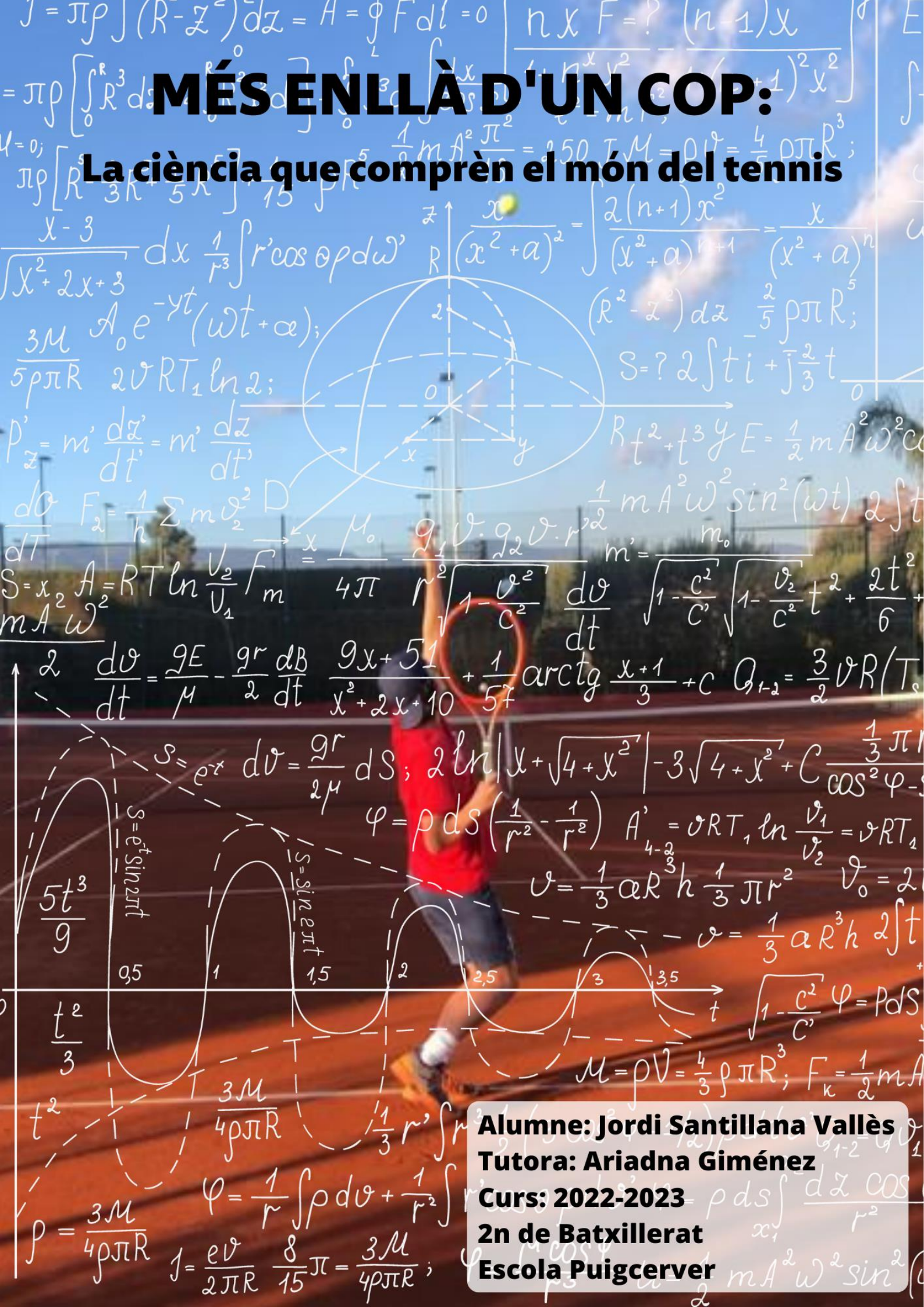


MÉS ENLLÀ D'UN COP:

La ciència que comprèn el món del tennis



Alumne: Jordi Santillana Vallès

Tutora: Ariadna Giménez

Curs: 2022-2023

2n de Batxillerat

Escola Puigcerver

Resumen

Este trabajo tiene la finalidad de demostrar el estudio de las diferentes ciencias que rigen en el deporte del tenis. Gracias a estas disciplinas podemos entender las facetas que engloban este deporte y cuáles son las características de los elementos incorporados en el juego, que hacen ocurrir determinados hechos.

En la investigación se puede destacar una primera parte donde se ve como estos objetos y sus características han ido evolucionando y variando tecnológicamente.

También se trata desde un punto de vista analítico e individual cada uno de ellos. Se podrá observar cómo dichos elementos se comportan en diversas ocasiones y como se relacionan con la física, ya que su relación con la tecnología, como he mencionado anteriormente, se estudia un punto de vista de propiedad aplicado a cada objeto.

Aunque también se muestran hechos básicos del deporte del tenis, como una simple cosa puede llegar a tener varias derivadas y éstas, hacer posible un hecho científico determinado. Principalmente el propósito de este trabajo es relacionar el deporte del tenis con la ciencia de manera experimental y didáctica, para hacer fácil su exposición a la hora de relacionar y entender su contenido.

Finalmente, la parte práctica se profundizan más algunos conocimientos para realizar estudios en situaciones reales, así poder aplicar métodos físicos y matemáticos a un hecho real y de la misma manera, poder explicar ciertos sucesos con un apoyo visual y numérico.

Abstract

This project has the purpose of proving the study of the different sciences that rule over the sport of tennis. Thanks to these disciplines we can understand all the facets that comprehend this sport and what are the characteristics of the elements included in the game, that make happen different successes.

In the investigation, it can stand out in one first part where we can see how these objects and their characteristics have been evolving and changing technologically.

In addition, it also treats from an analytic and individualist point each one of them. It can be observed how these elements involved in different situations and how these establish a link with physics, since its relationship with technology, as I mentioned before, is studied with a property point of view applied to each object.

Although is it shown the basic facts of the sport of tennis, how a simple thing can obtain a lot of changing facts that can make it possible different scientific things. Principally, the purpose of this work is to establish a relationship between tennis and science in an experimental and didactic way, to make ease his exposition at the same time of relating and understanding his content.

Finally, in the practice part it analyses in more detail some of these successes for making studies in real situations, this way applies physics and mathematics methods in a real case, and in the same way, explains certain facts with numerical and visual support.

INTRODUCCIÓ.....	3
1.LA FÍSICA I LA TECNOLOGIA DEL TENNIS.....	4
1.1.Física bàsica del tennis	4
1.2. Física i tecnologia de la raqueta	4
1.2.1 Distribució de la massa, pes i balanç	5
1.2.2 El teorema de la raqueta de tennis i el moment d'inèrcia	5
1.2.3. Punts de la raqueta	8
1.2.4 Vibració de la raqueta	10
1.3. Física i tecnologia de la pilota	11
1.3.2. Trajectòries de la pilota	11
1.3.3. Comportament de les pilotes segons l'altitud de joc	13
1.3.4. Efectes de la pilota	16
1.3.5.Aerodinàmica del vol i l'efecte Magnus	16
1.4. Física i tecnologia del cordatge	18
1.4.1. Tensió, potència i elasticitat.	18
1.4.2. Com influeix la longitud de les cordes a les propietats anteriors?	19
1.5. Aspectes físics que intervenen en els cops	20
1.5.4. Col·lisions	20
1.5.2. Quantitat de moviment i impuls	21
1.5.3. Energies i treball	23
1.5.4 Coeficient de restitució (CR)	25
1.5.5 Exemples en el tennis, de manera ideal i real	27
1.6. Aspectes físics i tecnològics que intervenen en la superfície	31
1.6.1. Tipus de superfícies i les seves característiques	31
1.6.2 El coeficient de fregament	32
2. PART PRÀCTICA.....	33
2.1 Explicació del <i>tracker</i>	33
2.2. Determinació de la força de sustentació	35
2.2.1 Introducció	35
2.2.2 Fórmula i força de sustentació	36
2.2.3 Velocitat angular	36
2.3 Força de sustentació en un cop liftat	37
2.3.1 Anàlisi de la trajectòria	37
2.2.2 Sustentació en un cop liftat de poc efecte	38
2.2.3 Sustentació en un cop liftat de molt d'efecte	40
2.2.6 Comparació entre els dos estudis	41

2.4 Força de sustentació en un cop tallat	41
2.4.1 Anàlisi de la trajectòria	41
2.4.2. Sustentació en un cop tallat de poc efecte	42
2.4.3 Sustentació en un cop tallat de molt d'efecte	44
2.4.4 Comparació entre els dos estudis	45
2.5. Conclusions globals de l'estudi	45
2.6. Determinació de la força de fregament en diferents superfícies	45
2.6.1 Introducció	45
2.6.2 Força de fregament en la terra batuda	45
2.6.2 Força de fregament en greenset	49
2.6.3 Conclusions sobre la força i el coeficient de fregament	52
3. CONCLUSIONS DEL TREBALL.....	52
4. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA	53
5. FONTS DE LES IL·LUSTRACIONS I TAULES.....	54
6. AGRAÏMENTS	56

INTRODUCCIÓ

Motivació

Porto practicant aquest esport des de que tinc quatre anys i és un esport que m'apassiona enormement. M'agrada tant competir en aquest, com seguir els tornejos professionals per la televisió o les xarxes socials, per tant, si havia de triar un tema que m'apassionés de veritat, sense dubte havia de triar aquest esport per sobre de tot.

El fet que també m'agradi la física i les matemàtiques, va ser el punt clau per relacionar totes aquestes coses. Com també vaig pensar que estaria bé relacionar tot això amb les propietats que tenen els elements tennístics, d'aquí ve el fet d'enllaçar també el treball a la tecnologia.

Objectius

Els meus objectius en aquest treball són varis, però el que vull que es vegi clar és el fet de la relació entre la ciència i el tennis s'entengui, és a dir, que aquest treball el pugui comprendre qualsevol persona.

Un altre finalitat és el d'aprendre sobre el meu esport des del punt de vista científic i entendre que les coses no passen perquè sí, sinó perquè hi ha alguna cosa al darrere que les fa possible.

Després, en forma d'introducció, adquirir coneixements també sobre la història del tennis. En concret, com la raqueta, la pilota i el cordatge es van originar i com han arribat al que són avui en dia.

Metodologia

La metodologia l'he aplicat tant a la recerca de la part teòrica com després en l'experimentació en la part pràctica, ja que sense la part teòrica no podria fer un experiment en la pràctica perquè encara no hauria adquirit tots els coneixements.

La recerca ha consistit a buscar en pàgines web i llibres la informació necessària pels problemes que anava plantejant. Els apartats els he plantejat com la física i la tecnologia de cada element tennístic, a partir d'aquí, anava buscant els aspectes més importants que tenien cada un d'aquests i relacionant-los amb la ciència.

El que és curiós és el fet que mentre jo entrenava, m'anaven passant pel cap més aspectes a estudiar, ja que em preguntava el perquè de certes coses. Quan em passava això intentava buscar informació per tal de poder fer la meua idea possible en el treball.

A l'hora de buscar informació en alguns aspectes, ha sigut una mica complicat, ja que la majoria de pàgines que deien el que volia saber ho feien en anglès i tampoc és un tema molt freqüent perquè la gent publiqui articles o simplement reflexioni sobre aquest.

Però puc dir que amb esforç i vàries opinions, he aconseguit trobar la majoria d'informació per al meu treball.

1.LA FÍSICA I LA TECNOLOGIA DEL TENNIS

1.1.Física bàsica del tennis

En el tennis, com en molts esports, actua una física en tots els moviments que succeeixen en la pràctica d'aquest.

El principal moviment és causat per un concepte determinat dinàmica, un dels temes més vistos en la física general. Tot i això, molts conceptes en aquest esport, estan determinats per aspectes físics més complexos, ja que ens podem trobar en moltes situacions diferents.

1.1.1 Dinàmica de Newton

La física més bàsica que regeix en aquest esport és la dinàmica, per això, Newton i les seves lleis les podríem denominar com la física principal i bàsica del tennis.

Primera llei de Newton

Aquesta llei, denominada llei de la inèrcia, determina que qualsevol objecte continua estant en repòs o en moviment excepte quan alguna cosa l'obligui a canviar el seu estat.

Aquesta 'cosa' es denomina força. La tendència a quedar-se en repòs o a continuar-se movent la denominaríem inèrcia.

La raqueta i la pilota queden en repòs fins que els tennistes comencen a jugar. La inèrcia és mesurada segons la massa de l'objecte i com que la raqueta pesa més que una pilota podem afirmar que la raqueta té més inèrcia que la pilota.

Segona llei de Newton

La llei fonamental de la dinàmica ens explica la força que s'aplica a un cos, generant acceleració a un objecte amb massa.

La força és directament proporcional amb l'acceleració, és a dir, com més força apliquem, més acceleració adquirirà l'objecte. En canvi, l'acceleració és indirectament proporcional amb la massa, com més massa tingui l'objecte en qüestió, menys acceleració obtindrà.

Fórmula: $F = m \cdot a$, F = força (N), m = massa (kg), a = acceleració (m/s)

Tercera llei de Newton

La tercera llei es pot anomenar la llei de l'acció-reacció, i aquesta afirma que sempre que un objecte exerceixi una força sobre un altre, el segon objecte exercirà aquesta mateixa força en la mateixa direcció però sentit contrari al primer objecte.

En el tennis la podem trobar en el moment de deformació de la pilota i la raqueta en l'impacte. Quan la pilota impacta en el cordatge, l'energia que transfereix la pilota en deformar-se cap al cordatge, és la mateixa que li torna a transferir el cordatge en la mateixa direcció però en sentit contrari.

$$F_{acció} = -F_{reacció}$$

$m_1 \cdot a_1 = -m_2 \cdot a_2$, aplicant la segona llei de Newton

1.2. Física i tecnologia de la raqueta

La raqueta és un dels principals objectes per tal de practicar l'esport i té una gran importància a l'hora de parlar sobre els punts físics i tecnològics que aporta en aquest esport.

1.2.1 Distribució de la massa, pes i balanç

El pes d'una raqueta pot ser molt determinant a l'hora de jugar, depenent de la manera que estigui repartida la massa o d'on es centri la seva major o menor quantitat. Una raqueta més pesada proporciona més potència al jugador, en canvi, una raqueta més lleugera proporciona més control en el joc.

Si dues raquetes tenen el mateix pes, però repartit de maneres diferents, la que té major massa en el cap, haurem de fer un esforç major per mantenir el cap amunt i semblarà que pesa més que l'altre amb menys pes en el cap. Tot això serà una sensació fora del que és normal, perquè continuaran pesant les dues el mateix, l'únic que la repartició de la seva massa en la raqueta serà diferent.

El punt de balanç és el punt en el qual una raqueta es mantindrà en equilibri en l'eix horitzontal. Per determinar-lo es compta la distància des de la base del mànec de la raqueta fins al punt en què la raqueta es mantingui en equilibri.

Aquest punt de balanç resultant s'anomena centre de massa i dependrà del repartiment del pes en la raqueta.

La relació que trobem en el pes i el balanç ve determinada principalment per la massa de la raqueta, és a dir, si trobem una raqueta amb un repartiment igual de massa, el centre de masses es trobarà en el cor de la raqueta. En canvi, si trobem la quantitat més gran de massa en el cap de la raqueta, aquest centre de massa es mourà en direcció cap al pes, vol dir que es trobarà més a prop del cordatge de la raqueta. En l'últim cas, si trobem una raqueta amb la menor quantitat de pes en el cap de la raqueta, el seu punt de balanç es mourà en direcció al mànec. Com que sabem que com més a prop impactem del centre de masses, més potència adquirirem, podem confirmar que les raquetes amb més pes en el seu cap seran les més potents perquè és el cas on el punt de balanç és troba més a prop del cordatge.

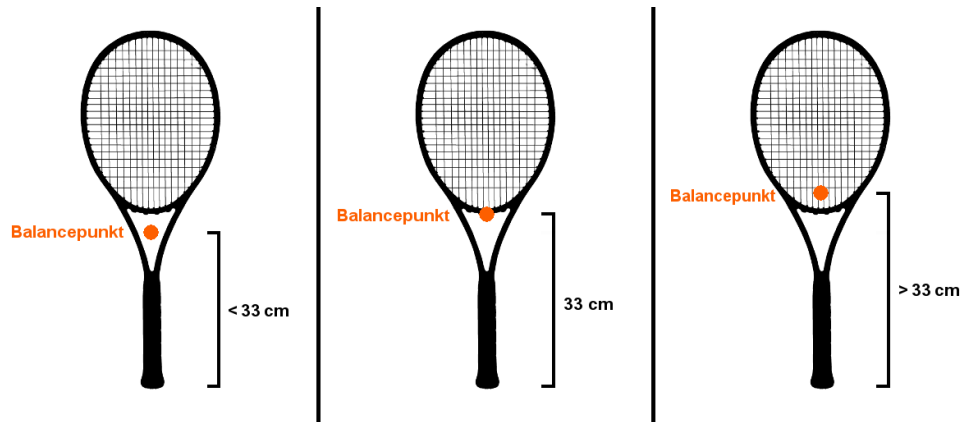


Figura 1. Punts de balanç d'una raqueta amb el cap lleuger, una en equilibri i una pesada respectivament.

1.2.2 El teorema de la raqueta de tennis i el moment d'inèrcia

La inèrcia és la propietat que tenen les raquetes i les pilotes de resistir qualsevol canvi en el seu moviment, com hem vist en la primera llei de Newton, o també la podem definir com a la facilitat o dificultat que té un cos de girar sobre un eix. Això tindrà modificacions depenent de la distribució de la massa que tingui l'objecte.

Aquesta propietat està relacionada amb el teorema de la raqueta de tennis o el teorema de l'eix intermedi. El teorema ens explica que qualsevol objecte rígid amb un moviment té tres moments d'inèrcia diferents.

Abans de concretar dins d'aquest, farem una petita explicació dels eixos que té la raqueta com a objecte sòlid:

- Eix primer (e_1)
- Eix segon (e_2)
- Eix tercer (e_3)

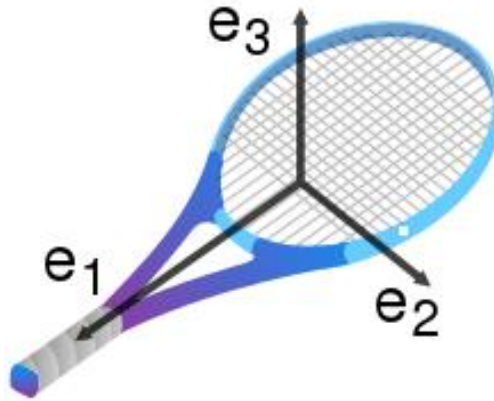


Figura 2. Representació del eixos en una raqueta.

Tornant al teorema, aquest descriu que la rotació de la raqueta en el primer i el seu tercer eix es manté estable, en canvi, en el segon no.

Això es pot demostrar de manera pràctica, agafant la raqueta pel mànec, i fent-la girar fixant un dels eixos de rotació.

En l'eix 1, hem d'agafar la raqueta com si fos un martell, aleshores el que farem és elevar-la en l'aire per tal que faci una volta completa i que la puguem tornar a agafar de la mateixa manera que l'hem llençat. Veurem que la raqueta no se surt de la seva rotació.

En l'eix 3, hem de donar voltes a la raqueta, fent que el mànec i tota la raqueta giri en sentit antihorari si som dretans i horari si som esquerrans. Veurem també com la raqueta no es surt de la seva rotació.

En el cas de l'eix 2, hem d'agafar la raqueta per sota mànec igual, però amb la paella de la raqueta mirant cap amunt. Aleshores veurem que en llençar-la l'aire perquè faci una volta, no la realitzarà com nosaltres esperàvem, sinó que farà una altra forma diagonal abans de tornar a la nostra mà.

Es pot representar amb les següents imatges:

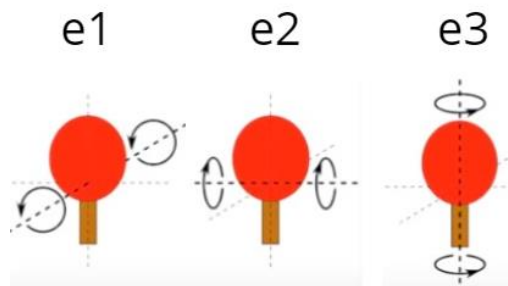


Figura 3. Representació del gir de la raqueta segons els eixos.

Aquí tenim una demostració de com la raqueta gira en el segon eix, seguint una trajectòria diferent de la dels diferents eixos:



Figura 4. Representació de la inestabilitat del gir de la raqueta en el segon eix.

Però perquè volem saber tot això?

La demostració d'aquest teorema es basa en el moment d'inèrcia de cada eix, és a dir, la dificultat de girar segons l'eix en el qual ens trobem i la distribució de la massa de la raqueta.

Numèricament, necessitaríem presentar les equacions de Leonhard Euler, un matemàtic i físic suís, que va presentar unes equacions per determinar els moments d'inèrcia dels objectes que tenies tres eixos, a partir de la seva velocitat angular i la seva massa.

Aquesta manera és molt avançada per poder concretar la inèrcia en cada moviment de la raqueta. Ara ens fixarem en una manera per tal de calcular la inèrcia en una situació concreta d'una manera més simple i fàcil.

Abans hem dit que la inèrcia és la propietat de resistir una força, aquesta la relacionarem amb la massa i la distància de la nostra mà fins al punt de balanç.

Per tant, té la forma següent: $I = mr^2$ on mesurem, I = inèrcia en (Kg/m²), m = massa de l'objecte (Kg) i el r = radi del eix de rotació fins l'objecte (m).

Aleshores, la rotació estàndard d'una raqueta seria aquesta:

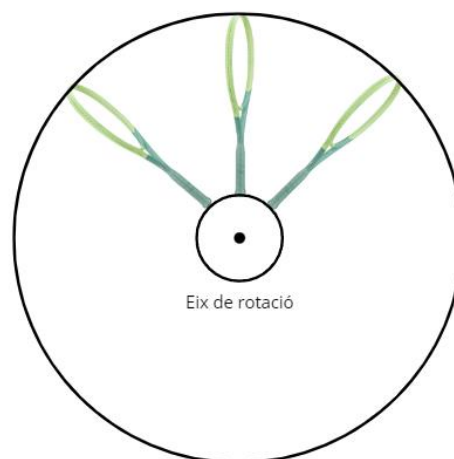


Figura 5. Gir de la raqueta respecte un eix de rotació.

Seguint aquest eix de rotació, podem observar que quan la raqueta es mou, tota la unitat de la raqueta conté una velocitat a l'avançar o retrocedir en aquesta rotació. Però aquesta velocitat no és la mateixa en cada punt de la raqueta.

Arran d'això dividirem la raqueta en 100 punts de massa diferents en unes distàncies diferents respecte a l'eix de rotació. Per realitzar els càlculs hem d'introduir la fórmula de l'energia cinètica, que és l'energia que conté un cos en moviment, on més endavant aprofundirem en el tema:

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$, on la (m) és la massa i la (v) és la velocitat. L' E_c l'expressarem amb Joules (J).

Sabent això podem afirmar que cada unitat de massa de la raqueta tindrà una energia cinètica, però aquesta serà diferent, ja que es trobarà més a prop o més lluny de l'eix. Per explicar aquest fet necessitem podem presentar la següent equació:

$$v = \omega r$$

O la que ens serà més útil:

$$v^2 = \omega^2 r^2$$

On la v = velocitat lineal de la raqueta (m/s), w = velocitat angular de la raqueta, velocitat a la qual gira la raqueta, que més endavant explicarem profundament com es comporta i s'expressa en radiants dividit per segon (rad/s) i el r = distància entre la unitat de massa en qüestió i l'eix de gir.

Per tant, podem afirmar que l'energia cinètica de la raqueta és la següent:

$$E_{cr} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_{100}^2)w^2$$

Sumem els radis dels 100 trossos de massa, per obtindrè l'energia total de la raqueta.

Que aquesta la podem simplificar amb la fórmula que hem presentat abans de la inèrcia:

$$E_{cr} = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_{100}^2)w^2 = \frac{1}{2}Iw^2, \text{ ja que } I = mr^2$$

Per tant, per un cos que gira amb una simetria rotacional com en el nostre cas, podríem calcular la inèrcia, a partir d'aquesta fórmula final:

$E_{cr} = \frac{1}{2}Iw^2$, on E_{cr} = Energia cinètica de la raqueta (J), I = Inèrcia (kg·m²) i w = velocitat angular de la pilota (rad/s).

1.2.3. Punts de la raqueta

En una raqueta de tennis hi podem distingir diferents zones. Aquestes les classifiquem en punts que ara veurem:

Punts dolços

Aquests punts són zones en la superfície del cordatge que en colpejar la pilota, la vibració serà tan petita, que el jugador gairebé no haurà notat el xoc de la pilota i la raqueta.

També els podríem denominar els punts on els jugadors se senten més còmodes a l'hora de colpejar, pel vol resultant de la pilota, juntament amb la poca vibració que es transmet al mànec de la raqueta.

Trobem dos punts dolços diferents:

1) Els nodes de vibració

Una raqueta de tennis encara que estigui formada per materials molt avançats, no acaba de ser rígida. En el moment de colpejar una pilota, es comporta com una ona uniforme, perquè el seu centre de massa està molt a prop del centre de la raqueta.

Un node el podríem considerar un lloc específic d'una corda on l'amplitud d'ona de vibració es zero. En la raqueta en trobem dos nodes de vibració diferents, un a 15 cm aproximadament de la base de la raqueta, és a dir, en el mànec. I l'altre a 15 cm aproximadament de la punta de la raqueta, en el centre del cordatge.

Si colpegem en el node que es troba en el cordatge, notarem que la raqueta no ha vibrat, sinó que s'executarà un cop sec, en canvi, si donem en un altre lloc, notarem que la raqueta ens vibrarà i per tant, hauréu executat un cop inestable.



Figura 6. Localització dels nodes de vibració.



Figura 7. Localització del centre de percussió (COP).

2) Centre de percussió (COP)

Per poder entendre el centre de percussió, hem de saber que si una pilota impacta en el centre de massa d'una raqueta, aquesta retrocedirà en el mateix sentit en què anava la pilota a una velocitat denominada v . Ja que haurà impactat en el punt de balanç, per tant retrocedirà de manera uniforme, és a dir, sense desnivellar-se respecte a l'eix horitzontal.

Quan la pilota impacti en qualsevol altre lloc que no sigui el centre de massa de la raqueta, la raqueta patirà un retrocés amb una velocitat v_1 , però en el mateix moment, el mànec actuarà amb una v_2 cap endavant.

Aleshores si colpegem en el punt en el qual el retrocés de la raqueta i el moviment del mànec cap endavant sigui el mateix, voldrà dir que la pilota ha impactat en el centre de percussió d'aquella raqueta, per tant s'establirà la igualació següent: $v_1 = v_2$

Aquest centre de percussió pot variar en una raqueta depenent del repartiment de massa en aquesta. Si trobem més massa en la part superior, el centre de percussió es mourà una mica més cap amunt, si afegim massa als laterals, la superfície d'aquest es pot arribar a estendre una mica més

Punt mort

El punt mort d'una raqueta és el punt el qual l'altura de rebot és zero, o simplement més baixa respecte als altres punts. Això és a causa del fet que tota l'energia de la pilota és donada a la raqueta i aquesta no retorna novament energia a la pilota.

La raó d'aquest succés és que la massa efectiva de la raqueta en aquell punt és igual a la massa de la pilota. La massa efectiva és la divisió entre la força i l'acceleració en un punt determinat, utilitzant la segona llei de Newton.

La part superior d'una raqueta és la part que més vibra la raqueta, per tant, aquesta també gasta molta energia que li proporciona la pilota només en vibrar.

Punt de màxim rebot

En la raqueta també trobem un punt de màxim rebot, on si la pilota impacta en aquell punt, tindrà un millor rebot que en qualsevol dels altres punts possibles d'impacte.

Aquest punt es troba en la zona inferior de les cordes, es troba allà gràcies a què és la zona que es troba més a prop del centre de masses i també perquè cada cop que anem més amunt en la zona de l'encordat, la raqueta es deforma més i perd més energia comparant-la amb la zona baixa del cordatge, per això el punt mort està més a prop del marc de la raqueta i el punt de màxim rebot està a prop del cor d'aquesta.



Figura 8. Localització del punt de mínim i de màxim rebot, d'esquerra a dreta, respectivament.

1.2.4 Vibració de la raqueta

La vibració d'una raqueta de tennis es troba entre 120 i 150 Hz (cicles per segon), és a dir, es donen entre 120 i 150 cicles de vibració complets per segon. El marc de la raqueta es doblega i després torna a la seva posició inicial en només 0,005 s, que és el que més o menys triga la pilota en passar per les cordes. Si ens fixem en això, es pot esperar que tota la raqueta torni la major part de la seva energia elàstica, però a causa d'algunes pèrdues, això no es dona.

Quan colpegem la pilota, la localització de l'impacte en la raqueta determinarà la manera com aquesta es redreçarà en la seva posició inicial, cosa que provocarà que vibri o no. Tenim tres localitzacions d'impacte:

- Impacte a prop de la punta: si la pilota impacta a prop de la punta de la raqueta, el marc patirà un retrocés, mentre que el mànec seguirà endavant. Quan la pilota hagi marxat de les cordes, la raqueta encara continuarà vibrant molt.
- Impacte a prop del cor: si la pilota impacta en la part baixa del cordatge, la raqueta pot corbar-se amb una velocitat suficient per sobrepassar la posició recta i doblegar-se a l'inrevés, és a dir, amb una curvatura oposada. En aquest cas quan la pilota s'hagi separat de les cordes, la raqueta també continuarà vibrant.
- Impacte en el node de vibració: aquest és un punt d'impacte especial, ja que com he anomenat anteriorment, té la propietat que quan la pilota impacta en aquest, hi ha una petita curvatura però, no genera cap tipus de vibració en el marc de la raqueta ni cap desbordament de moviment en aquesta.

1.3. Física i tecnologia de la pilota

1.3.2. Trajectòries de la pilota

A l'impactar la pilota amb la raqueta, aquesta pot seguir diferents trajectòries segons el cop i l'efecte que hàgim executat.

Les trajectòries es poden donar de mil maneres diferents, ja que podem impactar en diferents altures i proporcionar a la pilota un angle respecte l'horitzontal diferent cada cop que executem un cop.

Aquí trobem les diferents trajectòries que pot seguir una pilota:

Caiguda lliure

Quan deixem caure una pilota des d'una altura i ha de caure a terra, direm que la pilota ha experimentat una caiguda lliure. Normalment, experimentem una caiguda lliure amb una velocitat inicial de zero, és a dir, deixant-la caure sense cap mena de força.

Quan deixem caure la pilota, aquesta accelerarà a partir de la força de la gravetat. Gràcies a aquest fet, la pilota augmentarà la seva velocitat i seguirà una trajectòria vertical.

Les fórmules per a aquesta trajectòria són les següents:

- $v = -gt$
- $y = y_0 + V_0t - \frac{1}{2}gt^2$

v = velocitat final (m/s), g = gravetat (9,8 m/s²), t = temps de vol (s), y = altura en un instant de temps (m), y_0 = altura inicial (m), V_0 = velocitat inicial (m/s) .

Amb aquestes, podem calcular moltes magnituds si disposem d'altres per tal de resoldre el problema que se'ns interposi.

Cop amb diferents angles respecte l'horitzontal

Aquesta trajectòria es dona quan la pilota ascendeix amb un angle respecte l'horitzontal, assoleix una altura màxima i finalment descendeix un altre cop, descrivint un moviment parabòlic. Durant tot el vol, la pilota també té components verticals i horitzontals, ja que a mesura que guanya o perd altura en l'eix Y, aquesta també avançarà en l'eix X.

Tenim tres fórmules per tal de calcular magnituds en aquest moviment:

- $x = x_0 + V_{0x}t$
- $y = y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$
- $V_y = V_{0y} - gt$

x = posició final (m), x_0 = posició inicial (m), V_{0x} = Velocitat inicial en l'eix x (m/s), t = temps de vol (s), y = altura màxima (m), y_0 = altura inicial (m), V_{0y} = velocitat inicial en l'eix y (m/s), g = gravetat (9,8 m/s²), V_y = Velocitat final en l'eix Y (m/s).

Un exemple en el tennis, podria ser qualsevol cop en què hàgim d'eleva la pilota per damunt de l'horitzontal, després que aquesta assoleixi una altura màxima i acabi descendent amb una caiguda lliure. Realitzant una trajectòria amb paràbola

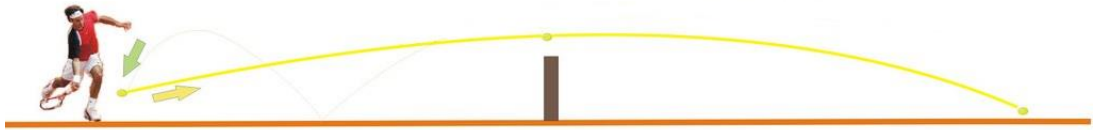


Figura 9. Trajectòria del moviment parabòlic.

Cop horitzontal amb caiguda lliure o moviment horitzontal

L'última trajectòria es dona quan la pilota amb una certa velocitat es comença a moure en direcció horitzontal i a mesura que descendeix la seva altura, acaba amb una caiguda lliure. Durant el vol la pilota té un component vertical i horitzontal, ja que la pilota és sotmesa a un moviment parabòlic però cap avall.

Podríem descriure aquest moviment en el tennis, quan el jugador executa el servei. Un cop que des d'una altura determinada, el jugador impacta la pilota a damunt del seu cap, fent que aquesta baixi en tot el seu recorregut.

En aquest moviment utilitzaríem les mateixes fórmules que en el moviment parabòlic, però amb unes petites modificacions.

$V_{oy} = 0$, ja que el moviment es dona horitzontalment, així que en l'eix vertical no experimentarà cap mena de velocitat perquè la pilota no augmenta en cap moment la seva alçada.

$V_{ox} = V_o$, ja que la pilota només experimentarà velocitat en l'eix X.

Per tant, les fórmules quedarien de la següent manera:

- $x = x_0 + V_o t$
- $y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$
- $V_y = -g t$

x = posició final (m), x_0 = posició inicial (m), V_o = Velocitat inicial (m/s), t = temps de vol (s), y = altura màxima (m), y_0 = altura inicial (m), g = gravetat ($9,8 \text{ m/s}^2$), V_y = Velocitat final en l'eix Y (m/s).

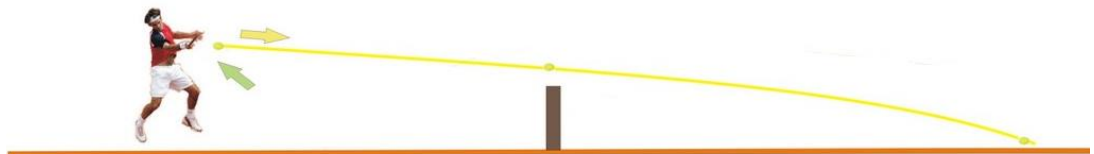


Figura 10. Trajectòria del moviment horitzontal.

1.3.3. Comportament de les pilotes segons l'altitud de joc

Quan juguem en condicions d'alta altitud, les característiques de la pilota varien causa d'una sèrie de raons.

Quan juguem en llocs alts, la pressió atmosfèrica es redueix. Això provoca que la pilota viatgi més de pressa d'un camp a un altre i que hi hagi un major rebot, perquè la pilota està més dura. Aquest fenomen és degut al fet que la pilota no deix anar tant aire, ja que la diferència de pressió entre la pilota i l'atmosfera és més gran que quan estem a nivell del mar.

La pilota viatja més ràpida d'un camp a l'altre per la quantitat de molècules d'aire que hi ha en llocs alts. A l'haver menys densitat perquè hi ha menys pressió, no hi ha tanta resistència provocada per l'aire en les pilotes, per això van més de pressa d'un camp a l'altre.

La força resistent d'aquest aire és determinada pel nombre de molècules d'aire a la que la pilota s'enfronta, que aquesta mesura és proporcional segons la densitat que hi hagi en el lloc en qüestió, és a dir, com més densitat hi hagi, més força resistent hi haurà.

També sabem que la densitat depèn de la pressió de l'aire en aquella zona, i que aquestes dues tenen una proporció segons el valor del nivell del mar multiplicat per l'altura a la qual estem.

Relacionant tot això tenim una fórmula que ens ajudarà a calcular la pressió de l'altura en la qual nosaltres estiguem jugant i relacionar-la amb la del nivell del mar.

Aquesta fórmula rep el nom de fórmula baromètrica i té la següent forma:

$$P_h = P_o \cdot e^{-\left(\frac{Mg}{RT}\right)h}$$

On P_h = pressió a una determinada altura (atm), P_o = Pressió a nivell del mar (atm) $e = 2,8$, M = massa d'una partícula d'aire (kg/mol), g = gravetat ($9,8 \text{ m/s}^2$), R = constant dels gasos ideals ($8,3144 \text{ m}^2 \cdot \text{Kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$), T = graus Kelvin (K), h = alçada (m).

Realitzarem uns exemples reals per saber com funciona aquest fet:

Primer ens centrarem en el Grand Slam¹ que se celebra a Londres, Wimbledon. Aquest està situat a 24 metres per sobre del nivell del mar. Anem a veure a quina pressió es troba.

Per fer-ho, haurem de dur a terme una mitjana de la temperatura en les dates que es va disputar el torneig i després substituir les dades en la fórmula baromètrica.

Dades:

- $h = 24 \text{ m}$ per sobre del nivell del mar
- $g = 9,8 \text{ m/s}^2$
- $T = 17^\circ\text{C} = 290 \text{ K}$ (mitjana de temperatura durant els dies de torneig)
- $M = 0,029 \text{ Kg/mol}$ (per molecular de la molècula d'aire)
- $P_o = 1 \text{ atm}$

Substitució:

$$P_h = P_o \cdot e^{-\left(\frac{Mg}{RT}\right)h}$$

$$P_h = 1 \cdot e^{-\left(\frac{0,029 \cdot 9,8}{8,3 \cdot 290}\right)24}$$

$$P_h = 0,997 \text{ atm}$$

¹ Grand Slam: circuit de tennis de major prestigi professional, organitzat per la federació internacional de tennis. Aquests tornejos venen a ser: Open d' Austràlia, torneig de Roland Garros, torneig de Wimbledon i Open dels Estats Units (USOPEN)



Figura 11. Torneig de Wimbledon

Ens dona pràcticament la pressió atmosfèrica (1 atm), per tant, haurem d'augmentar molt l'alçada per notar canvis en la pressió.

Ara ens centrarem en el torneig professional que es debuta a Madrid anomenat la "Caja Mágica" o Mutua Madrid Open. Aquesta zona té les següents característiques:

- $h = 655$ m per sobre del nivell del mar
- $g = 9,8$ m/s²
- $T = 15^{\circ}\text{C} = 288$ K (mitjana de temperatura durant els dies de torneig)
- $M = 0,029$ Kg/mol (pes molecular de la molècula d'aire)
- $P_o = 1$ atm

Aplicarem les dades que tenim en la fórmula per tal d'obtenir la pressió en el torneig de Madrid. Quedaria d'aquesta manera:

$$P_h = P_o \cdot e^{-\left(\frac{Mg}{RT}\right)h}$$

$$P_h = 1 \cdot e^{-\left(\frac{0,029 \cdot 9,8}{8,3 \cdot 288}\right)650}$$

$$P_h = 0,925 \text{ atm}$$

Aquí notem una mica més de canvi, però encara podem augmentar l'alçada per tal de veure'n més.



Figura 12. Torneig Mutua Madrid Open o també anomenat la "Caja Mágica"

Per últim, ens fixarem en el torneig WTA 250² realitzat a Bogotà, on hi ha una alçada de 2625 metres d'altitud respecte del nivell del mar.

Les dades són les següents:

- $h = 2625$ m per sobre del nivell del mar
- $g = 9,8$ m/s²
- $T = 14^{\circ}\text{C} = 287$ K (mitjana de temperatura durant els dies de torneig)
- $M = 0,029$ Kg/mol (pes molecular de la molècula d'aire)
- $P_o = 1$ atm
-

Substituïm:

$$P_h = P_o \cdot e^{-\left(\frac{Mg}{RT}\right)h}$$

$$P_h = 1 \cdot e^{-\left(\frac{0,029 \cdot 9,8}{8,3 \cdot 287}\right)2625}$$

$$P_h = 0,731 \text{ atm}$$



Figura 13. Torneig WTA 250 de Bogotà

Podem relacionar aquest fet amb la temperatura?

La resposta és sí. Farem un parell de càlculs per presentar aquestes diferències, per notar si la temperatura augmenta o no, realitzarem el mateix càlcul de pressió en el torneig de Bogotà però disminuint la temperatura a la meitat, és a dir, a 280 K (7°C).

Substituïm:

$$P_h = P_o \cdot e^{-\left(\frac{Mg}{RT}\right)h}$$

$$P_h = 1 \cdot e^{-\left(\frac{0,029 \cdot 9,8}{8,3 \cdot 280}\right)2625}$$

$$P_h = 0,725 \text{ atm}$$

² WTA 250: torneig de menys rang professional representat per la federació mundial de tennis femenina, d'aquí el nom de de les sigles WTA, "Women's Tennis Association".

Podem apreciar que la pressió disminueix, a causa de la disminució de temperatura.

En l'últim cas ja podem apreciar la diferència que quan ens movem molt amunt, la pressió baixa molt. També hem pogut comprovar que a mesura que baixa la temperatura, també baixa la pressió. A partir d'això hem pogut comprovar que els llocs més alts i més freds són els que menys pressió tenen i per tant, són en els que la pilota avançarà més de pressa, ja que l'aire patirà una disminució de densitat per la pressió baixa.

1.3.4. Efectes de la pilota

En el tennis, podem trobar variis efectes que li podem proporcionar a la pilota per tal d'atacar o defensar en diferents situacions del joc.

Efecte pla:

Es dona quan la pilota no té cap mena de rotació, és a dir, la pilota avança sense girar sobre ella mateixa. És un cop molt ràpid on podem predir abans que vingui al nostre camp, com botarà i quina velocitat portarà. Per tal d'aconseguir aquest cop, colpejarem la pilota des del seu darrere amb les cordes perpendiculars a la pilota amb un moviment cap endavant.

Efecte liftat:

És un efecte que es reconeix per la rotació de la pilota sobre si mateixa en el mateix sentit del què es dona el cop en qüestió. És un dels més utilitzats, sobre tot en la defensa, ja que al botar, la pilota surt amb altura i ràpidament guanya una major profunditat. Executem aquest cop acompanyant la raqueta per sota de la pilota i tractant de pentinar-la, per aconseguir que giri en sentit de les agulles del rellotge.

Efecte tallat:

L'efecte tallat és característic per la rotació de la pilota en sentit contrari de la trajectòria del cop executat. Es fa servir en la majoria dels casos per defensar-se d'un cop molt bo o per canviar el ritme del piloteig. El podem obtenir entrant el cap de la raqueta de a dalt a baix a la pilota i finalment acompanyant-la cap endavant.

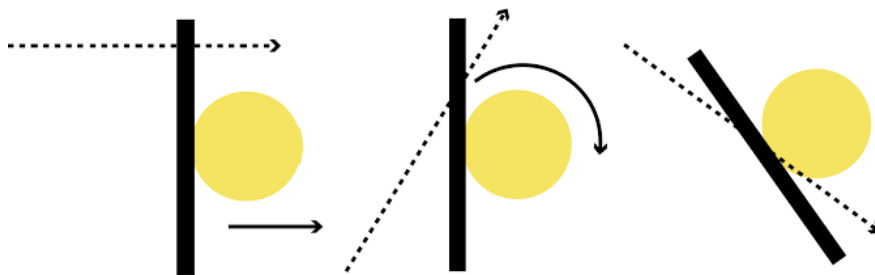


Figura 14. Realització dels efectes pla, liftat i tallat respectivament.

1.3.5. Aerodinàmica del vol i l'efecte Magnus

Primer de tot l'aerodinàmica, és un aspecte de la física que estudia el moviment de l'aire quan és afectat per un objecte, que en aquest cas és una pilota.

Les forces aerodinàmiques són fruit del contacte de la superfície de la pilota amb l'aire i són les responsables que una pilota pugui canviar la seva trajectòria.

Quan la pilota segueix una trajectòria girant sobre el seu eix, la interacció amb l'aire serà diferent de quan la pilota segueixi una trajectòria sense rotació.

Si la pilota segueix una trajectòria sense rotar, com per exemple en una caiguda lliure, es crearan uns corrents d'aire diferents dels corrents d'aire d'una pilota que gira sobre ella mateixa.

Aquesta desproporció en l'aire ho podem explicar a partir del principi de Bernoulli, que és el culpable de la variabilitat de la trajectòria en les pilotes. Tot aquest conjunt és denominat efecte Magnus.

L'efecte Magnus es dona quan una pilota que girant sobre el seu eix modifica els corrents d'aire que es troben al seu voltant. Si la rotació de la pilota és més veloç, la deformació dels corrents encara serà més gran. En canvi, si la pilota gira més lent la deformació serà menor.

Segons la superfície de la pilota en qüestió, l'aire interactuarà diferent amb la pilota. En el cas de les pilotes noves de tennis, al tenir més pèls, tenen més resistència a l'aire, per tant, l'efecte de la pilota serà més eficient que el que li donem a una pilota que ja no té tants pèls. Això és gràcies al fet que els pèls generen més turbulència amb l'aire.

Si la pilota gira en sentit horari, la pilota arrossegarà amb més força el corrent d'aire que s'estableix sota de la pilota, en canvi, la que es troba en la part superior de la pilota, es veurà contrarestada per la rotació de la pilota. Quan passa això es crea una diferència de pressió amunt i avall, aquest fet el podem determinar gràcies al principi de Bernoulli que hem anomenat abans.

El principi de Bernoulli ens explica que quan augmenta la velocitat d'un fluid, en aquest cas l'aire, la pressió d'aquest disminuirà, en canvi, quan disminueix la velocitat d'un fluid, augmentarà la pressió en aquesta regió.

D'acord amb aquest principi, podem afirmar que a sota de la pilota s'establirà una regió de menys pressió que a dalt de la pilota. Aquest diferencial de pressió provocarà que la pilota no segueixi la trajectòria esperada, en aquest cas, s'establirà una força neta cap avall, fent que la pilota caigui més de pressa del que és esperat en el camp rival.

Quan es produeix aquest fenomen, podem afirmar que s'ha realitzat l'efecte liftat.

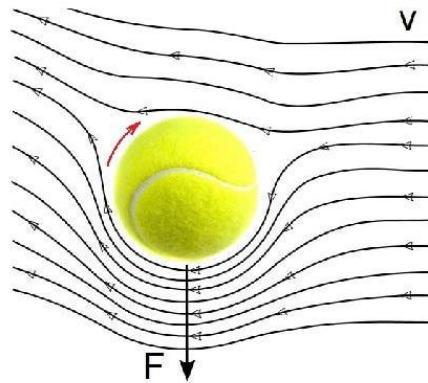


Figura 15. Visualització de l'efecte Magnus en un cop liftat.

En canvi, si la pilota rota en sentit antihorari, el corrent d'aire de la part superior de la pilota es veu afavorida per la rotació de la pilota, per l'altra banda, el corrent de baix de la pilota es veu contrarestada per l'efecte de la pilota.

Pel principi de Bernoulli sabem doncs que hi haurà una descompensació de la pressió a dalt i a sota de la pilota, en la part superior tindrem menys pressió, ja que els corrents d'aire passen a major velocitat per la rotació de la pilota. Sabent això sabem que s'establirà una força neta cap amunt de la pilota, fent que aquest voli durant més temps en tota la seva trajectòria.

Gràcies a aquesta sèrie de fenòmens coneixem el que és l'efecte tallat en el tennis.

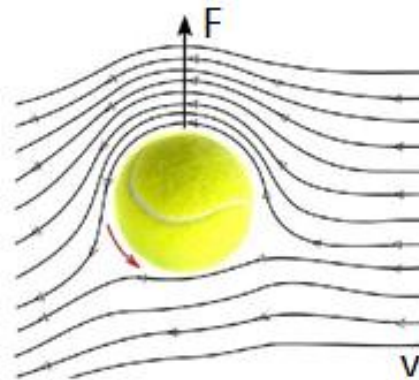


Figura 16. Visualització de l'efecte Magnus en un cop tallat.

En la part pràctica, aprofundirem més en aquesta força que fa canviar la trajectòria prevista de les pilotes per culpa de la seva rotació. Aquesta força la podem veure aprofundida en l'augment o descens de la força de sustentació.

La força de sustentació, com veurem més endavant, és una força que es genera a causa que un cos viatgi per un fluid, que en el nostre cas és l'aire.

1.4. Física i tecnologia del cordatge

El cordatge fa moltes funcions en una raqueta de tennis. La principal és absorbir l'energia cinètica que es dona en el moment en que la pilota impacta en la raqueta i immediatament tornar a proporcionar aquesta energia en la pilota per executar i controlar el cop.

1.4.1. Tensió, potència i elasticitat.

La tensió és una propietat molt important en el cordatge, ja que determina com sortirà la pilota en els cops que executem. Aquesta propietat es mesura en kilograms.

Si la tensió de la raqueta és alta, les cordes tindran menys elasticitat, per tant, obtindrem més control en el nostre joc. En canvi, si tenim una raqueta amb un cordatge de tensió baixa, les cordes tindran més elasticitat i assolirem més potència en els cops.

Però les tensions baixes no són més potents perquè sí, sinó perquè tenen la capacitat d'emmagatzemar i retornar a l'impacte de la pilota energia cinètica, sense la necessitat d'aplicar-li més energia nova.

Si comparem la tensió alta amb la tensió baixa, podem diferenciar que l'alta, al ser més rígida, la pilota es deforma més, per tant, converteix més energia cinètica que aporta la pilota en altres tipus que més endavant les anomenarem com "pèrdues", però no ho són.

En canvi, les tensions baixes són capaces d'aprofitar la majoria d'aquesta energia que porta la pilota tornar-li a proporcionar a la pilota, sense deformat-la tant com en la tensió alta.

La tensió és una de les propietats més importants del cordatge, ja que és una propietat molt variant. Des que la raqueta surt de la màquina d'encordar, les cordes no tindran mai la mateixa tensió en cap moment, perquè aquesta va disminuint a mesura que avança el temps. Es calcula que en les primeres 24 h, es perd un 10% de la tensió que havíem aplicat al nostre cordatge.

Aquesta tensió també es va deteriorant a mesura que anem jugant, sobretot si juguem amb tensió baixa, ja que com hem dit, si juguem a baixa tensió, la pilota té més contacte amb la pilota per l'elasticitat més elevada.

També hem de mencionar el fet de no jugar. Encara que no juguem, la nostra raqueta va perdent tensió successivament fins a un punt que perd les seves característiques i el seu rendiment. Aquest fet s'anomena una distensió de les cordes.

1.4.2. Com influeix la longitud de les cordes a les propietats anteriors?

En una raqueta, es poden trobar cordes de diferents mides. En aquest punt veurem com pot afectar això al nostre joc i com repercuteix en algunes altres propietats.

Totes les cordes en una raqueta tenen la mateixa tensió, però al ser unes més llargues que altres, pot afectar a la rigidesa d'algunes i no totes adquiriran la mateixa curvatura quan la pilota impacti sobre elles. Depenen d'aquesta propietat, seran capaces de retornar més energia o no a la pilota.

Aquesta capacitat de corbar-se es divideix en zones de la raqueta:

- Zones laterals i superior: són zones amb longitud de corda curta, així que es corbaran menys que les del centre de la raqueta. A part que a la zona superior, com hem parlat abans s'hi troba el punt mort de la raqueta, per tant, corbar-se no li serveix de massa, ja que la majoria de l'energia se la queda el mateix marc de la raqueta.
- Zona exterior al centre: en aquesta zona englobem totes les cordes a prop de les laterals, però que són de més longitud. Aquestes cordes al ser més llargues, es corben més que les laterals, però no són les que més es corben.
- Zona central: en aquesta zona, arriben les cordes de major longitud, tan horitzontalment com verticalment, és la zona amb la millor curvatura de cordes de tota la raqueta, per tant, seran les millors a l'hora de proporcionar energia de nou a la pilota.
- Zona inferior: aquesta és una zona destacable, ja que encara que les cordes siguin curtes com a les zones laterals i a la superior, és la localització del punt de màxim rebot degut al màxim apropament al centre de masses com hem explicat anteriorment.

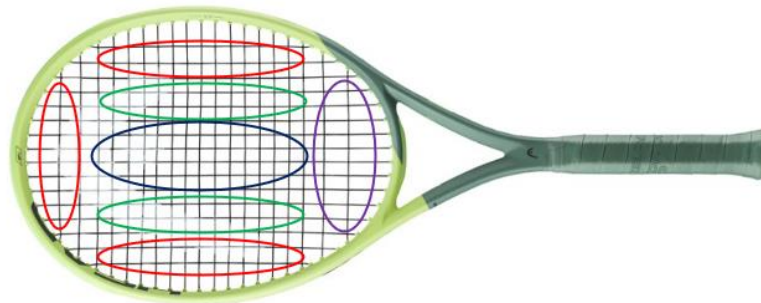


Figura 17. Zones amb diferents graus de curvatura de les cordes.

D'acord amb això podem establir una escala de retorn d'energia a la pilota, segons la curvatura de les cordes en cada una de les zones de la raqueta. De més a menys, quedaria així:

Zona central > Zona exterior al centre > Zona inferior > Zones laterals i superior.

D'acord amb això, ara aprofundirem en el fet de com hauria de ser la raqueta amb unes característiques igualitàries.

Hem vist que si tenim dues cordes amb la mateixa tensió, però de diferent mida, la més llarga aprofitarà més la seva curvatura per deformar menys la pilota, retornar-li més energia i que la pilota adquireixi més potència.

Quan abaixem la tensió d'una corda més curta i mantenim la de la corda llarga estable, hi haurà un punt que la curta serà capaç amb menys curvatura de proporcionar la mateixa energia que la corda llarga, pel joc de les tensions altes i baixes que hem explicat abans.

Aleshores, per aconseguir una raqueta on cada corda dispares de la mateixa manera, hauríem de partir del centre de la raqueta i anar abaixant les tensions de les cordes fins que cadascuna d'aquestes proporcionés la mateixa potència que la zona central de la nostra raqueta.

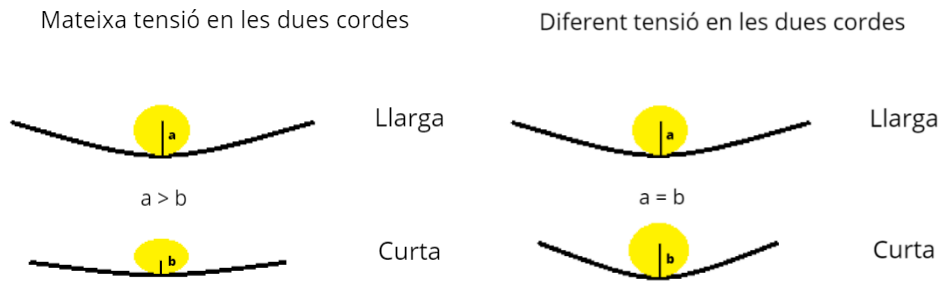


Figura 18. Comparació entre la curvatura de cordes llargues i curtes amb variacions en la tensió.

1.5. Aspectes físics que intervenen en els cops

1.5.4. Col·lisions

En la física tenim diferents tipus de xocs segons la interacció, deformació i conservació d'energia que s'ocasionen en aquests:

- Xoc elàstic: xoc en el qual l'energia cinètica del sistema es conserva i la deformació dels cossos es dona només durant la interacció d'aquests. Aquest xoc el trobaríem en una situació ideal, ja que per una sèrie de raons que veurem no es pot conservar sempre el 100% l'energia, sinó que a vegades, aquesta es transforma en altres diferents.
- Xoc inelàstic: xoc en el qual l'energia cinètica del sistema no es conserva en xocar i els dos cossos queden units després de l'impacte.
- Xoc parcialment inelàstic: xoc en el qual l'energia cinètica del sistema no es conserva i se'n perd una part en forma de calor o en treball de deformació d'algun dels cossos.

En el tennis, trobem dues situacions en el qual es produeixen col·lisions.

La col·lisió pilota-terra es podria denominar com un xoc inelàstic, ja que si deixem rebotar una pilota en el terra varies vegades, veurem com aquesta finalment acabarà rodolant per terra i aturant-se, propi de la no conserva d'energia cinètica que tenen els xocs inelàstics.

La col·lisió pilota-cordatge/raqueta la podríem tractar com una col·lisió elàstica, ja que encara que perdi una determinada energia per certes transformacions, si aquesta fos negligida, veuríem com dependent de la tensió i les propietats que hem vist abans en els cordatges, podrien retornar tota l'energia que proporciona la pilota en l'impacte.



Figura 19. Representació de com la pilota va perdent energia a mesura que bota.

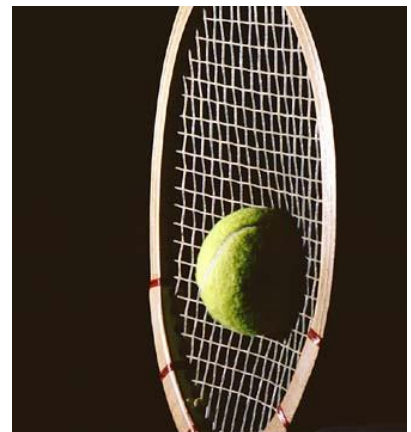


Figura 20. Representació del xoc de la pilota amb les cordes d'una raqueta.

1.5.2. Quantitat de moviment i impuls

Durant un xoc, la força de la raqueta i de la pilota són la mateixa. La massa està definida per l'acumulació de matèria.

Quan tenim una acumulació de matèria, com més quantitat d'aquesta tinguem, més força haurem d'exercir si volem canviar la seva posició, és a dir, provocar-li un moviment. Un cop superada la seva inèrcia, la massa es converteix en un objecte de moviment, en aquest moment entren en joc dues variables: la massa i la velocitat.

El moviment d'un cos es representa matemàticament, multiplicant la velocitat (m/s) per la massa (Kg), i la quantitat de moviment es representa amb una "p" (Kg·m/s), per tant, ens quedaria una equació així:

$$p = m \cdot v$$

La quantitat de moviment ens representa com es mouen les coses i a quina velocitat de manera lineal. Per exemple, si tenim dues raquetes movent-se a la mateixa velocitat però una té major massa, aquesta adquirirà un major impacte sobre la pilota. Un altre exemple seria el fet dues raquetes tinguin la mateixa massa però, una d'elles es mogui a una velocitat superior, aquesta doncs, rebrà un major impacte que l'altra raqueta.

Aquesta mesura relaciona les masses i les velocitats que porten uns objectes en un espai de temps determinat en un àmbit conservatiu. Ens pot servir per arribar a fer prediccions de velocitat o de determinació de masses.

Com que estem en un àmbit conservatiu, podem afirmar que:

$$p_o = p_f \text{ o de forma desenvolupada: } m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} = m_r \cdot v_{fr} + m_p \cdot v_{fp}$$

$$p_o = \text{quantitat de moviment inicial (Kg·m/s)} \quad v_{or} = \text{velocitat inicial de la raqueta (m/s)}$$

$$p_f = \text{quantitat de moviment final (Kg·m/s)} \quad v_{op} = \text{velocitat inicial de la pilota (m/s)}$$

$$m_r = \text{massa de la raqueta (Kg)} \quad v_{fr} = \text{velocitat final de la raqueta (m/s)}$$

$$m_p = \text{massa de la pilota (Kg)} \quad v_{fp} = \text{velocitat final de la pilota (m/s)}$$

Aquesta magnitud està molt relacionada amb l'impuls. L'impuls és la força que apliquem a un cos o massa durant un període de temps determinat. Aquesta propietat s'origina a partir de la 2na Llei de Newton, és a dir, a partir de l'equació de: $F = m \cdot a$

Aquesta acceleració la podem definir com el diferencial de velocitats en dues posicions entre el temps transcorregut durant aquest moviment. Obtindríem una fórmula així:

$$a = \frac{\Delta v}{t}, \text{ expressat d'una altra manera, } a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

Al substituir l'acceleració de la segona Llei de Newton per l'última fórmula que hem vist ens queda això:

$$F = \frac{m \cdot \Delta v}{t}, \text{ passant el temps multiplicant, } Ft = m \Delta v$$

A la banda esquerra de l'equació hi trobem l'impuls (Ft), com he dit, és la quantitat de força que apliquem en un període de temps determinat. En canvi, en la banda dreta ens queda la multiplicació de la massa i de la diferència de velocitat d'un objecte del qual estiguem analitzant l'impuls, i la quantitat de moviment també és el producte de la massa i la velocitat d'un objecte determinat. Per tant, podem afirmar que l'impuls és igual al canvi de la quantitat de moviment.

Si per exemple, estiguéssim calculant l'impuls d'una pilota, aquest seria igual al producte de la seva massa i la diferència de velocitats. És a dir:

$$I = \Delta p = p_f - p_o, \quad I = \text{Impuls (kg·m/s)}, \quad p_o = \text{quantitat de moviment inicial (Kg·m/s)} \quad \text{i} \quad p_f = \text{quantitat de moviment final (Kg·m/s)}$$

Per aclarir-ho, realitzarem un exemple per veure com succeeix el que hem explicat anteriorment.

Dades:

- Massa de la pilota (m_p) = 0,057 Kg
- Massa de la raqueta (m_r) = 0,3 Kg
- Velocitat inicial de la raqueta (v_{or}) = 8 m/s
- Velocitat inicial de la pilota (v_{op}) = -15 m/s, és negativa ja que ve en sentit contrari de la trajectòria de la raqueta.
- Velocitat final de la raqueta (v_{fr}) = 1 m/s
- Velocitat final de la pilota (v_{fp}) = ?

Ens demana de buscar la velocitat final de la pilota, per tant, substituïrem totes les dades que coneixem en la fórmula desenvolupada de la quantitat de moviment.

$$m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} = m_r \cdot v_{fr} + m_p \cdot v_{fp}$$

$$0,3 \cdot 8 + 0,057 \cdot (-15) = 0,3 \cdot 1 + 0,057 \cdot v_{fp}$$

$$2,4 - 0,855 = 0,3 + 0,057 \cdot v_{fp}$$

$$1,245 = 0,057 \cdot v_{fp}$$

$$v_{fp} = 21,8 \text{ m/s}$$

A partir d'això, també podem calcular l'impuls de la raqueta i de la pilota:

$$I = Ft = m\Delta v$$

Impuls de la pilota:

$$I_p = F_p t = m\Delta v_p$$

$$I_p = 0,057 \cdot (21,8 - (-15))$$

$$I_p = 2,01 \text{ Kg}\cdot\text{m/s}$$

Impuls de la raqueta:

$$I_r = F_r t = m\Delta v_r$$

$$I_r = 0,3 \cdot (1,3 - 8)$$

$$I_r = -2,01 \text{ Kg}\cdot\text{m/s}$$

Veiem que les dues masses en qüestió tenen el mateix impuls però de signes diferents. Això es dona gràcies a la tercera Llei de Newton, és a dir, la llei d'acció- reacció. La força que apliquem amb la raqueta cap a la pilota, serà la mateixa que la pilota acabarà reaccionant cap a la raqueta però en sentit oposat.

$$F_p = -F_r$$

I com que el temps de contacte és el mateix el de la pilota amb la raqueta que el de la raqueta amb la pilota, és a dir, 0.005 s, podem establir la següent equació:

$$F_p t = -F_r t$$

Per calcular les forces que intervenen en la col·lisió tornarem a la fórmula inicial de l'impuls, però amb la variació de la velocitat dividida pel temps de contacte.

$$F = \frac{m\Delta v}{t}$$

Força de la raqueta i de la pilota:

$$F_p = \frac{m\Delta v}{t} = \frac{0,057 \cdot (21,8 - (-15))}{0,005} = 402N, F_r = -402N$$

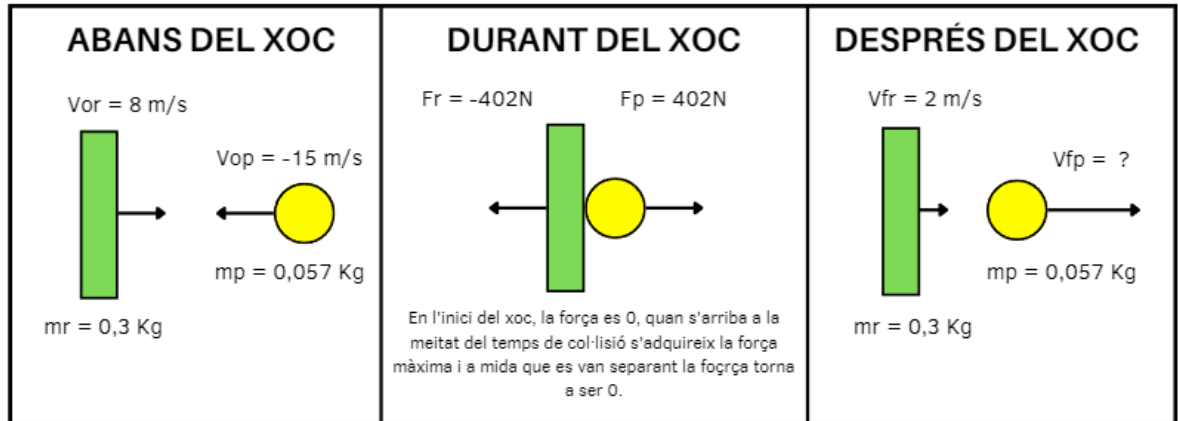


Figura 21. Representació de la evolució d'un cop des del punt de vista de la quantitat de moviment i l'impuls.

Les avantatges que té aquest sistema de càlcul és que només ens hem de fixar en les masses i velocitats de determinats objectes per tal de fer les nostres prediccions. Amb aquest sistema solament ens cal analitzar el sumatori de moments que hi ha abans i després del xoc per trobar la incògnita que necessitem.

Però clar, això té un problema, si sabem com inicia el xoc, però no sabem amb quina velocitat acaba, a l'aïllar la fórmula per determinar la velocitat final de la pilota (v_{fb}) o la de la raqueta (v_{fr}) ens quedarà una equació de dues incògnites, arrel d'això necessitarem una altra equació independent per connectar-la amb aquesta.

$$m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} = m_r \cdot v_{fr} + m_p \cdot v_{fp}$$

$$m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} - m_r \cdot v_{fr} = m_p \cdot v_{fp}$$

$$v_{fp} = \frac{m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} - m_r \cdot v_{fr}}{m_p}$$

Aquesta equació estarà relacionada amb l'energia mecànica i podrem comprendre-la en el següent punt.

1.5.3. Energies i treball

L'impacte de la pilota es pot descriure en termes de quantitat de moviment, però també es pot descriure en termes d'intercanvis d'energia. L'energia en termes físics, és la capacitat que té un cos de realitzar un treball.

L'energia no es crea ni es destrueix, només es transforma. Però no tot es classifica com a energia simplement, sinó que aquesta pot ser de diferents maneres segons les característiques a les quals estigui sotmès el cos que estem estudiant.

Hi ha moltes variants d'energia, però nosaltres ens centrarem en aquestes:

- Energia cinètica: energia que trobem en objectes que estan en moviment, per tant, en el tennis estarà sempre present durant el joc.
- Energia potencial: energia que posseeix un objecte quan està a una determinada altura.

- Energia potencial elàstica: energia que intervé quan un cos es manté en contacte amb un altre que té propietats elàstiques, és a dir, quan la pilota impacta amb les cordes.

Aquestes estarien dins del que anomenem l'energia mecànica, que és l'encarregada d'englobar l'energia cinètica i potencial d'un cos.

Després entrarem en la classificació de les energies perdudes de l'energia mecànica durant l'impacte o el bot, que tot i això no són pèrdues, simplement s'han transformat en un altre tipus d'energia.

Aquestes són un conjunt molt petit que normalment en els càlculs es negligeix, però s'han d'anomenar igualment perquè hi són presents. Perquè si establim uns càlculs determinats, hem de saber que no obtindrem la mateixa quantitat d'energia abans i després de la jugada.

Encara que la energia potencial elàstica, la podríem classificar a les dues bandes depenent de si el cordatge i les seves característiques són capaces de tornar tota l'energia elàstica de les cordes cap a la pilota, com hem vist en el punt anterior.

En aquestes pèrdues trobem:

- Energia sonora: energia que es produeix quan s'esdevé un so, ja sigui el del xoc de la raqueta amb la pilota o el de la pilota amb el terra.
- Forces de fricció: forces que estableixen una fricció a causa de les diferents superfícies que entren en contacte, ja sigui la pilota amb el terra o la pilota amb les cordes.
- Calor: la calor és l'expressió de les forces de fricció, o sigui, es perd energia a causa de les forces de fricció a partir d'aquesta.

També cal fer una menció a l'energia química del nostre cos, que és la que transformant-se en energia mecànica comença el cicle de totes les energies que perduren durant el joc.

En el càlcul de variables, fem servir l'energia cinètica, que és aquella que conté un objecte a causa del seu moviment i com que sempre té moviment, ens va molt bé a l'hora de resoldre problemes.

Gràcies a l'energia cinètica i al retorn d'energia entre raqueta i pilota podem desvelar la segona fórmula que juntament amb la de quantitat de moviment ens permetrà trobar les incògnites resultants entre la col·lisió de la pilota i la raqueta en casos més avançats.

La fórmula de l'energia cinètica l'hem vist anteriorment i és la següent:

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$, on la (m) és la massa i la (v) és la velocitat. L' E_c l'expressarem amb Joules (J).

Hem de tenir molt clar que quan nosaltres fem un "swing", és a dir, fer el moviment del cop amb la raqueta des del principi fins al final, proporcionem una força en una distància determinada. Aquest fet en física es denomina treball, i es representa d'aquesta manera:

$W = Fd$, $W = \text{Treball (J)}$, $F = \text{Força (N)}$ i $d = \text{distància (m)}$.

Relacionant aquestes dues equacions obtenim que el treball es igual a la variació d'energia cinètica que s'hagi produït en el xoc.

$$W = Fd = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

A partir d'aquesta fórmula treball-energia cinètica, podem desvelar les quantitats d'energia perdudes o guanyades a partir de les energies inicials i finals.

Pròximament, també veurem una fórmula que ens ajudarà en això relacionant-ho amb el tipus de xoc que s'hagi produït.

L'energia però, al només transformar-se, també hi regeix una fórmula de conservació d'aquesta. Estableix que l'energia total del xoc inicial serà igual a l'energia total després del xoc, amb el total, ens referim a totes les formes d'energia possibles que hem vist abans.

Per tant, la llei de la conservació d'energia ens quedaria així:

$$\Delta E_{co} = \Delta E_{cf}$$

$$\frac{1}{2}m_r(v_{or})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{op})^2 = \frac{1}{2}m_r(v_{fr})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{fp})^2$$

Aquesta és l'equació que juntament amb la de la conservació de la quantitat de moviment podem resoldre qualsevol classe de problemes sabent només el plantejament inicial del cop o el final, o si només sabem la velocitat inicial i final d'un dels objectes.

1.5.4 Coeficient de restitució (CR)

El coeficient de restitució és una constant que té un valor numèric comprès entre 0 i 1, i que a partir de les velocitats relatives inicials i finals de dos objectes que xoquen entre sí, ens permet classificar el xoc entre les 3 diferents variables que hem vist anteriorment, segons la conservació d'energia cinètica que s'hagi generat.

$$e = -\frac{(v_{fr} - v_{fp})}{(v_{or} - v_{op})}$$

Aleshores, depenent del quin sigui el resultat, el xoc serà d'un tipus o un altre. La classificació és la següent:

- Xoc elàstic: $e = 1$
- Xoc inelàstic: $e = 0$
- Xoc parcialment inelàstic: $0 < e < 1$

Si volem establir una equació en el bot d'una pilota podem simplificar l'equació, substituint les velocitats de la raqueta per les velocitats de la superfície, però aquesta serà sempre 0, per tant, quedarà de la següent manera:

$$e = -\frac{(0 - v_{fp})}{(0 - v_{op})}$$

$$e = -\frac{-v_{fp}}{-v_{op}}$$

$$e = -\frac{v_{fp}}{v_{op}}$$

Hi ha una altra manera de calcular el coeficient de restitució, que és a partir de les equacions del moviment rectilini uniformement accelerat (MRUA), aquestes fórmules, són idèntiques a les de la trajectòria de la caiguda lliure. Per tant, les reescriurem aquí:

- $v = -gt$
- $y = y_o + V_o t - \frac{1}{2}gt^2$

Si tenim una $y = 0$ m, ja que la pilota quedarà al terra i $V_o = 0$ m/s perquè deixem caure la pilota, procedirem a aïllar el temps de l'equació llarga, de la següent manera:

$$0 = y_o - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_o = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\sqrt{\frac{y_o}{\frac{1}{2}g}} = t$$

El $\frac{1}{2}$ passa multiplicant com un 2 a dalt de la fracció, que seria el mateix que dividir per $\frac{1}{2}$:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot y_o}{g}} = t$$

Aleshores, si ara substituïm en l'equació de la velocitat, el temps per aquesta fórmula, ens queda una equació així:

$$\begin{aligned} v &= gt \\ v &= -g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y_o}{g}} \\ v &= -g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y_o}{g}} \end{aligned}$$

Ara entrarem la gravetat que està fora de l'arrel, elevada al quadrat ja que l'arrel és quadràtica, per tant, podem eliminar una gravetat a dalt i a baix:

$$\begin{aligned} v &= -\sqrt{\frac{2 \cdot y_o \cdot g^2}{g}} \\ v_o &= -\sqrt{2 \cdot y_o \cdot g} \end{aligned}$$

On la velocitat serà la d'abans de l'impacte perquè tenim en l'equació l'altura inicial de la pilota. Encara que la podem establir també com a velocitat final, si a dins de l'arrel tenim l'altura final.

Per tant, sabent això, podem modificar l'equació del coeficient de restitució de les velocitats inicials i finals de la pilota.

$$\begin{aligned} e &= -\frac{v_{fp}}{v_{op}} \\ e &= -\frac{+\sqrt{2 \cdot y_f \cdot g}}{-\sqrt{2 \cdot y_o \cdot g}} \\ e &= \frac{\sqrt{2 \cdot y_f \cdot g}}{\sqrt{2 \cdot y_o \cdot g}} \\ e &= \sqrt{\frac{y_f}{y_o}} \end{aligned}$$

La velocitat final té signe contrari a la velocitat inicial ja que quan llences la pilota va amb una velocitat inicial cap a baix, i quan bota, la velocitat final puja cap amunt.

Aquesta equació ens servirà a l'hora de fer un estudi en la part pràctica.

1.5.5 Exemples en el tennis, de manera ideal i real

D'acord doncs, agafant l'exemple sense solució que se'ns ha quedat pendent en el punt anterior, anem a resoldre'l amb aquesta nova equació que hem incorporat.

L'equació amb dues incògnites era la següent:

$$v_{fp} = \frac{m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} - m_r \cdot v_{fr}}{m_p}$$

Aleshores el que farem ara és aïllar en l'altre equació la mateixa incògnita per tal de resoldre un sistema d'equacions lineals de dues incògnites pel mètode d'igualació.

Però per fer això més realista, aplicarem el mateix exemple que el de la quantitat de moviment però només sabent el que passa abans del cop, per nosaltres poder descobrir el que passa en el final d'aquest.

Dades evadint les velocitats finals:

- Massa de la pilota (m_p) = 0,057 Kg
- Massa de la raqueta (m_r) = 0,3 Kg
- Velocitat inicial de la raqueta (v_{or}) = 8 m/s
- Velocitat inicial de la pilota (v_{op}) = -15 m/s, és negativa ja que ve en sentit contrari de la trajectòria de la raqueta.
- Velocitat final de la raqueta (v_{fr}) = ?
- Velocitat final de la pilota (v_{fp}) = ?

Començarem substituint les dades que tenim en la equació de la quantitat de moviment:

$$v_{fp} = \frac{m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op} - m_r \cdot v_{fr}}{m_p}$$

$$v_{fp} = \frac{0,3 \cdot 8 + 0,057 \cdot (-15) - 0,3 \cdot v_{fr}}{0,057}$$

$$v_{fp} = \frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057}$$

Ara substituirem les dades que tenim en les lleis de la conservació de l'energia cinètica:

$$\frac{1}{2}m_r(v_{or})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{op})^2 = \frac{1}{2}m_r(v_{fr})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{fp})^2$$

Com tots els termes de l'equació tenen estan multiplicats per $\frac{1}{2}$, podem evadir-lo ja que seria el mateix que multiplicar tots els termes per qualsevol altre nombre.

$$m_r(v_{or})^2 + m_p(v_{op})^2 = m_r(v_{fr})^2 + m_p(v_{fp})^2$$

$$0,3(8)^2 + 0,057(-15)^2 = 0,3(v_{fr})^2 + 0,057(v_{fp})^2$$

$$32,025 = 0,3(v_{fr})^2 + 0,057(v_{fp})^2$$

$$32,025 - 0,3(v_{fr})^2 = 0,057(v_{fp})^2$$

$$\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057} = (v_{fr})^2$$

$$\sqrt{\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057}} = v_{fp}$$

Ara realitzarem el sistema d'equacions per tal de resoldre el problema proposat.

$$\begin{cases} v_{fp} = \frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057} \\ v_{fp} = \sqrt{\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057}} \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057}} = \frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057}$$

$$\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057} = \left(\frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057}\right)^2$$

$$\frac{32,025 - 0,3(v_{fr})^2}{0,057} = \frac{(1,545 - 0,3v_{fr})^2}{(0,057)^2}$$

$$32,025 - 0,3(v_{fr})^2 = \frac{(1,545 - 0,3v_{fr})^2}{0,057}$$

$$0,057 \cdot [32,025 - 0,3(v_{fr})^2] = (1,545 - 0,3v_{fr})^2$$

$$1,825 - 0,0171(v_{fr})^2 = (1,545 - 0,3v_{fr})^2$$

$$1,825 - 0,0171(v_{fr})^2 = 0,09(v_{fr})^2 - 0,927v_{fr} + 2,387$$

$$0,1071(v_{fr})^2 - 0,927v_{fr} + 0,562 = 0$$

Realitzem l'equació de segon grau que ens ha resultat a partir de la seva fórmula experimental:

$$v_{fr} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0,927 \pm \sqrt{(0,927)^2 - 4 \cdot 0,1071 \cdot 0,562}}{2 \cdot 0,1071}$$

$$\begin{cases} v_{fr1} = 0,65 \text{ m/s} \\ v_{fr2} = 7,99 \text{ m/s} \end{cases}$$

Agafem la v_{fr1} ja que la raqueta per força s'ha d'haver frenat i haver proporcionat velocitat a la pilota. Per tant, no es pot haver quedat amb la mateixa velocitat.

Aleshores ara substituïm a una de les dues equacions del sistema per descobrir l'altra velocitat.

$$v_{fp} = \frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057}$$

$$v_{fp} = \frac{1,545 - 0,3 \cdot (0,65)}{0,057}$$

$$v_{fp} = 23,6 \text{ m/s}$$

Sabent això, podem afirmar que la raqueta ha abaixat la seva velocitat per tal de canviar el sentit a la pilota i a més augmentar la velocitat amb la que venia aquesta.

Hem fet aquest exemple suposant que era un xoc elàstic, per tant, que el seu coeficient de restitució és de 1. Comprovem-ho:

$$e = -\frac{(v_{fr} - v_{fp})}{(v_{or} - v_{op})} = -\frac{(0,65 - 23,6)}{(8 - (-15))} = 1$$

Però clar, aquest mètode el podem fer servir des d'un punt ideal, és a dir, passant les petites transformacions d'energia per alt. Ara coneixerem un nou mètode per poder resoldre el mateix que en l'altre exemple però de manera real.

Farem servir la equació de la quantitat de moviment i la del coeficient de restitució.

No fem servir la de la conservació de l'energia cinètica ja que només funciona en casos de xocs sense pèrdues d'energia. En canvi, la del coeficient de restitució ens determina si es conserva l'energia o no depenent del número al que estigui associat aquest.

Primer retocarem la fórmula del coeficient de restitució com hem fet abans amb la de la conservació de l'energia per tal de deixar-la com la de la quantitat de moviment, és a dir, aïllar en funció d'una velocitat final, en aquest cas, la velocitat final de la pilota.

Aillem la equació del coeficient de restitució:

$$e = -\frac{(v_{fr} - v_{fp})}{(v_{or} - v_{op})}$$

$$e(v_{or} - v_{op}) = -(v_{fr} - v_{fp})$$

$$ev_{or} - ev_{op} = -v_{fr} + v_{fp}$$

$$ev_{or} - ev_{op} + v_{fr} = v_{fp}$$

Suposarem que el nostre xoc té un coeficient de restitució de 0,86, és a dir un xoc parcialment inelàstic, que es podria ocasionar en el tennis per les pèrdues d'energia que hem explicat anteriorment.

Substituïm les dades:

$$ev_{or} - ev_{op} + v_{fr} = v_{fp}$$

$$0,86 \cdot 8 - 0,86 \cdot (-15) + v_{fr} = v_{fp}$$

$$v_{fp} = 6,88 - (-12,9) + v_{fr}$$

$$v_{fp} = 19,78 + v_{fr}$$

Realitzem el sistema d'equacions pel mètode d'igualació amb la fórmula substituïda de la quantitat de moviment que hem utilitzat en l'exemple anterior:

$$\begin{cases} v_{fp} = 19,78 + v_{fr} \\ v_{fp} = \frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057} \end{cases}$$

$$\frac{1,545 - 0,3v_{fr}}{0,057} = 19,78 + v_{fr}$$

$$1,545 - 0,3v_{fr} = (19,78 + v_{fr}) \cdot 0,057$$

$$1,545 - 0,3v_{fr} = 1,127 + 0,057v_{fr}$$

$$0,417 = 0,357v_{fr}$$

$$v_{fr} = 1,17 \text{ m/s}$$

Ara, com hem fet abans, substituïm la incògnita que hem trobat en una de les equacions del sistema per tal de trobar-ne l'altra.

$$v_{fp} = 19,78 + v_{fr}$$

$$v_{fp} = 19,78 + 1,17$$

$$v_{fp} = 20,94 \text{ m/s}$$

Ara si ens fixem en la quantitat de moviment abans i després, veurem que es conserva, en canvi, l'energia cinètica no.

$$\Delta p_o = p_{or} + p_{op}$$

$$\Delta p_o = m_r \cdot v_{or} + m_p \cdot v_{op}$$

$$\Delta p_o = 0,3 \cdot 8 + 0,057 \cdot (-15)$$

$$\Delta p_o = 1,545 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p_f = p_{fr} + p_{fp}$$

$$\Delta p_f = m_r \cdot v_{fr} + m_p \cdot v_{fp}$$

$$\Delta p_f = 0,3 \cdot 1,17 + 0,057 \cdot (20,94)$$

$$\Delta p_o = 1,545 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta E_{c_o} = \frac{1}{2}m_r(v_{or})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{op})^2$$

$$\Delta E_{c_o} = \frac{1}{2}0,3(8)^2 + \frac{1}{2}0,057(-15)^2$$

$$\Delta E_{c_o} = 16,01 \text{ J}$$

$$\Delta E_{c_o} = \frac{1}{2}m_r(v_{or})^2 + \frac{1}{2}m_p(v_{op})^2$$

$$\Delta E_{c_o} = \frac{1}{2}0,3(1,17)^2 + \frac{1}{2}0,057(20,94)^2$$

$$\Delta E_{c_o} = 12,7 \text{ J}$$

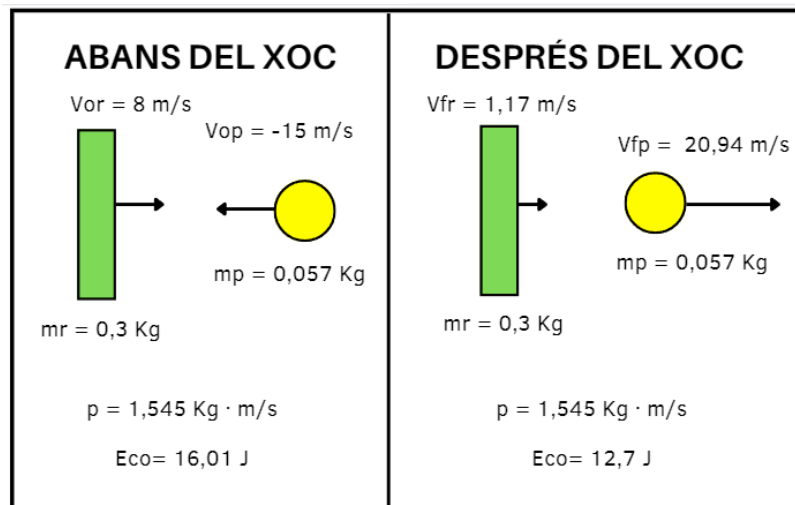


Figura 22. Representació del que passa en un xoc inelàstic.

1.6. Aspectes físics i tecnològics que intervenen en la superfície

1.6.1. Tipus de superfícies i les seves característiques

El tennis es pot practicar en superfícies diferents, segons el material del qual estigui format el terreny de la pista.

Herba

Podríem dir que és una de les superfícies menys comunes a l'hora de practicar aquest esport, com el seu nom diu està formada per un camp de gespa natural. En el qual dominen altes velocitats ja que la pilota està sotmesa a un lliscament i la pilota s'adhereix poc en aquest terreny.

Greenset

És la superfície més comuna en el món del tennis i està formada per una base d'asfalt i una capa de resina sintètica. Tenen una gran resistència i durabilitat gràcies a aquests materials durs i compactes. Domina el joc ràpid igual que en la pista d'herba, però la velocitat es redueix una mica perquè la pilota té més contacte amb el terra i no llisca tant com en la superfície anterior.

Quick

Una superfície creada per formigó, que al quedar adherit al sòl, adquireix una textura porosa. No és una superfície gaire famosa en el tennis i no s'utilitza en tornejos professionals, encara que la pilota va una mica més ràpida que en el greenset. Sabent això, sabem que domina un joc ràpid igual que en les anteriors superfícies.

Terra batuda

Aquesta superfície, és la que predomina després del greenset en el tennis. Està formada per pols de totxo o argila. Normalment, es rega la pista per tal que aquesta pols no se separi del terra i ens trobem amb la capa de pedra calcària que té en el seu subsol. És la superfície més lenta a causa de la gran quantitat de pols i la humitat que poden arribar a contenir.



Figura 23. Representació de les diferents superfícies. Terra batuda, greenset, herba i Quick, d'esquerra a dreta.

1.6.2 El coeficient de fregament

El coeficient de fregament o de fricció és un paràmetre que expressa la resistència que té el terra per la fricció a causa del contacte, en el nostre cas, de la pilota i la superfície. Aquest és molt important, ja que ens determina el fregament al qual està sotmesa la pilota en cada superfície diferent.

Representem el coeficient de fregament amb la lletra grega μ (mu) i la força que va en sentit oposat al moviment, seria el producte d'aquest coeficient per la força normal.

La força normal és la força contrària al pes que té un cos en el terra, és a dir, $P = N$. Com que el pes es calcula multiplicant la massa per la gravetat, la força de fregament seguirà la següent equació: $F_f = \mu \cdot N$ o $F_f = \mu \cdot mg$. Representat en un cos, quedaria així:

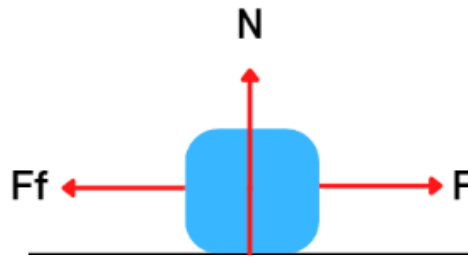


Figura 24. Representació de les forces que té un objecte que està sotmès a una força F .

Sabent això, podem afirmar que $\mu = \frac{F}{N}$, però clar, en el tennis, el nostre cos està en constant moviment i és difícil tractar la pilota igual que a un cos que es mou linealment tota l'estona per terra.

La pilota de tennis quan arriba a terra, té unes velocitats diferents en els eixos, ja que no cau (eix Y) igual que avança (eix X). També hem de tenir en compte els angles respecte la superfície quan la pilota bota i quan la pilota torna a enlairar-se del terra. L'última característica que hem d'aplicar és el coeficient de restitució, el qual ens relaciona les velocitats i altures inicials i finals.

La fórmula que es fa servir per calcular el coeficient de fregament en el tennis, és la següent:

$$v_{xf}/v_{xo} = 1 - \mu(1 + e) \cdot \tan \theta_1$$

On v_{xf} = velocitat de la pilota després del bot (m/s), v_{xo} = velocitat abans del bot (m/s), μ = coeficient de fregament (adimensional³), e = coeficient de restitució (adimensional) i θ_1 = angle d'incidència amb el que la pilota bota (graus(°)).

³ Adimensional: que no té dimensions, descriu una magnitud física sense cap atribut dimensional.

2. PART PRÀCTICA

2.1 Explicació del *tracker*

Per poder donar a terme la part pràctica del meu treball de recerca, he hagut d'utilitzar un *software* anomenat "*tracker*".

Tracker és un *software* que et permet importar gravacions el vídeo i dins d'aquesta realitzar estudis com el de la trajectòria d'una pilota, la seva velocitat, la seva acceleració, entre molts més.

Primer es porta a cap el vídeo que nosaltres estiguem interessats a estudiar. Després l'importem dins del programa, i escollirem les diverses opcions d'estudi que ens proporciona aquest *software* i triar la que ens interessi en aquell moment.

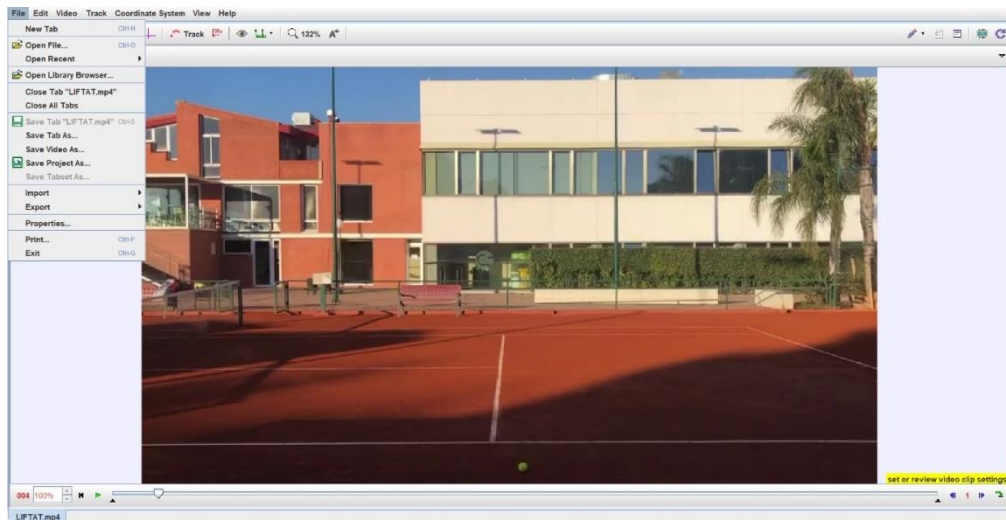


Figura 25. Importació de vídeo al software.

Dins del programa, el vídeo s'alenteix perquè en aquest cas, el vol de la pilota es pugui veure amb claredat i poder aplicar-hi les opcions que ens siguin necessàries.

Aleshores, perquè el programa ens analitzi les dades amb mesures reals, hi hem d'establir uns eixos de coordenades per tal de fixar per on la pilota farà el moviment i unes mides reals en el vídeo perquè el programa s'orienti en les mesures de la situació i pugui donar magnituds referents a les mesures reals en les quals ens trobem.

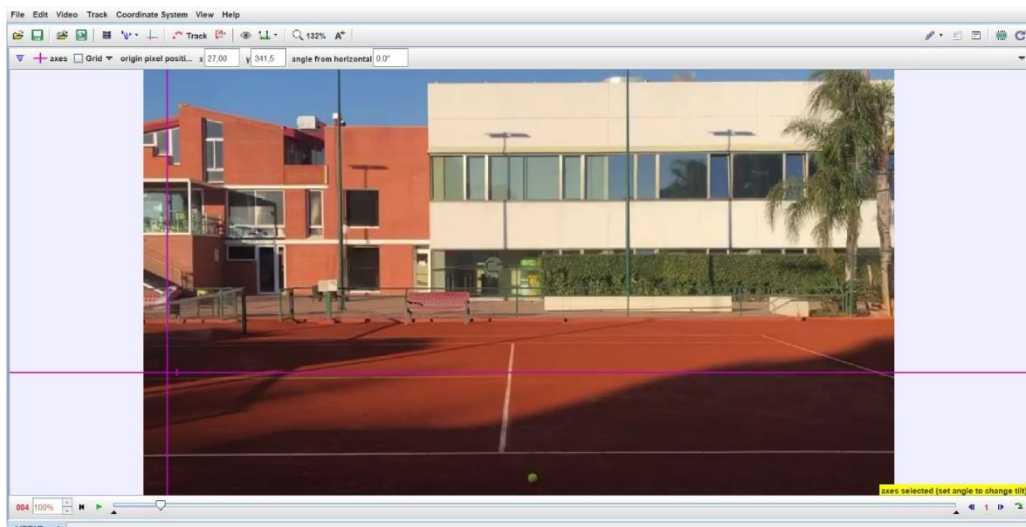


Figura 26. Col·locació dels eixos de coordenades.

En el meu cas els disposaré de la següent manera, ja que m'ajudaran a veure com avança la pilota respecte que la seva alçada respecte al terra puja i baixa. També estableixo l'eix d'abscisses (X) quan bota la pilota en 0, per tal de que la pilota no pugui anar numèricament sota terra.

Aquest fet també ens ajudarà a l'hora de ficar els anomenats, pals de calibratge. Aquests són uns pals on tu els hi proporciones una mida determinada a escala real i els situes en l'objecte o superfície que faci aquella mida. D'aquesta manera, com he dit abans, el programa es pot fer una idea del que està fent l'objecte en moviment.

En el meu cas, he inserit dos pals:

- Pal A: Pal situat en l'eix d'ordenades que ens ajudarà a saber de manera real com ascendeix i com descendeix la pilota. Per aquest he utilitzat la mida de la xarxa quan la pilota bota, ja que quan la pilota està a 0 m d'alçada, aleshores la xarxa tindrà la seva alçada real.
- Pal B: Pal situat en l'eix d'abscisses que ens ajuda a saber el que avança la pilota de manera real. Per aquest he utilitzat la mida de mig camp de la pista, pel fet que he realitzat l'estudi en només mig camp d'aquesta.

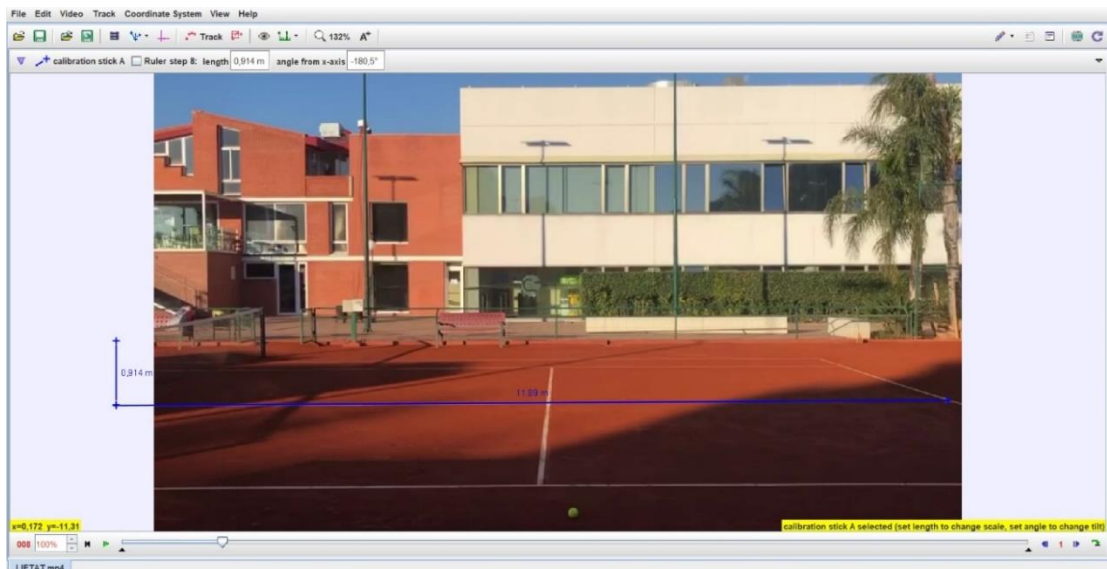


Figura 27. Col·locació dels pals de calibratge.

Quan ja tenim això a punt, és hora d'analitzar la trajectòria de la pilota. Per fer això necessitem ajuda d'un punt de massa que fixarem en cada instant del vídeo damunt de la pilota perquè el programa pugui reconèixer l que està passant.

Per aquesta opció haurem de clicar "*Shift + Click*" per fixar la pilota en un instant. Cada cop que fem això, el programa per ell mateix anirà avançant el vídeo perquè ho puguem anar fent seguidament. Podem de fet també amagar els eixos i els pals de calibratge perquè no destorbin el nostre estudi i es pugui veure bé la trajectòria.

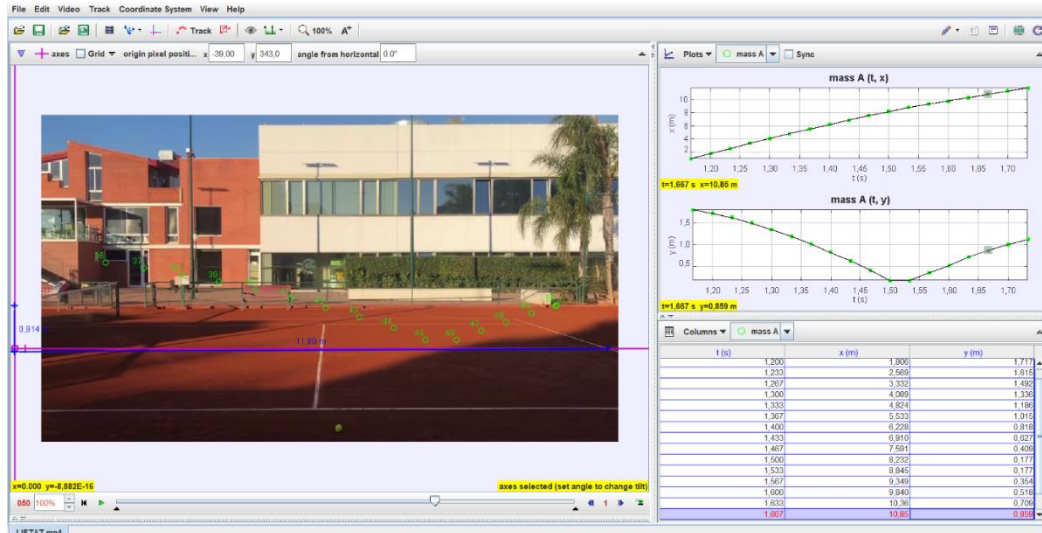


Figura 28. Estudi del moviment d'una pilota.

De la figura 42 hi podem ressaltar varies coses, una és l'opció de dalt a l'esquerra, on podem afegir la massa de l'objecte en qüestió per tal de fer l'estudi encara més real.

Una altra cosa són les gràfiques que ens apareixen a dalt a la dreta de la imatge, aquestes com que ja hem aplicat els pals de calibratge, ja podríem dir que són les gràfiques posició-temps (x,t), és a dir, l'avanç de la pilota a mesura que transcorre el temps i la gràfica alçada-temps (y,t), la que ens mesura la variació d'alçada de l'objecte quan el temps avança. L'última cosa que veiem són les taules de sota les gràfiques. Aquestes representen el que passa en les gràfiques però simplement tabulat, i són molt útils ja que els hi pots demanar taules de diferents variables.

2.2. Determinació de la força de sustentació

2.2.1 Introducció

En l'apartat de l'aerodinàmica i l'efecte Magnus, hem parlat sobre una força resultant que es dona cap avall o cap amunt segons el desequilibri de pressions que hi ha al voltant de la pilota.

Aquesta força es denomina força Magnus i sempre actua amb un angle recte de 90 graus respecte a la força de fregament i és la força que està en sentit contrari o a favor de la força de sustentació, depenent de la rotació que porti el nostre cos.

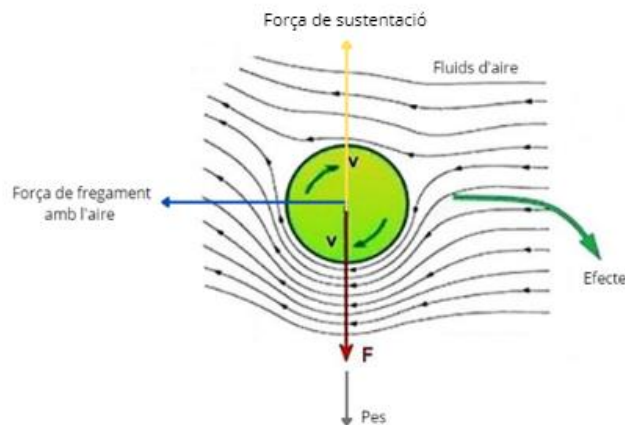


Figura 29. Forces de la pilota en l'aire.

El nostre objectiu és comparar les dues pilotes, per veure com afecta a l'aerodinàmica d'aquesta el fet de tenir més o menys efecte. Ho podrem veure a partir de la sustentació i la força Magnus de la pilota en cada moment d'estudi.

Si la pilota té més efecte, en teoria tindrà menys força de sustentació perquè la Força Magnus contradirà aquesta, fent que la pilota canviï la seva trajectòria cap avall. D'aquesta manera comprovarem l'aparició de l'efecte Magnus en els nostres cops.

2.2.2 Fórmula i força de sustentació

Ara que sabem com actua una pilota en l'aire, el propòsit d'aquest apartat és determinar la força de sustentació en els casos de diferents trajectòries de pilota i de diferents efectes. Per calcular això ens ajudarà el programa presentat anteriorment i unes fórmules.

La força de sustentació la calcularem amb aquesta fórmula:

$$F_s = \frac{1}{2} \cdot C_l \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

F_s = Força neta que aguanta un cos quan està en l'aire (N), A = àrea de la pilota (m^2), ρ = densitat del fluid del voltant, en el nostre cas, de l'aire (Kg/m^3) i v = velocitat (m/s).

El C_l , anomenat "lift coefficient" o en català coeficient de sustentació, és el coeficient que depèn l'estudi perquè conté en el seu interior diferents magnituds aplicades a la pilota que seran importants a l'hora de comparar els resultats.

En el cas de l'efecte tallat la força Magnus es desvia cap amunt, per tant, aconsegueix una major sustentació. En canvi, en l'efecte liftat, en anar la força Magnus cap avall, la sustentació en aquest cas és menor. Per tant, aquest coeficient fa la fórmula variable segons el tipus de situació en la que estiguem i en quin objecte estiguem.

També per aquesta raó es diferencien tant les trajectòries d'aquests dos efectes.

Aquest coeficient es calcula d'aquesta manera:

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)^2\right]}$$

C_l = Coeficient de sustentació (adimensional), v = velocitat (m/s), v_{spin} = velocitat perifèrica de la pilota (m/s).

La velocitat perifèrica es calcula multiplicant el radi de la pilota per la seva velocitat angular.

2.2.3 Velocitat angular

La velocitat angular (ω) de tennis les pilotes van des dels 100 rad/s fins als 500 rad/s, però que és un radiant?

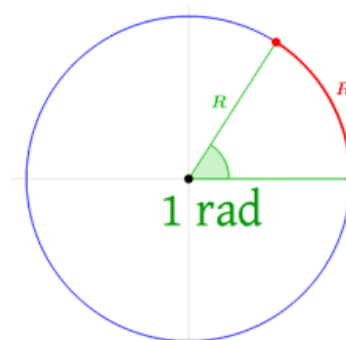


Figura 30. Representació d'un radià en una circumferència.

Un radià doncs, és l'amplitud d'angle que té una circumferència que té com arc menor, la longitud del seu propi radi.

Per tant, si una pilota té com a velocitat 200 rad/s, com una pilota de tennis té com a radi de 3,4 cm, avançarà 200 vegades la següent longitud per segon:

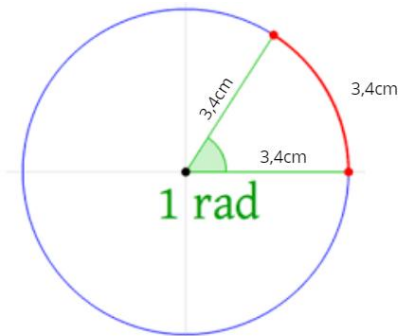


Figura 31. Representació d'un radià en una pilota de tennis.

2.3 Força de sustentació en un cop liftat

2.3.1 Anàlisi de la trajectòria

Començarem amb l'anàlisi de la pilota que porta l'efecte liftat. Primer de tot analitzarem la seva trajectòria per veure com es dona l'efecte Magnus per tal de saber com variarà la sustentació i on hem d'aplicar les fórmules i les dades obtingudes a partir del *software*.

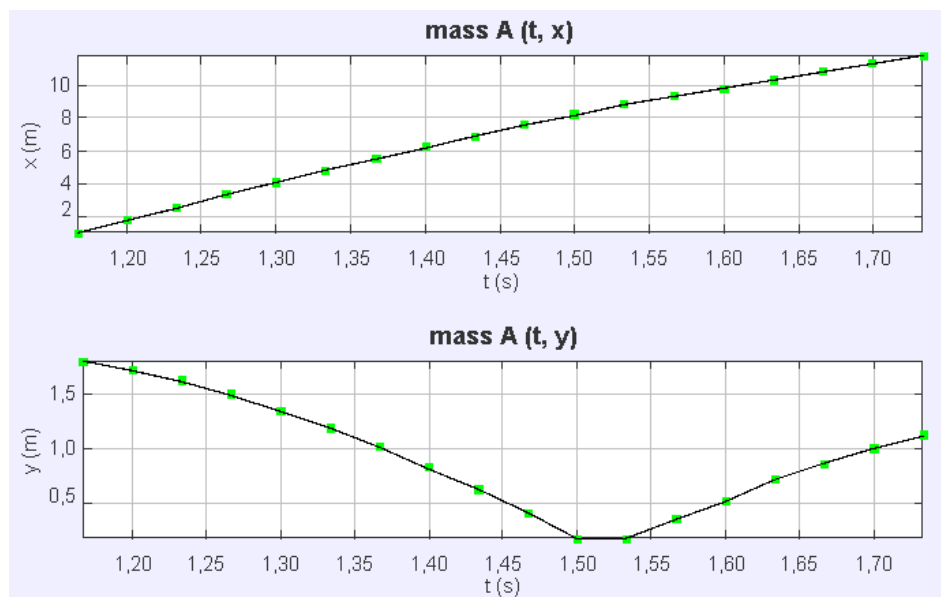


Figura 32. Gràfiques de l'efecte liftat.

En la gràfica posició-temps (t,x) podem apreciar com el *software* ens va posant respecte a les marques d'estudi realitzades anteriorment, com la pilota va avançant durant el pas del temps. Al final veiem com la pilota ha recorregut gairebé 12 metres en 1,8 segons.

En la gràfica alçada-temps (t,y), veiem com la trajectòria de la pilota comença a una altura de gairebé 2 metres i va descendent fins al segons 1,5. Entre els segons 1,5 i 1,53 es produeix el bot, a partir d'aquí l'alçada torna a augmentar.

Ara, calcularem la força de sustentació en cada instant fins al bot, com si la pilota portes una velocitat angular de 100 rad/s, és a dir, poc efecte. Aquesta serà diferent per culpa de la velocitat que porti la pilota en cada instant, que afectarà tant a la fórmula resultant com al del coeficient de sustentació.

2.2.2 Sustentació en un cop liftat de poc efecte

Abans de començar hem de calcular les altres dades que també es troben en la fórmula de la força de sustentació.

Àrea de la pilota = Àrea d'una esfera = $4\pi r^2$, r = radi de l'esfera (m)

Com hem dit abans, el radi d'una pilota de tennis és 3,4 cm = 0,034 m, per tant, la seva àrea serà:

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4\pi(0,034)^2$$

$$A = 0,0145 \text{ m}^2$$

La densitat de l'aire es pot calcular a partir d'una fórmula que deriva de l'equació dels gasos ideals. Aquesta és:

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

On ρ = densitat de l'aire a una temperatura determinada (kg/m³), p = pressió atmosfèrica (Pa), M = massa molecular de l'aire sec (0,0289 Kg/mol), R = constant dels gasos ideals (8,3144 J·K⁻¹·mol⁻¹) i T = temperatura del lloc que vulguem analitzar (K).

A l'hora de gravar els vídeos, feia una temperatura de 15°C o de 288 K, per tant, la densitat de l'aire en aquell moment era de:

$$\rho = \frac{101300 \cdot 0,0289}{8,3144 \cdot 288} = 1,22 \text{ Kg/m}^3$$

Si la densitat de l'aire als 0°C es de 1,29 kg/m³, podem afirmar que a mesura que augmenta la temperatura, la densitat de l'aire disminueix.

Ara que tenim les dades de la fórmula general, calcularem els diferents coeficients de sustentació a partir de la fórmula que hem vist abans. Per fer això necessitem les velocitats de les pilotes en cada instant, que les tenim agrupades en la següent taula:

t (s)	x (m)	y (m)	v (m/s)	Moments (nombres)
1,167	1,015	1,799		35
1,200	1,806	1,717	23,47	36
1,233	2,569	1,615	23,14	37
1,267	3,332	1,492	23,18	38
1,300	4,089	1,336	22,85	39
1,333	4,824	1,186	22,20	40
1,367	5,533	1,015	21,77	41
1,400	6,228	0,818	21,45	42
1,433	6,910	0,627	21,34	43
1,467	7,591	0,409	20,95	44
1,500	8,232	0,177	18,92	45
1,533	8,831	0,177	16,97	46
1,567	9,349	0,354	15,97	47
1,600	9,840	0,518	16,03	48
1,633	10,36	0,709	15,97	49
1,667	10,85	0,859	15,33	50
1,700	11,34	0,995	15,22	51
1,733	11,83	1,118		52

Taula 1. Taula de les velocitats respectives a cada instant de la trajectòria liftada.

Si ens fixem, veiem que a mesura que la pilota va avançant va perdent velocitat, però hi ha un moment clau de la pèrdua d'aquesta, que es produeix entre els moments 44 i 45, on es produeix el bot de la pilota i és quan perd la major quantitat de velocitat entre dos instants.

Per classificar els diferents moments en el que el programa analitza la pilota, farem servir els nombres que posa a damunt de cada punt de classificació, com veiem en la figura 47.

El primer estudi el realitzarem com si la pilota gires a 100 rad/s, com hem dit abans, una pilota que portaria poc efecte.



Figura 33. Diferents moments d'anàlisi de la trajectòria liftada.

Calculem el coeficient de sustentació de l'instant 36:

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)\right]}$$

Podem substituir directament la v_{spin} pel producte del radi i la velocitat angular i substituïm la v per la velocitat lineal en l'instant 36:

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{R\omega}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{23,47}{0,034 \cdot 100}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = 0,447$$

Ara tornarem a repetir aquest procés per tal d'esbrinar cada coeficient, en cada situació. (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 1" DE L'ANNEX).

Ara, a partir de la fórmula inicial i les dades que hem calculat abans, calcularem la força de sustentació que té la pilota en cada instant i les compararem:

$$F_s(36) = \frac{1}{2} \cdot C_l \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

$$F_s(36) = \frac{1}{2} \cdot 0,447 \cdot 0,0145 \cdot 1,22 \cdot (23,74)^2$$

$$F_s(36) = 2,22 \text{ N}$$

Ara tornarem a fer el mateix que hem fet anteriorment per calcular totes les forces respectives a cada instant. (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 2" DE L'ANNEX).

D'acord amb aquests resultats, veiem que el coeficient de sustentació, va augmentant successivament a mesura que disminueix la velocitat, però per contra, la força de sustentació va disminuint mentre que la pilota va perdent velocitat lineal. Per tant, com que hem fixat la velocitat angular a 100 rad/s, després compararem els resultats amb els del liftat amb molt d'efecte i veurem com afecta l'efecte Magnus a la sustentació.

2.2.3 Sustentació en un cop liftat de molt d'efecte

Ara estudiarem un cop liftat com l'anterior, però que en aquest cas la pilota girarà sobre el seu propi eix a 500 rad/s, és a dir que la seva velocitat angular sigui de 500 rad/s.

Canviarà tant el coeficient de sustentació com la força Magnus. Seguirem els mateixos passos que hem fet abans, per tant, substituïm les dades en l'instant 36:

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{R\omega}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{23,74}{0,034 \cdot 500}\right)\right]}$$

$$C_l(36) = 0,294$$

Ara repetirem el mateix procés per saber el altres coeficients. (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 3" DE L'ANNEX).

Ara, amb l'ajuda d'aquests coeficients, calcularem les diferents forces de sustentació en els diferents moments de la trajectòria.

$$F_s(36) = \frac{1}{2} \cdot C_l \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

$$F_s(36) = \frac{1}{2} \cdot 0,294 \cdot 0,0145 \cdot 1,22 \cdot (23,74)^2$$

$$F_s(36) = 1,46 \text{ N}$$

Com que ja sabem la força de sustentació en el moment 36, ens disposem a calcular totes les altres (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 4" DE L'ANNEX).

2.2.6 Comparació entre els dos estudis

El problema que havíem plantejat era el d'analitzar la sustentació en una pilota que tenia poc efecte, i una que en tenia molt.

Observant els resultats, podem veure com la pilota que gira a 500 rad/s, comparant cada instant amb els de la pilota que porta menys efecte, veiem com la força de sustentació és menor respecte l'altra pilota. Per tant, hem pogut comprovar que la sustentació que té una pilota que gira a 500 rad/s, és menor que la que gira a 100 rad/s ja que l'efecte Magnus és major en la pilota que porta més efecte, és a dir, la força estira més de pressa cap avall.

També hem pogut demostrar una altra cosa que podem apreciar simplement observant el moviment d'un cos en l'aire. El fet que la pilota viatgi a més velocitat però, giri a la mateixa velocitat angular que una altra, fa que aquesta tingui una major sustentació respecte a la que no va a tanta velocitat lineal.

2.4 Força de sustentació en un cop tallat

En aquest punt realitzarem la segona part de l'estudi complet de la força de sustentació, en el que calcularem la força de sustentació en els diferents instants que té la trajectòria del cop tallat que analitzarem.

2.4.1 Anàlisi de la trajectòria

Iniciarem aquesta part, de la mateixa manera que ho hem fet en l'altra, analitzant la trajectòria del cop tallat per tal de saber on hi ha més sustentació o on es genera més efecte Magnus.

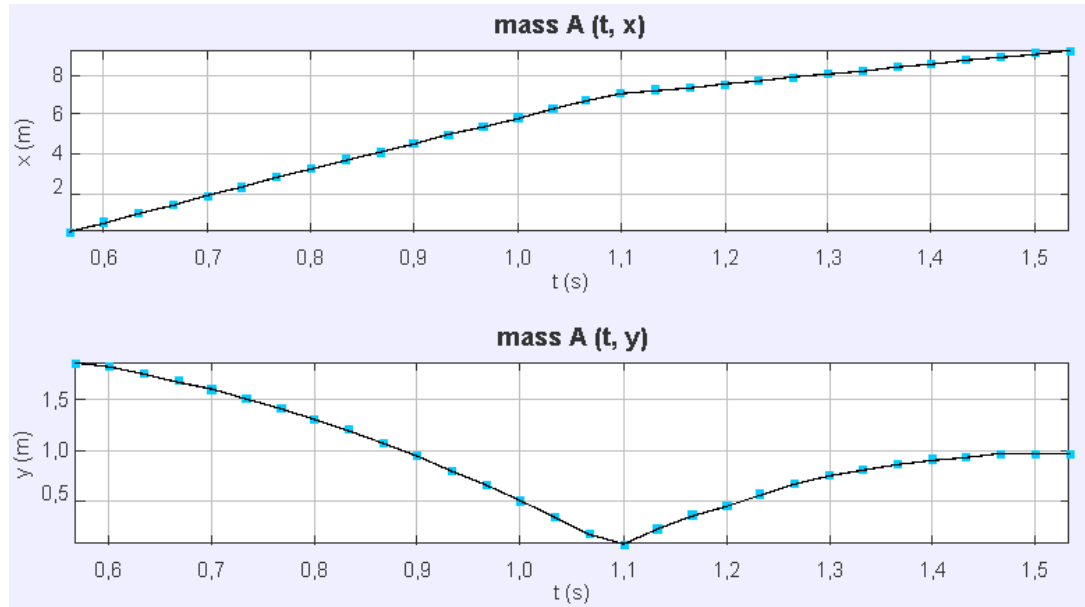


Figura 34. Gràfiques de la trajectòria del cop tallat.

En l'eix de posició-temps (t,x) veiem com avança la pilota respecte el temps i en l'eix (t,y) veiem com ascendeix i descendeix la pilota a mesura que passa el temps, com hem dit anteriorment.

En aquest cas en el gràfic (t,x) veiem que després del bot, la pilota no avança de la mateixa manera que abans del bot, això es degut a que l'efecte tallat aconsegueix una bona trajectòria fins al bot, però quan es produeix aquest, com que la pilota gira en sentit oposat al moviment (sentit antihorari), aquesta es frena i no avança tant de pressa.

En l'eix (t,y) veiem que després del bot, la pilota amb efecte tallat no s'aixeca tan com una pilota amb efecte liftat, això és a causa del fet que he explicat abans. Quan la pilota gira en sentit oposat al moviment, fa que perdi velocitat i altura.

Gràcies a aquests gràfics, el programa ens podrà proporcionar les taules amb la velocitat lineal de la pilota en cada moment d'estudi.

2.4.2. Sustentació en un cop tallat de poc efecte

Començarem recuperant les dades que necessitem per substituir a la fórmula de la força que hem calculat en l'apartat 3.2.2., que són l'àrea de la pilota i la densitat del fluid on ens trobem, per tant, de l'aire:

- $A = 0,0145 \text{ m}^2$
- $\rho = 1.22 \text{ Kg/m}^3$

Quan ja hem obtingut això, necessitem les diferents velocitats de cada moment de la trajectòria de la pilota. Aquestes, com l'estudi anterior, les tenim agrupades en una taula:

t (s)	x (m)	y (m)	v (m/s)	Moments (nombres)
0,567	6,530E-2	1,881		17
0,600	0,535	1,835	14,02	18
0,633	0,993	1,763	13,88	19
0,667	1,450	1,691	13,69	20
0,700	1,894	1,619	13,95	21
0,733	2,364	1,522	14,12	22
0,767	2,815	1,424	13,78	23
0,800	3,259	1,313	13,61	24
0,833	3,696	1,208	13,59	25
0,867	4,134	1,077	13,51	26
0,900	4,558	0,947	13,69	27
0,933	5,002	0,797	13,69	28
0,967	5,427	0,666	13,29	29
1,000	5,838	0,503	13,79	30
1,033	6,289	0,346	13,95	31
1,067	6,707	0,170	12,24	32
1,100	7,059	7,836E-2	7,983	33
1,133	7,235	0,229	6,534	34
1,167	7,392	0,359	6,140	35
1,200	7,575	0,457	6,064	36
1,233	7,738	0,568	5,950	37
1,267	7,908	0,673	5,832	38
1,300	8,078	0,758	5,531	39
1,333	8,248	0,816	5,423	40
1,367	8,424	0,862	5,395	41
1,400	8,594	0,914	5,227	42
1,433	8,764	0,940	5,091	43
1,467	8,927	0,980	5,117	44
1,500	9,103	0,973	5,095	45
1,533	9,266	0,973		46

Taula 2. Taula de les velocitats respectives a cada instant de la trajectòria tallada.

Igual que abans, classificarem cada instant d'estudi en diferents nombres, que ens proporciona el programa automàticament com podem veure en la següent imatge:



Figura 35. Moments de la trajectòria tallada.

Ara ens disposarem a calcular els diferents coeficients de sustentació que hi ha en la trajectòria tallada. Farem com els cops liftats, primer analitzarem una pilota de poc efecte, és a dir, de 100 rad/s de gir.

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)\right]}$$

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{R\omega}\right)\right]}$$

$$C_l(18) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{14,02}{0,034 \cdot 100}\right)\right]}$$

$$C_l(18) = 0,163$$

Ara repetirem en el mateix procés en els altres moments (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 5" DE L'ANNEX).

Com que ja tenim calculats els coeficients de sustentació en qüestió, ens disposem a determinar les diferents forces de sustentació que trobem en el cop tallat de poc efecte:

$$F_S(18) = \frac{1}{2} \cdot C_l \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

$$F_S(18) = \frac{1}{2} \cdot 0,163 \cdot 0,0145 \cdot 1,22 \cdot 14,02^2$$

$$F_S(18) = 0,28 \text{ N}$$

Ara calcularem la resta de forces (REFLECTITS EN L'APARTAT "RESULTATS 6" DE L'ANNEX).

Bé, ara que tenim les forces de sustentació de cada un dels instants dels moments, podem veure que el coeficient de sustentació va augmentant a mesura que la velocitat lineal disminueix, igual que en el cop liftat de poc efecte. Ens calen els resultats de l'altre estudi per poder fer una bona comparativa entre els efectes liftats i entre els dos efectes diferents.

2.4.3 Sustentació en un cop tallat de molt d'efecte

El que toca ara és estudiar el cop amb efecte tallat que portarà un major efecte que l'anterior, és a dir, que girarà respecte a 500 rad/s. Com en l'apartat anterior, calcularem els coeficients de sustentació i després les forces de sustentació.

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{v_{spin}}\right)\right]}$$

$$C_l = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{v}{R\omega}\right)\right]}$$

$$C_l(18) = \frac{1}{\left[2 + \left(\frac{14,02}{0,034 \cdot 500}\right)\right]}$$

$$C_l(18) = 0,354$$

Ara calculem els altres coeficients de sustentació (REFLECTITS EN L'APARTAT DE "RESULTATS 7" DE L'ANNEX).

Relacionant això, calcularem les forces en l'efecte tallat amb molta potència:

$$F_S(18) = \frac{1}{2} \cdot C_l \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

$$F_S(18) = \frac{1}{2} \cdot 0,354 \cdot 0,0145 \cdot 1,22 \cdot 14,02^2$$

$$F_S(18) = 0,615 \text{ N}$$

A partir d'aquesta, calcularem les demés (REFLECTITS EN L'APARTAT DE "RESULTATS 8" DE L'ANNEX).

2.4.4 Comparació entre els dos estudis

Comparant els dos efectes diferents, d'entrada podem observar que el que gira a 500 rad/s, és a dir, el que porta més efecte, conté en tots els casos respectius a cada moment, més força de sustentació que la pilota amb poc efecte. Això ens fa veure que la pilota que conté més efecte, té un major efecte Magnus, per això la sustentació és més alta, ja que la força Magnus ajuda a la pilota a mantenir-se més instants en l'aire.

2.5. Conclusions globals de l'estudi

Amb aquest experiment, hem pogut comprovar l'aparició de l'efecte Magnus en les trajectòries tant de l'efecte liftat, com de l'efecte tallat. Hem pogut afirmar que en les pilotes que porten més efecte, l'aparició de la força Magnus, és major, ja que en l'efecte liftat més potent, la força Magnus cap avall contraresta la força de sustentació, fent que la pilota descendeixi més ràpid a la superfície. En canvi, en l'efecte tallat hem pogut veure com aquesta força ajuda a la força de sustentació, fent que la pilota es mantingui més estona en l'aire. Gràcies a això sabem perquè una pilota amb molt d'efecte liftat baixa la seva trajectòria buscant la superfície de seguida, mentre que l'efecte tallat aconsegueix planejar i mantenir-se en l'aire més temps a causa d'aquesta força que recolza a la sustentació

2.6. Determinació de la força de fregament en diferents superfícies

2.6.1 Introducció

En aquesta part, tenim com a objectiu determinar la força de fricció en dues superfícies diferents existents en el tennis: la terra batuda i el greenset.

Podrem observar com la força de fricció fa perdre velocitat a la pilota en dues superfícies totalment diferents, això sí, amb les dues pilotes efectuades sense cap tipus d'efecte que pugui repercutir als resultats de l'experiment.

Per a això necessitem recordar la fórmula del coeficient de fregament en les superfícies, ja que el necessitarem per trobar la força de fregament:

$$v_{xf} / v_{xo} = 1 - \mu(1 + e) \cdot \tan \theta_1$$

La v_x és la velocitat que té la pilota només en l'eix de les X, és a dir, com la pilota avança respecte a aquest eix. Aquesta apareix com podem veure, de manera inicial (v_{xo}) i de manera final (v_{xf}).

Després apareix el coeficient de restitució, però de la darrera manera que l'havíem explicat, és a dir, de la següent manera:

$$e = \sqrt{\frac{y_f}{y_o}}$$

Per últim, tenim l'angle d'incidència amb el que la pilota bota en el terra, aquest té la forma de $\tan \theta_1$.

2.6.2 Força de fregament en la terra batuda

Iniciarem el procés, fent el que hem realitzat en l'altre estudi. Col·locant els eixos de coordenades i els pals de calibratge perquè el programa ens proporcioni dades amb magnituds reals.

Després, analitzarem els moments del bot de la pilota fixant un punt de massa, que ens representarà tot el moviment de la pilota però per instants de temps.

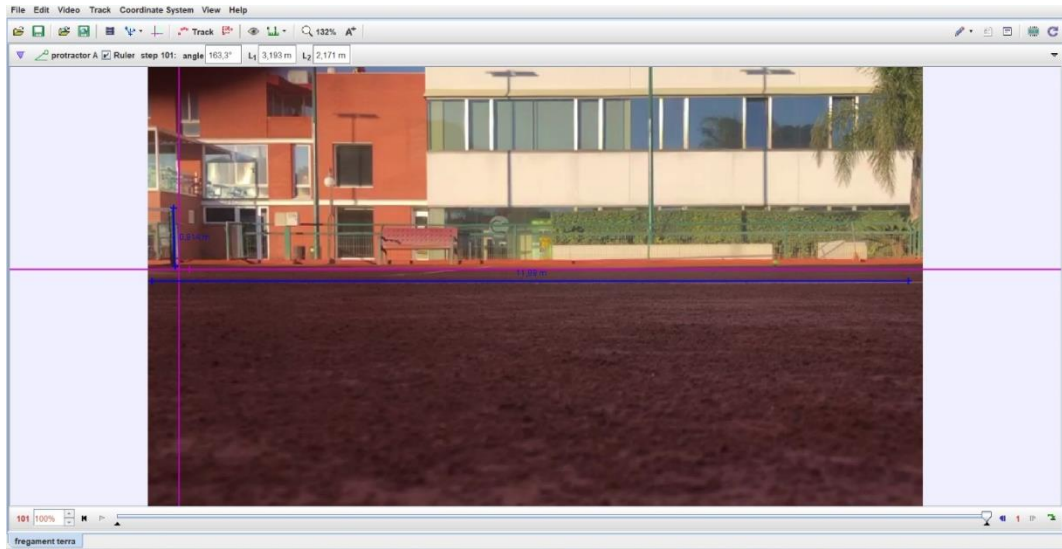


Figura 36. Representació dels eixos de coordenades i els pals de calibratge en el programa.

Quan ja hàgim fet tots aquests passos, utilitzarem la funció del transportador d'angles, que ens ajudarà a calcular els angles d'incidència de la pilota en produir-se el bot.



Figura 37. Trajectòria del bot en terra batuda.



Figura 38. Col·locació del transportador d'angles en el programa.

Ara que ja tenim tots els paràmetres que necessitem per dur a terme l'estudi en el programa, passarem a la part dels càlculs.

L'equació general és la següent:

$$v_{xf}/v_{x0} = 1 - \mu(1 + e) \cdot \tan \theta_1$$

v_{xf} = velocitat de la pilota després del bot (m/s), v_{x0} = velocitat abans del bot (m/s), μ = coeficient de fregament (adimensional), e = coeficient de restitució (adimensional) i θ_1 = angle d'incidència amb el que la pilota bota (graus(°))

Pel tema de les velocitats, podem tabular les dades que ens proporciona el software, en una taula de les velocitats en l'eix X en cada moment diferent del bot.

t (s)	x (m)	y (m)	v _x (m/s)	Moments (nombres)
1,500	5,666E-2	0,765		45
1,533	0,963	0,552	26,98	46
1,567	1,856	0,326	26,56	47
1,600	2,734	7,082E-2	21,88	48
1,633	3,315	0,212	16,79	49
1,667	3,853	0,397	16,15	50
1,700	4,391	0,552	16,15	51
1,733	4,929	0,708	15,94	52
1,767	5,453	0,836	15,94	53
1,800	5,992	0,921	15,09	54
1,833	6,459	1,006	15,09	55
1,867	6,997	1,119	15,70	56
1,900	7,506	1,153	15,38	57
1,933	8,023	1,167	15,08	58
1,967	8,511	1,196	14,87	59
2,000	9,014	1,196	14,65	60
2,033	9,488	1,139	14,44	61
2,067	9,977	1,110	14,22	62
2,100	10,44	1,024		63

Taula 3. Taula sobre les dades en els diferents moments del bot de la pilota (terra batuda).

Per calcular l'angle d'incidència amb el que la pilota impacta el terra, hem fet servir la funció del transportador d'angles. Aquest ens proporciona un angle que nosaltres podem arreglar per tal d'obtenir el nostre.

En la figura 52 veiem que l'obertura de l'angle que ens marca és de 164,8°, òbviament aquest no és l'angle d'incidència de la pilota. El que hem de tenir en compte és el següent:

Si una recta per si sola forma un angle de 180°, com podem veure en la figura 53, el que haurem de fer és restar 180 de l'angle que ens hagi marcat el transportador d'angles, perquè ens proporcionï l'angle real d'incidència de la pilota.

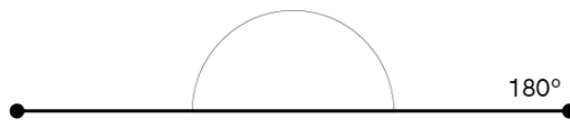


Figura 39. Angle de 180°.

Per tant l'angle d'incidència de la pilota que podem observar en la foto és:

$$\alpha = 180 - 164,8 = 15,2^\circ$$

Ara el que hem de calcular, és el coeficient de restitució de la pilota amb el terra, amb la fórmula presentada anteriorment.

$$e = \sqrt{\frac{y_f}{y_o}}$$

Aquesta analitza l'altura inicial de la pilota, és a dir, l'altura amb la qual impactem la pilota amb la raqueta, respecte la altura final d'aquesta, que és l'altura màxima que aconseguim després del bot.

Els instants després del bot van des del 49 fins al 63, a part que ho sabem pel vídeo, ho podem esbrinar pel canvi de velocitat que es dona abans i després del bot. Per tant, l'altura màxima la deduirem mirant en la columna de la variable y , que ens determina com varia l'alçada a mesura que passa el temps. Podem observar que la major altura després del bot són 1,196m (y_f), que s'aconsegueix en els instants 59 i 60.

L'altura inicial, no la podem adquirir a partir del vídeo, ja que no es veu com el meu germà impacta la pilota des del camp contrari. Tenint en compte que va fer un cop entrant per damunt a la pilota podríem dir que va colpejar d'aquesta manera:



Figura 40. Altura d'impacte (y_o).

Vam calcular l'altura des de la qual ell va impactar la pilota, mesurant amb un metro des del terra fins a l'altura on ell va colpejar. Aquesta altura va ser de 1,5m (y_o).

Sabent això ja podem calcular el coeficient de restitució entre la pilota i la superfície, per tant, substituïrem les dades en l'equació:

$$e = \sqrt{\frac{y_f}{y_o}}$$

$$e = \sqrt{\frac{1,196}{1,5}}$$

$$e = 0,89$$

Ens falten les velocitats, que aquestes seran les dels instants 48 i 49, que són les que porta la pilota abans i després d'impactar en el terra. Per tant, $v_{x_o} = 21,88$ m/s i $v_{x_f} = 16,79$ m/s.

Ara que ja tenim totes les dades que necessitem per aconseguir el coeficient de fregament en la superfície de terra batuda, substituïrem en la fórmula que hem aïllat abans i el trobarem:

$$v_{x_f}/v_{x_o} = 1 - \mu(1 + e) \cdot \tan \theta_1$$

$$16,79/21,88 = 1 - \mu(1 + 0,89) \cdot \tan 15,2^\circ$$

$$0,76 = 1 - \mu \cdot 0,513$$

$$-0,24 = -0,513\mu$$

$$\mu = \frac{-0,24}{-0,513} = 0,47$$

Com que ja tenim el coeficient de fregament que hi ha hagut en aquest cop, podem calcular de forma experimental la força de fregament.

La força de fregament, si recordem, segueix la següent fórmula: $F_f = \mu \cdot N$ i com hem dit en un punt anterior, la força normal és equivalent al pes de l'objecte ($N = P$), per aquesta regla:

$$F_f = \mu \cdot N$$

$$F_f = \mu \cdot mg$$

$$F_f = 0,46 \cdot 0,057 \cdot 9,8$$

$$F_f = 0,257 \text{ N}$$

El resultat ens indica amb la força total que impacti la bola, aquesta tindrà una pèrdua de 0,257 N.

2.6.2 Força de fregament en greenset

La segona part del experiment és fer el mateix però, canviant de superfície, ara realitzarem un estudi en la superfície de greenset.

Farem els mateixos passos que en l'anterior, o sigui que comencem fixant els eixos de coordenades en el sentit del moviment.

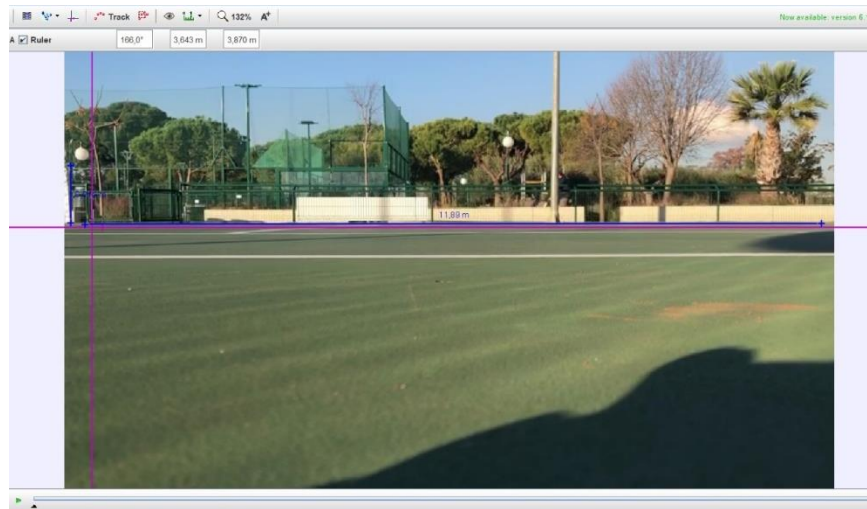


Figura 41. Representació dels eixos de coordenades i els pals de calibratge en el programa.

Podem representar també com és la trajectòria del bot en aquesta superfície:

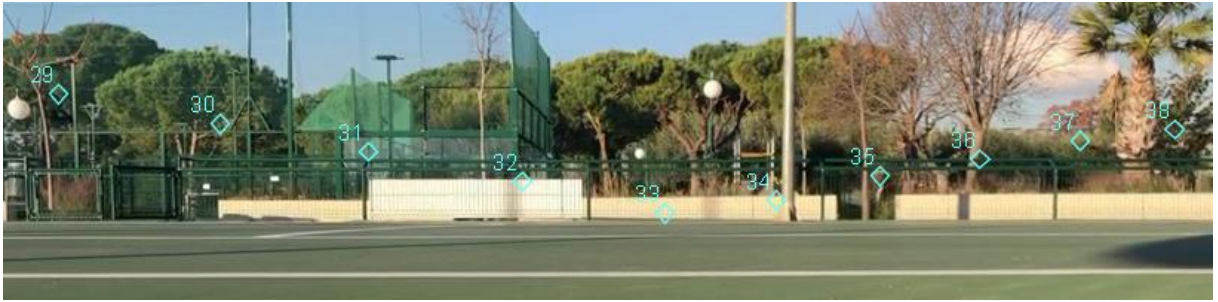


Figura 42. Trajectòria del bot en greenset.

Ara, per calcular l'angle d'incidència, hi aplicarem el transportador d'angles:

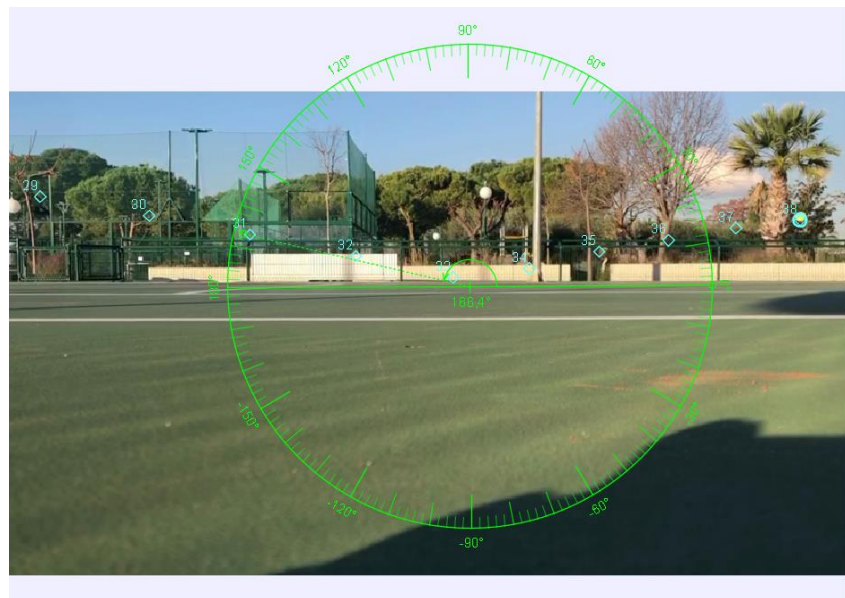


Figura 43. Col·locació del transportador d'angles en el programa.

Quan ho tenim tot a punt, extraurem la taula que ens donarà la velocitat inicial i final del xoc en l'eix X.

t (s)	x (m)	y (m)	v_x (m/s)	Moments (nombres)
0,967	0,231	1,300		29
1,000	1,820	1,011	45,93	30
1,033	3,293	0,737	45,07	31
1,067	4,825	0,433	44,20	32
1,100	6,240	0,116	37,70	33
1,133	7,338	0,260	31,85	34
1,167	8,363	0,491	30,33	35
1,200	9,360	0,664	29,68	36
1,233	10,34	0,838	28,82	37
1,267	11,28	0,953		38

Taula 4. Taula sobre les dades en els diferents moments del bot de la pilota (greenset).

Observant la taula, podem veure que el moment abans del bot és el 33, i el de després és el 34. Per tant, podem afirmar que la $v_{x0} = 44,2$ m/s i la $v_{xf} = 37,7$ m/s.

Per calcular les altres dades, seguirem els mateixos passos d'abans. Pel coeficient de restitució utilitzarem la fórmula que relaciona l'altura final i inicial.

L'altura inicial, com hem dit abans, és la d'impacte del cop, per tant, 1,5 m (y_o). L'altura inicial l'extraiem del moment més alt de la pilota després del bot, és a dir, 0,953 m (y_f).

Per tant, el coeficient de restitució en aquest cas serà:

$$e = \sqrt{\frac{y_f}{y_o}}$$

$$e = \sqrt{\frac{0,953}{1,5}}$$

$$e = 0,79$$

Per calcular l'angle d'incidència, restarem com hem fet abans 180, de l'angle que ens surt en el transportador d'angles, que en aquest cas és 162,4.

$$\alpha = 180 - 166,4 = 13,6^\circ$$

Ara que ja tenim totes les dades necessàries, procedim a substituir-les en l'equació per trobar el coeficient de fregament:

$$v_{xf}/v_{xo} = 1 - \mu(1 + e) \cdot \tan \theta_1$$

$$37,7/44,2 = 1 - \mu(1 + 0,79) \cdot \tan(13,6^\circ)$$

$$0,85 = 1 - \mu \cdot 0,43$$

$$-0,15 = -0,43\mu$$

$$\mu = \frac{-0,15}{-0,43} = 0,35$$

Quan ja hàgim calculat el coeficient de fregament, estarem llestos per calcular la força de fricció:

$$F_f = \mu \cdot N$$

$$F_f = \mu \cdot mg$$

$$F_f = 0,35 \cdot 0,057 \cdot 9,8$$

$$F_f = 0,195 \text{ N}$$

Això vol dir que haurem de restar de la força de la pilota 0,195 N, per culpa de la fricció produïda en el terra.

2.6.3 Conclusions sobre la força i el coeficient de fregament

En aquest estudi, volíem observar les forces de fregament que contenien dues pilotes en dues superfícies diferents. Els resultats ens indiquen que en la terra batuda, la pilota té una major fricció que en el greenset, per tant, hem pogut confirmar que la pista de greenset és més ràpida que la de terra batuda. Ens han sortit uns coeficients de fregaments de 0,47 i de 0,35 per terra i greenset respectivament. Aquests no són els que poden arribar a ser oficials, els oficials oscil·len entre 0,8 i 0,7 respectivament.

Clar, els nostres es troben en una proporció igual que els darrers però, no són la mateixa xifra numèrica. Això es dona perquè aquest experiment es pot fer d'infinites maneres, ja que les velocitats augmentar o poden disminuir. Després els angles d'incidència poden arribar a variar en un interval també molt extens, que farà que les altures també variïn. Per tant, podem concloure que hem calculat els coeficients de fregament pel nostre experiment determinat, però que si haguéssim realitzat els vídeos d'una altra manera, ens podrien haver donat dades molt diferents.

Sabrem que hem realitzat bé l'estudi per si el coeficient de fregament de terra és més alt que el de greenset en una proporció determinada. Però, per exemple, si ens sortís el coeficient de greenset més gran o igual que el de la terra batuda, sí que hauríem portat a cap malament l'estudi.

3. CONCLUSIONS DEL TREBALL

En finalitzar aquest treball, puc confirmar que he après moltes coses que desconeixia d'una cosa la qual tinc molt propera, com és el meu esport.

Per començar, gràcies al primer punt sobre la història dels elements tennístics, he pogut aprendre moltíssimes coses sobre els elements que formen el meu esport. Jo sabia la forma d'algunes raquetes antigues perquè el meu avi havia jugat amb alguna d'aquestes, però no tenia ni idea de moltes coses que menciono respecte a les raquetes antigues. Gràcies a aquest punt també he pogut adquirir uns certs coneixements de com era el tennis en diferents èpoques, ja que al anar parlant sobre els objectes, em podia anar construint en la ment com era el tennis en cada moment de la història.

A la part principal, he pogut descobrir més enllà del tennis gràcies a la ciència. El fet que m'ha sorprès més ha sigut el de l'Efecte Magnus, perquè quan jugues, penses que els efectes es donen d'una manera i ja està, és a dir, que no hi ha res més enllà d'aquell fet. Però gràcies a la recerca i a l'extensió d'aquest fet en l'experimentació de la part pràctica, he aconseguit saber perquè passa això i que influencia el canvi de trajectòria en aquests efectes.

He pogut descobrir com és el tennis per dins i que el fa possible o canviant. Gràcies a aquest treball he pogut comprendre més de l'esport que practico des que soc petit.

Respecte als objectius, puc confirmar la totalitat d'aquests, perquè crec que he pogut transformar la relació entre la ciència i el tennis de manera entenedora en el treball, perquè tothom pugui comprendre el que passa quan practiquem aquest esport i com les característiques de certes coses poden arribar a influenciar tant en un simple fet.

4. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA

Brody, H., Cross, R., & Lindsey, C. (2002). *The Physics and Technology of Tennis*. Racquet Tech Pub. Consultat durant tot el treball.

FORCES I LLEIS DE NEWTON. (n.d.). XTEC. Consultat el 12 de juliol de 2022, des de: <http://www.xtec.cat/~rdavila/fisica1rbat/resumunitat3.pdf>

Pina, S. (n.d.). *Leyes de Newton (resumen): cuáles son, fórmulas y ejemplos*. Significados. Consultat el 16 de juliol de 2022, des de: <https://www.significados.com/leyes-de-newton/>

Ortiz Dosal, L. C. (2021, Julio 13). *Pelotas y aerodinámica*. consultat el 25 de juliol de 2022 2022, des de: https://www.researchgate.net/publication/358677238_Pelotas_y_aerodinamica

Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education. (n.d.). Open Source Physics Test Server. Retrieved Descarregat per primer cop el 30 de juliol de 2022 i utilització successiva fins al final del treball. Des de: <https://physlets.org/tracker/>

Los Efectos de la Pelota en el Tenis. (n.d.). La Web del Tenis. Consultat el 3 d'Agost de 2022, des de: <https://www.lawebdeltenis.net/tenis-efectos/>

Ruta de Ciencia. (2017, July 5). *El EFECTO MAGNUS en 4 MINUTOS | Ruta de Ciencia*. YouTube. Retrieved Consultat el 9 agost de 2022, des de: <https://www.youtube.com/watch?v=Rj9Xox2mRLc>

Efecto Magnus. (n.d.). Wikipedia. Consultat per primer cop el 9 d'agost, 2022, des de: https://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Magnus

Principio de Bernoulli. (n.d.). Wikipedia. Consultat el 11 d'agost de 2022, des de: https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_Bernoulli

Muñoz, J. (2014, April 18). *La Física y la percepción de la velocidad de las pistas*. Puntodebreak. Consultat el 14 d'Agost de 2022, des de <https://www.puntodebreak.com/2014/04/18/la-fisica-y-la-percepcion-de-la-velocidad-de-las-pistas>

Tirrito, F. (n.d.). *Las diferentes superficies del tenis*. Canal Tenis.

Consultat el 20 d'agost de 2022, from <https://canaltenis.com/diferentes-superficies-tenis/>

Brody, H. (n.d.). Tennis Raquet Physics. Consultat per primer cop el 25 d'agost de 2022, des de: <http://www.physics.usyd.edu.au/~cross/tennis.html>

Cross, R., & Lindsey, C. (2013, December 22). *Tennis Ball Trajectories — The Role of Aerodynamic Drag and Lift in Tennis Shots*. Tennis Warehouse University. Consultat per primer cop el 30 d'agost de 2022, des de: https://twu.tennis-warehouse.com/learning_center/aerodynamics2.php

(2014, May 7). Física y Tenística. Consultat per primer cop el 10 de setembre de 2022, des de: <http://ventajanevton.blogspot.com/>

Cantidad de movimiento. (n.d.). Wikipedia. Retrieved Consultat el 23 de setembre de 2022, des de: https://es.wikipedia.org/wiki/Cantidad_de_movimiento

Law of Energy Conservation. (n.d.). Physics of Sport-Tennis. consultat el 15 de octubre de 2022, des de: <https://thephysicsintennis.weebly.com/energy-conservation.html>

Historia de las raquetas de tenis: todas las curiosidades. (2021, May 18). Onlytenis. Consultat el 31 d'octubre de 2022, des de: <https://www.onlytenis.com/blog/historia-de-las-raquetas-de-tenis-todas-las-curiosidades/>

Los cordajes. (2018, May 23). CMC Competition. Consultat el 26 de novembre de 2022, from <https://www.cmcompetition.com/los-cordajes/>

Nogark, S. (n.d.). *Todo sobre cordajes de tenis ! La clave para mejorar tu juego!*. Consultat el 3 de Desembre de 2022 from https://www.youtube.com/watch?v=cgqgrowJ_0Mo&t=638s

Rigidez. (n.d.). Wikipedia. Consultat el 8 de desembre de 2022, des de: <https://es.wikipedia.org/wiki/Rigidez>

(2019, September 26). <https://www.researchgate.net/search?q=> Consultat per primer cop el 9 de Desembre de 2022, i utilitzat successivament fins el final del treball.

ProfeDRJ. (2020, March 6). *Demostración y Aplicación de la Ecuación Barométrica (Presión a diferentes altitudes)*. YouTube. Consultat el 21 de desembre de 2022, des de: <https://www.youtube.com/watch?v=6iarBAOiV5Y>

Fórmula barométrica. (n.d.). Wikipedia. Consultat per primer cop el 21 de

desembre de 2022, des de: https://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmula_barom%C3%A9trica

Tennis racket theorem. (n.d.). Wikipedia. consultat el 27 de desembre de 2022, des de: https://en.wikipedia.org/wiki/Tennis_racket_theorem#Stable_rotation_around_the_first_and_third_principal_axis

TEN Tenis | CSD. (n.d.). Consejo Superior de Deportes. Consultat el 29 de desembre, 2023, des de: <https://www.csd.gob.es/es/csd/instalaciones/politicas-publicas-de-ordenacion/normativa-tecnica-de-instalaciones-deportivas/normas-nide/nide-1-22>

5. FONTS DE LES IL·LUSTRACIONS I TAULES

Figura 1: *Punts de balanç d'una raqueta amb el cap lleuger, una en equilibri i una pesada respectivament.* Font: <https://tennis-uni.com/es/raquetas-de-tenis/> (modificada)

Figura 2: *Representació del eixos en una raqueta.* Font: https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_del_eje_intermedio (modificada)

Figura 3: *Representació del gir de la raqueta segons els eixos.* Font: https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_del_eje_intermedio i <https://alumni.usal.es/r-raqueta-teorema-entender-las-vueltas-dan-las-cosas/> (edició de les dues)

Figura 4: *Representació de la inestabilitat del gir de la raqueta en el segon eix.* Font: <https://icb.u-bourgogne.fr/actualites-fr/comment-distinguer-une-raquette-de-tennis-dun-stylo-a-bille/>

Figura 5: *Gir de la raqueta respecte un eix de rotació.* Font: Realització pròpia

Figura 6, figura 7 i figura 8: *Localització dels nodes de vibració, Localització del centre de percussió (COP), Localització del punt de mínim i de màxim rebot, d'esquerra a dreta, respectivament.* <https://www.amazon.es/HEAD-Radical-Performance-Tennis-Racquet/dp/B08MMJZJ5S> (editat)

Figura 9 i figura 10: *Trajectòria del moviment parabòlic i Trajectòria del moviment horitzontal.* Font: http://tecnicadetenis.blogspot.com/2006/06/golpes-de-definicin_06.html

Figura 11: *Recinte amb les pistes pertanyents a Wimbledon.* Font: <https://www.marca.com/tenis/wimbledon/2021/06/29/60dae871268e3e01248b4661.html>

Figura 12: *Recinte amb les pistes pertanyents a la "Caja Mágica".* Font: <https://www.madrid-open.com/caja-magica/>.

Figura 13: *Recinte amb les pistes pertanyents a la WTA 250 de Bogotà.* Font: <https://www.fedecoltenis.com/site/737?galeria=1>

Figura 14: *Realització dels efectes pla, liftat i tallat respectivament.* Font: <https://especial.elcorreo.com/infografias/olimpiadas/tenis.html> (edició de tres fotos)

Figura 15 i figura 16: *Visualització de l'efecte Magnus en un cop liftat i Visualització de l'efecte Magnus en un cop tallat.* Font: <https://xombit.com/2013/02/nadal-magnus-demoledor-liftado> (amb modificacions)

Figura 17: *Zones amb diferents graus de curvatura de les cordes.* Font: <https://www.onlytenis.com/es/raquetas-de-tenis/8118-raqueta-de-tenis-head-extreme-mp-l-285-gr-2022-724794483428.html>

Figura 18: *Comparació entre la curvatura de cordes llargues i curtes amb variacions en la tensió.* Font: Realització pròpia

Figura 19: *Representació de com la pilota va perdent energia a mesura que bota.* Font: <http://ventajanevton.blogspot.com/>

Figura 20: *Representació del xoc de la pilota amb les cordes d'una raqueta.* Font: <http://ventajanevton.blogspot.com/>

Figura 21: *Representació de la evolució d'un cop des del punt de vista de la quantitat de moviment i l'impuls.* Font: Realització pròpia.

Figura 22: *Representació del que passa en un xoc inelàstic.* Font: Realització pròpia.

Figura 23: *Representació de les diferents superfícies. Terra batuda, greenset, herba i Quick, d'esquerra a dreta.* Font: <https://ligatenis.es/tenis/articulos/tipos-pistas-tenis-tierra-cemento-hierba-sintetica-quick>

Figura 24: *Representació de les forces que té un objecte que esta sotmès a una força F.* Font: Realització pròpia.

Figura 25: *Importació de vídeo al software.* Font: Captura de pantalla del programa tracker.

Figura 26: *Col·locació dels eixos de coordenades.* Font: Captura de pantalla del programa tracker.

Figura 27: *Col·locació dels pals de calibratge.* Font: Captura de pantalla del programa tracker.

Figura 28: *Estudi del moviment d'una pilota*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 29: *Forces de la pilota en l'aire*. Font: <https://www.geocities.ws/cytparatodos/2017/Efecto-Magnus/index.htm>

Figura 30: *Representació d'un radiant en una circumferència*. Font: <https://www.gaussianos.com/que-es-un-radian/>

Figura 31: *Representació d'un radiant en una pilota de tennis*. Font: <https://www.gaussianos.com/que-es-un-radian/>

Figura 32: *Gràfiques de l'efecte liftat*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 33: *Diferents moments d'anàlisi de la trajectòria liftada*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 34: *Gràfiques de la trajectòria del cop tallat*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 35: *Moments de la trajectòria tallada*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 36: *Representació dels eixos de coordenades i els pals de calibratge en el programa*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 37: *Trajectòria del bot en terra batuda*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 38: *Col·locació del transportador d'angles en el programa*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 39: *Angle de 180°*. Font: Realització pròpia.

Figura 40: *Altura d'impacte (y_0)*. Font: <https://vts-tenis.com/blog/2020/tipos-de-golpes-en-el-tenis.php>

Figura 41: *Representació dels eixos de coordenades i els pals de calibratge en el programa*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 42: *Trajectòria del bot en greenset*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Figura 43: *Col·locació del transportador d'angles en el programa*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Taula 1: *Taula de les velocitats respectives a cada instant de la trajectòria liftada*. . Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Taula 2: *Taula de les velocitats respectives a cada instant de la trajectòria tallada*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Taula 3: *Taula sobre les dades en els diferents moments del bot de la pilota (terra batuda)*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

Taula 4: *Taula sobre les dades en els diferents moments del bot de la pilota (greenset)*. Font: Captura de pantalla del programa *tracker*.

6. AGRAÏMENTS

Voldria agrair a totes les persones que han fet possible aquest treball.

A la meva mare, per ajudar-me a revisar el treball i donar-me el seu punt de vista i suport moral. Al meu pare, per donar-me idees i també pel seu suport. Al meu germà per ajudar-me a gravar els vídeos per la part pràctica i resoldre'm algun dubte sobre l'esport. I també volia agrair-li al meu avi el fet de deixar en la nostra família un important i gran esport, com ho és, el tennis.

Després també voldria agrair a la meva tutora, Ariadna Giménez, per tal d'establir tot el seguiment del treball, per ajudar-me en qualsevol dubte que em pogués sorgir i per donar el seu punt de vista del projecte cada vegada que aquest anava evolucionant.

Finalment, voldria agrair als meus amics o a qualsevol persona que m'ha donat la seva opinió personal sobre el treball o m'ha proposat alguna cosa per millorar-lo.

ANNEXOS: RESULTATS DELS EXPERIMENTS PROPOSATS

RESULTATS 1:

$C_1(37) = 0,448$, quan la $v = 23,14$ m/s.

$C_1(38) = 0,448$, quan la $v = 23,18$ m/s.

$C_1(39) = 0,448$, quan la $v = 22,85$ m/s.

$C_1(40) = 0,450$, quan la $v = 22,20$ m/s.

$C_1(41) = 0,450$, quan la $v = 21,77$ m/s.

$C_1(42) = 0,451$, quan la $v = 21,45$ m/s.

$C_1(43) = 0,451$, quan la $v = 21,34$ m/s.

$C_1(44) = 0,452$, quan la $v = 20,95$ m/s.

$C_1(45) = 0,456$, quan la $v = 18,92$ m/s (just abans de botar).

$C_1(46) = 0,461$, quan la $v = 16,97$ m/s (just després de botar).

$C_1(47) = 0,463$, quan la $v = 15,97$ m/s.

$C_1(48) = 0,462$, quan la $v = 16,03$ m/s.

$C_1(49) = 0,463$, quan la $v = 15,97$ m/s.

$C_1(50) = 0,464$, quan la $v = 15,33$ m/s.

$C_1(51) = 0,464$, quan la $v = 15,22$ m/s.

RESULTATS 2:

$$F_S(37) = 2,12 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,448 \text{ i } v = 23,14 \text{ m/s.}$$

$$F_S(38) = 2,12 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,448 \text{ i } v = 23,18 \text{ m/s.}$$

$$F_S(39) = 2,07 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,448 \text{ i } v = 22,85 \text{ m/s.}$$

$$F_S(40) = 1,96 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,450 \text{ i } v = 22,20 \text{ m/s.}$$

$$F_S(41) = 1,88 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,450 \text{ i } v = 21,77 \text{ m/s.}$$

$$F_S(42) = 1,83 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,451 \text{ i } v = 21,45 \text{ m/s.}$$

$$F_S(43) = 1,81 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,451 \text{ i } v = 21,34 \text{ m/s.}$$

$$F_S(44) = 1,75 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,452 \text{ i } v = 20,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(45) = 1,44 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,456 \text{ i } v = 18,92 \text{ m/s.}$$

$$F_S(46) = 1,17 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,461 \text{ i } v = 16,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(47) = 1,04 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,463 \text{ i } v = 15,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(48) = 1,05 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,462 \text{ i } v = 16,03 \text{ m/s.}$$

$$F_S(49) = 1,04 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,463 \text{ i } v = 15,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(50) = 1,04 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,464 \text{ i } v = 15,33 \text{ m/s.}$$

$$F_S(51) = 0,95 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,464 \text{ i } v = 15,22 \text{ m/s.}$$

RESULTATS 3:

$$C_l(37) = 0,297$$

$$C_l(38) = 0,297$$

$$C_l(39) = 0,299$$

$$C_l(40) = 0,302$$

$$C_l(41) = 0,305$$

$$C_l(42) = 0,306$$

$$C_l(43) = 0,307$$

$$C_l(44) = 0,309$$

$$C_l(45) = 0,321$$

$$C_l(46) = 0,333$$

$$C_l(47) = 0,340$$

$$C_l(48) = 0,339$$

$$C_l(49) = 0,340$$

$$C_l(50) = 0,344$$

$$C_l(51) = 0,345$$

RESULTATS 4:

$$F_S(37) = 1,41 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,297 \text{ i } v = 23,14 \text{ m/s.}$$

$$F_S(38) = 1,41 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,297 \text{ i } v = 23,18 \text{ m/s.}$$

$$F_S(39) = 1,38 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,299 \text{ i } v = 22,85 \text{ m/s.}$$

$$F_S(40) = 1,31 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,302 \text{ i } v = 22,20 \text{ m/s.}$$

$$F_S(41) = 1,27 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,305 \text{ i } v = 21,77 \text{ m/s.}$$

$$F_S(42) = 1,24 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,306 \text{ i } v = 21,45 \text{ m/s.}$$

$$F_S(43) = 1,23 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,307 \text{ i } v = 21,34 \text{ m/s.}$$

$$F_S(44) = 1,19 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,309 \text{ i } v = 20,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(45) = 1,01 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,321 \text{ i } v = 18,92 \text{ m/s.}$$

$$F_S(46) = 0,84 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,333 \text{ i } v = 16,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(47) = 0,76 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,340 \text{ i } v = 15,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(48) = 0,77 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,339 \text{ i } v = 16,03 \text{ m/s.}$$

$$F_S(49) = 0,76 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,340 \text{ i } v = 15,97 \text{ m/s.}$$

$$F_S(50) = 0,71 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,344 \text{ i } v = 15,33 \text{ m/s.}$$

$$F_S(51) = 0,70 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,345 \text{ i } v = 15,22 \text{ m/s.}$$

RESULTATS 5:

$$C_l(19) = 0,164$$

$$C_l(20) = 0,165$$

$$C_l(21) = 0,164$$

$$C_l(22) = 0,163$$

$$C_l(23) = 0,165$$

$$C_l(24) = 0,166$$

$$C_l(25) = 0,166$$

$$C_l(26) = 0,167$$

$$C_l(27) = 0,164$$

$$C_l(28) = 0,164$$

$$C_l(29) = 0,169$$

$$C_l(30) = 0,165$$

$$C_l(31) = 0,164$$

$C_l(32) = 0,178$, just abans de produir-se el bot.

$C_l(33) = 0,23$, just després de produir-se el bot.

$$C_l(34) = 0,255$$

$$C_l(35) = 0,262$$

$$C_l(36) = 0,264$$

$$C_l(37) = 0,266$$

$$C_l(38) = 0,269$$

$$C_l(39) = 0,275$$

$$C_l(40) = 0,278$$

$$C_l(41) = 0,279$$

$$C_l(42) = 0,281$$

$$C_l(43) = 0,286$$

$$C_l(44) = 0,286$$

$$C_l(45) = 0,286$$

RESULTATS 6:

$$F_S(19) = 0,28 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,164 \text{ i } v = 13,88 \text{ m/s.}$$

$$F_S(20) = 0,27 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,165 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(21) = 0,28 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,164 \text{ i } v = 13,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(22) = 0,29 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,163 \text{ i } v = 14,12 \text{ m/s.}$$

$$F_S(23) = 0,280 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,165 \text{ i } v = 13,78 \text{ m/s.}$$

$$F_S(24) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,166 \text{ i } v = 13,61 \text{ m/s.}$$

$$F_S(25) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,166 \text{ i } v = 13,59 \text{ m/s.}$$

$$F_S(26) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,167 \text{ i } v = 13,51 \text{ m/s.}$$

$$F_S(27) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,164 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(28) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,164 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(29) = 0,260 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,169 \text{ i } v = 13,29 \text{ m/s.}$$

$$F_S(30) = 0,270 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,165 \text{ i } v = 13,79 \text{ m/s.}$$

$$F_S(31) = 0,280 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,164 \text{ i } v = 13,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(32) = 0,235 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,178 \text{ i } v = 12,24 \text{ m/s.}$$

$$F_S(33) = 0,130 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,230 \text{ i } v = 7,98 \text{ m/s.}$$

$$F_S(34) = 0,096 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,255 \text{ i } v = 6,53 \text{ m/s.}$$

$$F_S(35) = 0,087 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,262 \text{ i } v = 6,14 \text{ m/s.}$$

$$F_S(36) = 0,085 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,264 \text{ i } v = 6,06 \text{ m/s.}$$

$$F_S(37) = 0,083 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,266 \text{ i } v = 5,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(38) = 0,080 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,269 \text{ i } v = 5,83 \text{ m/s.}$$

$$F_S(39) = 0,074 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,275 \text{ i } v = 5,53 \text{ m/s.}$$

$$F_S(40) = 0,072 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,278 \text{ i } v = 5,42 \text{ m/s.}$$

$$F_S(41) = 0,071 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,279 \text{ i } v = 5,39 \text{ m/s.}$$

$$F_S(42) = 0,067 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,281 \text{ i } v = 5,22 \text{ m/s.}$$

$$F_S(43) = 0,065 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,286 \text{ i } v = 5,09 \text{ m/s.}$$

$$F_S(44) = 0,066 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,286 \text{ i } v = 5,11 \text{ m/s.}$$

$$F_S(45) = 0,065 \text{ N} , \text{ amb } C_l = 0,286 \text{ i } v = 5,09 \text{ m/s.}$$

RESULTATS 7:

$$C_l(19) = 0,355$$

$$C_l(20) = 0,356$$

$$C_l(21) = 0,354$$

$$C_l(22) = 0,353$$

$$C_l(23) = 0,355$$

$$C_l(24) = 0,357$$

$$C_l(25) = 0,357$$

$$C_l(26) = 0,357$$

$$C_l(27) = 0,356$$

$$C_l(28) = 0,356$$

$$C_l(29) = 0,359$$

$$C_l(30) = 0,355$$

$$C_l(31) = 0,354$$

$$C_l(32) = 0,367, \text{ just abans de produir-se el bot}$$

$$C_l(33) = 0,404, \text{ just després de produir-se el bot}$$

$$C_l(34) = 0,419$$

$$C_l(35) = 0,423$$

$$C_l(36) = 0,424$$

$$C_l(37) = 0,425$$

$$C_l(38) = 0,426$$

$$C_l(39) = 0,430$$

$$C_l(40) = 0,431$$

$$C_l(41) = 0,431$$

$$C_l(42) = 0,433$$

$$C_l(43) = 0,434$$

$$C_l(44) = 0,434$$

$$C_l(45) = 0,434$$

RESULTATS 8:

$$F_S(19) = 0,604 N , \text{ amb } C_l = 0,355 \text{ i } v = 13,88 \text{ m/s.}$$

$$F_S(20) = 0,590 N , \text{ amb } C_l = 0,356 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(21) = 0,609 N , \text{ amb } C_l = 0,354 \text{ i } v = 13,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(22) = 0,622 N , \text{ amb } C_l = 0,353 \text{ i } v = 14,12 \text{ m/s.}$$

$$F_S(23) = 0,596 N , \text{ amb } C_l = 0,355 \text{ i } v = 13,78 \text{ m/s.}$$

$$F_S(24) = 0,584 N , \text{ amb } C_l = 0,357 \text{ i } v = 13,61 \text{ m/s.}$$

$$F_S(25) = 0,583 N , \text{ amb } C_l = 0,357 \text{ i } v = 13,59 \text{ m/s.}$$

$$F_S(26) = 0,576 N , \text{ amb } C_l = 0,357 \text{ i } v = 13,51 \text{ m/s.}$$

$$F_S(27) = 0,590 N , \text{ amb } C_l = 0,356 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(28) = 0,590 N , \text{ amb } C_l = 0,356 \text{ i } v = 13,69 \text{ m/s.}$$

$$F_S(29) = 0,560 N , \text{ amb } C_l = 0,359 \text{ i } v = 13,29 \text{ m/s.}$$

$$F_S(30) = 0,597 N , \text{ amb } C_l = 0,355 \text{ i } v = 13,79 \text{ m/s.}$$

$$F_S(31) = 0,609 N , \text{ amb } C_l = 0,354 \text{ i } v = 13,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(32) = 0,486 N , \text{ amb } C_l = 0,367 \text{ i } v = 12,24 \text{ m/s.}$$

$$F_S(33) = 0,227 N , \text{ amb } C_l = 0,404 \text{ i } v = 7,98 \text{ m/s.}$$

$$F_S(34) = 0,158 N , \text{ amb } C_l = 0,419 \text{ i } v = 6,53 \text{ m/s.}$$

$$F_S(35) = 0,141 N , \text{ amb } C_l = 0,423 \text{ i } v = 6,14 \text{ m/s.}$$

$$F_S(36) = 0,137 N , \text{ amb } C_l = 0,424 \text{ i } v = 6,06 \text{ m/s.}$$

$$F_S(37) = 0,133 N , \text{ amb } C_l = 0,425 \text{ i } v = 5,95 \text{ m/s.}$$

$$F_S(38) = 0,128 N , \text{ amb } C_l = 0,426 \text{ i } v = 5,83 \text{ m/s.}$$

$$F_S(39) = 0,116 N , \text{ amb } C_l = 0,430 \text{ i } v = 5,53 \text{ m/s.}$$

$$F_S(40) = 0,111 N , \text{ amb } C_l = 0,431 \text{ i } v = 5,42 \text{ m/s.}$$

$$F_S(41) = 0,110 N , \text{ amb } C_l = 0,431 \text{ i } v = 5,39 \text{ m/s.}$$

$$F_S(42) = 0,104 N , \text{ amb } C_l = 0,433 \text{ i } v = 5,22 \text{ m/s.}$$

$$F_S(43) = 0,099 N , \text{ amb } C_l = 0,434 \text{ i } v = 5,09 \text{ m/s.}$$

$$F_S(44) = 0,100 N , \text{ amb } C_l = 0,434 \text{ i } v = 5,11 \text{ m/s.}$$

$$F_S(45) = 0,099 N , \text{ amb } C_l = 0,434 \text{ i } v = 5,09 \text{ m/s.}$$