unitats. A més, es comprova com és la seqüència de preus quan l'assignació és ineficient.

	$\bar{O}_3 = 0,3$	$\bar{O}_3 = 0,4$	$\bar{O}_3 = 0,5$	Total
$O_3 = U_i$	0	0	0	62
$O_3 = D_i$	34	24	16	138

**Taula IV: Nombre de vegades que l'assignació és ineficient.**

$\bar{O}_3$ : estimació del tercer valor de reserva.  $O_3$ : tercer valor de reserva observat.  $U_i$ : preu màxim que el comprador  $i$  està disposat a pagar per un bé.  $D_i$ : preu màxim que el comprador  $i$  està disposat a pagar per bé quan adquireix ambdues unitats. Total: nombre de subhastes.



Quan el tercer valor de reserva és per una sola unitat l'assignació resultant sempre és eficient. D'altra banda, totes les assignacions ineficients corresponen a casos pels quals es produeix un augment dels preus; és a dir en situacions en les quals el tercer valor de reserva observat és superior a l'estimat. Així, el nombre d'assignacions ineficients disminueix conforme augmenta l'estimació del tercer valor de reserva. En aquest sentit, inflar el valor de l'estimació pot ser una forma de reduir el risc de no adquirir l'objecte quan pel preu final el jugador hi està interessat.

Tanmateix, que es produeixi una augment no implica ineficiència assignativa. La proporció de casos ineficients respecta el nombre d'augment dels preus és igual al 28% quan s'utilitza com a estimació del tercer valor de reserva  $E(O_3)$ , per  $\bar{O}_3 = 0,3$  és del 27% i per  $\bar{O}_3 = 0,5$  és del 32%. En quina circumstància es produeix doncs una assignació ineficient?

Com s'ha vist, només hi ha ineficiència en aquells casos en els quals el tercer valor de reserva és per dues unitats del bé, és a dir quan s'hauria d'assignar una unitat a cada licitador. Sigui  $i$  el participant que ha adquirit la primera unitat per un preu  $P_i$  on  $P_i = \max\{\bar{O}_3, D_j\}$ . El comprador  $i$  adquireix la segona unitat si  $2D_i - P_i > U_j$ , és a

dir si  $D_i > \frac{U_j}{2} + \max\left\{\frac{\bar{O}_3}{2}, \frac{D_j}{2}\right\}$ . Una assignació ineficient només es produeix si el

tercer valor de reserva observat és superior a la meitat de la valoració més elevada de l'altre licitador més la meitat del màxim entre el quart valor de reserva observat i l'estimació del tercer. Lògicament, com més elevada sigui l'estimació, més difícil és que es doni aquesta situació.

### 5.3 – Discussió del descens

En els apartats 3 i 4, es preveu un descens dels preus quan els licitadors tenen com a únic objectiu aconseguir el màxim nombre d'unitats possibles mentre l'excedent no sigui negatiu. En l'apartat 5.1 s'ha previst un descens dels preus quan els licitadors mostren una clara preferència pel nombre d'unitats, però tanmateix desitgen aconseguir aquestes unitats pel menor preu possible en un context d'informació completa. El descens previst en l'apartat 5.1, queda corroborat empíricament amb dades obtingudes per simulació. Tanmateix, les estratègies descrites en l'apartat 5.1 són diferents en funció de com sigui l'ordre dels valors de reserva. En un context d'informació incompleta, es pot optar per una estratègia simètrica simplificada de la primera, que per la seva senzillesa pot ser realista, i que no altera les assignacions (nombre d'unitats) a les quals són molt sensibles els licitadors. Aquesta, però, genera un major nombre d'augmentos que encobreix el fenomen del descens dels preus.

És important destacar quan no s'espera observar un descens dels preus. No hi ha descens quan el tercer valor de reserva és per una sola unitat del bé. Aquest resultat deduït en l'apartat 5.1, queda corroborat per l'estudi empíric independentment de quina sigui l'estratègia que s'apliqui. Si se suposa que hi ha tres licitadors i el tercer valor de reserva és la valoració per una unitat d'aquest tercer participant, també és d'esperar que els preus siguin constants.

Cal remarcar que el descens dels preus que s'ha descrit es produeix amb independència del fet que es produeixi una erosió del poder adquisitiu d'alguns dels participants; efecte que ja ha estat estudiat per altres autors [veure Pitchik i Schotter

(1986), Pitchik (1995) o Engelbrecht-Wiggans i Kahn (1999)]. No obstant això, l'erosió del poder adquisitiu pot potenciar el descens.

Per veure més clarament la diferència entre les dues explicacions es pot plantejar una venda seqüencial de 2 unitats a 3 licitadors. Si el tercer valor de reserva és per dues unitats es produeix un descens, tot i que el quart valor de reserva sigui la licitació per una unitat d'un tercer participant que al no aconseguir cap unitat en la primera subhasta no veu erosionat el seu poder adquisitiu en la segona.

Què passa quan els agents sobreliciten<sup>3</sup> és a dir, quan ofereixen una quantitat superior al tercer valor de reserva esperat. La simulació anterior mostra que el descens dels preus, en mitjana, s'observa clarament quan els licitadors sobreestimen el tercer valor de reserva en relació a la seva esperança. De la sobrelicitació cal dir: 1) que és una actuació raonable per garantir-se amb més seguretat les unitats encomanades atès actuant així disminueix el nombre d'assignacions ineficients i 2) que aquest tipus de comportament ha estat descrit [veure, per exemple, Goeree i Holt (2001)].

Finalment, cal dir que la justificació del descens que s'ofereix és independent del fet que hi hagi opció de quantitat. Aquest darrer resultat és acord amb el que s'observa en la realitat; el fenomen del descens dels preus s'ha detectat empíricament tant en subhastes a l'alça amb opció de quantitat [veure Ashenfelter (1989) o McAfee i Vincent (1993)] com en subhastes progressives que no inclouen aquesta opció [veure Chanel, Gérard-Varet i Vincent (1996) o Pesando i Shum (1996)]. A més a més, cal remarcar que l'opció de quantitat és força antiga i freqüent, el fet que l'organitzador de la subhasta l'hagi utilitzada i la segueixi imposant de forma tan generalitzada és congruent amb la idea que no afecta gaire negativament el seu guany esperat. De la mateixa manera, atès que hi ha subhastes sense opció de quantitat és raonable pensar que aquesta opció tampoc no afecta els guanys positivament.

No obstant això, en el marc plantejat en l'apartat 5, quan s'ofereix una opció de quantitat, si en la primera subhasta la licitació d'un jugador  $i$  és inferior al valor de reserva unitari per dues unitats de l'altre licitador, el jugador  $i$  es queda sense cap unitat (no té possibilitat de fer una oferta més elevada en la següent subhasta atès que aquesta ja no tindrà lloc). Per tant, és possible que l'opció de quantitat faciliti que hi hagi una major sobrelicitació, la qual cosa, com ja s'ha vist accentua, el descens dels preus.

## 6 - Conclusions

En aquest treball es justifica el fenomen del descens dels preus d'adjudicació tant en una subhasta de primer preu com en una de segon preu quan els participants volen adquirir el nombre màxim d'unitats donada una demanda decreixent mentre l'excedent no sigui negatiu. Per ambdós mecanismes de subhasta hi ha evidències del descens dels preus.

El supòsit de maximitzar el nombre d'unitats adquirides s'adequa bé en situacions en les quals pagar una mica més per les unitat no compensa el risc de no adquirir-les, quan la mercaderia és un input i el sobrepreu pagat pot repercutir-se directament en l'output, cas d'alguns restauradors per exemple, i també quan els licitadors són agents que actuen per compte aliè i la part variable de la seva remuneració depèn de les unitats adquirides.

S'ha deduït que en la subhasta de primer preu oferir el valor de reserva per cada unitat de més que intenta adquirir-se és una estratègia dominant (proposició 1). L'assignació resultant és eficient (proposició 2). A més, aquest comportament genera un descens dels preus al llarg de la sessió (proposició 3). Addicionalment, es comprova que

l'opció de quantitat no altera els resultats, però permet reduir la durada de la sessió de subhastes.

En l'anàlisi d'una subhasta de segon preu amb opció de quantitat s'ha obtingut els mateixos resultats. 1) Oferir el valor de reserva per cada unitat de més que intenta adquirir-se és una estratègia dominant. 2) L'assignació resultant és eficient. 3) Aquest comportament genera un descens dels preus al llarg de la sessió.

No obstant això, els preus d'adjudicació en la subhasta de primer preu són superiors als preus d'adjudicació de la subhasta de segon preu (proposició 4).

Els resultats d'una subhasta de primera licitació també són vàlids per a una subhasta a la baixa, com la descrita en el capítol precedent, atès que els licitadors s'afronten exactament al mateix problema. D'altra banda, els resultats de l'anàlisi de la subhasta de segon preu també són vàlids per a una subhasta anglesa, com ara les de vi, en les quals també s'ha detectat un descens dels preus.

Adicionalment, s'ha estudiat una subhasta seqüencial de segon preu en la qual l'objectiu d'uns licitadors amb demandes decreixents és aconseguir el màxim nombre possible d'unitats pel mínim preu que els les garanteix mentre l'excedent no sigui negatiu. L'anàlisi del joc amb informació completa descriu un descens dels preus al llarg de la sessió. També permet concloure que aquest és independent de l'opció de quantitat.

En l'anàlisi empírica d'aquesta situació en un context d'informació incompleta en el qual els licitadors apliquen els resultats obtinguts en el joc d'informació completa i prenen com a referent per licitar en la primera subhasta el valor esperat del tercer estadístic d'ordre també s'ha evidenciat un descens quan s'assigna un bé a cada comprador.

A més, les dades permeten observar que el fenomen s'aguditza si els licitadors ofereixen una quantitat superior al valor esperat del tercer estadístic d'ordre (sobrelicitació). Aquest comportament dels licitadors ha estat descrit en la literatura. D'altre banda, la sobrelicitació genera un menor nombre d'assignacions ineficients, és a dir que garanteix amb més seguretat les unitats en un entorn incert.

El nombre d'assignacions ineficients quan també es té en compte l'excedent depèn de la distribució dels valors de reserva observats. En particular, per que es produeixi una assignació ineficient és necessari que el tercer valor de reserva observat sigui per dues unitats i sigui superior a la meitat de la valoració més elevada de l'altre licitador més la meitat del màxim entre el quart valor de reserva observat i l'estimació del tercer.

Com en el cas que els licitadors s'interessen exclusivament pel nombre d'unitats, quan també intenten aconseguir un bon preu i es produeix un descens dels preus, aquest és independent de l'opció de quantitat. Tanmateix, és possible que aquesta opció pugui potenciar un descens dels preus d'adjudicació en la mesura que potser fomenta la sobrelicitació.

## 7 - Annex

En l'apartat 5.1 s'ha deduït una assignació d'equilibri per a una subhasta seqüencial en la qual els licitadors volen aconseguir el màxim nombre d'unitats possibles pel preu mínim que els les garanteix mentre l'excedent no sigui negatiu. Pel principi de revelació se sap que existeix un mecanisme directe incentiu-compatible<sup>4</sup> que genera el mateix resultat. Aquest mecanisme és factible si, a més, compleix el supòsit de

---

<sup>4</sup> Un mecanisme és incentiu-compatible si els jugadors no en treuen res de mentir.

racionalitat individual<sup>5</sup>. El gran avantatge de treballar amb mecanismes directes incentiu-compatibles és que és més senzill i, per tant, permeten analitzar problemes complexos [veure, per exemple, les explicacions de Myerson (1981) per subhastes úniques, Myerson (1979) per una explicació més general en el context de jocs Bayesianes d'elecció col·lectiva, i Branco (1996) per subhastes múltiples].

Es dedueix un mecanisme directe incentiu-compatible que genera l'assignació descrita en l'apartat 5.1. Un cop descrit el mecanisme per 2 béns i 2 licitadors, es proposa un mecanisme paral·lel per  $m$  béns i  $N$  licitadors.

#### *7.1 - Un joc amb 2 béns i 2 licitadors*

Es descriu un mecanisme en el qual els compradors revelen totes les seves valoracions reals, és a dir els preus màxims als quals estan disposats a adquirir les diferents quantitats d'unitats. A partir d'aquesta informació s'estableix el preu i la quantitat de béns que cada comprador aconsegueix. Es tracta de definir unes regles per les quals l'honestedat sigui una estratègia dominant. Cal doncs establir unes regles tals que els licitadors no tinguin incentius ni a revelar quantitats inferiors als seus valors de reserva (minusvalorar), ni a revelar-ne de superiors (sobrevalorar). Els licitadors són com els descrits en l'apartat 5.1.

A fi i efecte que la minusvaloració no resulti atractiva és suficient: 1) que l'assignació depengui positivament de les ofertes, 2) que el preu que paga un comprador sigui independent de les seves ofertes i en cap cas superior a la seva licitació pel nombre de

---

<sup>5</sup> Els jugadors només participen si el seu guany esperat és no negatiu.

béns assignats. La idea intuïtiva que hi ha darrera d'aquestes condicions és que l'únic mòbil possible que té un comprador per modificar la seva licitació (en relació al valor de reserva) és augmentar la possibilitat d'assignació. L'assignació depèn positivament de les ofertes i, per tant, minusvalorar no té sentit. També convé assegurar que els béns quedin adjudicats.

A més a més, per evitar la sobrevaloració en un context en el qual l'assignació depèn positivament de les ofertes, cal que el preu sigui tal que el guany esperat per a qualsevol comprador en cas d'adquirir una unitat més de les que té assignades sigui negatiu. Atès que una estratègia de sobrevaloració s'establiria per aconseguir més unitats, i que per aquell preu ningú no en vol més, sobrevalorar no té sentit.

Els resultats obtinguts en la subhasta seqüencial són els següents:

	Compradors	Preus	Preus (en estadístics d'ordre)
(1)	$A, A$	$U_B, U_B$	$O_3, O_3$
(2)	$B, A$	$D_A, 2D_B - D_A$	$O_3, 2O_4 - O_3$
(3)	$A, B$	$D_B, 2D_A - D_B$	$O_3, 2O_4 - O_3$

**Taula V: Equilibri de l'apartat 5.1.**

Es pot obtenir els mateixos resultats aplicant les regles d'atribució d'unitats i de fixació dels preus següents:

✧ Atribució

- Qui rep béns?: Tot comprador que tingui alguna licitació superior a  $O^B_3$ .
- Quants béns rep?: Tants com licitacions superiors a  $O^B_3$  tingui.



✧ Preu

- Un comprador paga per cada unitat que rep  $O^{B_3}$  si aquesta quantitat l'ha ofert un altre licitador. Altrament, paga  $2O^{B_4}-O^{B_3}$ . En cas de no rebre cap unitat no paga res.

on  $O^{B_3}$  i  $O^{B_4}$  són les licitacions situades en la tercera i quarta posició respectivament de la sèrie de licitacions ordenades de major a menor.

Clarament, ateses aquestes regles revelar les valoracions reals és una estratègia dominant. Per tant, el mecanisme directe genera les assignacions descrites en la taula V. Cal fer notar que si es canvia el preu que paga un comprador que rep unitats quan la tercera licitació l'ha fet ell ( $2O^{B_4}-O^{B_3}$ ) per  $O^{B_4}$ , el mecanisme segueix essent directe i incentiu-compatible. Aquesta versió modificada és la que es generalitza pel cas en el qual hi ha  $m$  béns i  $N$  licitadors.

7.2 - Un joc amb  $m$  béns i  $N$  licitadors

Un venedor desitja vendre  $m$  béns homogenis. Sense pèrdua de generalitat, se suposa que els béns no tenen valor per a ell. D'altra banda, hi ha  $N$  licitadors que competeixen entre ells (no es coalicionen). Els licitadors són com els descrits en l'apartat 5.1. Tot licitador  $i$  valora cada unitat que adquireix en  $v_{ie}$ ;  $v_{ie}$  és el valor de reserva de  $i$  per cada una de les  $e$  unitats que rep suposant que adquireix  $e$  unitats. El primer subíndex (indexat per  $i, j$  o  $k$ ) denota el jugador i el segon (indexat per  $e, f$  o  $g$ )

el nombre d'unitats. Per a cada licitador aquests valors de reserva són decreixents en funció del nombre d'unitats. Si l'objectiu de tot licitador és aconseguir el màxim nombre possible d'unitats mentre l'excedent d'una venda no sigui negatiu pel preu mínim que els les garanteix, aleshores el mecanisme definit per les regles d'atribució d'unitats i de fixació dels preus següents és incentiu-compatible.

✧ Atribució

- Qui rep béns?: Tot comprador  $i$  pel qual existeix una quantitat d'unitats  $e$  tal que  $b_{ie} > O_{m+1}^B$ .
- Quants béns rep?: El comprador  $i$  rep  $e_i^*$  unitats on  $e_i^* = \max\{e: b_{ie} > O_{m+1}^B\}$ .

✧ Preu

- Quin és el preu per unitat que paga un comprador  $i$ ? El comprador  $i$  paga  $P_i$  per cada unitat que se li atribueix on  $P_i = \max\{b_{je}: j \neq i, b_{je} \leq O_{m+1}^B\}$ ; en cas de no rebre cap unitat no paga res.

$b_{ie}$  és la licitació del jugador  $i$  associada a  $v_{ie}$ , i  $O_w^B$  on  $w \leq N_s$ , és la licitació situada en la posició  $w$  de la sèrie ordenada decreixentment de totes les licitacions<sup>6</sup>. S'estableix en tots els casos una coherència en el comportament dels compradors, així s'imposa que

$b_{ie} = f_i(v_{ie})$ , on  $\frac{df}{dv} > 0$ , o sigui que l'ordre de les licitacions d'un comprador coincideix amb l'ordre de les seves valoracions.

---

<sup>6</sup> Se suposa que no hi ha licitacions coincidents.

En el mecanisme descrit, per un comprador revelar els seus valors de reserva reals és una estratègia dominant que genera un equilibri de Nash. Es tracta d'un mecanisme incentiu-compatible.

Minusvalorar és una estratègia dominada atès que el preu que paga un comprador no depèn de les seves licitacions, però de les dels demés. Per tant, no pot afectar el preu que ell paga aplicant una estratègia de minusvaloració si es manté fix el nombre d'unitats que rep. En canvi, minusvalorar pot afectar el nombre d'unitats que se li assignen; concretament, pot reduir-lo ja que la regla d'atribució és als majors postors. Sobrevalorar també és una estratègia dominada ja que, si bé permet obtenir més unitats, quan aquestes s'aconsegueixen el preu a pagar no s'ajusta a les valoracions dels licitadors (s'ajusta a la que es dedueix de les licitacions realitzades que són més elevades).

Així doncs, en el mecanisme descrit l'honestedat és una estratègia estrictament dominant que genera un equilibri de Nash en un context en el qual s'atribueix  $m$  unitats a  $N$  licitadors que desitgen aconseguir el màxim nombre possible d'unitats mentre l'excedent de la venda no sigui negatiu pel preu mínim que els les garanteix. Aquest fet queda justificat en la taula VI on es fa palès que els guanys de revelar els valors de reserva són sempre superiors o iguals als guanys d'aplicar qualsevol de les altres dues estratègies pures (sobrevalorar o minusvalorar), en alguns casos la desigualtat és estricta. Per tant, sobrevalorar i minusvalorar són estratègies estrictament dominades i, en conseqüència, tota combinació d'aquestes estratègies també és una estratègia dominada.

### 7.3 – Característiques de l'assignació

El preu generat pel mecanisme és únic si existeix  $b_{jt} = O_{m+1}^B$ , o sigui si la licitació situada en la  $m+1$ -èssima posició és per a una sola unitat del bé<sup>7</sup>; el preu és igual a  $P_i = O_{m+1}^B \forall i$ . En cas contrari el mecanisme és discriminatori. Les unitats són venudes a dos preus diferents. El més elevat és igual a  $O_{m+1}^B$  i el paguen tots els compradors  $i$  tals que  $v_i > O_{m+1}^B = b_{jt}$  i  $i \neq j$ . El més baix és igual a  $b_{kg}^*$  on  $b_{kg}^* = \max\{b_{kg}: k \neq j, b_{kg} \leq O_{m+1}^B\}$  i el que paga el licitador que ha fet l'oferta situada en la  $m+1$ -èssima posició.

Lògicament, sota supòsit de preferències unitàries el preu és únic ja que la licitació situada en la  $m+1$ -èssima posició sempre és per a una sola unitat del bé. De fet, sota aquest supòsit el mecanisme proposat es correspon amb el descrit per Vickrey l'any 1961. D'altra banda, si  $m=1$  el mecanisme és una subhasta de segon preu.

El preu assolit en la segona venda en la subhasta seqüencial és menor al preu més baix al qual s'arribaria mitjançant el mecanisme incentiu-compatible descrit. La modificació establerta en la secció anterior no contempla l'erosió del poder adquisitiu pròpia d'un mecanisme seqüencial. Les diferències de preus corresponen a l'efecte de l'erosió del poder adquisitiu.

---

<sup>7</sup> El preu també seria únic si en aquesta posició coincidissin ofertes de compradors diferents.

*IV - EL DESCENS DELS PREUS AL LLARG DE LA SESSIÓ EN SUBHASTES DE PRIMER I SEGON PREU*

## V - LA DIMENSIÓ COM A FACTOR EXPLICATIU

### DEL PREU DE L'OBRA D'ART

#### **Resum:**

Es proposa un model per representar l'evolució de la cotització d'un quadre estàndard d'un artista que es consolida similar als models emprats en la literatura financera. El mercat de l'art té una vessant inversionista i, a més, s'ha descrit que segueix els mercats financers – tot i que amb retard.

La proposta general es desenvolupa específicament pel cas que l'únic factor que genera diferències sistemàtiques dels preus entre les teles venudes en un moment donat és la dimensió de l'obra. La resta de factors rellevants en la formació del preu es prenen com a constants. L'anàlisi així establerta permet aprofundir específicament en l'efecte de la grandària.

Es mostra que: 1) en pintors de qualitat elevada la importància relativa de la dimensió com a factor determinant del preu baixa conforme l'artista es consolida en benefici del renom d'aquest (proposició 1); 2) amb el pas del temps la grandària del quadre explica una menor part del preu ja que els preus tenen cada cop més soroll (proposició 2). Les dues proposicions s'exemplifiquen amb una mostra de pintors catalans dels segles XIX i XX.

## 1 - Introducció

Una obra d'art, una pintura, un dibuix, una escultura..., és un actiu, és a dir, un bé susceptible a ser objecte d'inversió; i sens dubte, aquest caràcter inversionista explica bona part de l'enorme moviment del mercat de l'art. Tanmateix, aquestes quantioses inversions es produeixen en un context molt incert en tant que es coneix poc com es comporten els preus de les obres d'art. Aquest desconeixement és referent a 1) els rendiments i 2) als factors que alteren els preus (quins factors afecten el preu d'una obra, com i en quina magnitud l'afecten).

Aquesta discrepància entre la gran suma de diners en joc i el poc coneixement sobre les fluctuacions d'aquests diners justifica l'estudi d'un sector, el de l'art, que tradicionalment ha estat bandejat per l'anàlisi econòmica<sup>1</sup>. Val a dir, però, que la preocupació per aquest mercat tampoc no és novedosa. Des de mitjans dels 70 diferents treballs s'han centrat en l'elaboració d'índexs de preus en el mercat de pintures, amb l'objectiu d'estimar el rendiment mitjà de la inversió en quadres. Els treballs han utilitzat dos enfocaments. L'un, el de vendes repetides o doble venda, evita el problema d'incomparabilitat dels quadres atès que només compara les diferents teles a si mateixes. El mètode consisteix en localitzar obres que s'hagin venut més d'una vegada en el període avaluat i calcular l'evolució global dels preus a través de les diferències de preus trobades entre les diferents vendes d'una mateixa peça [veure, per exemple, Anderson (1974), Baumol (1986), Frey i Pommerehne (1989), Buelens i Ginsburgh (1993), Goetzman (1993) per estudis a llarg termini, i Mok et al.

---

<sup>1</sup> Alguns grans pensadors han bandejat dels seus anàlisis aquest tipus de béns perquè el seu valor d'intercanvi no depèn de la quantitat de treball necessari per a la seva producció, però, en paraules de Ricardo, d'una *demanda capriciosa*. D'aquesta manera, Ricardo va excloure els *quadres preciosos*, Stuart-Mill els *quadres de grans mestres*, Marx les *grans obres d'alguns artistes*, Walras els *béns de mercats excepcionals com ara els quadres de Rafael*, o Marshall la *pintura antiga* [veure Moureau (2000) p. 1-10 per més detalls].

(1993), Pesando i Shum (1996), Pesando i Shum (1999) o Locatelli i Zanola (1999) per estudis a més curt termini].

L'altre, més agosarat, equipara quadres o cistelles de quadres diferents. En aquest darrer enfocament cal distingir dues línies. Per un cantó, la tècnica de preus hedònics que estima un índex de preus de quadres regressant el preu de cada pintura sobre un conjunt de característiques, algunes de les quals són dependents dels temps i d'altres independents [veure, per exemple, Anderson (1974), Buelens i Ginsburgh (1993), Agnello i Pierce (1996), Chanel, Gérard-Varet i Ginsburgh (1996) o Czujack (1997)]. Per l'altre, mètodes destinats a aconseguir ja sigui una pintura o una cistella representativa d'un segment del mercat [Veure Stein (1977) i Candela i Scorcu (1997)]. Segmentar el mercat comporta, al igual que en el mètode hedònic, definir prèviament una sèrie de característiques, bàsicament autor i dimensió.

Un gran problema a l'hora d'escollir quina metodologia aplicar és que, a vegades, els estudis generen resultats diferents, tot i que apunten cap a un baix rendiment mitjà [veure la revisió de Frey i Eichenberger (1995)]. Val a dir que l'aplicació d'aquestes tècniques és complexa.

La metodologia de vendes repetides és molt dependent de les dades i aquestes presenten grans dificultats. Per un cantó, hi ha poques sèries de vendes extenses en el temps i, concretament, pel cas espanyol, no n'hi ha. Per l'altre, resulta molt difícil identificar inequívocament les obres. A més a més, aquests estudis proporcionen una mesura de la taxa de rendiment d'un conjunt de transaccions realitzades en el mercat artístic, més que de la taxa de rendiment en el mercat de l'art. Finalment, cal dir que aquesta tècnica s'utilitza per avaluar rendiments, deixant de costat aprofundir sobre els factors que afecten aquest rendiment.



Les regressions hedòniques donen més joc, tant pel fet que poden aplicar-se a més dades, com pel fet que també permeten apreciar quins factors afecten el preu de les obres. Malauradament, encara no queda prou clar ni què s'ha d'introduir en el model, ni com cal incloure-ho: quins factors són invariants en el temps i quins no ho són. Els mètodes basats en la pintura o cistella representativa també comporten dificultats ja sigui perquè necessiten de moltes dades o perquè necessiten molta informació sobre les mateixes, informació que no sempre és accessible o fiable.

En aquest context, i considerant que els preus dels quadres poden aproximar-se a través de les característiques de les peces que confereixen valor monetari a l'obra, s'ha volgut aprofundir en l'estudi d'un sol factor, la dimensió de l'obra, del qual s'accepta que té importància en la formació del preu. L'objectiu és veure si el seu efecte és constant al llarg del temps, que és com normalment s'inclou en les models hedònics, o si alternativament el seu efecte varia al llarg del temps, en particular, si perd pes específic conforme l'autor es consagra. De fet, Anderson (1974) ja va suggerir que l'efecte de la grandària al llarg d'un període no era constant. Aquest resultat ha de possibilitar una estimació més eficient dels paràmetres en el mètode hedònic, al proposar segmentar el mercat en funció de la antiguitat de l'artista. D'altra banda, permet un millor ajust de les ponderacions per dimensió en la metodologia de la pintura representativa i obtenir així una mesura més precisa de l'índex.

Per fer això es modela l'evolució temporal del preu d'una pintura; s'analitza un model en el qual el preu d'un quadre d'un autor concret en el moment  $t$  és funció de diferents característiques de l'obra, de les fluctuacions del mercat i de les fluctuacions pròpies d'aquest autor. Els dos darrers components són estructures molt genèriques amb tendència creixent modelitzades mitjançant un moviment geomètric brownià que recullen de forma global, el primer, les fluctuacions del mercat i, el segon, les variacions dels preus específiques de l'autor. La forma funcional escollida és habitual

en la literatura de finances; hi ha evidència empírica que els preus en el mercat de quadres segueixen els del mercats financers [veure Goetzmann (1993), Chanel (1995) o Goetzmann i Spiegel (1995)]. El model s'analitza extensament pel cas que la única característica diferenciadora de l'obra és la dimensió. Aquesta extrema simplificació té per objectiu avaluar específicament el rol de la grandària. La forma funcional adoptada, seguint els treballs que han aplicat regressions hedòniques, és exponencial.

L'anàlisi del model proposat permet entendre que la grandària del quadre com a factor explicatiu del preu de l'obra perd importància conforme transcorre el temps des de la creació de la peça. Es mostra que el pes d'aquesta característica ha de ser més petit en les cotitzacions de pintors més antics. En resum: per a un Velázquez o per a un Rembrandt, la mida no importa. La proposició s'ha corroborat empíricament a partir d'una mostra de pintors catalans. La mostra és reduïda, car l'objectiu ha estat l'exemplificació i no la contrastació empírica.

A continuació, es presenta el model genèric (apartat 2). El tercer apartat analitza el model proposat centrant-se en la dimensió del quadre. En el quart es plasma el treball empíric amb dades de vendes de quadres en subhasta. El darrer apartat es reserva per fer una síntesi de les aportacions principals.

## **2 - El model**

A l'hora de modelitzar les cotitzacions dels preus dels quadres cal fer una sèrie de consideracions. 1) Una obra d'art té aspectes d'unicitat, que l'apropen a l'output d'un monopoli. 2) Dos obres del mateix autor, època, temàtica, estat de conservació, tècnica, suport, format, dimensió, venudes a la mateixa sala i al mateix moment haurien de tenir la mateixa cotització. Per format s'entén el quocient de la dimensió

del costat més curt (al numerador) i la del costat més llarg (al denominador), típicament inferior a 1. 3) Un autor, en una època (de l'autor) determinada, acostuma a utilitzar una tècnica, suport, temàtica i format centrals o estàndards. 4) Les dimensions, per contra, acostumen a diferir. 5) La informació de les cotitzacions en les diferents sales és fluida<sup>2</sup>. 6) Els preus en el mercat artístic estan relacionats amb els preus d'altres actius de l'economia i, en particular, amb els preus borsaris [veure Goetzmann (1993), Chanel (1995) o Goetzmann i Spiegel (1995)].

Els fets 2-4 suggereixen, a l'hora de modelitzar, partir de la cotització d'una pintura estàndard d'un autor en una època determinada i de dimensió mitjana per a l'autor en aquella època. Aquesta variable es nota  $S_{it}$ , on  $i$  fa referència a l'autor i l'època i  $t$  al moment en que es cotitza l'obra. Cal dir que les èpoques diferents d'un mateix autor són tractades com si fossin artistes diferents. A partir d'aquest punt, per autor cal entendre el conjunt de les dues variables, època i autor. D'altra banda,  $D_i$  denota la variable aleatòria que representa la dimensió de l'obra de l'artista  $i$ , i  $D_i^*$  la dimensió mitjana de l'autor,  $E(D_i)=D_i^*$ . Se suposa que  $D_i$  i  $S_{it}$  estan afectats per diferents pertorbacions aleatòries; en particular es considera que  $D_i$  i  $\ln S_{it}$  són variables aleatòries ortogonals,  $E((D_i - D_i^*)(\ln S_{it} - E(\ln S_{it}))) = 0$ .

El fet (6) es pot interpretar dient que els preus de l'autor  $i$  depenen de l'estat del mercat artístic i que aquest està relacionat a l'hora amb l'evolució dels preus de la resta d'actius de l'economia. Aquí se suposa que aquests vincles poden ser captats a partir de processos estocàstics simples.

---

<sup>2</sup> En una subhasta els preus són públics. A més, hi ha força publicacions de fàcil accés (quiosc) i planes web que recullen preus d'adjudicació i cada cop és més freqüent trobar en els catàlegs que les sales editen per promocionar les properes subhastes tots els preus d'adjudicació de l'anterior encant en la mateixa sala.

Atès que els preus en el mercat artístic acostumen a estar relacionats amb els preus borsaris, a l'hora de modelitzar les cotitzacions de les pintures, sembla natural partir de models utilitzats per representar l'evolució temporal del preu de les accions. Així, se suposa que l'índex de preus del mercat artístic,  $M_t$ , segueix un moviment geomètric brownià, és a dir, es comporta segons un procés de difusió generat per l'equació diferencial estocàstica:

$$dM_t/M_t = \mu_M dt + \sigma_M dw_{1t} \quad (1)$$

on  $\mu_M$  és la taxa de creixement instantània de l'índex,  $\sigma_M$  la desviació típica per instant de temps, i  $dw_{1t} = \varepsilon (dt)^{1/2}$  és el diferencial d'un procés de Wiener amb mitjana 0 i variància  $dt$ ,  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ . D'acord amb les troballes de la majoria d'autors que han treballat amb el mercat d'art i que han atribuït un alt nivell de dividends implícits a la tinença d'obres d'art,  $\mu_M$  hauria de ser inferior al que mostren els actius financers.

D'altra banda, es capta la dependència de la cotització de l'autor  $i$  respecte al mercat de l'art suposant que la cotització d'una obra estàndard de l'autor  $i$  s'obté a partir de l'índex del mercat artístic, afectant-lo linearament per un procés estocàstic, que inclou els components idiosincràtics, específics, de l'autor  $i$  respecte al mercat:

$$S_{it} = X_{it} M_t \quad (2)$$

$$dX_{it}/X_{it} = \mu_{Xi} dt + \sigma_{Xi} dw_{2t} \quad (3)$$

on  $\mu_{Xi}$  és la taxa de creixement instantània del component idiosincràtic,  $\sigma_{Xi}$  la desviació típica per instant de temps, i  $dw_{2t} = \varepsilon (dt)^{1/2}$  és el diferencial d'un procés de Wiener amb mitjana 0 i variància  $dt$ ,  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ . A més  $w_1$  i  $w_2$  són dos moviments brownians independents, és a dir,  $dw_{1t} \cdot dw_{2t} = 0$ , en el sentit de convergència quadràtica

en mitjana, un tipus de convergència usual en càlcul estocàstic [veure, per exemple, Neftci (1996), p. 112-116].

Aquesta suposició no és totalment nova. En l'enfocament de vendes repetides, Goetzman y Spiegel (1995) i Locatelli i Zanola (1999) en fan una de similar: consideren que la taxa de creixement de la cotització d'una pintura es pot descompondre en un rendiment de mercat i un rendiment idiosincràtic. El seu anàlisi és diferent i, a més, aquests autors apliquen el qualificatiu d'idiosincràtic a l'obra, mentre que aquí s'aplica a l'autor.

Per un *autor* donat, canvis en la grandària impliquen diferències de cotització. Per a una dimensió  $D$  no mitjana i per valors no extrems de la dimensió, la cotització s'expressa com:

$$P_{it} = f_{it}(D_i - D_i^*) \cdot S_{it} \quad (4)$$

amb  $f_{it}(0) = 1$ . Com que no es pot atribuir cap tendència temporal definida al valor de les desviacions respecte la grandària estàndard d'una tela, sembla apropiat considerar  $f_{it}$  com constant,  $f_{it} = f_i$ . A més, el fet 1, les característiques d'unicitat de l'obra, aconsellen adoptar una forma funcional no lineal per  $f_i$ . Per simplificar, s'adopta, en aquest punt la funció exponencial, típica en l'enfocament hedònic (i que es pot considerar com una aproximació a una tarifa de dues parts, habitual en les pràctiques monopolístiques),  $f_i = e^{\alpha_i(D_i - D_i^*)}$ , de manera que la cotització esdevé:

$$P_{it} = e^{\alpha_i(D_i - D_i^*)} \cdot S_{it} \quad (5)$$

on  $\alpha_i$  és constant per l'autor, però pot variar entre autors.

Les alteracions del format (si una tela és més quadrada o més apaïxada) en relació a l'usual de l'artista, poden modelar-se de forma similar a la dimensió. Denotant la variable format de l'autor per  $F_i$  (quocient entre la dimensió del costat més curt -al numerador- i la del costat més llarg -al denominador), la mitjana per  $F_i^*$ , la cotització s'expressa llavors per:

$$P_{it} = g_{it}(F_i - F_i^*) f_{it}(D_i - D_i^*) S_{it}$$

on  $S_{it}$  i  $f_{it}$  ja s'han definit prèviament i on  $g_{it}(0) = 1$ . Novament per simplificar, s'obvia les alteracions de format, és a dir que se suposa que són irrelevantes ja sigui perquè les diferències són nul·les ( $F_i - F_i^* = 0$ ), o perquè que el mercat no les valora ( $g_{it} = 1$ ).

Es pot estendre aquest model i incloure altres factors que afecten als preus dels quadres. Així, es proposa que la cotització final,  $\pi_{it}$ , d'una obra de l'autor amb tècnica, suport, estat de conservació o temàtica diferents de l'habitual, es trobi modelant cada una d'aquestes variables en termes de processos estocàstics, generats per processos de Wiener independents entre si i dels precedents. Per a una pintura de tècnica diferent a la de referència el preu es pot afectar per un procés,  $Q_{it}$ , que reflecteixi les diferències de preu degut a aquesta tècnica. De la mateixa manera per un quadre en un suport no usual per l'artista, el procés,  $N_{it}$ , reflexa les diferències de preu respecta al suport estàndard. Finalment, la cotització s'expressa:

$$\pi_{it} = P_{it} Q_{it} N_{it} \quad (6)$$

on:

$$dQ_{it}/Q_{it} = \mu_{Q_{it}} dt + \sigma_{Q_{it}} dw_{3t}$$

$$dN_{it}/N_{it} = \mu_{N_{it}} dt + \sigma_{N_{it}} dw_{4t}$$

En les dues expressions anteriors  $\mu_{Q_i}$  i  $\mu_{N_i}$  són taxes de creixement instantànies,  $\sigma_{Q_i}$  i  $\sigma_{N_i}$  són desviacions típiques per instant de temps,  $dw_j = \varepsilon (dt)^{1/2}$ ,  $j=3, 4$  són, cadascun, el diferencial d'un procés de Wiener amb mitjana 0 i variància  $dt$ ,  $\varepsilon \sim N(0, 1)$  i, com abans,  $w_3$  i  $w_4$  són processos de Wiener independents entre sí i de  $w_1$  i  $w_2$ . Incloure aquestes variables no afectaria als resultats del treball, de manera que, per a simplificar l'exposició no queden incloses.

### 3 - La cotització de les obres d'art

En aquest apartat es resol el model presentat en la secció precedent, i s'obté una expressió per a les cotitzacions de l'autor  $i$  en l'instant  $t$  en funció de la dimensió de l'obra d'art. Per simplificar la notació s'obvia el subíndex  $i$  de les variables, utilitzat per ressaltar totes aquelles que s'ha considerat que adopten valors que depenen de l'artista. L'anàlisi se centra en el cas més simple de pintura amb tècnica i suport habituals per a l'autor, la cotització queda doncs modelada per les expressions (1) a (5).

El comportament de  $S_t$ , la cotització de l'obra estàndard de l'autor  $i$ , es troba aplicant el Lema d'Ito, que permet expressar el diferencial d'una funció que depèn de processos estocàstics d'Ito, un cas general del (2) o del (4), i del temps. Pel cas particular d'una funció de dos processos estocàstics el lema proposa:

$$dS_t = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 S}{\partial M^2} dM^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} dX^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial M \partial X} dM dX \right] + \frac{\partial S}{\partial M} dM + \frac{\partial S}{\partial X} dX$$

Per tant, aplicant-ho a la funció (2):

$$dS_t = 0 + X_t M_t (\mu_M dt + \sigma_M dw_{1t}) + X_t M_t (\mu_X dt + \sigma_X dw_{2t})$$

És a dir:

$$dS_t / S_t = \mu dt + \sigma dz_t \quad (7)$$

on  $\mu = \mu_M + \mu_X$  i  $\sigma dz_t = \sigma_M dw_{1t} + \sigma_X dw_{2t}$

L'evolució del preu d'una pintura estàndard de l'artista segueix, per tant, un moviment geomètric brownià .

És clar llavors que:

$$dS_t / S_t \sim N(\mu dt, \sigma \sqrt{dt})$$

amb  $\sigma \sqrt{dt} = \sigma_M \sqrt{dt} + \sigma_X \sqrt{dt}$

És interessant buscar ara les característiques de  $S_t$  per poder deduir les de  $P_t$ . Per trobar la distribució de probabilitat de  $S_t$  es comença per resoldre l'equació diferencial estocàstica (7), utilitzant novament el lema d'Ito, que pel cas d'una funció que depèn d'un procés estocàstic d'Ito, i del temps,  $b(S_t, t)$ , estableix que el diferencial de la funció és:

$$db = \frac{\partial b}{\partial t} dt + \frac{\partial b}{\partial S} dS + \frac{\partial^2 b}{\partial S^2} \frac{\sigma^2 S^2 dt}{2}$$

En el cas particular en que  $b(S_t, t) = \ln(S)$ , es té  $b'(S) = 1/S$ ,  $b''(S) = -1/S^2$ , amb la qual cosa:

$$\begin{aligned} d \ln S_t &= \frac{dS_t}{S_t} - \frac{\sigma^2 dt}{2} \\ &= (\mu - \sigma^2/2) dt + \sigma dz_t \end{aligned}$$



S'integra entre  $t_0 = 0$ , moment en que el preu de l'acció és  $S_0$ , i  $t$ , i s'utilitza  $\tau$  com a variable d'integració:

$$\begin{aligned} \ln S_t &= \ln S_0 + \int_{t_0}^t (\mu - \sigma^2 / 2) d\tau + \int_{t_0}^t \sigma d\tilde{z}_\tau \\ &= \ln S_0 + (\mu - \sigma^2 / 2) t + \sigma \tilde{z}_t \end{aligned} \quad (8)$$

on  $\Delta t = t$ ,  $\Delta \tilde{z} = \tilde{z}_t - 0 = \varepsilon t^{1/2}$ , atès que  $w_{10} = w_{20} = 0$  per a qualsevol procés de Wiener.

Finalment,

$$\ln S_t \sim N(\ln S_0 + (\mu - \sigma^2 / 2) t, \sigma t^{1/2})$$

És a dir que  $S_t$  té una distribució lognormal. Així s'evita que hi hagi preus negatius que sí serien possibles si la distribució seguís una normal. Aplicant una transformació exponencial a  $\ln S_t$  s'obté:

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \sigma^2 / 2)t + \sigma \tilde{z}_t}$$

que té un valor esperat, donada la informació en  $t_0$ :

$$\begin{aligned} E(S_t) &= S_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{(\mu - \sigma^2 / 2)\Delta t} e^{\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\varepsilon^2 / 2)} d\varepsilon \\ E(S_t) &= S_0 e^{\mu \Delta t} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2 / 2} dx \right] \end{aligned}$$

on  $x = \varepsilon - \sigma\sqrt{\Delta t}$

Com l'expressió entre claudàtors val 1,  $E(S_t) = S_0 e^{\mu\Delta t}$

De forma anàloga es calcula la variància de  $S_t$ ; per això primer cal trobar  $E[S_t^2]$ , donat

que el preu al quadrat val  $S_t^2 = S_0^2 e^{(2\mu - \sigma^2)\Delta t + 2\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}}$

$$E(S_t^2) = S_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\mu\Delta t - \sigma^2\Delta t + 2\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2} d\varepsilon = S_0^2 e^{2\mu\Delta t} e^{\sigma^2\Delta t} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\varepsilon - 2\sigma\sqrt{\Delta t})^2/2} d\varepsilon \right]$$

on l'expressió entre claudàtors novament és 1.

Llavors:

$$Var(S_t) = E(S_t^2) - E(S_t)^2 = S_0^2 e^{2\mu\Delta t} (e^{\sigma^2\Delta t} - 1)$$

Els resultats importants del treball sorgeixen de (5) i (8). Per dimensions diferents a la estàndard, el logaritme del preu del quadre de l'autor  $i$  és:

$$\ln P_t = -\alpha D^* + \alpha D + \ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)t + \sigma z_t \quad (9)$$

Llavors, donat  $t$ , com que  $D$  i  $\ln S_t$  són variables aleatòries ortogonals, és a dir que

$E((D - D^*)(\ln S_t - E(\ln S_t))) = 0$ , l'esperança matemàtica de  $\ln P_t$  condicional a  $D$  és:

$$\begin{aligned} E(\ln P_t | D) &= -\alpha D^* + \ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)t + \alpha D \\ &= \beta_0 + \beta_1 D \end{aligned} \quad (10)$$

on els paràmetres  $\beta_0$  i  $\beta_1$  són específics a l'artista, ja que  $-\alpha$ ,  $D^*$ ,  $\mu$  i  $\sigma$  ho són.

En el moment  $t$ ,  $\ln P_t$  és una funció lineal de  $D$ , i l'esperança  $E(\ln P_t / D)$  es pot calcular mitjançant la projecció per mínims quadrats de  $\ln P_t$  sobre  $D$  que minimitza  $E((\ln P_t - \beta_0 + \beta_1 D)^2)$  i permet obtenir  $\beta_1 = \text{Cov}(D, \ln P_t) / \text{Var}(D)$  i  $\beta_0 = E(\ln P_t) - \beta_1 E(D)$ . Aquestes expressions són correctes en tant que  $\ln P_t$  tingui una distribució de probabilitat normal, la qual cosa és raonable ateses les característiques de la distribució de probabilitat de  $S_t$  ja trobades. A més, és raonable suposar que  $D$  té una distribució de probabilitat normal, la qual cosa també garanteix la normalitat de  $\ln P_t$ .

L'expressió (10) posa de manifest que el valor del paràmetre  $\beta_0$  depèn de  $t$ , l'interval de temps transcorregut des de que es va començar a vendre obra de l'artista. La dependència  $\beta_0 = \beta_0(t)$  es farà explícita. Per contra,  $\beta_1$  no és funció de  $t$ .

En conseqüència,  $t$  afecta a la importància relativa de  $\beta_0$  i  $\beta_1 D$  per explicar  $\ln P_t$ , la qual cosa depèn de  $\beta_0'(t) = \mu - \sigma^2/2$ . És a dir que depèn del signe que pren la diferència entre el coeficient de salt menys la meitat de la variància del moviment geomètric brownià que descriu el comportament de la cotització de l'obra estàndard de l'artista.

Per a un artista amb un nivell de qualitat alt segons el mercat, la tendència alcista de les cotitzacions hauria de ser, en mitjana, a llarg termini, més marcada que la seva volatilitat. En termes del model de moviment geomètric brownià, la taxa esperada de creixement instantània de la cotització hauria de superar la meitat de la variància per instant de temps:

**Definició:** Un autor és de qualitat alta contrastada, si  $\mu - \sigma^2/2 > 0$ .

**Proposició 1.** Per a un artista de qualitat alta, la importància  $\beta_1 D$  per a explicar  $\ln P_t$ , en relació a la de  $\beta_0$  baixa a mesura que es consideren intervals de temps més llargs,  $t$ , des de que l'autor va començar a vendre obra.

**Demostració.** La importància relativa de  $\beta_0$  i de  $\beta_1 D$  per a explicar  $\ln P_t$ , a partir de l'expressió (10) per a la recta de regressió  $E(\ln P_t / D)$ , ve donada per:

$$1 = \frac{\beta_0(t)}{\beta_0(t) + \beta_1 D} + \frac{\beta_1 D}{\beta_0(t) + \beta_1 D} \quad (11)$$

Per a un pintor de qualitat alta, contrastada, com  $\mu - \sigma^2/2 > 0$ , quan  $t$  augmenta el primer quocient tendeix a 1 i el segon a 0. ♦

És a dir, per a un artista al qual el mercat avalua com de qualitat alta, a mesura que es considera valors més grans de  $t$ , la part de la cotització deguda a la dimensió, és cada cop més petita: l'ordenada a l'origen de la recta de regressió augmenta amb  $t$ , mentre que el pendent de la recta no varia. Per contra, si la qualitat no és alta, tal com s'ha definit, la dimensió explica cada cop una proporció més gran de la cotització de l'autor.

Alternativament, es considera dos autors de la mateixa qualitat alta, que treballen amb teles d'igual grandària i mostren el mateix coeficient  $\beta_1$ . Llavors, el més antic ha de tenir la cotització més elevada.

Però, el pas del temps també té un altre efecte sobre la caiguda de la dimensió com a variable explicativa de la cotització i aquest és independent de la qualitat de l'autor.

**Proposició 2.** A mesura que es considera valors més grans de  $t$ , la regressió  $E(\ln P_t / D)$  esdevé cada cop menys acurada per a explicar  $\ln P_t$ .

**Demostració.** Si es resta l'expressió (9)  $\ln P_t = -\alpha D^* + \alpha D + \ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)t + \sigma z_t$  de la (10)  $E(\ln P_t) = \beta_0 + \beta_1 D^*$ , s'obté  $\ln P_t - E(\ln P_t) = \beta_1(D - D^*) + u$ , on  $u = \sigma z_t = \sigma \varepsilon t^{1/2}$  amb  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ . Com que  $D$  i  $\ln S_t$  són variables aleatòries independents, és a dir que  $E((D - D^*)(\ln S_t - E \ln S_t)) = 0$ ,  $D$  i  $u$  també són ortogonals i, per tant,  $E((D - D^*)(u - E u)) = 0$ . Així, es pot fer la descomposició de la suma de quadrats en l'anàlisi de la variància de  $\ln P_t$ :

$$\begin{aligned} E(\ln P_t - E(\ln P_t))^2 &= \beta_1^2 E(D - D^*)^2 + E u^2 \\ &= \beta_1^2 \text{Var} D + \sigma^2 t \end{aligned}$$

Aquesta expressió mostra que quan  $t$  augmenta també ho fa la variància del procés, i aquest augment es deu exclusivament a la variància no explicada per la regressió. La variació de  $\ln P_t$  no explicada per la regressió augmenta el seu pes; augmenta la suma de quadrats residuals. En termes proporcionals:

$$1 = \frac{\beta_1^2 \text{Var} D}{\beta_1^2 \text{Var} D + t} + \frac{\sigma^2 t}{\beta_1^2 \text{Var} D + t} \quad (12)$$

L'equació precedent evidencia que, quan  $t$  tendeix a infinit, la proporció de la variació de  $\ln P_t$  explicada per la regressió, el coeficient de determinació,  $R^2$ , tendeix a 0. Per contra, la proporció de la variació de  $\ln P_t$  no explicada tendeix a infinit. Aquest fet es dona sigui o no l'autor de qualitat alta. És a dir, tant si  $\mu - \sigma^2/2$  és superior a 0 com si no ho és, o, en altres termes, per a qualsevol valor del coeficient  $\beta_0 = -\alpha D^* + \ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)t$ . ♦

Per tant, quan es considera pintors més antics, independentment de la seva qualitat, la dimensió explica una part menor de la cotització en el sentit que la regressió de  $\ln P_t$

sobre  $D$  esdevé menys útil per explicar o predir els valors de  $\ln P_t$ , doncs aquests estan cada cop més allunyats de la recta de regressió.

A partir de les *proposicions* 1 i 2, es pot concloure que per a un pintor antic i de qualitat alta, la grandària és molt poc explicativa de la seva cotització. Per aquest autor, el coeficient  $\beta_0$ , l'ordenada a l'origen, és gran en comparació a  $\beta_1$ , el pendent de la recta de regressió. La major part de la cotització es deu a la qualitat de l'autor, contrastada amb el pas dels anys (*Proposició* 1). D'altra banda, el temps també fa que hi hagi més soroll, que les observacions estiguin cada cop més disperses al voltant de la recta de regressió, amb la qual cosa la dimensió esdevé encara menys explicativa de la cotització (*Proposició* 2).

#### **4 - L'efecte del pas del temps sobre la variabilitat del preu dels quadres: un estudi empíric**

En aquest apartat es presenta un treball empíric que il·lustra que amb el pas del temps la dimensió del quadre té menys poder explicatiu sobre el preu de les obres. A tal fi s'ha recollit 325 preus d'adjudicació d'olis sobre tela de sis pintors catalans dels segles XIX i XX assolits en les principals sales de subhasta d'Espanya entre 1984 i 1996, i s'ha ajustat per a cada artista una regressió múltiple del preu sobre la grandària controlant per la ciutat i el període de la venda.

Efectivament, es comprova que el model s'ajusta millor pels pintors més recents. A més, amb els resultats d'aquest anàlisi, que s'ha realitzat en pintors de qualitat equiparable, es testa satisfactòriament els resultats obtinguts en l'apartat anterior.

#### 4.1 - Material i mètode

A partir de la informació continguda en els catàlegs *Antiquaria*, s'ha seleccionat els preus d'adjudicació de les vendes realitzades entre 1984 i 1996, a grans sales de subhasta espanyoles, d'olis sobre tela de sis pintors catalans reconeguts dels segles XIX i XX de qualitat similar venuts majoritàriament a Espanya, i que tenen un volum de transaccions suficient. Només s'ha inclòs aquelles vendes catalogades amb el nom i el cognom de l'autor (la qual cosa indica el reconeixement per part de la sala de subhasta que es tracta d'una obra autèntica de l'artista).

Els pintors estudiats són els següents<sup>3</sup>:

- Josep Amat i Pagès (Barcelona, 1901 - 1991): De família d'artistes - el seu germà Gabriel també era pintor - estudià a l'escola de Belles Arts de Barcelona. Completà el seu desenvolupament artístic fent una estada a París, viatge freqüent en la formació de molts artistes catalans. Se'l considera un deixeble de Mir. Fou membre del grup de la sala Parés. La seva primera exposició individual es remunta a 1928. A la dècada dels quaranta exposà a Madrid i Bilbao, i posteriorment aconseguí exposar a l'estranger (França, Itàlia, Portugal, Alemanya, Estats Units).

---

<sup>3</sup> Els detalls bibliogràfics estan basats en les obres de Fontbona (sense any), Jardí (sense any), Torres (1992) i les ressenyes del *Diccionario de artistas de Cataluña Valencia y Baleares* en l'edició de 1980 i les de la *Gran Enciclopèdia Catalana* en l'edició de 1980.

Es tracta d'un pintor i dibuixant de producció molt extensa. És un especialista del paisatge urbà barceloní, però, també pintà els pobles i les platges de la Costa Brava. La seva producció s'ha venut de forma continuada, tot i que localment en la seva majoria.

● Francesc Gimeno i Arasa (Tortosa, 1858 - Barcelona, 1927): Començà com a pintor de parets en una època en la qual aquestes es decoraven i, de fet, aquest és l'ofici que li permeté viure durant molts anys. En comptades ocasions provà de viure infructuosament dels seus quadres, ocupació que el dugué en una ocasió a instal·lar-se a Torroella de Montgrí on plasmà la Costa Brava i, a més, s'hi casà. Quan retornà a Barcelona, concretament a Sant Gervasi de Cassoles, fou el seu antic ofici el que alimentà els seus cinc fills. Paral·lelament, es dedicà a la seva activitat artística prenent sovint com a models el seu entorn familiar i territorial (el camí de les aigües...). No fou fins als 59 anys, per mediació del paisatgista Ignasi Mallol, que realitzà la seva primera exposició individual a les galeries Dalmau, amb bona crítica però males vendes. Nogensmenys, a partir d'aquella fita, i a rel d'ella, pogué gaudir d'un sistema de mecenatges successius que el dugueren a pintar el Vallés o el litoral mallorquí. Tot i amb això, morí pobre i, només posteriorment s'ha valorat realment la seva obra. Cal remarcar que sovint pintava quadres de petit format, tot i que les teles eren de mida estàndard.

● Emili Grau i Sala (Barcelona, 1911 - 1975): Fill d'un dibuixant conegut per les seves caricatures, perdé el pare als 17 anys. Poc després, es decantà per la pintura de forma professional (1929). Se'l considera de formació autodidàctica.

La seva carrera artística començà a Barcelona, però ja de jove s'instal·là a Montparnasse (París). Allí esdevingué una figura cabdal de l'escola de París i fou, ja en vida, apreciat pel públic i reconegut per la crítica. La seva obra és molt colorida i tot



sovint titllada d'optimista. A més a més de quadres, feu cartells, decorats de teatre i il·lustracions de llibres per edicions de luxe. Així, il·lustrà volums com *Les Fleurs du Mal* o *A la recherche du temps perdu*; se'l considera un especialista en aquest camp. Exposà, entre altres llocs, a Barcelona, a França, a Anglaterra i als Estats Units.

● Eliseu Meifren i Roig (Barcelona, 1859 - 1940): Es formà a la Llotja, on fou deixeble d'Antoni Caba, però desenvolupà un estil propi. Com molts dels artistes de l'època, feu una estada a París que coincidí amb l'inici de l'Impressionisme; també visità Itàlia.

La sala Parés de Barcelona acollí al 1890 la seva primera exposició individual, aleshores ja havia guanyat alguns premis de pintura. Posteriorment exposà a l'estranger. Entre les seves obres destaquen les marines d'una Costa Brava que encara no duia aquest nom, o els paisatges de Mallorca on fou director de l'escola de Belles art. Tanmateix, molts altres motius componen la seva obra que és molt àmplia. S'ha dit d'ell que partint d'un realisme detallista evolucionà cap a l'impressionisme, que la seva pintura era optimista i agradable, o en altres paraules atractiva.

● Joaquim Mir i Trinxet (Barcelona, 1873 - 1940): Format a la Llotja, no en fou un gran seguidor, els seus primers passos semblen en canvi molt més influïts per Vayreda. No obstant això, l'artista desenvolupà un estil propi. Membre de la Colla Safrà, que deu al seu nom als tons grogosos que apareixen en molts dels paisatges, i de la qual en foren part Nonell o Pichot entre altres, tingué cabuda en una exposició col·lectiva dels Quatre Gats l'any 1897. Es consagrà com a pintor a la primera dècada d'aquest segle. Exposà regularment a la ciutat comtal i esporàdicament a l'estranger

(Argentina, Estats Units, França, Itàlia...). Té una obra paisatgística força extensa que contempla l'evolució del pintor; les seves darreres obres són les més apreciades.

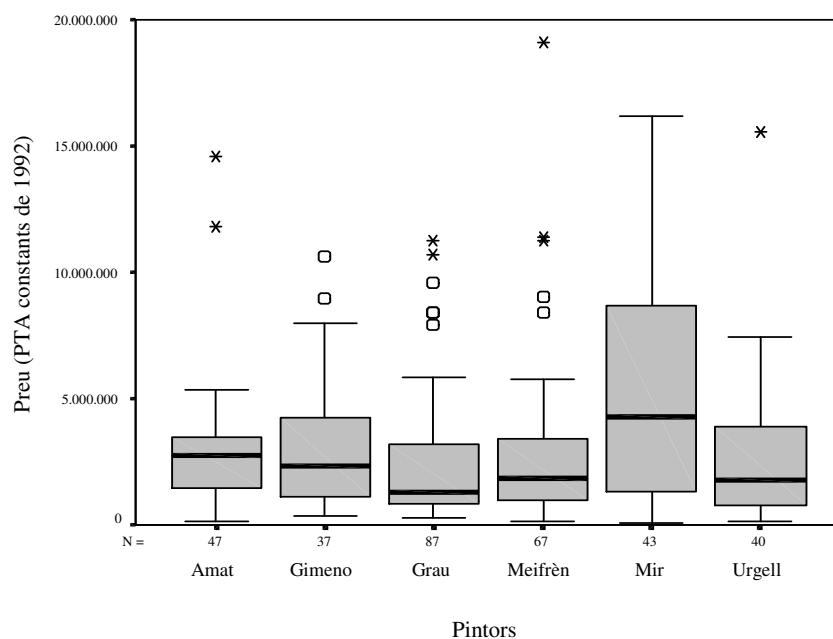
● Modest Urgell i Inglada (Barcelona, 1839 - 1919): Pintor i autor de teatre, fou deixeble de Martí i Alsina, el seu professor a la Llotja de Barcelona. Van ser precisament els seus estudis en aquell centre els que el van posar en contacte amb artistes com Mercadé o Fortuny i, del que va ser un gran amic seu, Vayreda. No obstant això, les seves influències són de pintors molt realistes com el seu professor a la Llotja o el francès Courbet amb el qual entrà en contacte en una estada a París l'any 1872. Urgell es va anar fent un lloc progressivament i, així, acabar sent un expositor regular de la sala Parés; a més a més, fou professor de la Llotja des del 1885. La seva obra, principalment paisatges i marines solitàries i lúgubres, és - en paraules de Fontbona (1980) - homogènia. El mateix artista arribà a titular les seves obres "Lo de siempre" o "Otra vez lo de siempre". Així doncs, molts dels seus quadres són bastant similars entre sí, quadres força grans i apaisats.

Es pot acceptar que aquests pintors són relativament semblants. Les seves obres tenen a Espanya el mateix públic objectiu i, potser amb l'excepció de Grau Sala, poden considerar-se pintors locals. D'altra banda, el seu nivell de preus, que permet veure com valora el mercat als diferents artistes, tot i que amb diferències, és similar (veure figura 1)<sup>4</sup>. Per tant es pot assumir que els pintors són de qualitat equiparable. Dit això, cal esmentar que els pintors pertanyen a generacions diferents: entre el

---

<sup>4</sup> Mir presenta una mediana superior a la resta de pintors, però si s'agrupa les dades en intervals d'un milió de pessetes, aleshores l'interval modal per a tots els pintors és el primer.

primer i el darrer hi ha més de set dècades de diferència, mirant-ho a partir de la data de naixement o de traspàs.



**Figura 1: Distribució del preu per a cada pintor.**

La barra central de la caixa correspon a la mediana, l'extrem inferior al primer quartil i el superior al tercer, els extrems de les patilles són el màxim i el mínim de la mostra sense els valors allunyats (rodones) i sense els extrems (asteriscs). Es considera extrems aquells valors que s'allunyen del primer quartil per l'esquerra, o del tercer per la dreta, més de tres vegades l'amplitud interquartílica; mentre que es considera allunyats aquells que ho fan entre una vegada i mitja i tres. N: nombre d'observacions.

En total s'ha localitzat 325 observacions corresponents a quadres dels quals, a part de la seva autoria i tècnica, se'n coneix el preu d'adjudicació, la grandària, l'any de venda i la sala en la qual van ser subhastats.

Per a cada pintor s'ha ajustat un model de regressió lineal:

$$\ln P_i = a + bD_i + g_1C_i + g_2M_i + e_i$$

$\ln P$  és el logaritme neperià del preu,  $D$  la dimensió del quadre,  $C$  la ciutat on es realitzà la venda,  $M$  l'estat del mercat,  $a$  és el terme constant,  $b$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  els coeficients de regressió estimats, i  $e$  és el terme de pertorbació. Amb aquest model es controla per l'estat del mercat per fer-lo estàtic, és a dir com si l'artista vengués tota l'obra en el moment  $t$ , la raó d'aquesta forma de procedir cal buscar-la en el poc nombre de quadres venuts en un sol any.

El preu ha estat prèviament deflèctit en base a l'any 1992 mitjançant l'IPC espanyol que publica l'*Instituto Nacional de Estadística*, s'expressa sempre en pessetes constants de 1992 sense comissions. Els preus recollits en els catàlegs no inclouen, en general, la comissió. En els pocs casos que la inclouen s'ha optat per corregir els preus suposant que aquesta era del 15%<sup>5</sup>. Per dur a terme l'anàlisi de regressió s'ha pres el logaritme neperià del preu, transformació molt freqüent en la literatura [veure, per exemple, Anderson (1974), Stein (1977), Buelens i Ginsburgh (1993), Chanel (1995) i Gerard-Varet (1995)]. La transformació és molt adequada per alguns dels pintors atesa la asimetria de la distribució dels preus. Malauradament, per Amat no és convenient; tanmateix, s'ha preferit aplicar exactament el mateix anàlisi a tots els artistes.

La dimensió s'expressa com a centímetres del costat llarg del bastidor. Aquesta elecció pot sorprendre, però cal tenir present que a Espanya la mesura que s'utilitza per definir la grandària d'una tela és el punt; es tracta d'una mesura categòrica que confereix més importància al costat més llarg del quadre. Així, per exemple, un quadre

---

<sup>5</sup> Segons professionals de sales de subhasta aquesta quantitat mitjana sembla raonable.

de 61 cm de costat llarg correspon a 12 punts. La classificació es refina en funció de la llargada del costat curt que permet distingir tres categories: figures, paisatges i marines. En l'exemple anterior 61x50 cm<sup>2</sup> és una figura de 12 punts, 61x46 cm<sup>2</sup> un paisatge i 61x38 cm<sup>2</sup> una marina. Clarament, aquesta forma d'expressar la grandària és poc operativa. La superfície podria ser una solució, però té l'inconvenient que quadres amb el mateix número de punts tenen superfícies diferents; en l'exemple 3050 cm<sup>2</sup>, 2806 cm<sup>2</sup> i 2318 cm<sup>2</sup>; i, d'altra banda, quadres amb diferent número de punts - 10 punts per exemple - poden tenir superfícies superiors als de dotze punts, una figura de 10 punts (55x46 cm<sup>2</sup>) té major superfície (2530 cm<sup>2</sup>) que una marina de 12 punts. Una tercera manera d'expressar la grandària és prenent només la mesura del costat més llarg. Aquesta opció no té cap dels inconvenients mencionats.

Tanmateix, emprar la mesura del costat llarg no és la més freqüent en la literatura. La superfície ha estat utilitzada per Anderson (1974), i més recentment per Chanel (1995), Ginsburgh i Jeanfils (1995) i Chanel, Gérard-Varet i Ginsburgh (1996) juntament amb altres variables. Expressar la grandària mitjançant més d'una variable permet recollir més informació però té un clar cost en la parsimònia del model.

Les dimensions no són similars entre autors. Concretament Gimeno pintava sovint en teles petites, mentre que Urgell ho feia sobre superfícies grans. Les grandàries escollides pels altres quatre autors poden considerar-se moderades. D'altra banda, els formats (teles més o menys apaïsades) són similars per tots els artistes excepte per Urgell que feia quadres extremadament apaïats (taula I).

Pintors	AMAT	GIMENO	GRAU	MEIFREN	MIR	URGELL
Mitjana costat llarg (cm)	69	42	62	74	70	121
Mitjana costat curt (cm)	53	31	50	54	57	67
Mitjana format $\left( \frac{\text{costat curt}}{\text{costat llarg}} \right)$	0,77	0,74	0,80	0,74	0,81	0,57

**Taula I: Valors mitjos de la dimensió i el format de les teles per a cada artista.**

El model ajustat pressuposa que la relació entre el logaritme neperià del preu i la dimensió és

constant per grandàries no extremes; les observacions de grandària extrema han quedat excloses de l'anàlisi atès que poden no ser comparables a la resta de peces [veure Keen 1971, p. 39]. Concretament, els quadres estudiats tenen entre 1 i 120 punts, s'ha exclòs 4 obres.

La ciutat i l'estat del mercat han estat incloses com a variables de control. La ciutat és una variable dicotòmica que indica l'emplaçament de la venda: les obres venudes a Madrid han estat codificades amb un 0 i les venudes a Barcelona amb un 1. Les possibles diferències entre llocs de venda han estat descrites en la literatura: Pesando (1993) i Pesando i Shum (1996) estudien aquest aspecte en el període actual, Schanapper (1999) comenta que a França a l'edat moderna s'esperava més d'una subhasta a París que no pas d'una a Meaux o a Senlis. De les 13 sales incloses en la mostra només dues són barcelonines. Alguns pintors poden considerar-se locals en tant que són majoritàriament venuts a la ciutat comtal (taula II).

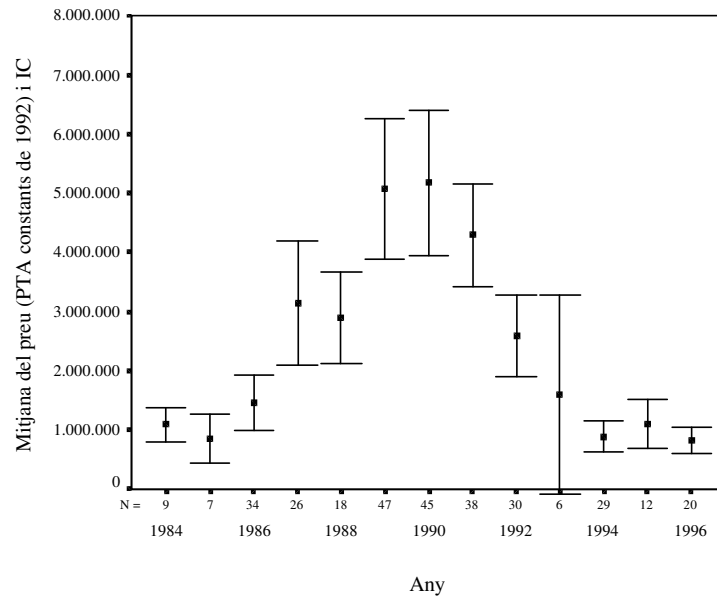
Pintors	AMAT	GIMENO	GRAU	MEIFREN	MIR	URGELL
Obra venuda a Barcelona	94%	68%	19%	33%	45%	50%

**Taula II: Percentatge per a cada artista d'obres venudes a Barcelona.**

L'estat del mercat és una variable amb tres categories que reflecteix si els preus eren baixos (1986 i 1993-1996<sup>6</sup>; codificats com a 0), moderats (1987-1988 i 1992; codificats com a 1) o alts (1989-1991; codificats com a 2) l'any en el qual es va vendre el quadre. Efectivament, el mercat no fou estable al llarg del període estudiat. En la figura 2 es pot veure l'evolució dels preus pel conjunt de les observacions.

---

<sup>6</sup> La mitjana dels preus de 1993 està molt afectada per una observació.



**Figura 2: Evolució de la mitjana anual dels preus (1984-1996) dels 6 pintors estudiats.**

Quadrats: mitjana dels preus en pessetes constants de 1992 sense comissió.

Barres: límits de l'interval de confiança (95%) de la mitjana.

N: nombre d'observacions.

Tot i que aquesta mostra no es pot considerar representativa de tot el mercat, l'evolució dels preus de la mostra és congruent amb l'opinió dels professionals per aquest tipus de pintura [veure Portús (1996)]. Malauradament, no hi ha cap bon índex de preus pel mercat d'art espanyol, i emprar un índex internacional pot no ser una elecció afortunada atès que l'eufòria del mercat espanyol és posterior al boom en altres indrets. Mentre que la recessió a les grans sales de Christie's o de Sotheby's



s'observà al 1990 [veure, per exemple, Moulin (1995, p. 271) o Pesando i Shum (1999)], a Espanya ni els preus ni el volum de vendes<sup>7</sup> van disminuir fins al 1991.

#### 4.2 - Resultats i discussió

El model ajustat per a cada pintor mostra que la grandària té una efecte positiu sobre el preu. L'efecte és estadísticament significatiu per a tots els pintors (taula III). Aquest resultat, gens sorprenent, ja havia estat descrit per altres autors, entre els quals alguns que havien treballat amb pintura espanyola subhastada a la península [veure Ruíz Font (1995-1996), Blasco i Guadalajara (1998a, 1998b i 1998c) i Guadalajara, Blasco i Guijarro (2001)]. Així, queda clar que la grandària d'un quadre condiona el seu preu d'adjudicació en subhasta; per grandàries de quadres no extremes, com més gran sigui una obra, més cara és. Els coeficients de regressió de la variable grandària són del mateix ordre de magnitud, però diferents entre ells; oscil·len entre  $0,0317$  en el cas d'Amat i  $0,0113$  en el d'Urgell, aquestes diferències són significatives ( $\alpha=0,05$ ) per alguns autors quan es comparen dos a dos.

La variable mercat, com era d'esperar, és sempre positiva i significativa. En general, no és descartable que el mercat afecti de la mateixa manera a tots els pintors ( $\alpha=0,05$ ), l'única excepció quan es comparen els pintors dos a dos és entre Amat i Grau. Val a

---

<sup>7</sup> El nombre de transaccions no és uniforme: els anys de preus més elevats també són aquells en els quals el nombre de vendes és superior. Potser aquest fet és fruit de l'especulació, en el sentit que un augment dels preus potser implica un augment en la demanda. Bartrina et al. (1995) recullen les opinions de marxants espanyols que expliquen que al final de la dècada dels 80, quan el mercat assolía records històrics, van aparèixer força especuladors.

dir que són precisament els pintors que més majoritàriament són venuts en una sola ciutat, el primer a Barcelona (94%) i el segon a Madrid (81%). En canvi, no sembla haver-hi diferències entre els preus d'adjudicació d'ambdues ciutats per aquests pintors. Cal dir que, en el cas d'Amat, s'ha detectat diferències significatives ( $p < 0,05$ ) entre les obres venudes a Barcelona i a Madrid, però aquest resultat només es basa en 3 observacions i, per tant, no és robust.

Pintors		AMAT	GIMENO	GRAU	MEIFREN	MIR	URGELL
$b$ (t-Student)		0,0317 (6,3)	0,0207 (3,3)	0,0703 (5,6)	0,0115 (3,2)	0,0217 (5,3)	0,0113 (3,9)
$g_1$ (t-Student)		1,513 (5,3)	0,107 (0,4)*	-0,083 (-0,62)*	6,05 (0,28)*	0,257 (0,9)*	0,0625 (0,18)*
$g_2$ (t-Student)		0,43 (4,5)	0,771 (5)	0,757 (5,6)	0,58 (4,7)	0,77 (4,8)	0,524 (2,78)
Constant		10,39	12,64	12,66	12,93	12,47	12,34
IC (95%)	$b$	0,022 - 0,042	0,008 - 0,033	0,011 - 0,023	0,004 - 0,019	0,014 - 0,03	0,006 - 0,017
	$g_1$	0,935 - 2,09	-0,419 - 0,633	-0,351 - 0,185	-0,377 - 0,498	-0,321 - 0,836	-0,638 - 0,763
	$g_2$	0,239 - 0,621	0,458 - 1,084	0,639 - 0,876	0,334 - 0,828	0,446 - 1,094	0,141 - 0,907
$R^2$ (%)		75,4	48,4	71	36,5	70,8	53,9
$F$		44,04	10,31	67,78	12,08	31,56	14,04
$N$		47	37	87	67	43	40

**Taula III. Resultats de la regressió múltiple per a cada pintor.**

$b$ ,  $g_1$  i  $g_2$  són els coeficients de regressió de la grandària, la ciutat i l'estat del mercat, respectivament. IC (95%) són els intervals de confiança per  $\alpha=0,05$  dels coeficients de regressió.  $R^2$ : coeficient de determinació (en percentatge).  $F$ : F-Snedecor.  $n$ : nombre d'observacions. \*: no estadísticament significatiu, altrament,  $p < 0,05$ .

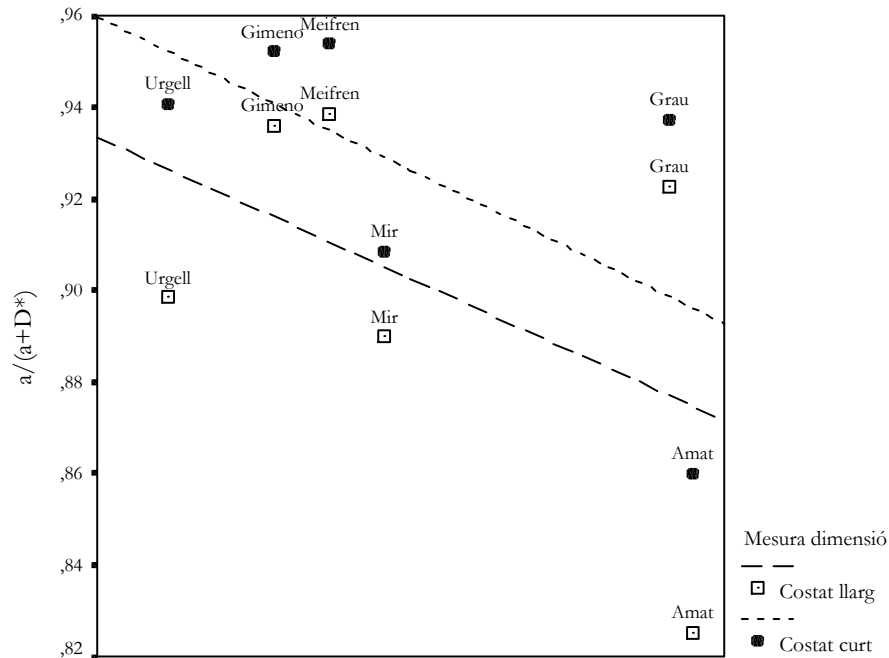
L'anàlisi dels residuals indica que l'ajust del model és correcte per Gimeno, Grau, Meifrèn i Mir. En el cas d'Amat, la transformació logarítmica de la variable preu no és convenient. Per aquest pintor l'ajust d'un model  $P = a + bD + g_1C + g_2M$  és correcte, i els seus resultats són qualitativament similars: les variables grandària i mercat són significatives, la ciutat no; la capacitat explicativa del model és del 77%. El

cas d'Urgell és més complex. Aquest autor pintava tot sovint en formats no estàndards i escollia teles extremadament apaïsades (per exemple 120x60 cm<sup>2</sup>), però no sempre. Per aquest pintor potser aquesta forma d'expressar la grandària no és la més adequada.

Amb aquests primers resultats es comprova la *proposició 1*. Concretament, atès que la mostra de pintors és de qualitat similar i els quadres de mateix suport i tècnica, però de dimensió diferent es contrasta una expressió anàloga a la (11) en la que la dimensió es substitueix per la seva mitjana. En particular, s'espera observar que el quocient

$\frac{a}{a + bD^*}$  és més gran pels artistes més antics.

En la figura 3 es presenta els resultats prenent dues mesures diferents de la dimensió. Primer s'agafa el costat llarg (quadrats blancs); clarament, Urgell pren té un quocient inferior al esperat. Però, com ja s'ha comentat, Urgell pintava teles molt apaïsades i, per tant, aquesta mesura de la grandària pren valors molt elevats. El càlcul es repeteix utilitzant el costat curt per expressar les diferències entre dimensions mitjanes dels pintors (rodones negres). Amb aquesta nova mesura que corregeix la dimensió dels Urgells fruit del format. El quocient per Urgell se situa en el mateix nivell de valors que el de Gimeno o Meifrèn, que són, congruentment amb el model, els més elevats. Els quocients obtinguts per Mir (valor mig) i Amat (valor baix) també són de la magnitud prevista pel model. En canvi, el quocient corresponent a Grau-Sala és, contràriament al previst, elevat. Cal dir que aquest pintor és el més diferent. Per un cantó, pertany a l'escola francesa, i per l'altre, no és un paisatgista.



Pintors situats en l'any que correspon a la meitat de la seva existència

**Figura 3:**  $a/(a+bD^*)$  per a cada una de les regressions múltiples disposats proporcionalment a l'any medià de la vida de l'artista.

Finalment, cal dir que, en conjunt, les dades empíriques corroboren la *proposició 1*. Donat un grup de pintors de qualitat similar i per obres de mateixa tècnica i suport, el primer terme del segon membre de l'expressió  $1 = \frac{a}{a+bD} + \frac{bD}{a+bD}$  és més gran com més antic sigui un pintor. És a dir que la importància relativa de la dimensió com a factor explicatiu del preu disminueix amb el pas del temps.

D'altra banda, l'anàlisi de les variabilitats explicades per cada regressió ens permet exemplificar la *proposició 2*, que deia que amb el pas del temps la regressió  $E(\ln P_t / D)$

quan es controlava pels diferents factors que generen heterogeneïtat en les teles esdevenia cada cop menys acurada. Els coeficients de determinació,  $R^2$ , no són iguals i, per tant, la variabilitat dels preus de les teles no explicada ni per la dimensió, ni per les variables de control és diferent entre pintors, que és  $1-R^2$ , tampoc. Com s'observa a la figura 4, la no variabilitat explicada és més elevada per pintors més antics. És a dir que dispersió dels preus controlant pels diferents factors que generen heterogeneïtat en les peces és menor en pintors generacionalment més pròxims.

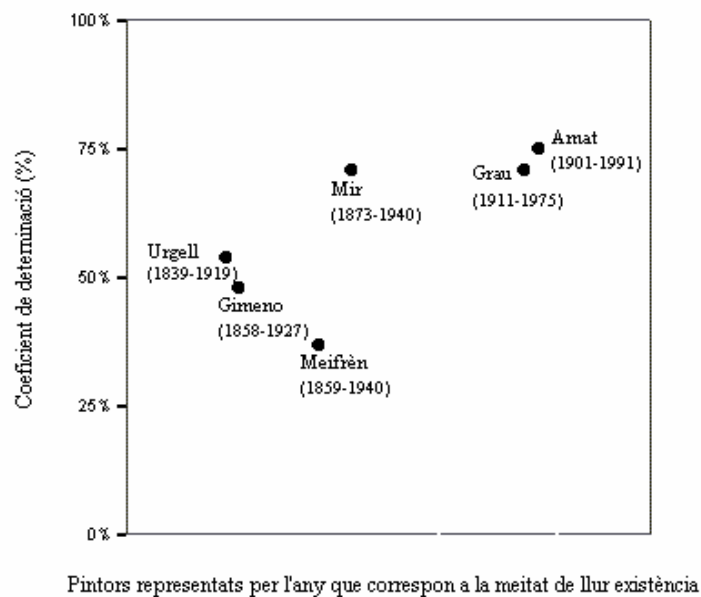


Figura 4:  $R^2$  de les regressions múltiples disposades proporcionalment a l'any que es correspon amb la meitat de la vida de l'artista.

L'anàlisi realitzada fins aquí, de caràcter transversal, genera uns resultats que suggereixen que el temps transcorregut des de la realització de l'obra pot ser un factor rellevant a l'hora d'explicar la variabilitat dels preus. És a dir que la incertesa dels preus augmenta amb el temps atès que la variància dels preus no explicada per la regressió és major en pintors més antics.

Quina repercussió té aquest fet sobre el mercat? Bàsicament, el que es posa en evidència és que per a un comprador és més arriscat comprar obres antigues atès que el preu és més incert. D'altra banda, com més informat estigui un comprador, sigui més expert, menys incert és per a ell el valor monetari de l'obra. Si la incertesa sobre el valor de l'obra es redueix, la teoria de subhastes prediu que les licitacions són menys conservadores i, per tant, és raonable que siguin precisament els compradors més informats, els experts, els qui adquireixin, en general, la pintura més antiga. Aquest darrer comentari és congruent amb la descripció feta per Keen (1971, p. 51-53) sobre els diferents prototipus de compradors que assisteixen a Sotheby's (Londres).

## **5 - Conclusions**

Amb el pas del temps la relació entre la dimensió d'una tela i el preu d'una obra es dissipa; la grandària és un element cada cop menys explicatiu de les cotitzacions de les obres d'art. Les causes del fenomen són dues. La primera és que aquest factor és cada cop menys rellevant en comparació a altres característiques de la peça com l'autoria. La segona és que els preus semblen tenir cada cop més soroll.

A partir d'un model utilitzat sovint en la literatura financera, s'ha modelitzat l'evolució temporal dels preus dels quadres d'un artista. Aquest model ha permès mostrar el

fenomen i les seves causes de forma analítica en les proposicions 1 i 2. La *proposició 1* explica que per un autor de qualitat alta, la major part de la cotització es deu al renom de l'autor, contrastada amb el pas dels anys (primera causa de l'atenuació de l'efecte de la dimensió sobre la cotització). La *proposició 2* indica que el temps també fa que hi hagi més soroll, que les observacions estiguin cada cop més disperses al voltant de la recta de regressió, amb la qual cosa la dimensió esdevé encara menys explicativa de la cotització. Finalment, com s'ha indicat al començament: per a un Velázquez la dimensió és poc important.

Les dues proposicions són exemplificades per l'anàlisi dels preus d'adjudicació de sis artistes dels segles XIX i XX de qualitat similar. Per un cantó, es comprova que les constants de les rectes de regressió tendeixen a ser més elevades en pintors més antics (*proposició 1*). Per l'altre, s'observa que la variabilitat no explicada pel model és menor pels artistes més recents (*proposició 2*).

Globalment, els resultats empírics donen suport a la modelització de les cotitzacions en termes de moviments brownians geomètrics. A més, fan pensar que l'enfocament hedònic pot ser apropiat a nivell d'índexs de mercat, però, és problemàtic per explicar o predir cotitzacions d'autors individuals, car al fer la mitjana entre coeficients que difereixen entre autors, fa que es perdi informació rellevant a nivell individual. És d'esperar que el coeficient de la dimensió i l'ordenada a l'origen siguin diferents entre autors ateses les característiques d'unicitat del treball de l'artista.

## VI - CONCLUSIONS

En aquest capítol es recull les principals conclusions a les quals s'ha arribat al llarg dels tres treballs. Les conclusions es presenten agrupades per subtemes. Primer es fa algunes consideracions genèriques sobre els antecedents. Després es presenta les conclusions sobre el descens dels preus al llarg de la sessió separant les evidències del fenomen de les seves causes. Posteriorment, es presenta els resultats sobre el comportament dels preus d'adjudicació dels quadres. Aquest ve seguit per un apartat específic sobre les estratègies d'ordenació al llarg de la sessió, tema col·lateralment inclòs en el primer treball i que té implicacions en el tercer. Al final, es fa breument un petit incís en la història local de les subhastes.

### *Aspectes generals*

- 1.1 La venda en subhasta ha estat emprada des de fa 2500 anys com a mínim, i probablement de forma ininterrompuda. El seu estudi teòric té només un 2% d'aquesta edat. En conseqüència, la teoria és incompleta en tant que no recull tota la casuística que s'observa en la realitat i, a vegades, errònia atès que pot arribar a predir fenòmens contraris als que succeeixen.



- 1.2 En base a la literatura existent s'ha trobat que la seqüència observada dels preus relativa al valor al llarg d'una sessió és, en mitjana, decreixent; mentre que teòricament s'esperaria una constància o un increment dels preus.

*De les evidències del descens dels preus al llarg de la sessió*

- 2.1 El descens dels preus ha estat descrit en subhastes angleses reals i també s'ha detectat en subhastes de primer i segon preu amb dades fruit de simulacions. Mancava doncs, aparentment, estudiar el comportament dels preus al llarg de la sessió en subhastes a la baixa.
- 2.2 En el primer estudi s'ha valorat el comportament dels preus al llarg de la sessió en subhastes a la baixa: al igual que en les subhastes angleses també s'ha detectat un descens de preus al llarg de la sessió en una subhasta holandesa.
- 2.3 Aquest comportament dels preus té dos orígens:
  - 2.3 a) El preu disminueix més sovint que no pas augmenta.
  - 2.3 b) La intensitat de les baixades de preus és superior a la dels increments.
- 2.4 Sembla doncs que el descens de preus es produeix amb independència del mecanisme de venda en tant que pot presentar-se en qualsevol tipus de subhasta.
- 2.5 Hi ha evidència del descens dels preus tant en subhastes que contemplen l'opció de quantitat, com en subhastes que no inclouen aquesta opció. En el cas concret de l'estudi realitzat, el descens es produeix en una subhasta en la qual el

comprador té l'opció d'adquirir el lot complet o part d'ell. Per tant, és raonable buscar una explicació del fenomen vàlida en ambdós casos.

- 2.6 La subhasta estudiada està integrada per professionals i no és de lliure accés. Alguns dels participants actuen per compte aliè.

*De les causes del descens dels preus*

- 3.1 Alguns autors han intentat explicar el descens dels preus en base a: l'aversion al risc, els costos de participació, la restricció pressupostària, la no-presència dels compradors a la sala i la licitació mitjançant agents, la incertesa en la quantitat o en la qualitat, l'opció de quantitat o la de qualitat, la asimetria dels licitadors, l'ordre en el qual estan disposats els béns o el fet que els béns siguin complementaris. En alguns casos aquestes explicacions només estan apuntades. Precisament, això succeeix amb les justificacions basades en la presència d'agents a la sala.
- 3.2 En totes les explicacions existents l'objectiu dels licitadors és fer màxim l'excedent global esperat. Ha estat suggerit que els agents que actuen per compte aliè poden provocar un descens dels preus en tant que no liciten com seria d'esperar per maximitzar la suma dels excedents de les seves adquisicions.
- 3.3 El model plantejat suposa que els licitadors volen aconseguir el màxim nombre d'unitats possibles mentre l'excedent no sigui negatiu. El supòsit de maximitzar el nombre d'unitats adquirides s'adequa bé a situacions en les quals pagar una mica més per les unitat no compensa el risc de no adquirir-les, quan la mercaderia és

un input i el sobrepreu pagat pot repercutir-se directament en l'output, cas d'alguns restauradors per exemple, i també quan els licitadors són agents que actuen per compte aliè i la part variable de la seva remuneració augmenta amb el nombre d'unitats adquirides.

- 3.4 Hi ha evidència empírica que sovint els participants en una subhasta liciten per sobre del que seria d'esperar si fossin licitadors que busquen maximitzar la suma dels excedents de les seves compres. Aquesta actuació és més semblant a la modelitzada.
- 3.5 Només sota el supòsit, poc realista, d'aversion absoluta al risc no decreixent amb la riquesa, s'ha explicat el fenomen per una subhasta de primer preu. Per aquest mecanisme de subhasta hi ha evidència del descens dels preus.
- 3.6 El model explica un descens dels preus en una subhasta de primer preu atès que l'estratègia dominant és oferir el valor de reserva per cada unitat de més que intenta adquirir-se. Els resultats són transposables a una subhasta a la baixa ja que els licitadors s'encaren al mateix problema en les mateixes condicions.
- 3.7 En la subhasta de primer preu, l'assignació resultant és eficient.
- 3.8 En la subhasta de primer preu, l'opció de quantitat no altera els resultats, però permet reduir la durada de la sessió de subhastes.
- 3.9 Amb la mateixa tipologia de licitadors s'ha analitzat una subhasta seqüencial de segon preu de  $k$  unitats amb opció de quantitat i s'ha deduït que l'estratègia dominant pels participants és oferir el valor de reserva per cada unitat de més que

intenta adquirir-se. Aquest comportament genera un descens dels preus al llarg de la sessió. Els resultats de l'anàlisi de la subhasta de segon preu també són vàlids per a una subhasta anglesa.

- 3.10 L'assignació resultant de la subhasta de segon preu també és eficient.
- 3.11 Els preus d'adjudicació en la subhasta de primer preu són superiors als preus d'adjudicació de la subhasta de segon preu.
- 3.12 L'estudi d'una subhasta seqüencial de segon preu en la qual l'objectiu dels licitadors és aconseguir el màxim nombre possible d'unitats pel mínim preu que els les garanteix mentre l'excedent no sigui negatiu en un context d'informació completa mostra que es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió. El descens és independent de l'opció de quantitat.
- 3.13 En l'anàlisi empírica d'aquesta situació en un context d'informació incompleta també s'evidencia un descens quan s'assigna un bé a cada comprador, però aquest és poc aparent. S'observa, però, que el descens de preus és molt sensible a la sobrelicitació.
- 3.14 La sobrelicitació genera un menor nombre d'assignacions ineficients, és a dir que garanteix amb més seguretat les unitats en un entorn incert.
- 3.15 Quan els licitadors s'interessen pel nombre d'unitats i pel preu, el descens també és independent de l'opció de quantitat. No obstant això, en la mesura que l'opció afavoreixi la sobrelicitació també potencia el descens dels preus.

*De l'estudi del mercat de l'art*

- 4.1 En el tercer dels estudis realitzats s'ha posat de manifest que el preu d'un quadre depèn en part de la grandària del mateix. El pes específic d'aquest factor, però, s'atenua amb el pas del temps.
- 4.2 El declivi té dues causes:
  - 4.2 a) El pes específic de la grandària perd importància relativa en benefici de l'autoria en artistes de qualitat elevada.
  - 4.2 b) Per a tots els pintors, amb el pas del temps les observacions presenten cada cop més soroll.
- 4.3 La pèrdua progressiva de poder explicatiu de la grandària en benefici de l'autoria cal emmarcar-la en un context en el qual els artistes palatinament es consagren. La relació dimensió preu existent en el mercat d'obres primerenques es dissipa amb el pas del temps conforme l'autor accedeix a un cert grau de reconeixement.
- 4.4 L'augment del soroll de les dades es pot entendre com a l'aparició, o l'increment de la importància, d'altres determinants del preu. Així, en obres antigues aspectes com l'estat de conservació o l'aparició d'una major incertesa referent a l'autoria poden intervenir en la formació del preu.
- 4.5 Aquests resultats sobre l'efecte de la grandària han estat deduïts analíticament a partir d'un model que considera que la cotització d'una obra estàndard d'un pintor reconegut en una època determinada pot modelitzar-se a partir d'un producte de moviments geomètrics brownians. Els resultats dels models són congruents amb

els observats en l'anàlisi empírica. En aquest sentit, els resultats empírics donen suport a la modelització de les cotitzacions en termes de moviments brownians geomètrics.

- 4.6 Els resultats de l'estudi empíric corroboren les dues causes del declivi de l'impacte de la dimensió en el preu. Concretament mostren que:
- 4.6 a) La dimensió del quadre és un determinant del preu cada cop menys important en relació a l'autoria.
  - 4.6 b) En termes generals els models són menys explicatius en pintor més antics fet atribuïble a un major soroll en les dades.

#### *De les estratègies d'ordenació*

Si efectivament es produeix un descens dels preus al llarg de la sessió, aleshores, en una subhasta seqüencial l'ordre en el qual són disposats els béns pot alterar els guanys finals de la sessió.

- 5.1 Aquest tema ha estat poc estudiat. Les poques referències teòriques trobades aconsellen disposar els béns en ordre de valor decreixent. Quan els béns són, en mitjana, de mateix valor esperat, aleshores sembla preferible començar pels objectes de preu més incert (major dispersió de les estimacions dels licitadors).
- 5.2 L'ordenació decreixent en funció del valor sembla que és i ha estat la més freqüent.

- 5.3 Cal dir, però, que en moltes descripcions de subhastes no s'especifica l'ordre en el qual es disposa els béns. Aquest fet podria suggerir que no sempre es dona prou importància al tema de l'ordre en que convé disposar els béns per a la venda i planteja un dubte sobre si majoritàriament s'ordena i s'ha ordenat amb criteris destinats a maximitzar el guany de la sessió.
- 5.4 En el primer dels estudis realitzats, es mostra que l'estratègia majoritària d'ordenació de les caixes de peix a vendre a la llotja de Tarragona és oferir-les en ordre decreixent segons el seu valor. Nogensmenys, l'estratègia oposada també es detecta; una de cada cinc barques apliquen aquesta estratègia.
- 5.5 A més, en general, els venedors semblen tenir una estratègia d'ordenació a la qual són fidels.
- 5.6 En el tercer estudi s'ha posat de manifest que amb el pas del temps els preus dels quadres són cada cop més incerts. Per tant, seguint les propostes teòriques pot ser interessant ordenar els diferents béns a subhastar de valor equiparable de més a menys antics.
- 5.7 Aquest criteri coincideix amb el d'ordenar les obres en ordre decreixent de valor atès que les obres més antigues solen ser les més cares.
- 5.8 Ordenar les peces aproximadament en ordre de valor decreixent sembla que és una estratègia aplicada per algunes grans sales internacionals. No sembla, però, ser la estratègia seguida per les sales locals.

- 5.9 Les diferències entre les estratègies d'ordenació potser cal buscar-les entre les diferències en les tipologies de compradors (més o menys professionals).

*De la història de les subhastes*

- 6.1 Addicionalment, s'ha esmentat que a la Catalunya de la baixa edat mitjana, hi ha força referències a vendes en subhastes. És raonable pensar que aquest no és un fenomen aïllat; la venda en públic encant també degué ser freqüent en altres indrets. Tot sembla doncs indicar que, com a mínim, des de la baixa edat mitjana, en aquestes contrades s'organitzava regularment vendes en públic encant.
- 6.2 Pel fet que no s'hagi localitzat referències de la alta edat mitjana, no es pot deduir que no n'hi haguessin; la documentació d'aquell període és molt més limitada.



**SUBHASTES, TEORIA I REALITAT:  
COMPORTAMENT  
DELS PREUS D'ADJUDICACIÓ**

**Tesi per l'obtenció del grau de doctor**

**Doctoranda: Teresa Corbella i Domènech**

**Director: Dr. Martí Oliva i Furés**

**Departament d'Economia**

**Universitat Rovira i Virgili**

**Reus, 2002**



Deia Umberto Eco en clau d'humor i explaiant-se en l'exemple que no es podia fer un treball d'aquestes característiques sense apartat d'agraïments. No sé si és cert. Però del que no dubto és que aquest treball no hagués estat possible sense l'ajut de persones a qui jo ara agrairia que es donessin per al ludides, en especial al seu director.