



**CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN
CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN**
Julian Peláez Restrepo

Dipòsit Legal: T-1798-2011

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

Contribución al estudio de la dinámica y control de un convertidor buck de dos celdas de conmutación



Tesis doctoral

Julián Peláez Restrepo



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Julián Peláez Restrepo

**Contribución al estudio de la dinámica y control de un
convertidor buck de dos celdas de conmutación**

Tesis doctoral

Dirigida por:

Dr. Abdelali El Aroudi

Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, España.

&

Dr. Bruno Gerard Michel Robert

Université de Reims Champagne-Ardenne, Reims, Francia.

Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y
Automática
DEEEA.



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Tarragona

2011

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011



Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria
Edifici L-1, 3a planta despatx 331
Avda. Paisos Catalans, 26
Campus Sescelades
43007 Tarragona SPAIN
Tel.: + 34 977 559 610
Fax:+ 34 977 559 605

Abdelali El Aroudi professor agregado del Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática de la Universidad Rovira i Virgili, y Bruno Gerard Michel Robert profesor del departamento UFR de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Reims Champagne-Ardenne.

Certifican:

Que la presente tesis, titulada “Contribución al estudio de la dinámica y control de un convertidor buck de dos celdas de conmutación”, presentada por Julián Peláez Restrepo para la concesión del grado de Doctor, se ha llevado a cabo bajo supervisión del Departamento de Electrónica, Ingeniería Eléctrica y Automática de esta Universidad, y que cumple todos los requisitos.

Tarragona, 14 de Septiembre, 2011.

.....
Abdelali El Aroudi, PhD.

.....
Bruno G. M. Robert, PhD.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

A mis padres Miryam Elena Restrepo Acosta y Nestor Peláez Restrepo

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por haber inculcado en mi grandes deseos de superación, de haberme hecho soñar en mi infancia y juventud en aspiraciones que dadas mis condiciones parecían imposibles. Agradezco infinitamente a ellos que siempre creyeron en mi que me apoyaron durante toda mi formación a la que varias veces quise desistir. Quería agradecer especialmente a mi tutor Abdelali El Aroudi dado que sin su guía y conocimiento, esta tesis no habría sido posible. Por estar siempre disponible a corregirme y a aportar cada día en mi formación como doctor, por mantener un ambiente de trabajo ameno y estimulante. Por darme a conocer durante varias tertulias su punto de vista en varios temas, lo cual ha enriquecido mi forma de ver el mundo. También agradezco a mi co-tutor Bruno Gerard Michel Robert por brindarme la oportunidad de hacer una estancia doctoral en su universidad, por sus consejos en el diseño experimental del convertidor, y por su paciencia para transmitirme sus ideas.

A mis compañeros de doctorado quiero darle infinitas gracias especialmente a Carlos Eduardo Carrejo González por su apoyo, compañía y experiencias en el transcurso de mi estancia en esta universidad. A Adolfo Andrés Jaramillo Matta por haber estado pendiente en varias ocasiones de mi rendimiento y por las cenas en el Wok. A Dejan Kos por haber sido compañero en la universidad y en la masía donde se dieron largas tertulias y discusiones tanto profesionales como cotidianas. Finalmente agradezco la compañía que me brindaron Freddy Flores Bahamonde y Carlos Torres Pinzón.

Expreso mis agradecimientos al Profesor Luis Martínez Salamero por sus apropiados comentarios durante mi formación, y por brindarme la oportunidad de pertenecer a su grupo de trabajo. Agradezco también a todo el grupo GAEL, y a todo el Departamento de Ingeniería Electrónica. Agradezco infinitamente a la Universitat Rovira i Virgili por su soporte económico a lo largo de estos años.

Quiero también dar las gracias a todos los amigos que han hecho mi estancia en España agradable. A los amigos Pedro Valdez Cavero, Alexandra Salazar y Teodora Suciú por todos los buenos momentos compartidos. Y a toda mi familia en general que a lo largo del periodo de desarrollo de esta tesis se han comunicado conmigo deseándome

siempre salud y animo.

En todos los casos, mis agradecimientos no se alcanzan a expresar en palabras, muchas gracias!!!.

Contribución al estudio de la dinámica y control de un convertidor buck de dos celdas de conmutación

por

Julián Peláez Restrepo

Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática
DEEEA.

Universitat Rovira i Virgili
Tarragona, 2011

Resumen

El presente trabajo es una contribución al estudio de la estabilidad de un convertidor buck de dos celdas utilizando diferentes estrategias de control.

En el capítulo 1 se hace una introducción general de la electrónica de potencia y sus diferentes aplicaciones en el manejo eficiente de la energía eléctrica. A continuación se nombran las topologías típicas de los convertidores conmutados DC/DC, y sus principales estrategias de modulación. Luego se exponen los fundamentos de los sistemas dinámicos y como ejemplo se expone un convertidor boost y los diferentes comportamientos dinámicos que exhibe. Finalmente se hace una recopilación bibliográfica de las diferentes técnicas de modelado de los convertidores conmutados DC/DC, el análisis de la estabilidad de estos, y se exponen los trabajos más reconocidos acerca de los convertidores multi-celulares.

En el capítulo 2 se hace un estudio general de estos convertidores, explicando por que son útiles para aplicaciones de alta tensión. Seguidamente se muestran las diferentes topologías que se pueden desarrollar. Finalmente se exponen tres aplicaciones actuales de los convertidores multi-celulares para máquinas DC y locomotoras, cómo amplificadores de RF, y una aplicación cómo interface entre un bus DC a la salida de una celda de combustible y un banco de baterías.

En el capítulo 3 se exponen tres formas de modelar un convertidor, empezando por el modelo natural que es el modelo conmutado, desde el cual se deduce el modelo promediado que es el más utilizado para diseños en tiempo continuo. Seguidamente, se expone el modelo discreto obtenido desde una sección de Poincaré del modelo conmutado y tiene la característica de predecir de manera sencilla todas las dinámicas del convertidor tanto lentas (promediadas) como rápidas debidas a la conmutación. Por último se presenta el modelo en fasores dinámicos del convertidor que permite predecir las dinámicas del convertidor de manera muy precisa, pero es bastante complicado para realizar un estudio analítico de la estabilidad. Al final de este capítulo se comparan las formas de onda en transitorio y en estado estacionario que proporcionan cada uno de los modelos, llegando a la conclusión de que el modelo promediado no

predice el balance natural del condensador flotante, pero el modelo armónico con sólo su componente DC sí predice este balance.

En el capítulo 4 se hace un estudio del convertidor con el modelo promediado y el discreto en lazo cerrado para los controladores Proporcional (P) y Proporcional Integral (PI). Se hace un estudio analítico de cada uno de los modelos definiendo el espacio de parámetros estable.

En el capítulo 5 se utiliza sólo el modelo discreto del convertidor buck de dos celdas y se proponen dos algoritmos de control con el fin de estabilizar el sistema para ampliar el rango de parámetros estable. El control TDFC permite ampliar el espacio de parámetros estable pero tiene un error de estado estacionario. El GTDFC también permite estabilizar un rango de parámetros, y tiene la ventaja de tener un error de estado estacionario nulo. En ambos casos se hace un estudio analítico con su respectivo espacio de parámetros estable.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones y los trabajos futuros que pueden continuar aportando a este trabajo.

En el apéndice A Se da una descripción de como se hizo la implementación en el laboratorio del convertidor buck de dos celdas.

Supervisores de tesis:

Dr. Abdelali El Aroudi, Universitat Rovira i Virgili.

Dr. Bruno Robert, Université de Reims Champagne-Ardenne.

Índice general

Dedicatoria	VII
Glosario	XXV
Lista de símbolos	XXVI
Acrónimos	XXVII
1. Introducción a la dinámica de los convertidores	1
1.1. Introducción	1
1.2. Sistemas de procesado de potencia	2
1.3. Control de convertidores de potencia	7
1.3.1. Control PWM en modo de tensión	7
1.3.2. Control PWM en modo de corriente	8
1.3.3. Control por modo deslizante	9
1.4. Sistemas dinámicos	11
1.4.1. Clasificación de los sistemas dinámicos	12
1.4.2. Sistemas dinámicos en tiempo continuo	12
1.4.3. Sistemas dinámicos en tiempo discreto	12
1.4.4. Sistemas dinámicos autónomos y no autónomos	13
1.4.5. Sistemas lineales y no lineales	13
1.4.6. Geometría y estabilidad de los sistemas dinámicos	14
1.4.7. Puntos de equilibrio	16
1.4.8. Ciclos límite	17
1.4.9. Cuasiperiodicidad	19

XIV

1.4.10. Trayectorias caóticas	20
1.4.11. Mapa de Poincaré	21
1.4.12. Dinámicas en tiempo discreto	22
1.4.13. Un convertidor como ejemplo de sistema dinámico discreto . .	23
1.5. Comportamientos dinámicos	25
1.6. El modelo promediado de convertidores	27
1.7. El modelo armónico	29
1.8. Análisis de estabilidad	29
2. Topologías básicas y derivadas de convertidores multi-celulares	31
2.1. Introduction	31
2.2. Aplicaciones en celdas de combustible	36
2.3. Aplicaciones en de alto voltaje para locomotoras y máquinas eléctricas	40
2.4. Aplicaciones en amplificadores de banda ancha	43
2.5. Modelado y análisis de la estabilidad del convertidores multi-celulares	45
3. Técnicas de modelización del convertidor buck de dos celdas de con-	
mutación	49
3.1. Introducción	50
3.2. Modelo conmutado	51
3.3. Modelo promediado	59
3.4. Funciones de transferencia del modelo en tiempo continuo	60
3.5. Modelo en tiempo discreto	67
3.6. Funciones de transferencia apartir del modelo en tiempo discreto . . .	72
3.7. Modelo armónico en fasores dinámicos	76
3.8. Fasores dinámicos	78
3.9. Comparación de los modelos	84
3.9.1. Simulación del modelo conmutado	85
3.9.2. Simulación del modelo promediado	86

3.9.3. Simulación del modelo discreto	86
3.9.4. Simulación del modelo armónico	87
3.9.5. Comparación entre la simulación del modelo promediado y la componente DC del modelo armónico	88
3.9.6. Comparación entre la simulación del modelo discreto y el mo- delo conmutado	88
3.9.7. Comparación entre la simulación del modelo armónico y el mo- delo conmutado	89
3.9.8. Comparación de las simulaciones en PSIM con los resultados experimentales	89
4. Control del convertidor buck de dos celdas y análisis de su estabili- dad	95
4.1. Introducción	96
4.2. Descripción del sistema	98
4.3. Control de la tensión del condensador flotante	100
4.4. Control del voltaje de salida	101
4.5. Síntesis de la ley de control basado sobre el modelo promediado . . .	103
4.5.1. Control Proporcional	104
4.5.2. Control Proporcional Integral	105
4.6. Síntesis de la ley de control basado sobre el modelado discreto	108
4.6.1. Control Proporcional	109
4.6.2. Simulaciones y datos experimentales con el control proporcional.	111
4.6.3. Control Proporcional Integral (PI)	114
4.6.4. Simulaciones y datos experimentales con el control PI.	118
5. Estabilización por realimentación con retraso temporal en tiempo discreto	123
5.1. Introducción	124

5.2. Estabilización por TDFC	126
5.2.1. Análisis lineal de estabilidad	127
5.2.2. Simulaciones y datos experimentales con el control TDFC. . .	130
5.3. Diseño del controlador dinámico digital	131
5.3.1. Funciones de transferencia en el dominio z	131
5.3.2. Control TDFC generalizado	133
5.4. Estabilidad local con un TDFC generalizado	135
5.5. Validación del controlador	139
6. Aportaciones principales, Perspectivas y Trabajos Futuros	143
6.1. Principales aportaciones	143
6.2. Trabajos futuros	145
Apéndices	147
A. Implementación	147
B. Programas del DSP	155
B.1. Control P	155
B.2. Control PI	158
B.3. Control TDFC	161
B.4. Control GTDFC	164
B.5. Programa principal y configuración	167
Bibliografía	191

Índice de figuras

1-1. Señal de onda cuadrada aplicada a la carga resistiva.	3
1-2. Concepto ideal de un convertidor buck DC-DC.	4
1-3. Diagrama circuital del convertidor buck DC-DC.	4
1-4. Convertidor buck. (a) Configuración 1 $(S,D)=(ON,OFF)$. (b) Configuración 2 $(S,D)=(OFF,ON)$	5
1-5. Configuración 3 $(S,D)=(OFF,OFF)$ del convertidor buck.	5
1-6. Diagrama esquemático del control PWM en modo de tensión.	7
1-7. Diagrama esquemático del control PWM en modo de corriente, o control por corriente programada.	8
1-8. Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable, cuando existe un modo deslizante en el segmento Σ	9
1-9. Diagrama esquemático de la implementación de un convertidor DC/DC con un control en modo deslizante	11
1-10. (a) Serie de tiempo de un sistema dinámico, (b) Plano de fases de un sistema dinámico.	15
1-11. Retrato de fases de un sistema dinámico.	15

XVIII

1-12. Espacio de estados de un sistema lineal de 2 dimensiones en la vecindad de un punto de equilibrio. (a) Nodo atractor: Ambos auto-valores negativos y reales. (b) Nodo repulsor: Ambos auto-valores positivos y reales. (c) Silla: Un auto-valor negativo y otro positivo, ambos reales. (d) Foco atractor: Auto-valores complejos con parte real negativa. (e) Foco repulsor: Auto-valores complejos con parte real positiva. (f) Centro: Auto-valores imaginarios puros.	18
1-13. Trayectorias de un sistema no lineal de 2 dimensiones en la vecindad de un ciclo limite. (a) Ciclo limite estable. (b) Ciclo limite inestable. (c) Ciclo limite silla.	18
1-14. (a). Toro 2D debido a un comportamiento cuasiperiódico [El Aroudi and Leyva, 2001]. (b). Sección de Poincaré de un Toro 2D debido a un comportamiento cuasiperiódico.	19
1-15. Comportamiento caótico del circuito de Chua (a) Serie de tiempo caótica. (b) Atractor extraño.	20
1-16. Mapa de Poincaré de una orbita periódica.	21
1-17. Espacio de estados de un sistema discreto de 2 dimensiones en la vecindad de un punto fijo. (a) Nodo atractor: $0 < \{\lambda_1, \lambda_2\} < 1$ y reales. (b) Nodo repulsor: $\{\lambda_1, \lambda_2\} > 1$ y reales. (c) Silla regular: $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_2 > 1$, ambos reales. (d) Silla flip: $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_2 < -1$, ambos reales. (e) Foco atractor: Auto-valores complejos con $\{ \lambda_1 , \lambda_2 \} < 1$. (f) Foco repulsor: Auto-valores complejos con $\{ \lambda_1 , \lambda_2 \} > 1$	23
1-18. Convertidor boost DC-DC.	23
1-19. Control PI con PWM en lazo de corriente.	24
1-20. Serie de tiempo de la corriente del convertidor boost en lazo cerrado correspondiente a una orbita periódica.	26
1-21. Sección de Poincaré correspondiente a una orbita periódica del convertidor boost en lazo cerrado.	26

1-22. Serie de tiempo de la órbita de periodo 2 del convertidor boost en lazo cerrado.	26
1-23. Sección de Poincaré de la órbita de periodo 2 del convertidor boost en lazo cerrado.	26
1-24. Serie de tiempo de la órbita de periodo 9 del convertidor boost en lazo cerrado.	27
1-25. Sección de Poincaré de la órbita de periodo 9 del convertidor boost en lazo cerrado.	27
1-26. Serie de tiempo caótica del convertidor boost en lazo cerrado.	28
1-27. Sección de Poincaré de la serie de tiempo caótica del convertidor boost en lazo cerrado.	28
2-1. Convertidor buck con conmutadores en serie.	32
2-2. Convertidor buck con conmutadores en serie balanceado con fuentes de tensión.	32
2-3. Convertidor buck multi-celular de p celdas.	33
2-4. Arreglo multi-celular de p celdas.	33
2-5. Convertidor boost multi-celular de p celdas.	34
2-6. Convertidor buck-boost multi-celular de p celdas.	34
2-7. Ondulador multi-celular (Full-Bridge) de $2p$ celdas.	34
2-8. Forma de onda de voltaje $v_S(t)$ de un ondulador de tres celdas de puente completo.	35
2-9. Forma de onda de voltaje de salida $v_0(t)$ de un ondulador de tres celdas de puente completo.	35
2-10. Sistema de potencia híbrido batería-celda de combustible.	37
2-11. Convertidor buck de dos celdas BDC usado en [Jin et al., 2010].	37
2-12. Magnitud del rizado de los convertidores BDC simple y multi-celular.	39
2-13. Rectificador controlado para líneas de tren de alto voltaje.	41
2-14. Convertidor reductor para líneas de tren de alto voltaje.	41

2-15. Tres celdas de conmutación para una aplicación industrial de alto voltaje VSI.	42
2-16. Ajuste de la señal moduladora para RFPA	43
2-17. Convertidor buck de dos celdas [Yousefzadeh et al., 2006a].	44
2-18. (a). Forma de onda del voltaje de salida del convertidor buck de dos celdas. (b). Señal modulada de RF con un convertidor buck de dos celdas. 45	
3-1. Convertidor buck multi-celular de p -celdas.	51
3-2. Circuito equivalente del convertidor buck multi-celular de p -celdas. . .	52
3-3. Convertidor buck de dos celdas.	53
3-4. Configuración \mathcal{C}_1 (OFF,ON) del convertidor buck de dos celdas. . . .	53
3-5. Configuración \mathcal{C}_2 (ON,ON) del convertidor buck de dos celdas.	54
3-6. Configuración \mathcal{C}_3 (ON,OFF) del convertidor buck de dos celdas. . . .	54
3-7. Configuración \mathcal{C}_4 (OFF,OFF) del convertidor buck de dos celdas. . . .	55
3-8. Circuito equivalente del convertidor representando los MOSFET con interruptores.	56
3-9. Circuito equivalente del convertidor buck de dos celdas.	58
3-10. Diagrama de bloques del convertidor buck de dos celdas.	68
3-11. Mapa lineal a tramos del modo de operación M_1	68
3-12. Modo de operación M_1	69
3-13. Modelo en funciones de transferencia del convertidor buck de dos celdas a partir del modelo en tiempo discreto.	77
3-14. Convertidor buck de dos celdas sin condensador de salida.	77
3-15. Señales de control u_1 y u_2 para el convertidor buck de dos celdas. . .	83
3-16. Formas de onda de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo conmutado del convertidor buck de dos celdas.	85

3-17. Respuesta temporal de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo promediado del convertidor buck de dos celdas.	86
3-18. Muestras de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo discreto del convertidor buck de dos celdas.	87
3-19. Series de tiempo de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo armónico del convertidor buck de dos celdas.	87
3-20. Comparación de la respuesta temporal de la simulación de la componente continua del modelo armónico con la simulación del modelo promediado del convertidor buck de dos celdas.	88
3-21. Comparación de las respuestas mediante la simulación del modelo conmutado vs la simulación del modelo discreto del convertidor buck de dos celdas.	89
3-22. Comparación de las respuestas mediante la simulación del modelo armónico, con sus dos primeras componentes y la componente continua vs la simulación del modelo conmutado del convertidor buck de dos celdas.	90
3-23. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$	90
3-24. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$	91
3-25. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$, aumentado para ver las formas de onda	91

3-26. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$, aumentado para ver las formas de onda	92
3-27. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$	92
3-28. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$	93
3-29. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$, aumentado para ver las formas de onda	93
3-30. Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$, aumentado para ver las formas de onda	94
4-1. Esquema simplificado de un convertidor DC-DC buck de dos celdas bajo la acción de un controlador digital.	98
4-2. Diagrama de bloques a del convertidor buck de dos celdas en lazo cerrado.	101
4-3. Esquema del lazo de control del convertidor buck de dos celdas.	106
4-4. Control proporcional en tiempo discreto del convertidor buck de dos celdas.	109
4-5. Espacio de parámetros estable k_i vs k_v	112
4-6. Diagrama de bifurcación tomando como parámetro de bifurcación a k_i con $k_v = 0,04$	112
4-7. Formas de onda del montaje experimental con control proporcional. (a),(b) con $k_i = 0,04$. (c),(d) con $k_i = 0,45$	113
4-8. Control PI en tiempo discreto del convertidor buck de dos celdas.	115
4-9. Espacio de parámetros estable k_i vs τ_0 . Cuando $\tau_0 \cong T$ domina la ecuación (4.50)	118

4-10. Espacio de parámetros estable k_i vs τ_0 . Cuando $\tau_0 \cong T/2$ domina la ecuación (4.51)	119
4-11. Diagrama de bifurcación con el controlador PI con $\tau_0 = 85 \mu s$	119
4-12. Formas de onda del montaje experimental con control proporcional. (a),(b) $k_i = 0,04$. (c),(d) $k_i = 0,45$	120
4-13. Forma de onda caótica del montaje experimental con control proporcional.	121
5-1. Zona de parámetros estables $k_i - \eta_i$	129
5-2. Diagrama de bifurcación con TDFC.	130
5-3. Formas de onda del montaje experimental con control TDFC. (a),(b) $k_i = 0,2$. (c),(d) $k_i = 0,6$	131
5-4. Espacio de parámetros estable γ vs β	137
5-5. Espacio de parámetros estable δ vs k_i con $\gamma\beta < 0$	138
5-6. Diagrama de bifurcación del controlador GTDFC.	139
5-7. Formas de onda del montaje experimental con control GTDFC. (a),(b) $k_i = 0,2$. (c),(d) $k_i = 0,7$	140
5-8. Comparación de la acción de estabilización del control PI y P con el algoritmo GTDFC. (a),(b) Control P $k_i = 0,4$. (c),(d) Control PI $k_i = 0,5$	141
A-1. Tarjeta de desarrollo y sus puertos	149
A-2. Puerto P8 de la tarjeta de desarrollo	150
A-3. Puerto P9 de la tarjeta de desarrollo	152
A-4. Foto montaje del convertidor	153
A-5. Foto board del convertidor	153

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Glosario

Notaciones

$x(t)$	Variable de tiempo continuo
x_n	Variable de tiempo discreto nT
$\bar{x}(t)$	Variable promediada
X	Variable en estado estacionario
\hat{x}	Variable incremental
\mathbb{R}	Conjunto de números reales
\mathbb{R}^n	Conjunto de vectores reales de dimensión n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto de matrices de dimensión $n \times m$
\mathbf{M}^\top	Traspuesta de la matriz \mathbf{M}
$\text{tr}(\mathbf{M})$	Traza de la matriz \mathbf{M}
$\det(\mathbf{M})$	Determinante de la matrix \mathbf{M}
I	Matriz identidad de dimensión apropiada
$\Re(\cdot)$	Parte real de un número complejo
$\Im(\cdot)$	Parte imaginaria de un número complejo
j	Unidad imaginaria pura
$ \cdot $	Valor absoluto

Lista de símbolos

v_1	Tensión del condensador flotante
i_L	Corriente de la bobina
\mathbf{x}	Vector de estados
d_1	Ciclo de trabajo del conmutador S_1
d_2	Ciclo de trabajo del conmutador S_2
$x_{d,n}$	Variable de estado dependiente del controlador
T	Período de conmutación
τ_0	Tiempo integral
k_i	Ganancia de corriente
k_v	Ganancia de voltaje
V_{in}	Voltaje de entrada
V_{ref}	Voltaje de referencia
I_{ref}	Voltaje de referencia
f	Frecuencia de conmutación
R	Resistencia de carga
L	Inductancia
C	Capacidad
e	Error
S	Conmutador controlado
D	Diodo
ω_s	Frecuencia angular

Acrónimos

CAD	Diseño Asistido por Computador
DPWM	Modulación de Ancho de Pulso Digital
CCM	Modo de Conducción Continuo
DCM	Modo de Conducción Discontinuo
ETDFC	Control por realimentación y con retraso temporal extendido
ESR	Resistencia Rerie Equivalente
LTI	Lineal y Invariante en el Tiempo
MIMO	Múltiple Entrada Múltiple Salida
PI	Acción Proporcional Integral
PWM	Modulación de Ancho de Pulso
TDFC	Control por Realimentación con Retraso Temporal
SISO	Una Entrada Una Salida
VSS	Sistema de Estructura Variable
UPS	Fuente de Poder Ininterrumpida
DDE	Ecuación Diferencial por Retardos
ODE	Ecuación Diferencial Ordinaria
PDE	Ecuación Diferencial de Derivadas Parciales
BDC	Convertidor Bi-direccional
THD	Distorsión Armónica Total

XXVIII

GTO	Tiristor Desactivado por Compuerta
IGBT	Transistor Bipolar de Compuerta Aislada
RMS	Valor Medio Cuadrático
HVDC	Corriente Directa de Alta Tensión
RFPA	Amplificador de Potencia para Radio Frecuencia
VAR	Volti-Amperios Reactivos (Unidad de medida de la potencia reactiva)
PFC	Corrector de Factor de Potencia

Capítulo 1

Introducción a la dinámica de los convertidores

Resumen

En este capítulo, primero se hará una pequeña introducción a los circuitos de procesado de potencia elementales y su esquemas tradicionales de control. También se repasarán unos conceptos fundamentales de sistemas dinámicos no lineales. Finalmente se hará un breve resumen de los trabajos pasados sobre la caracterización de la dinámica no lineal de los circuitos de procesado de potencia en general y de convertidores DC/DC en particular, utilizando varios modelos.

1.1. Introducción

Los convertidores conmutados DC/DC son circuitos electrónicos, cuyo objetivo es obtener una salida de tensión regulada con mínimas pérdidas de potencia, por lo tanto con una alta eficiencia. El estudio de estos sistemas es bastante complejo. Estos sistemas exhiben dinámicas no lineales, debidas a la conmutación. Su estudio abarca un amplio campo del conocimiento que incluye la electrónica, métodos de modelado, sistemas dinámicos, y teoría de control.

1.2. Sistemas de procesamiento de potencia

La electrónica de potencia es una disciplina emergente de la ingeniería eléctrica/electrónica, que ha tenido un impacto extensivo de aplicación industrial, comercial, residencial, aeroespacial, y militar. Dentro de las posibles aplicaciones que ha tenido la electrónica de potencia se encuentran: el manejo de luz, temperatura, fuentes de potencia AC/DC, procesos electrostáticos, manejo y control de máquinas eléctricas (motores), correctores de factor de potencia (PFC), compensadores y generadores estáticos de VAR. Un estudio amplio de las aplicaciones de la electrónica de potencia puede verse en los artículos [Bose, 1992], [Mohan et al., 2004]. En la electrónica de potencia hay diversos circuitos para el manejo eficiente de la energía entre ellos están:

- Los circuitos rectificadores AC/DC no controlados, cuya función es transformar la energía eléctrica alterna en energía de corriente directa. Utilizados como la primera etapa de toda fuente de alimentación que tienen los aparatos electrónicos de consumo.
- Los rectificadores AC/DC controlados, además también modifican la magnitud de la corriente directa recortando la señal rectificada. Inicialmente muy utilizados en el control de motores DC y en fuentes de alimentación de corriente continua variables, pero hoy en día son comunes solo cuando alimentan a cargas puramente resistivas como sistemas de calefacción, o en tensiones muy altas dado que los tiristores soportan muy altas diferencias de potencial, pero su velocidad de conmutación es muy lenta, usualmente de cientos de hertz.
- Los convertidores DC/DC, que pueden reducir o elevar la tensión de salida. Son los equivalentes en DC de los transformadores AC. Los convertidores DC/DC se utilizan en fuentes de alimentación reguladas, y variadores de velocidad para motores DC.

- Los circuitos DC/AC o onduladores, cuya función es transformar una fuente de corriente continua en una fuente de corriente alterna con una amplitud, fase y frecuencia deseadas. Son muy utilizados en sistemas de fuentes ininterrumpidas (UPS).
- Los circuitos AC/AC, a base de tiristores, operan a bajas frecuencias de conmutación, son bastante sencillos y recortan la señal variando solo el valor medio de la corriente AC o el voltaje AC, son muy utilizados en sistemas de calefacción.
- Los circuitos AC/DC/AC basados en puentes H de conmutadores controlados, que pueden modificar la amplitud, la frecuencia y la fase de la señal de salida. Usualmente estos circuitos son la combinación de un rectificador controlado, un convertidor DC/DC y un ondulador. Estos son ampliamente utilizados en variadores de velocidad de motores AC, y en sistemas de generación.

Dentro de los sistemas de procesado eficiente de la energía eléctrica, el presente trabajo esta interesado en los convertidores conmutados DC/DC, ya que son la base de la electrónica de potencia moderna, gracias a la aparición de nuevos dispositivos de conmutación cada vez más rápidos y con menores perdidas de conmutación.

Así, dentro de los convertidores conmutados DC/DC tenemos tres topologías básicas que se utilizan según la necesidad de aumentar, disminuir la tensión de salida o ambas, ellas son las topologías buck, boost, y el buck-boost.

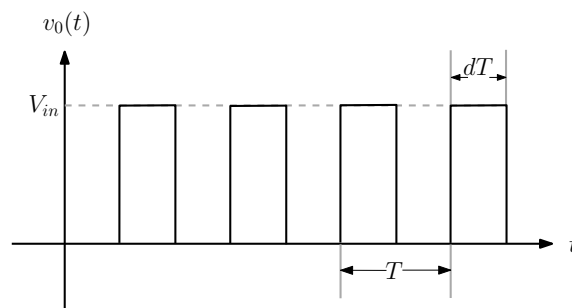


Figura 1-1: Señal de onda cuadrada aplicada a la carga resistiva.

La idea de un convertidor buck (step-down) o reductor es obtener un voltaje de salida de valor medio \bar{v}_0 menor que el voltaje de entrada V_{in} , a través de un conmutador controlado, el cual se conmuta de manera periódica según la señal de la Figura 1-1.

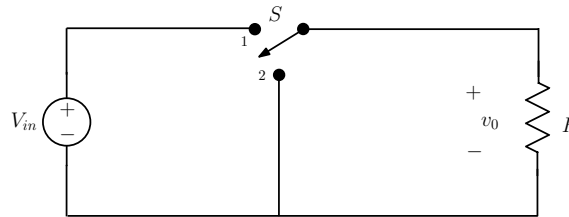


Figura 1-2: Concepto ideal de un convertidor buck DC-DC.

Así, el conmutador permite o no el paso de corriente hacia la carga. Una idea bastante simple es el circuito conmutado de la Figura 1-2 que tiene una carga puramente resistiva R .

Esta carga tendrá una tensión igual a la de la fuente de voltaje V_{in} cuando el conmutador S este en la posición 1, y una tensión nula cuando el conmutador este en la posición 2. La tensión aplicada a la carga resistiva tendrá una forma de onda cuadrada, con un valor medio $\bar{v}_0 = dV_{in}$ donde d es el ciclo de trabajo de la señal cuadrada, definido como el tiempo de encendido T_{on}/T .

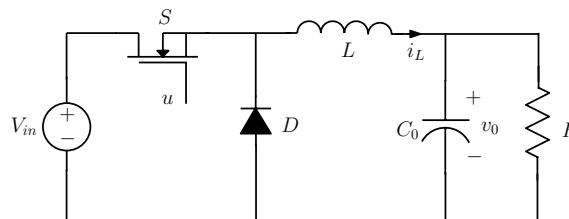


Figura 1-3: Diagrama circuital del convertidor buck DC-DC.

Sin embargo el voltaje de salida tendrá un rizado bastante indeseable. Modificando el circuito de forma que tenga una inductancia L en serie y un capacitor C en paralelo como el circuito mostrado en la Figura 1-3, la inductancia reduce el rizado de la co-

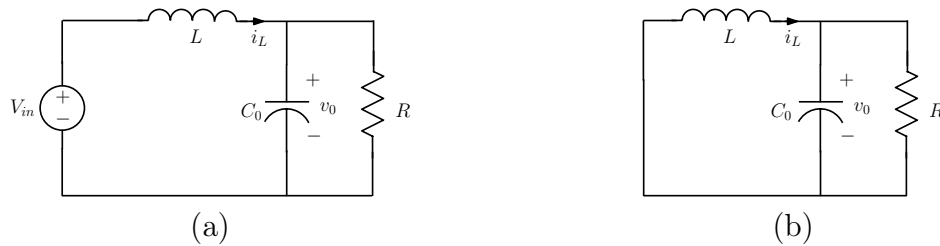


Figura 1-4: Convertidor buck. (a) Configuración 1 $(S,D)=(ON,OFF)$. (b) Configuración 2 $(S,D)=(OFF,ON)$.

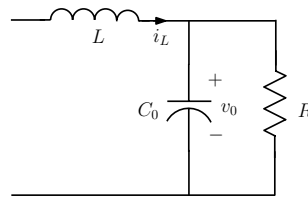


Figura 1-5: Configuración 3 $(S,D)=(OFF,OFF)$ del convertidor buck.

riente a través de la resistencia de carga, y el capacitor reduce el rizado del voltaje de salida, teniendo el efecto de un filtro pasa-bajo y obteniendo en la carga un voltaje con un rizado despreciable [Cuk and Middlebrook, 1983a].

Además, se puede observar que el conmutador de dos polos se ha reemplazado por un conmutador controlado S , que en este circuito esta representado por un MOSFET, y un conmutador no controlado representado por el diodo D que conmuta de manera complementaria al conmutador controlado S . El conjunto MOSFET-diodo es lo que llamamos una celda de conmutación. Los convertidores elementales sólo tienen dos modos de operación, el modo de conducción continua (CCM), y el modo de conducción discontinua (DCM). En el modo CCM el convertidor funciona conmutando entre dos configuraciones que dependen del estado del conmutador controlado S .

En la Figura 1-4.(a) se observa el circuito equivalente del convertidor buck cuando el conmutador S esta en estado ON. Igualmente en la Figura 1-4.(b) se observa el circuito equivalente cuando el conmutador S esta en OFF.

En el modo de conducción (CCM) la inductancia L siempre tendrá un flujo de corriente positivo, sin embargo una tercera configuración es posible cuando la bobina llega a un valor de corriente igual a cero, por lo que el diodo D deja de conducir, entonces el convertidor entra en el modo de conducción discontinuo (DCM). La configuración que corresponde cuando el MOSFET y el diodo dejan de conducir está mostrado en la Figura 1-5.

Existen otras topologías de convertidores, entre ellas el convertidor boost, una topología que permite obtener un valor de tensión en la salida de valor medio mayor que la tensión de entrada (step-up), teniendo claro que la potencia entregada a la carga es teóricamente igual a la potencia suministrada en la entrada. El valor medio del voltaje de salida de este elevador de tensión esta definido por:

$$\bar{v}_0 = \frac{1}{1-d} V_{in} \quad (1.1)$$

Finalmente otro de los convertidores básicos es el convertidor buck-boost que puede entregar un voltaje de tensión de salida con un valor medio mayor o menor que la tensión de entrada, con la particularidad de que también invierte la polaridad de la tensión. La relación entre la tensión de entrada y la de salida esta dada por:

$$\bar{v}_0 = -\frac{d}{1-d} V_{in} \quad (1.2)$$

Conociendo las topologías básicas de los convertidores DC-DC, es necesario tener una estrategia de control para llevar cada una de las variables de estados a un valor de consigna deseado, por lo tanto a continuación se exponen tres diferentes estrategias de control de los circuitos conmutados.

1.3. Control de convertidores de potencia

En los convertidores de potencia, el estado del conmutador, permite controlar las variables de estado. Así, según la aplicación tenemos tres estrategias de modulación principales que son el control PWM en modo de tensión, el control PWM por corriente programada, y el control por histéresis. Las dos primeras técnicas son a frecuencia fija mientras que en el control por histéresis, la frecuencia varía en los transitorios aunque en estado estacionario es teóricamente constante, pero depende del punto de trabajo. Aunque los modos de control anteriormente descritos logran minimizar el error de la variable, lo más frecuente es que los amplificadores de la señal de error pueden tener una función de transferencia que contiene un polo en el origen, que permita eliminar o en su defecto minimizar el error de estado estacionario del convertidor.

1.3.1. Control PWM en modo de tensión

La modulación por ancho de pulso permite la conmutación entre las distintas configuraciones del convertidor a una frecuencia fija, variando sólo el ciclo de trabajo, logrando así que la tensión de salida tenga un valor medio igual a la referencia. Esta forma de control se conoce como PWM en modo de tensión ya que la variable sensada y controlada suele ser la tensión de salida.

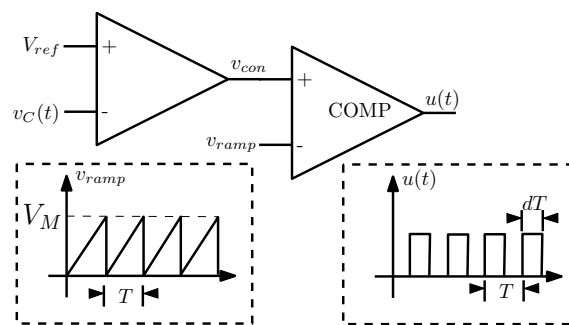


Figura 1-6: Diagrama esquemático del control PWM en modo de tensión.

La señal de control del conmutador controlado se obtiene comparando el error procesado v_{con} de la tensión de salida con una señal diente de sierra v_{ramp} con un periodo

que define la frecuencia de conmutaci3n $f_s = 1/T$ del convertidor y con amplitud V_M como se ve en el esquemático de la Figura 1-6. Este tipo de control es muy usado en convertidores tipo buck.

1.3.2. Control PWM en modo de corriente

El control por corriente programada es un control PWM en modo de corriente. El objetivo de control es que el error $e_i = I_{ref} - i_L$ de la corriente de pico de la bobina L sea nulo. Este control se caracteriza por tener dos lazos: el lazo de la tensi3n de salida y un lazo interno que controla la corriente [Middlebrook, 1989].

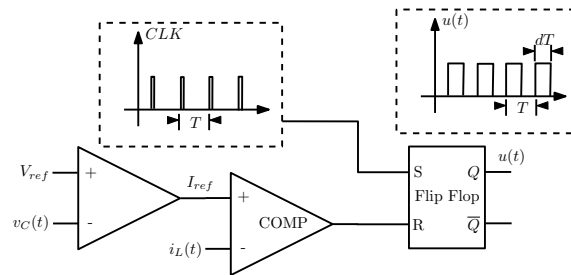


Figura 1-7: Diagrama esquemático del control PWM en modo de corriente, o control por corriente programada.

A diferencia del control por modo de tensi3n la seál no se compara con una diente de sierra, sino que la comparaci3n de la corriente de consigna y la corriente de la bobina i_L da un pulso de reset a un multivibrador RS, cuando la corriente de consigna es mayor que la corriente maxima programada. El multivibrador desactiva el conmutador del convertidor cuando recibe una seál de reset. La seál de reloj que activa el multivibrador define la frecuencia de conmutaci3n $f_s = 1/T$ del convertidor. Este tipo de control es típico de las topologías boost y buck-boost.

El control en modo de corriente, esta representado esquemáticamente en la Figura 1-7.

1.3.3. Control por modo deslizante

Un convertidor conmutado se puede considerar como un sistema de estructura variable que se compone de dos o más sub-sistemas continuos y una lógica u que realiza la conmutación entre ellos. La acción de control u que resulta de esta ley de conmutación es una función discontinua dependiente del vector de estados. Un modo de control particular de estos sistemas se obtiene cuando las conmutaciones entre las estructuras restringen las trayectorias del sistema a una región del espacio de estados. Este modo de control se llama control en modo deslizante.

El control en modo deslizante es bastante robusto e insensible a las variaciones de los parámetros y perturbaciones externas, pero esta limitado por el ancho de banda de los dispositivos de conmutación [Utkin et al., 1999], ya que en transitorios puede alcanzar frecuencias de conmutación muy altas. Para evitar este fenómeno se utiliza un comparador con histéresis como se ve en la Figura 1-9. En estado estacionario tiende a operar a una frecuencia de conmutación constante, logrando así llevar el sistema a un punto de equilibrio rápidamente.

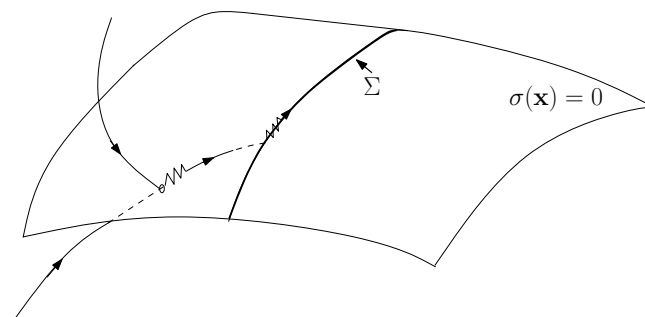


Figura 1-8: Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable, cuando existe un modo deslizante en el segmento Σ .

Si existe un modo deslizante en un segmento $\Sigma = (x/\sigma(x) = 0)$, donde $\sigma(x)$ es la función que describe la superficie de conmutación del espacio de estados, las trayectorias que alcanzan la region Σ permanecerán sobre esta excepto si llegan a los extremos de Σ [Calvente, 2001] donde posiblemente puedan escapar, (ver Figura 1-8).

Los convertidores conmutados son sistemas de estructura variable que tienen un modelo de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \quad (1.3)$$

La señal de control u es discontinua y binaria. Sus puntos de discontinuidad corresponden con los puntos de cambio de estructura del convertidor. Si la siguiente ley de control se decide

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } \sigma(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- & \text{si } \sigma(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

la superficie S se denomina superficie de discontinuidad o superficie de conmutación. Si hay una región Σ donde existe un modo deslizante, Σ es un subconjunto de S . Así, $\Sigma \subset S$. Se dice que un convertidor está controlado en modo deslizante cuando se utiliza la ley de control (1.4) y hay una región Σ donde existe un modo deslizante.

$$\lim_{\sigma(\mathbf{x}) \rightarrow 0} \sigma(\mathbf{x}) \frac{d\sigma(\mathbf{x})}{dt} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{\sigma(\mathbf{x}) \rightarrow 0^+} \frac{d\sigma(\mathbf{x})}{dt} < 0 & \text{si } u = u^+ \\ \lim_{\sigma(\mathbf{x}) \rightarrow 0^-} \frac{d\sigma(\mathbf{x})}{dt} > 0 & \text{si } u = u^- \end{cases} \quad (1.5)$$

Para que exista un modo deslizante en las proximidades del segmento Σ , la función de conmutación $\sigma(\mathbf{x})$ y su derivada deben tener signos contrarios para que las trayectorias tiendan a S , como se observa en la Ecuación (1.5).

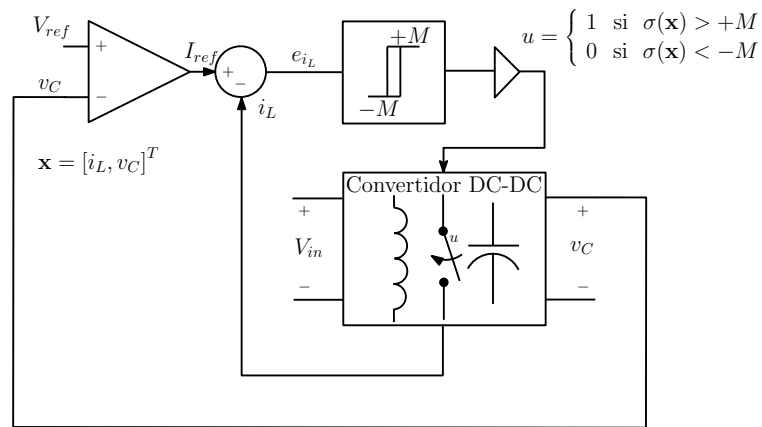


Figura 1-9: Diagrama esquemático de la implementación de un convertidor DC/DC con un control en modo deslizante

El conjunto de puntos de S que cumplan con la condición (1.5) se llama superficie de deslizamiento.

Una vez se ha hecho es pequeña descripción de los convertidores conmutados DC/DC se procede a continuación a describir brevemente los sistemas dinámicos.

1.4. Sistemas dinámicos

Un sistema dinámico consiste en un conjunto de posibles estados (vector de estados), con una serie de reglas que determinan la evolución en el tiempo. Se llaman sistemas porque están descritos por un conjunto de ecuaciones (sistema) y dinámicos porque sus estados varían con respecto a alguna variable que generalmente es el tiempo. En el estudio de los sistemas dinámicos podemos encontrar tres sub-disciplinas:

- Dinámica aplicada: Es el modelado matemático por medio de ecuaciones de estado que relaciona la evolución de las variables de estado.
- Matemáticas de la dinámica: Se enfoca en el estudio analítico del modelo dinámico.

- Dinámica experimental: Experimentos en laboratorio, simulaciones en computadora de los modelos dinámicos, y validación del modelo matemático.

1.4.1. Clasificación de los sistemas dinámicos

Los sistemas dinámicos pueden dividirse en dos grandes clases. Los sistemas que evolucionan en instantes de tiempo discretos, y los sistemas que evolucionan continuamente en el tiempo.

1.4.2. Sistemas dinámicos en tiempo continuo

Los sistemas dinámicos de tiempo continuo se expresan con ecuaciones diferenciales; éstas pueden ser ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE), ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (PDE) y ecuaciones diferenciales con retrasos (DDE). Un sistema dinámico continuo n -dimensional se puede representar por la siguiente ecuación:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) \tag{1.6}$$

donde $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \cdots x_n(t)]^T$ es el vector de estados, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \cdots f_n(\mathbf{x})]^T$ es el vector de campo y $t \in \mathbb{R}$ es el tiempo.

1.4.3. Sistemas dinámicos en tiempo discreto

Los sistemas discretos se describen por medio de Ecuaciones en diferencias (DE) conocidas como mapas iterados. Un sistema dinámico discreto n -dimensional se puede representar por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (1.7)$$

donde $\mathbf{x}_k = [x_{1,k} \cdots x_{n,k}]^T$ es el vector de estados, y $\mathbf{F}(\mathbf{x}_k) = [f_1(\mathbf{x}_k) \cdots f_n(\mathbf{x}_k)]^T$ es el mapa discreto multivariable, y $k \in \mathbb{Z}$ es el tiempo discreto, que representa valores de kT .

1.4.4. Sistemas dinámicos autónomos y no autónomos

Un sistema dinámico es autónomo si esta representado por una ecuación diferencial ordinaria autónoma o no forzada como la representada en la Ecuación (1.6). Mientras que si al sistema lo fuerza una variable independiente externa el sistema dinámico es no autónomo, como en la siguiente ecuación:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (1.8)$$

La diferencia entre (1.6) y (1.8) radica en que el primero no contiene ningún estímulo externo al sistema que force el comportamiento natural de la dinámica del sistema. El segundo en cambio contiene una función dependiente de t que fuerza el comportamiento del sistema, y esta función puede ser periódica, constante, aleatoria, etc. Sin embargo todo sistema no autónomo puede reescribirse como un sistema autónomo, añadiendo una nueva variable de estado $y = t$.

1.4.5. Sistemas lineales y no lineales

Un sistema dinámico es lineal si produce una respuesta proporcional a la entrada, así una señal senoidal de una amplitud y frecuencia dada, produce a la salida una señal

senoidal de una amplitud proporcional a la señal de entrada de la misma frecuencia y fase. Un sistema $\mathbf{F}(\cdot)$ se dice que es lineal si cumple con el principio de superposición, así cuando un vector de estados \mathbf{x} produce una salida $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ y un vector de estados \mathbf{y} produce una salida $\mathbf{F}(\mathbf{y})$, entonces por el principio de superposición $\mathbf{F}(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{F}(\mathbf{y})$.

El hecho de ser no lineal hace que su análisis sea mucho más complejo, porque en la mayoría de los casos no se podrán encontrar soluciones analíticas exactas a los sistemas no lineales. La representación de la dinámica del sistema si es no-lineal se auxilia de técnicas gráficas de validación y análisis ó técnicas *ad hoc*.

1.4.6. Geometría y estabilidad de los sistemas dinámicos

La forma de visualizar el comportamiento de las variables de estado de un sistema dinámico puede ser en forma de serie de tiempo (gráfica de una variable de estado contra el tiempo), o en forma de retrato de fases. El espacio de fases de un sistema n -dimensional $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ es el espacio donde todos los posibles estados del sistema son representados. Cada variable de estado del sistema se representa cómo un eje de un espacio multi-dimensional y cada punto en el espacio representa cada posible estado de las variables del sistema. En este tipo de representación, el tiempo se vuelve un parámetro implícito.

Como ejemplo, se muestra una serie de tiempo en la Figura 1-10(a) y una representación en el plano de fases en la Figura 1-10(b) de un sistema dinámico de dos dimensiones.

Un espacio de fases esta descrito por un campo vectorial \mathbf{F} que rige el recorrido de las variables del sistema $\mathbf{x}(t)$ en el tiempo. El recorrido de estas variables recibe el nombre de trayectoria. En la Figura 1-11 se muestra un retrato de fases de un sistema dinámico, en el que se pueden apreciar singularidades que atraen/repelen a las trayectorias que pasan cerca a ellas.

Una singularidad es asintóticamente estable, sumidero o atractor si toda trayectoria

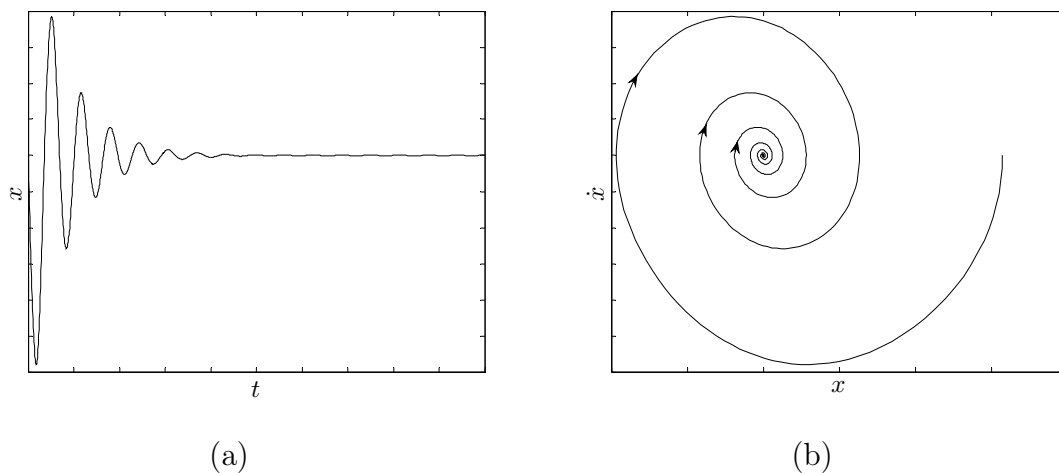


Figura 1-10: (a) Serie de tiempo de un sistema dinámico, (b) Plano de fases de un sistema dinámico.

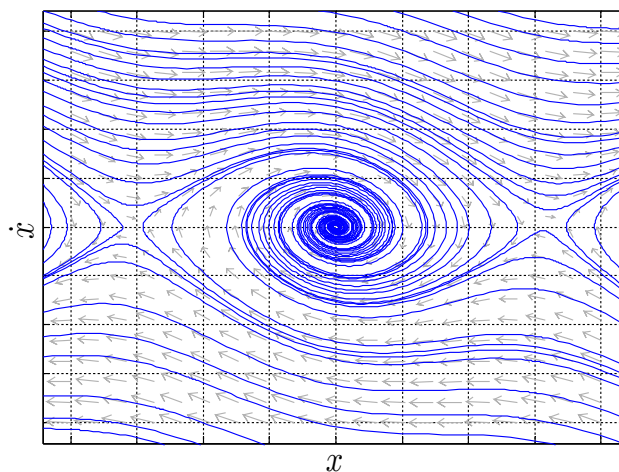


Figura 1-11: Retrato de fases de un sistema dinámico.

que comienza en una region cerca de ella tiende a ella conforme evoluciona en el tiempo. Si la singularidad atrae cualquier trayectoria del espacio de fase, la singularidad recibe el nombre de atractor global. Una singularidad es estable en el sentido de Lyapunov si todas las trayectorias que comienzan en una region esférica de radio $\epsilon > 0$ cerca a ella se mantienen dentro de esta region durante todo el tiempo. Puede darse el caso de una singularidad que es estable en el sentido de Lyapunov pero no es un atractor. Esta singularidad se conoce como centro y se dice que es neutralmente

estable. Por último, una singularidad es inestable, repulsor, o fuente cuando no es estable en el sentido de Lyapunov, y por lo tanto una trayectoria que inicie en una región esférica de radio $\epsilon > 0$ cercana a la singularidad diverge conforme evoluciona el tiempo. El estudio de la estabilidad de las singularidades, implica en que estos determinan la estabilidad general del sistema en que se presenten las singularidades. En sistemas lineales sólo se dan singularidades llamadas puntos de equilibrio, que pueden ser atractores, repulsores o centros; en cambio en sistemas no lineales se pueden presentar puntos de equilibrio, órbitas periódicas, órbitas cuasi-periódicas y atractores extraños. Estos últimos sólo se pueden observar en sistemas de orden mayor o igual a tres.

1.4.7. Puntos de equilibrio

Si en un sistema $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t))$ que evoluciona en el tiempo bajo un conjunto de reglas $\mathbf{F}(\mathbf{x}(t))$, existe un punto p tal que $\mathbf{F}(p) = 0$, entonces p es una singularidad llamada punto de equilibrio.

El análisis de estabilidad alrededor de un punto de equilibrio de un sistema no lineal $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ se puede hacer linealizando el sistema alrededor del punto de equilibrio. La linealización de el sistema está definido por la matriz jacobiana evaluada en el punto de equilibrio $J(\mathbf{F}(\Delta\mathbf{x}^*))$, como se ve en la siguiente ecuación:

$$J\Delta\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}^*)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{x}^*)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

ya que el sistema linealizado estará representado por $\Delta\dot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{F}(\Delta\mathbf{x}^*))\mathbf{x}$.

Los auto-valores de esta matriz muestran como la región definida por $\epsilon > 0$ al rededor del punto de equilibrio se contrae o expande en sus n -direcciones. Cada auto-valor está asociado a una de las variables de estado. Entonces decimos que un sistema de

tiempo continuo es asintóticamente estable si todas las partes reales de los auto-valores son negativas. Cuando los auto-valores son complejos y su parte real es negativa el retrato de fases converge al punto de equilibrio en forma de espiral. Si los autovalores son imaginarios puros el punto de equilibrio es marginalmente estable y es llamado centro. Cuando los auto-valores son positivos la singularidad es inestable o repulsiva. Finalmente un tipo de singularidad que existe únicamente en sistemas de dimension mayor o igual que 2, es llamada silla que se caracteriza por la existencia de al menos un auto-valor con parte real negativa y al menos un auto valor con parte real positiva y ninguno de los demás autovalores tiene parte real cero. Una singularidad de tipo silla es estable en el subespacio asociado a los auto-valores de parte real negativa, y inestable en el subespacio asociado con los autovalores de parte real positiva. Sin embargo un sistema con una singularidad de tipo silla es globalmente inestable.

1.4.8. Ciclos límite

En sistemas no lineales existe un nuevo tipo de singularidad llamado ciclo límite. El ciclo límite es una trayectoria cerrada y aislada es decir, en su vecindad no hay otras trayectorias cerradas sino espirales que divergen/convergen hacia ella podemos distinguir tres casos, (ver Figura 1-13).

- Si todas las trayectorias se acercan al ciclo limite, entonces éste es asintóticamente estable.
- Si todas las trayectorias se alejan del ciclo limite, entonces éste es inestable.
- Puede ser también una silla.
- El ciclo limite es debido a un fenómeno no-lineal, y no puede ocurrir en un sistema lineal.

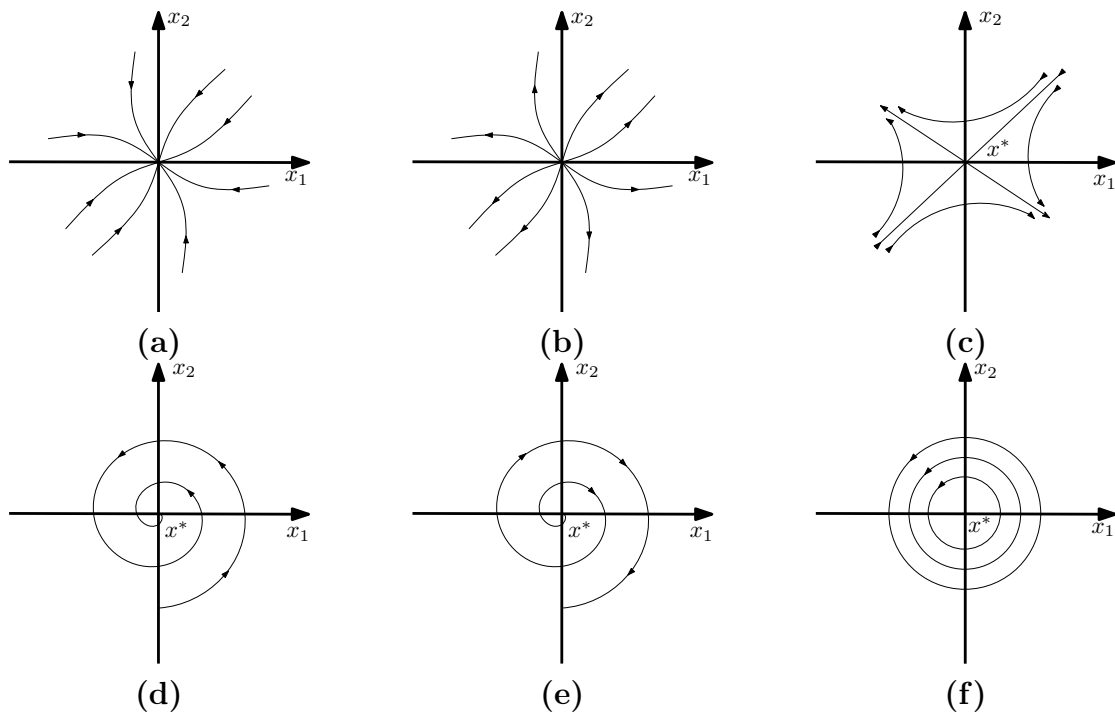


Figura 1-12: Espacio de estados de un sistema lineal de 2 dimensiones en la vecindad de un punto de equilibrio. **(a)** Nodo atractor: Ambos auto-valores negativos y reales. **(b)** Nodo repulsor: Ambos auto-valores positivos y reales. **(c)** Silla: Un auto-valor negativo y otro positivo, ambos reales. **(d)** Foco atractor: Auto-valores complejos con parte real negativa. **(e)** Foco repulsor: Auto-valores complejos con parte real positiva. **(f)** Centro: Auto-valores imaginarios puros.

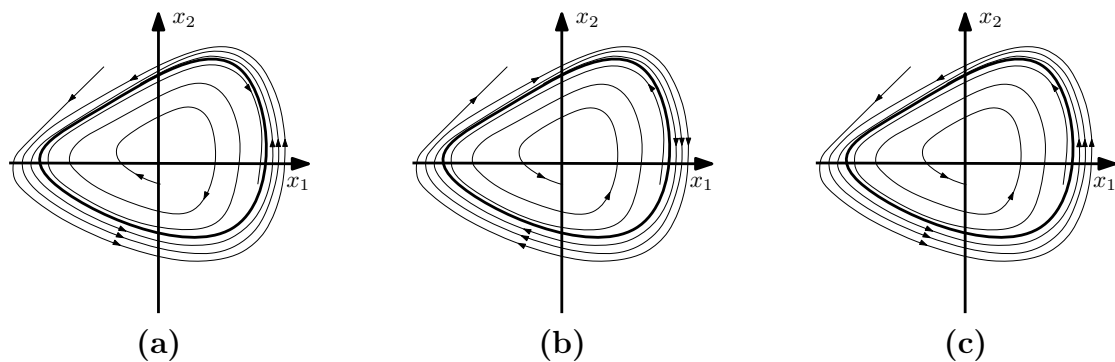


Figura 1-13: Trayectorias de un sistema no lineal de 2 dimensiones en la vecindad de un ciclo limite. **(a)** Ciclo limite estable. **(b)** Ciclo limite inestable. **(c)** Ciclo limite silla.

Se puede notar la diferencia de un centro ya que este último produce una trayectoria cerrada diferente para cada conjunto de condiciones iniciales, mientras que un

ciclo límite atrae hacia una única órbita periódica todas las condiciones iniciales que estén en una region lo suficientemente cercanas [Banerjee and Verghese, 2001]. Este fenómeno se ha detectado en un convertidor boost en [El Aroudi and Leyva, 2001].

1.4.9. Cuasiperiodicidad

Un sistema dinámico de dos o más grados de libertad (variables de estado), puede presentar un comportamiento cuasiperiódico, el cual es una combinación de dos movimientos periódicos puros que dependan de los parámetros del sistema [Ulrike et al., 2006], tal que el cociente de periodos entre ambos no sea un número racional. En los convertidores conmutados la oscilación debida a la conmutación (rizado de las variables de estado, dinámicas rápidas), es modulada por una oscilación debida a la dinámica de regulación también conocida como dinámica lenta, el atractor característico de un comportamiento cuasiperiódico es un toro donde la órbita de radio mayor es debida a la oscilación del convertidor con respecto a la oscilación de la dinámica lenta del convertidor, mientras la órbita de radio menor es debida al rizado de conmutación.

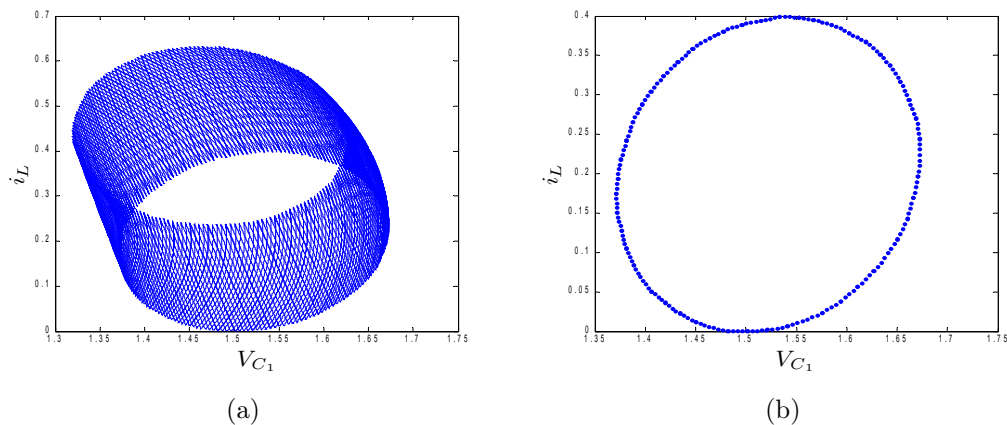


Figura 1-14: (a). Toro 2D debido a un comportamiento cuasiperiódico [El Aroudi and Leyva, 2001]. (b). Sección de Poincaré de un Toro 2D debido a un comportamiento cuasiperiódico.

1.4.10. Trayectorias caóticas

En los sistemas no lineales de dos dimensiones se presentan todos los comportamientos de los sistemas lineales, además de dos nuevos tipos de singularidades como el ciclo límite y las singularidades tipo silla. Ahora para dimensiones mayores o iguales que tres tenemos un nuevo comportamiento, el cual se caracteriza por tener atractores más intrincados llamados atractores extraños, característicos del caos. Un atractor extraño se puede ver en la Figura 1-15 que corresponde al atractor característico del circuito de Chua ampliamente estudiado en diversos artículos y libros, entre ellos [Elwakil and Kennedy, 2000]- [Alligood et al., 1996]

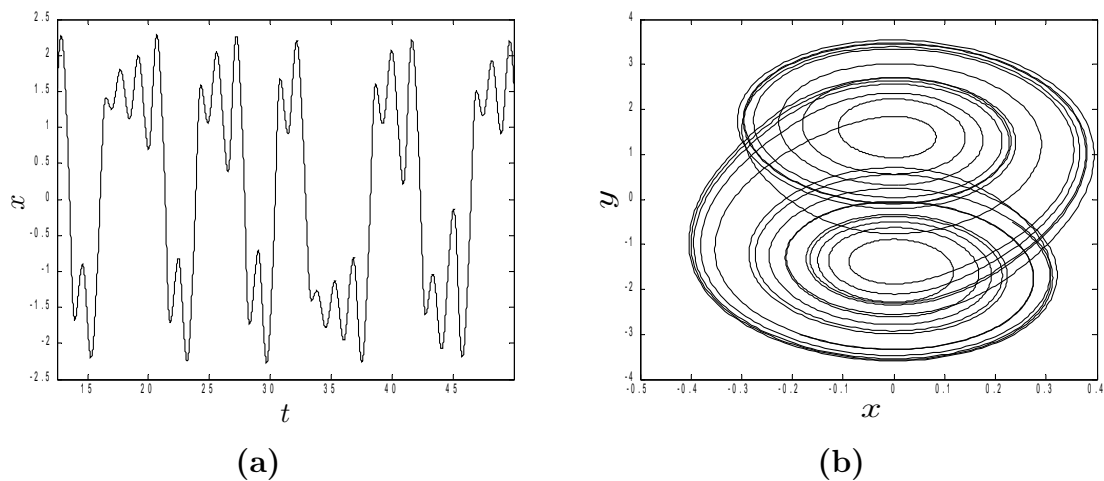


Figura 1-15: Comportamiento caótico del circuito de Chua (a) Serie de tiempo caótica. (b) Atractor extraño.

El caos es un comportamiento aperiódico de un sistema determinístico que presenta sensibilidad a las condiciones iniciales. A pesar de este comportamiento, el caos no es aleatorio y puede determinarse si se conocen las condiciones iniciales y los valores de los parámetros del sistema.

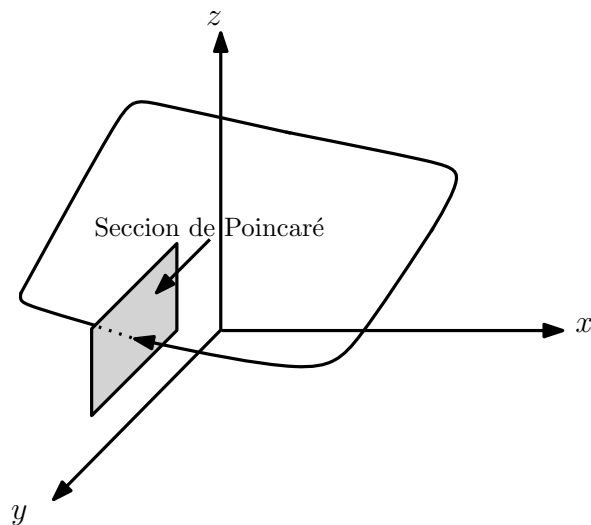


Figura 1-16: Mapa de Poincaré de una órbita periódica.

1.4.11. Mapa de Poincaré

En muchas situaciones es más conveniente analizar un sistema si está expresado como un mapa discreto en lugar de un sistema en tiempo continuo. Este método fue inventado por Henri Poincaré [Alligood et al., 1996]. En el método de Poincaré se coloca una superficie llamada sección de Poincaré, en un lugar adecuado del espacio de estados. De manera que una trayectoria en tiempo continuo del sistema $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ es reducido a un mapa en tiempo discreto de la forma $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ disminuyendo en una la dimensión el espacio de estados. (ver Figura 1-16). Si la órbita en tiempo continuo es periódica, el mapa de Poincaré tiene un número finito de puntos sobre la sección de Poincaré, así el mapa de Poincaré revela la periodicidad de la órbita. El período depende del número de puntos que aparecen en el mapa, si los puntos en el mapa de Poincaré forman una nube entonces el sistema es caótico, si forman una trayectoria cerrada entonces el sistema continuo es cuasiperiódico.

1.4.12. Dinámicas en tiempo discreto

Para un sistema discreto definido por $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_n)$ donde la variable n es el tiempo en valores discretos de nT . Así, un sistema discreto toma los valores actuales del vector de estados \mathbf{x}_n y se actualiza produciendo como resultado un nuevo vector de estados \mathbf{x}_{n+1} de salida de manera recursiva, usualmente estos sistemas discretos se les llama mapas. Los puntos fijos \mathbf{x}^* de un mapa están definidos por $\mathbf{x}^* = \mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$. Entonces podemos linealizar localmente el sistema en el vecindario del punto fijo utilizando la matriz Jacobiana. Los auto-valores de esta matriz indican la estabilidad del punto fijo. Si tenemos un mapa no lineal de 2 dimensiones, el sistema tiene dos autovalores. Si ambos auto-valores tienen parte real y magnitud menor que 1, el punto fijo es atractor. De otra manera si ambos auto-valores son reales con magnitud mayor que 1, el punto fijo es repulsor. Si ambos auto-valores son reales y un auto-valor es de magnitud mayor que 1 y el otro es de magnitud menor que 1, el punto fijo es una silla. Sin embargo si el auto-valor de magnitud mayor que 1 es negativo el punto fijo es llamado silla-*flip*, en cambio si ambos auto valores son positivos el punto es llamado silla regular. Ahora si ambos auto-valores son complejos conjugados de magnitud menor que 1 tenemos un foco atractor, y si son de magnitud mayor que 1 tenemos un foco repulsor. La Figura 1-17 muestra los diferentes tipos de puntos fijos de un sistema discreto de dos dimensiones [Banerjee and Verghese, 2001].

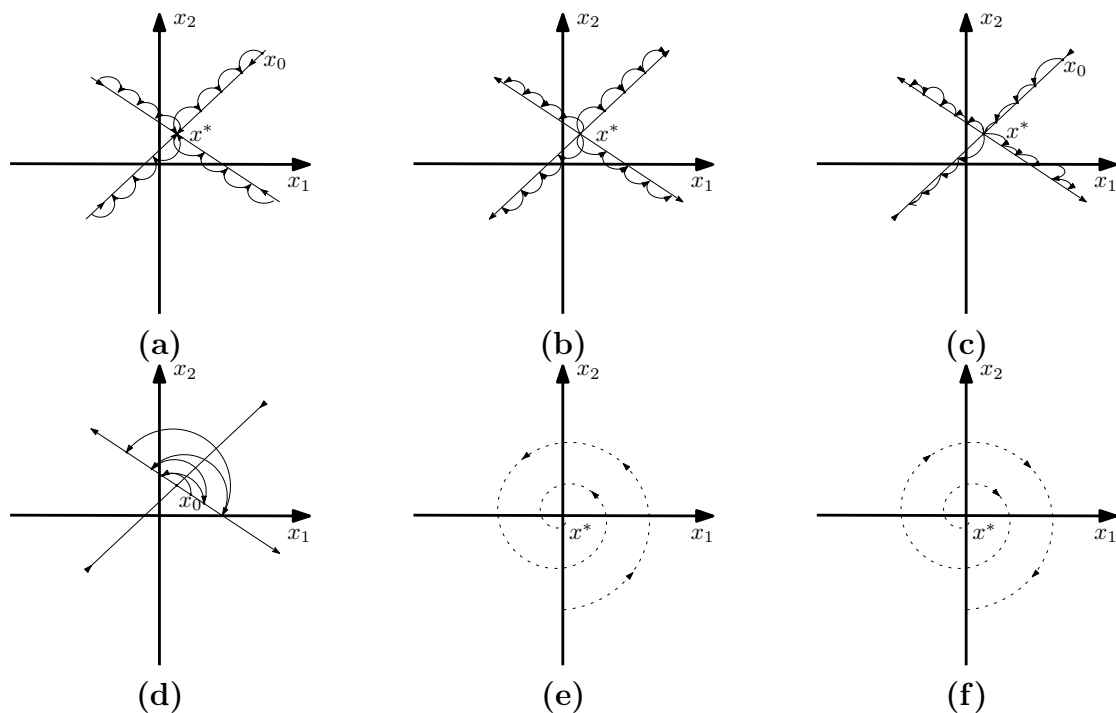


Figura 1-17: Espacio de estados de un sistema discreto de 2 dimensiones en la vecindad de un punto fijo. **(a)** Nodo atractor: $0 < \{\lambda_1, \lambda_2\} < 1$ y reales. **(b)** Nodo repulsor: $\{\lambda_1, \lambda_2\} > 1$ y reales. **(c)** Silla regular: $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_2 > 1$, ambos reales. **(d)** Silla flip: $0 < \lambda_1 < 1$ y $\lambda_2 < -1$, ambos reales. **(e)** Foco atractor: Auto-valores complejos con $\{|\lambda_1|, |\lambda_2|\} < 1$. **(f)** Foco repulsor: Auto-valores complejos con $\{|\lambda_1|, |\lambda_2|\} > 1$.

1.4.13. Un convertidor como ejemplo de sistema dinámico discreto

El convertidor de la Figura 1-18 es un elevador conocido como convertidor boost. Su modelo conmutado esta dado por el sistema de ecuaciones (1.10).

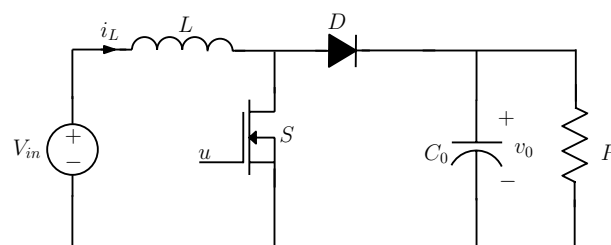


Figura 1-18: Convertidor boost DC-DC.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-u}{L} \\ \frac{1-u}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Un modelo discreto aproximado del convertidor esta dado por (1.11).

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{(1-d_n)T}{L} \\ \frac{(1-d_n)T}{C} & 1 - \frac{T}{RC} \end{bmatrix} \mathbf{x}_n + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Es un mapa de Poincaré que tiene como variables de estado, el voltaje del capacitor de salida v_{0n} , y la corriente de la inductancia i_{L_n} .

Entonces el modelo discreto del convertidor boost es un sistema dinámico. El vector de estados es $\mathbf{x}_n = [i_{L_n}, v_{0n}, x_{3n}]^T$, donde la variable x_{3n} es la sumatoria del error de la corriente de la inductancia i_{L_n} .

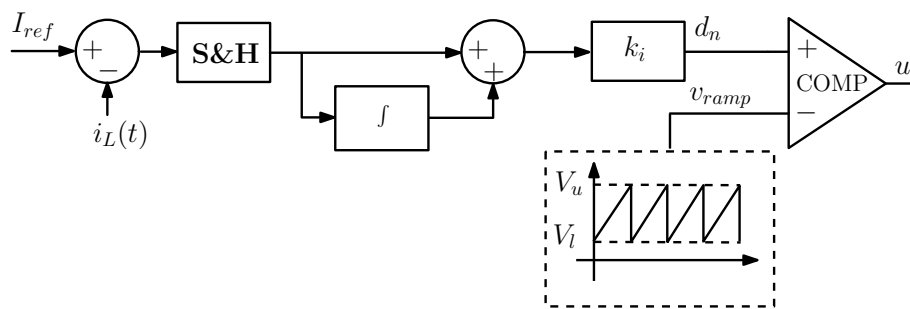


Figura 1-19: Control PI con PWM en lazo de corriente.

Para regular las variables de estado a un valor deseado se ha implementado un lazo de control digital por corriente, con un compensador PI como el de la Figura 1-19. El

ciclo de trabajo d_n esta representado por (1.12).

$$d_n = k_i(I_{ref} - i_{Ln}) + \frac{k_i}{\tau}x_{3n} \quad (1.12)$$

El modelo del sistema en lazo cerrado esta dado por la ecuaci3n (1.13).

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{(1-d_n)T}{L} & 0 \\ \frac{(1-d_n)T}{C} & 1 - \frac{T}{RC} & 0 \\ -T & \frac{(1-d_n)T^2}{L} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_n + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T}{L} \\ 0 \\ I_{ref}T - \frac{V_{in}T^2}{L} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

A continuaci3n se pueden observar diferentes comportamientos dinámicos del sistema dependiendo de la variaci3n particular de uno de sus parámetros.

1.5. Comportamientos dinámicos

Si analizamos el sistema discreto del convertidor boost, con los siguientes valores de parámetros $L = 330 \mu\text{H}$, $C_0 = 20 \mu\text{F}$, $R = 10 \Omega$, $V_{in} = 40 \text{ V}$, $f = 20 \text{ kHz}$, $I_{ref} = 20 \text{ A}$, $k_i = 0,16$, $\tau = 25 \mu\text{s}$. Podemos observar que el sistema en este caso presenta un punto fijo estable, c3mo se observa en las Figuras 1-20-1-21.

Si la ganancia proporcional se ajusta a $k_i = 0,17$, se observa que ocurre un doblamiento de periodo en el sistema. Las Figuras 1-22-1-23 muestran las respectivas serie de tiempo y la secci3n de Poincaré.

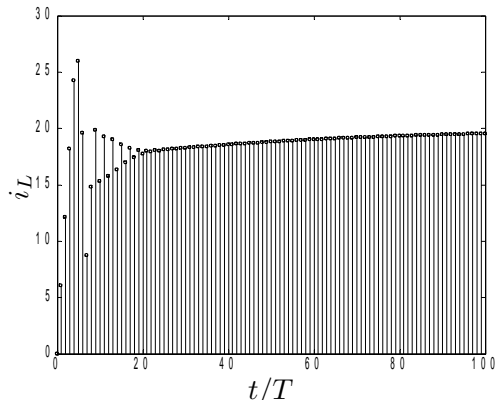


Figura 1-20: Serie de tiempo de la corriente del convertidor boost en lazo cerrado correspondiente a una órbita periódica.

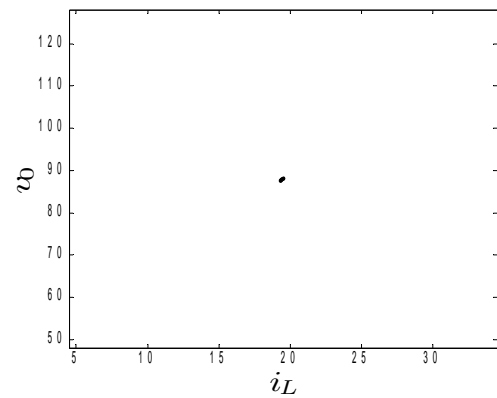


Figura 1-21: Sección de Poincaré correspondiente a una órbita periódica del convertidor boost en lazo cerrado.

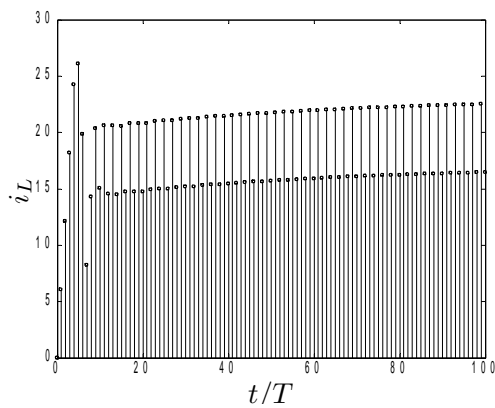


Figura 1-22: Serie de tiempo de la órbita de periodo 2 del convertidor boost en lazo cerrado.

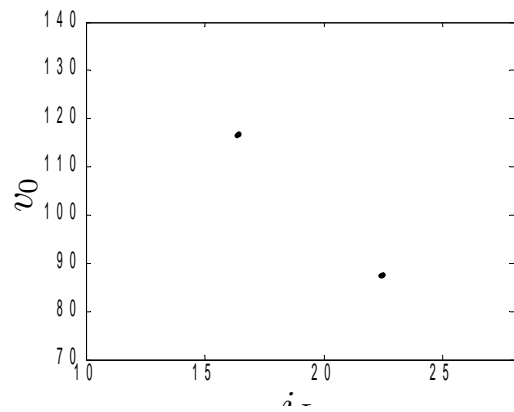


Figura 1-23: Sección de Poincaré de la órbita de periodo 2 del convertidor boost en lazo cerrado.

Un nuevo comportamiento se puede observar en el convertidor cuando se varía la ganancia proporcional a $k_i = 2,55$. La órbita periódica que se observa tiene un periodo 9, que se interpreta como el noveno subarmónico de la frecuencia de conmutación. La gráfica de la serie de tiempo, y su respectiva sección de Poincaré puede observarse en las Figuras 1-24-1-25.

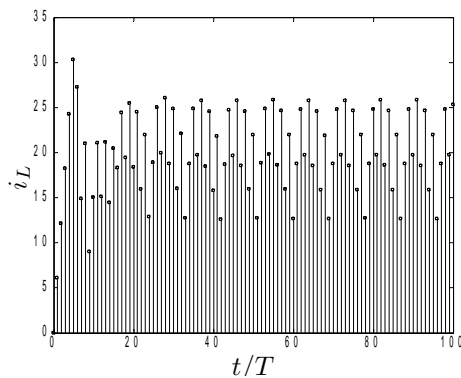


Figura 1-24: Serie de tiempo de la órbita de periodo 9 del convertidor boost en lazo cerrado.

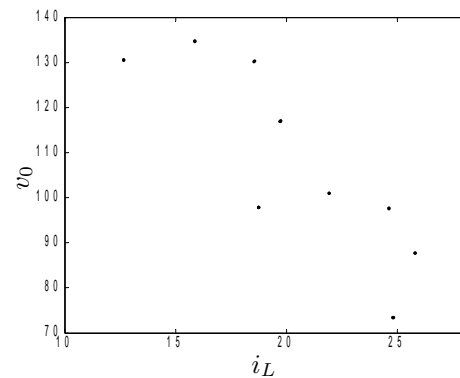


Figura 1-25: Sección de Poincaré de la órbita de periodo 9 del convertidor boost en lazo cerrado.

Finalmente para una ganancia proporcional de $k_i = 0,3$ se puede observar que el sistema es caótico. Las gráficas de las series de tiempo y la sección de Poincaré correspondiente se muestran en las Figuras 1-26-1-27.

1.6. El modelo promediado de convertidores

En el desarrollo de los modelos de los convertidores conmutados, han intervenido diversos autores aportando más técnicas de modelado, análisis y diseño. En [Wester and Middlebrook, 1973], se hizo un estudio de las tres topologías básicas, con el concepto de modelado promediado. Encontrando las diferentes funciones de transferencia salida-control/entrada-salida y realizando una comparación de la respuesta en

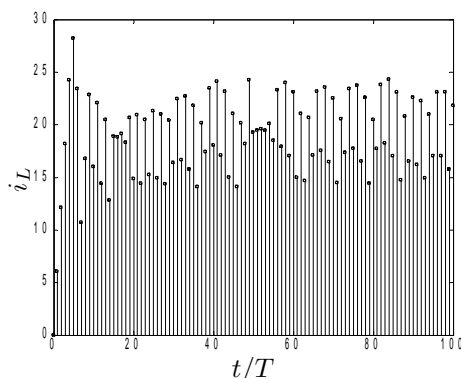


Figura 1-26: Serie de tiempo caótica del convertidor boost en lazo cerrado.

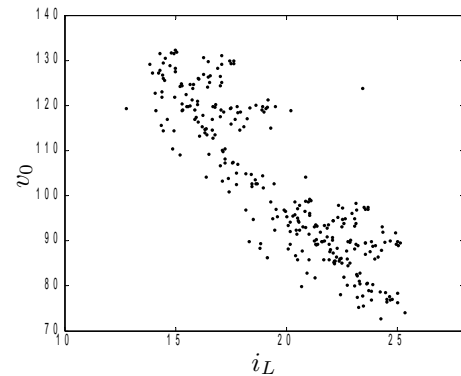


Figura 1-27: Sección de Poincaré de la serie de tiempo caótica del convertidor boost en lazo cerrado.

frecuencia para los datos obtenidos con modelo conmutado, y las funciones de transferencia del modelo promediado en lazo abierto y lazo cerrado. Llegando a concluir finalmente que el modelo promediado es suficientemente preciso para el análisis y diseño de convertidores conmutados de potencia desde el punto de vista de la regulación de salida. En [Van Dijk et al., 1995] se expone un método para encontrar el modelo promediado de cualquier convertidor DC/DC controlado por PWM. Reemplazando los conmutadores del convertidor por fuentes dependientes de corriente o voltaje equivalentes. Este modelo del convertidor predice todas las dinámicas lentas. En [Cuk and Middlebrook, 1983a], se expone la implementación de un convertidor conmutado Ćuk, que deriva de una combinación de los convertidores boost y buck, y tiene como objetivo un sistema capaz de elevar o reducir el voltaje de salida conservando las características de bajo rizado de corriente característico del convertidor boost, como también el bajo rizado de voltaje del convertidor buck. También se propone la operación de convertidores en varios cuadrantes haciendo posible diseñar convertidores bi-direccionales. Además se implementan arreglos tipo push-pull del convertidor Ćuk que opera en los cuatro cuadrantes, que permiten utilizarlos como onduladores. En [Cuk and Middlebrook, 1983b] se presenta una topología aislada tipo flyback, con la posibilidad de tener múltiples salidas aisladas entre sí. En los artículos [Cuk and

Middlebrook, 1983a]- [Cuk and Middlebrook, 1983b] se explica la capacidad de elevar o disminuir la tensión de salida de los convertidores propuestos, desde el concepto de ciclo de trabajo D .

1.7. El modelo armónico

El modelo armónico que se utilizara en el presente documento esta inspirado del artículo [Caliskan et al., 1999]. En este trabajo se aplican las series de Fourier a cada una de las variables de estado, obteniendo así un sistema de ecuaciones diferenciales, en el cual las variables de estado son fasores dinámicos. Seguidamente, se obtiene el modelo en fasores dinámicos del convertidor en lazo cerrado. Finalmente, se muestran las simulaciones numéricas. Se compara la simulación del fasor de la componente continua comparada con el modelo promediado estándar, y las formas de onda de las dos primeras componentes de los fasores dinámicos (componente continua + el armónico a la frecuencia de conmutación), con una simulación del modelo conmutado. En [Van Der Woude et al., 2002], además se exhibe una forma de organizar las ecuaciones diferenciales en series de Fourier de forma matricial para un número determinado de armónicos, obteniendo así gráficas del comportamiento dinámico del sistema en lazo abierto y cerrado con N componentes armónicas.

1.8. Análisis de estabilidad

Los convertidores conmutados presentan una gran variedad de comportamientos dinámicos. Sin embargo, estos sistemas tienen dos tipos de dinámicas diferentes, las dinámicas lentas y las dinámicas rápidas. Las dinámicas rápidas se pueden estudiar con el modelo discreto. En [Chan and Tse, 1997] se realiza un estudio analítico de un convertidor boost, con el modo de control por corriente programada en tiempo discreto. Se calculan los multiplicadores característicos, y se observa cómo al variar

la corriente de referencia (una forma indirecta de variar el ciclo de trabajo) ocurren bifurcaciones en el sistema. Se presentan los resultados de la simulación en forma de series de tiempo, y el espectro en frecuencias para diferentes valores de la corriente de referencia. Finalmente se realiza un conjunto de diagramas de bifurcación, y gráficas del lugar geométrico de los multiplicadores característicos, exponiendo como estos salen del círculo unitario según varía la corriente de referencia. Se hace un estudio similar del sistema en lazo cerrado pero además se calculan los exponentes de Lyapunov para diferenciar cuando el sistema es caótico (mayor exponente de Lyapunov es positivo) y cuando es cuasi-periódico (mayor exponente de Lyapunov es cero). En [Banerjee, 1997] - [Banerjee and Chakrabarty, 1998] - [Banerjee and Grebogi, 1999]- [Banerjee et al., 2000] se ha estudiado un tipo bifurcaciones no suaves, llamadas bifurcaciones por colisión de bordes. En [El Aroudi, 2000] se estudian los convertidores boost y buck-boost con simulaciones hechas en código C , del modelo conmutado adimensional. También se hallan los diagramas de bifurcación de ambos convertidores obtenidos desde un modelo discreto. Además del mayor coeficiente de Lyapunov, realiza también un análisis del modelo discreto en base al criterio de Jury descubrir la frontera de estabilidad del convertidor. Con ayuda de cada uno de los métodos de análisis, se estudia la estabilidad de ambos convertidores y en especial, las bifurcaciones tipo Neimark-Sacker y Hopf que conducen a la cuasiperiodicidad del sistema y al caos según varíe V_{ref} . En [Alarcon et al., 2006] se expone un método para predecir la primera bifurcación del sistema basado en el un coeficiente del rizado. Seguidamente, se compara esta predicción con los diagramas de bifurcación obtenidos con el modelo discreto de un convertidor buck, y se demuestra como el coeficiente unificado de rizado es capaz de predecir la frontera de estabilidad. Finalmente, se expone una implementación práctica del convertidor buck y sus formas de onda. En [Giaouris et al., 2009] se ha estudiado la estabilidad de convertidores conmutados con el método de Filippov.

Capítulo 2

Topologías básicas y derivadas de convertidores multi-celulares

Resumen

En este capítulo, se presentan las topologías de convertidores multi-celulares y cómo éstas se pueden derivar de las topologías básicas. Se presentarán algunas aplicaciones de estos convertidores tanto para su utilización en procesado DC-AC en amplificadores de radio de banda ancha y onduladores como en aplicaciones DC-DC.

2.1. Introduction

Uno de los principales obstáculos en la implementación de convertidores conmutados de potencia a alto voltaje, es el alto costo o algunas veces la inexistencia de dispositivos semiconductores que manejen altas corrientes en estado ON y simultáneamente aíslen altas tensiones en estado OFF a muy altas frecuencias. Para tales limitaciones se ha desarrollado varias soluciones según las necesidades de la aplicación. Así, para altas corrientes se han propuesto soluciones como los convertidores multi-fase [Singh et al., 2005], mientras que para altas tensiones se proponen soluciones como los convertidores multi-celulares con condensadores flotantes, que introducen

una novedosa topología inspirada en los convertidores conmutados clásicos [Meynard et al., 2002].

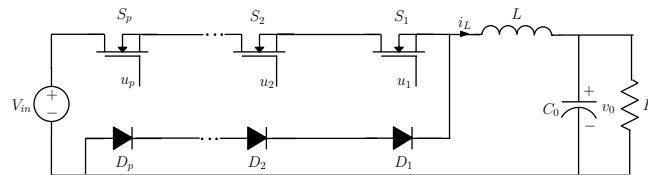


Figura 2-1: Convertidor buck con conmutadores en serie.

La idea de los convertidores multi-celulares es colocar varios dispositivos de conmutación en serie con el fin de obtener un comportamiento equivalente a un único conmutador que opera en alto voltaje a tiempos de conmutación relativamente cortos como se muestra en la Figura 2-1. Sin embargo, esta forma de colocar los conmutadores no garantiza que la tensión que soporta cada conmutador esta balanceada uniformemente, ni siquiera cuando este en estado estacionario [Meynard and Foch, 1992a]. El balance dinámico del voltaje en cada conmutador no es posible, debido a que los tiempos de encendido y de apagado de cada conmutador no es exactamente igual [Meynard and Foch, 1992a].

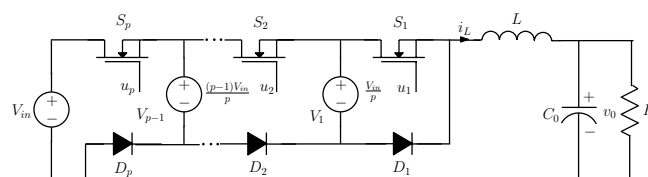


Figura 2-2: Convertidor buck con conmutadores en serie balanceado con fuentes de tensión.

La mejor solución es colocar una fuente de voltaje constante entre cada celda de conmutación [Meynard and Foch, 1992a]. Una celda de conmutación se compone de un conmutador S_k y su complementario D_k . Sin embargo, para lograr un balance entre todos los conmutadores, lo más adecuado es introducir un desfase entre las señales de

control de los conmutadores, siendo $\phi = 2\pi/p$ el desfase que menor rizado de corriente ofrece por lo tanto mayor eficiencia asegurando un correcto balance de la tensión de entrada entre todas las celdas de conmutación del convertidor [Hamma et al., 1995]. La topología que se propone en la Figura 2-2 logra balancear el voltaje entre cada celda de conmutación sin aumentar el orden del sistema, pero es demasiado costosa ya que implica que además de la fuente de alimentación, debemos disponer de $p - 1$ fuentes de tensión adicionales.

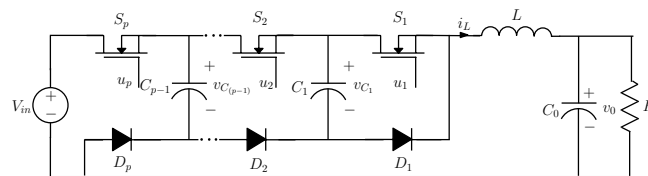


Figura 2-3: Convertidor buck multi-celular de p celdas.

La solución que se ha propuesto para este problema, es colocar en lugar de fuentes de alimentación de valor rV_{in}/p , $r = 1, \dots, p - 1$ colocar un condensador entre cada celda, y ejercer una acción de control que asegure que el condensador este siempre a un valor de tensión rV_{in}/p aumentando así el orden del sistema ya que cada condensador es una nueva variable de estado a controlar [Hamma et al., 1995], además de la corriente de inductor y el voltaje del condensador de salida como vemos en la Figura 2-3.

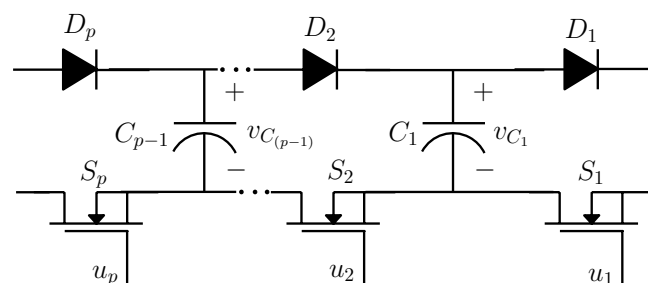


Figura 2-4: Arreglo multi-celular de p celdas.

Así, la idea básica de los convertidores multi-celulares es un arreglo de dispositivos de conmutación con un condensador flotante entre cada celda de conmutación, compuesta por el par MOSFET-diodo o conmutador controlado y complementario [El Aroudi and Robert, 2005]. En la Figura 2-4 vemos un arreglo multi-celular de p celdas [Benmansour et al., 2007].

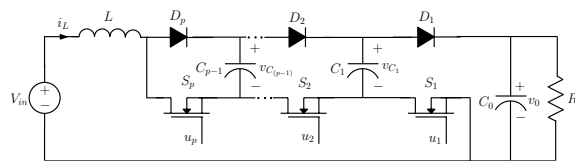


Figura 2-5: Convertidor boost multi-celular de p celdas.

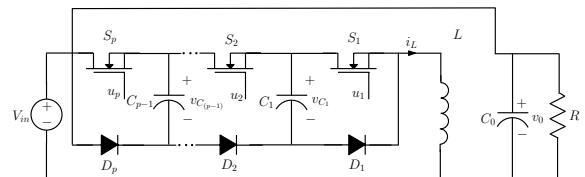


Figura 2-6: Convertidor buck-boost multi-celular de p celdas.

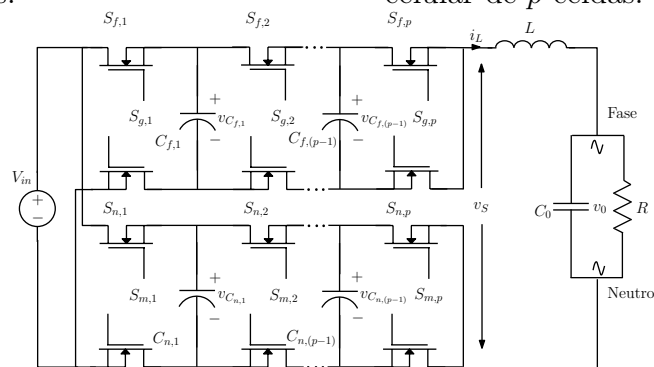


Figura 2-7: Ondulador multi-celular (Full-Bridge) de $2p$ celdas.

Este nuevo concepto es aplicable a todas las topologías de los convertidores básicos como el boost 2-5, buck-boost 2-6, y también es utilizable en onduladores en los cuales además de permitir altos valores de voltaje ayudan a obtener una señal senoidal más pura, debido a su menor rizado y a que la modulación de la señal senoidal puede realizarse en diferentes niveles intermedios de tensión eliminando así los armónicos de la frecuencia de conmutación [Su, 2005]. Por ejemplo, el ondulador de la Figura 2-7 es de puente completo.

La serie de tiempo de la Figura 2-8 muestra la forma de onda del voltaje v_s de entrada al filtro LC del inversor multi-celular, y en la Figura 2-9 se observa la serie

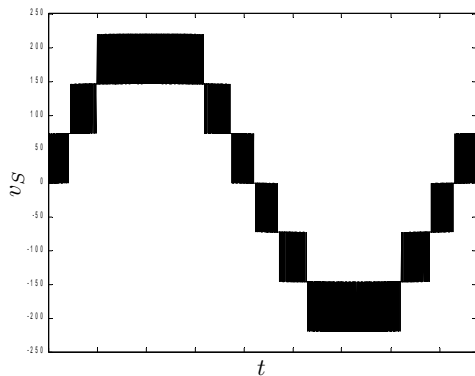


Figura 2-8: Forma de onda de voltaje $v_S(t)$ de un ondulador de tres celdas de puente completo.

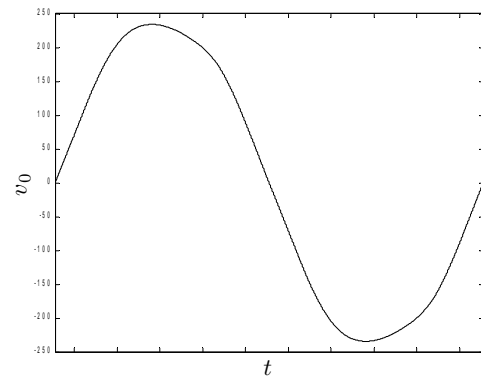


Figura 2-9: Forma de onda de voltaje de salida $v_0(t)$ de un ondulador de tres celdas de puente completo.

de tiempo del voltaje de salida v_0 en la resistencia de carga del inversor multi-celular, que es prácticamente una señal sinusoidal pura.

Un adecuado funcionamiento de estos sistemas requiere un circuito eficiente de control con la objetivo principal de lograr buenas prestaciones frente a perturbaciones externas, a la incertidumbre paramétrica y a las demandas de carga. Con una estrategia de control adecuada, los convertidores electrónicos de potencia de múltiples celdas pueden tener prestaciones excepcionales en transitorios y en estado estacionario. El objetivo del control es a la vez equilibrar la tensión del condensador a una fracción de la tensión de entrada y a la vez llevar la corriente de carga a un nivel de referencia adecuado [Meynard et al., 1997]. Esto se logra mediante el control de la duración de tiempo de encendido (ON) y de apagado (OFF) de los interruptores.

Las aplicaciones de los convertidores multi-celulares incluyen la variación de la velocidad de motores que trabajan con altas tensiones [Meynard et al., 2002], la restauración dinámica de tensión y filtrado de armónicos [Meynard and Foch, 1992b]. Recientemente, estos convertidores han sido también propuestos para aplicaciones de seguimiento de banda ancha en amplificadores de radio frecuencia [Yousefzadeh et al., 2005]. A continuación se presentará con más detalles dos aplicaciones de un convertidor de dos

celdas reportadas recientemente en el trabajo de investigación de [Jin et al., 2010] como interface entre un bus *DC* a la salida de una pila de combustible y un arreglo de baterías.

2.2. Aplicaciones en celdas de combustible

El sistema de control y potencia de una celda de combustible tiene los siguientes problemas:

- La celda de combustible no tiene capacidad de almacenar energía.
- La respuesta transitoria a los cambios de carga es lenta y varía su voltaje.
- La tasa de potencia entregada no puede ser mayor que la de la celda.
- Dificultad para el arranque rápido en frío.

Por lo tanto una segunda fuente de energía es necesaria en el sistema. Las baterías y los ultra-condensadores son comúnmente usados. Si la batería o el ultra-condensador esta conectado al bus *DC* directamente, entonces no es posible controlar sus ciclos de carga y descarga. Por lo tanto un convertidor bi-direccional (BDC) se puede utilizar entre el bus *DC* y la batería, con la ventaja de que el voltaje de la batería puede ser diferente al valor de la tension del bus *DC*.

La Figura 2-10 muestra el diagrama de bloques de un sistema de potencia completo estudiado en [Jin et al., 2010], compuesto por la celda de combustible, un convertidor unidireccional entre ésta y el bus *DC*, la interfase de la batería y el bus *DC* con el BDC, y finalmente un ondulator con su respectiva carga. El sistema híbrido de la celda de combustible tiene las siguientes ventajas:

- Optimización del manejo de energía, mejorando así la eficiencia del sistema.

- Cuando la carga aumenta o disminuye, la batería proporciona el ajuste de energía debido a la lenta respuesta de la celda de combustible, mejorando así la respuesta dinámica del sistema en general.
- Arrancar rápidamente en frío mientras la batería proporciona la energía inicial.
- La batería puede proporcionar los picos de potencia que sobrepasen las especificaciones de la celda de combustible.

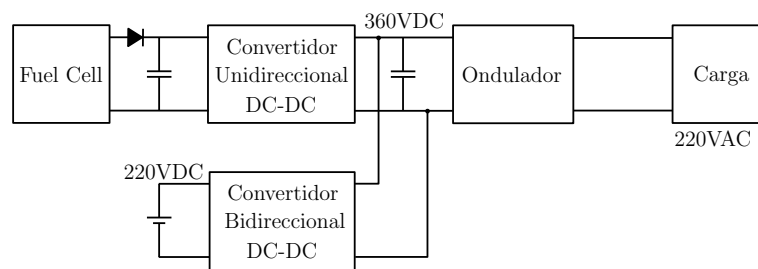


Figura 2-10: Sistema de potencia híbrido batería-celda de combustible.

Como podemos ver en la Figura 2-11 el convertidor BDC es un convertidor buck de dos celdas que tiene dos fuentes de tensión, donde V_H es el voltaje del bus DC y V_L es el voltaje de la batería, C_H y C_L son los condensadores que filtran el rizado de la entrada y la salida del convertidor, C_{fly} es el condensador flotante que debe de ser controlado para tener un valor de $V_H/2$, y L es la inductancia. Los conmutadores controlados son $Q_1 \sim Q_4$, donde los pares (Q_1, Q_4) y (Q_2, Q_3) operan de forma complementaria, y reciben señales de control que están desfasadas entre si con $\phi = \pi$.

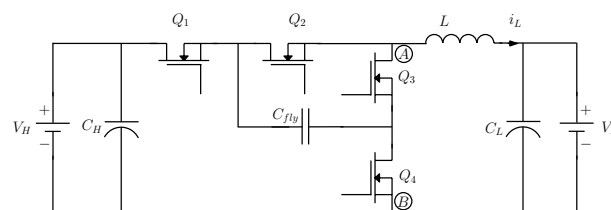


Figura 2-11: Convertidor buck de dos celdas BDC usado en [Jin et al., 2010].

El convertidor BDC puede transmitir energía en ambas direcciones así cuando la

energía fluye de V_H a V_L , el BDC trabaja como un convertidor buck, así Q_1 y Q_2 trabajan como conmutadores controlados y Q_3, Q_4 como complementarios, y su tasa de conversion es:

$$V_L = d \cdot V_H \quad (2.1)$$

Ahora cuando la corriente fluye de V_L a V_H , el sistema se comporta como un convertidor boost, y Q_3, Q_4 son los conmutadores activos, mientras que los demás son complementarios, y su tasa de conversion es:

$$V_H = \frac{1}{1-d} \cdot V_L \quad (2.2)$$

Cómo se ha dicho, el convertidor BDC puede operar como buck pero también como boost, entonces la inductancia es calculada cuando opera en modo buck. Así, la magnitud del rizado de corriente del BDC multi-celdas es [Jin et al., 2010] [Meynard et al., 1997]:

$$\Delta i_{L_{3LBDC}} = \begin{cases} \frac{V_H - V_L}{L} (t_1 - t_0) = \frac{(V_H - V_L)(2d-1)T}{2L} & d \geq 0,5 \\ \frac{V_H/2 - V_L}{L} (t_1 - t_0) = \frac{(V_H - 2V_L)dT}{2L} & d < 0,5 \end{cases} \quad (2.3)$$

Mientras que el rizado de un BDC simple es [Jin et al., 2006]- [Jin et al., 2010]:

$$\Delta i_{L_{2LBDC}} = \frac{(V_H - V_L)dT}{L} \quad (2.4)$$

De la Figura 2-12 se puede observar que la magnitud del rizado máximo del convertidor BDC multi-celdas es la cuarta parte de la magnitud del rizado del convertidor BDC simple cuando $\phi = \pi$, si conservaran el mismo valor del inductor.

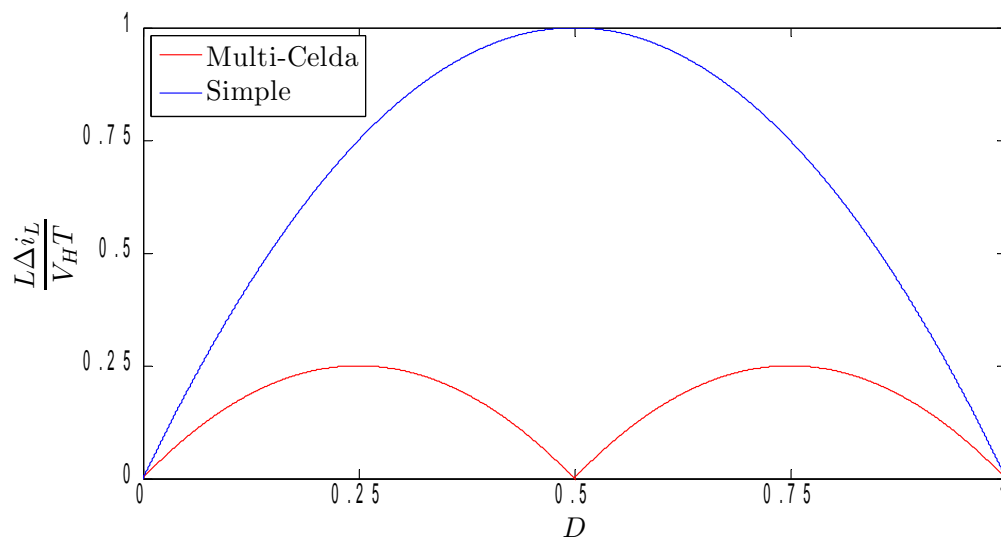


Figura 2-12: Magnitud del rizado de los convertidores BDC simple y multi-celular.

2.3. Aplicaciones en de alto voltaje para locomotoras y máquinas eléctricas

En [Meynard et al., 2002] se expone un repaso de la teoría aplicada a los convertidores multi-celulares, mencionando parámetros importantes de diseño, como lo es el rizado de la corriente con respecto al desplazamiento en fase de las señales de control del convertidor. Se menciona que para que haya un bajo contenido de sub-armónicos, la frecuencia de conmutación debe ser mucho mayor que la frecuencia de modulación para el caso de los onduladores multi-celulares, y finalmente se exponen las aplicaciones industriales que se han logrado con la topología multi-celular de condensadores flotantes, entre ellas están los acopladores de las líneas de alimentación de trenes con diferentes estándares de la compañía ALSTOM, y el manejo de máquinas de inducción síncronas y asíncronas de muy altas potencias, que se exponen a continuación. Los ferrocarriles eléctricos usan principalmente líneas de transmisión de 1,5 kV DC, pero algunas líneas como las de los trenes de alta velocidad tienen una tensión de 25 kV AC/50 Hz, 15 kV AC/16 Hz (Alemania), y 3 kV DC (Bélgica). Por esta razón, las locomotoras eléctricas son generalmente diseñadas para operar desde un bus de tensión de 1,5 kV DC, y están equipadas con un convertidor cuando tienen que ser compatibles con otras líneas de alto voltaje.

Por ejemplo, la locomotora T13 de ALSTOM está equipada con un transformador reductor y un puente rectificador controlado por una modulación senoidal PWM para operar en líneas de 25 kV AC/50 Hz. Este rectificador a base de GTO's permite la regulación de un amplio rango del voltaje de bus DC, pero debido a la baja frecuencia a la que es posible conmutar los GTO's (cientos de hertz). La regulación es muy sensible a la frecuencia de entrada y por lo tanto necesita valores del condensador de filtrado muy altos.

Para reducción de costos y espacio, el rectificador controlado de 25 kV AC/50 Hz, puede ser reconfigurado para ser utilizado como un convertidor de dos celdas en líneas

de 3 kV DC, utilizando todos los componentes activos y pasivos de la anterior configuración. Además para pasar a 1,5 kV DC desde 3 kV DC el ciclo útil de las señales de conmutación es el 50 % el cual corresponde al menor rizado de conmutación posible. El puente rectificador controlado puede verse en la Figura 2-13, y el convertidor de dos celdas en la Figura 2-14.

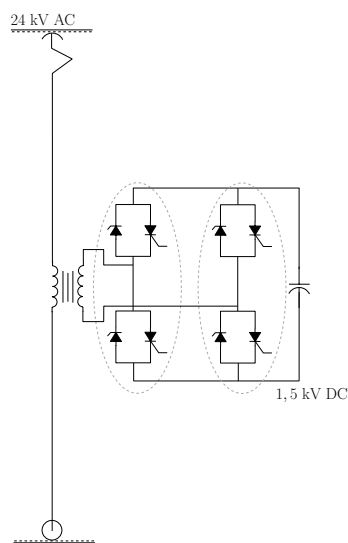


Figura 2-13: Rectificador controlado para líneas de tren de alto voltaje.

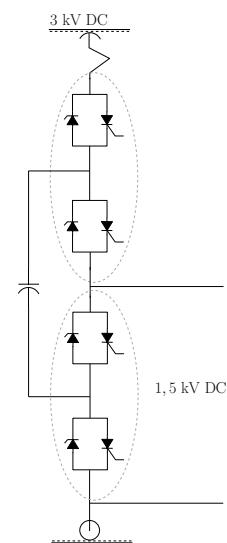


Figura 2-14: Convertidor reductor para líneas de tren de alto voltaje.

Otra aplicación descrita en [Meynard et al., 2002] trata de módulos de control de máquinas sincrónicas de alta potencia, desde un bus de corriente continua de alta tensión. Uno de los controladores es desarrollado con IGBT's que operan a tensiones de 3,0 kV y 1,2 kA. En base a estos IGBT's se ha diseñado un VSI (Ondulador alimentado desde una fuente de voltaje) de tres celdas para ser usado en controladores de máquinas sincrónicas hasta de 4,5 MW. Este convertidor es modular y con el fin de eliminar la necesidad de snubers, se ha colocado entre cada celda de conmutación una inductancia lo suficientemente pequeña para mantener un aislamiento de alto voltaje entre las celdas, como protección de los sobre-picos que se presentan cada vez que el conmutador es desactivado, además los condensadores flotantes se dividen en dos

mitades colocadas cada una antes y después de la inductancia de aislamiento, como muestra la Figura 2-15.

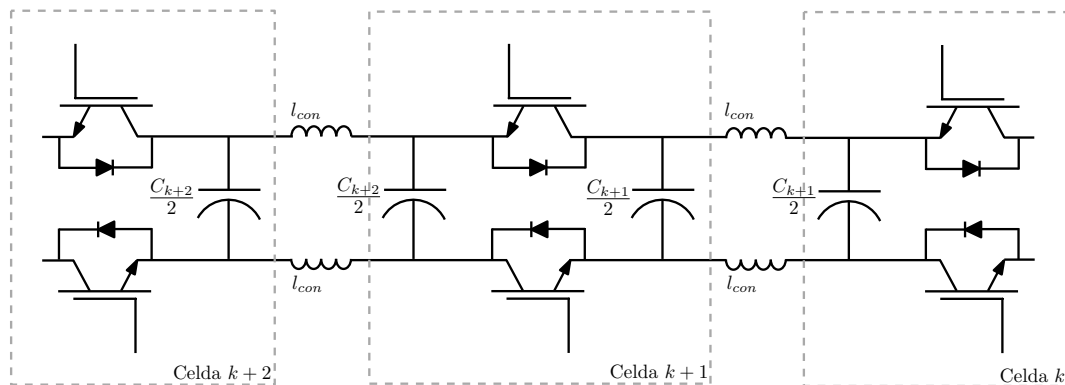


Figura 2-15: Tres celdas de conmutación para una aplicación industrial de alto voltaje VSI.

Cada modulo de conmutación esta compuesto de dos IGBT's junto con su respectivo controlador de conmutación opto-aislado, dos condensadores, y dos disipadores de calor enfriados por agua. Un ondulator VSI de tres fases es fácilmente realizable apilando tres módulos de tres celdas de conmutación cada uno. La compañía ALSTOM tiene un completo catalogo de ondulatores VSI de máquinas sincrónicas o máquinas de inducción adaptados a los estándares europeos de voltaje (2,4, 3,3, 4,2, 5,5 y 6,6 kV AC RMS). La distorsión armónica total (THD) es menor al 16 %, con frecuencias de conmutación de cada celda de 1 kHz, por lo cual las formas de onda son muy cercanas a una senoidal pura, sin necesidad de filtros de baja frecuencia, y los filtros de dv/dt son mucho menores que los de un VSI de una única celda mejorando así la dinámica del par y la velocidad angular debido a la conexión directa. ALSTOM ha desarrollado también controladores de máquinas sincrónicas para los estándares americanos, utilizando IGBT's de 4,5 kV, para generar señales de hasta 4,16 kV AC RMS desde un bus HVDC de 6,2 kV DC.

2.4. Aplicaciones en amplificadores de banda ancha

Una de las aplicaciones más novedosas de los convertidores multi-celulares es su utilización como fuente de alimentación modulada de un amplificador de radio frecuencia [Yousefzadeh et al., 2006a]. Para esta aplicación se han utilizado varias topologías de los convertidores conmutados, incluido los convertidores básicos y los multi-fase [Yousefzadeh et al., 2005]. Sin embargo, el interés que despiertan los convertidores multi-celulares se debe a que tienen un menor rizado de conmutación [Meynard et al., 2002]. Los dispositivos de conmutación tienen un estrés menor ya que la diferencia de potencial se distribuye uniformemente entre todas las celdas de conmutación aumentando su eficiencia, y debido a que la frecuencia de conmutación aparente del convertidor a la salida es p veces mayor que la frecuencia de conmutación de los dispositivos conmutados, hay una notable reducción de tamaño de los elementos activos facilitando su miniaturización [El Aroudi et al., 2008c]. Todas estas características son muy valoradas en amplificadores de alta potencia, ya que la eficiencia de un convertidor buck conmutado simple en [Yousefzadeh et al., 2006b] es $\eta = 0,83$ mientras que la de un convertidor multi-nivel de dos celdas en el mismo trabajo es $\eta = 0,92$. En la Figura 2-16 se presenta un diagrama esquemático del sistema de amplificador de radio frecuencia RFPA. El convertidor esta ubicado en la etapa de fuente de alimentación de la señal modulada.

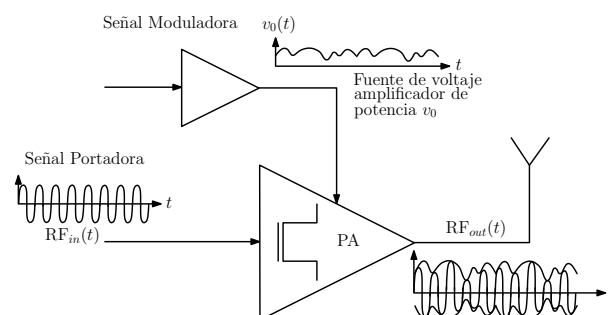


Figura 2-16: Ajuste de la señal moduladora para RFPA

En la Figura 2-17 se representa el convertidor de dos celdas, con dos pares de conmutadores complementarios (Q_1, Q_2) , (Q_3, Q_4) estudiado en [Yousefzadeh et al., 2006a]. Es de notar que en este trabajo todos los elementos de conmutación son controlables, y son operados con el mismo ciclo de trabajo d , y con un desfase de $\phi = \pi$.

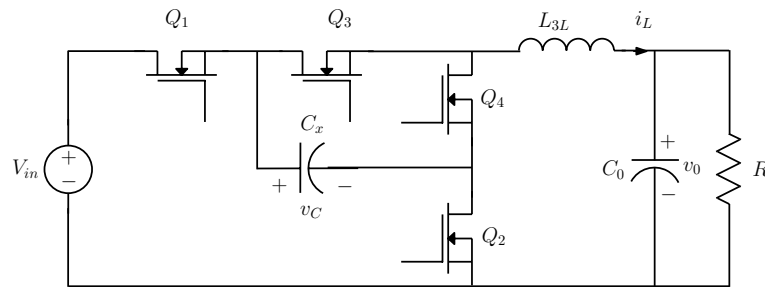


Figura 2-17: Convertidor buck de dos celdas [Yousefzadeh et al., 2006a].

Con un convertidor buck de dos celdas es mucho mas eficiente manejar la potencia suministrada al amplificador de radio frecuencia [Yousefzadeh et al., 2005]. El rizado del voltaje de modulación es muy pequeño, y gracias al doblamiento de la frecuencia de conmutación, los dispositivos activos en el convertidor pueden ser muy pequeños permitiendo su miniaturización, incluso si comparamos un convertidor buck de dos celdas para esta aplicación especifica con un convertidor multi-fase de características similares de rizado y frecuencia, el menor tamaño de una única bobina, permite una miniaturización mayor que dos bobinas en cada fase del convertidor multi-fase [Yousefzadeh et al., 2005].

En [Yousefzadeh et al., 2006a], como ejemplo de modulación de una señal RF, se propone que el mensaje sea una señal $|V_p \sin 2\pi ft|$ con $f = 10$ kHz (Figura 2-18.a), por lo que el convertidor buck de dos celdas se utiliza para amplificar el mensaje a un valor de potencia óptimo, mientras que la señal de RF es una señal senoidal de 10 GHz. Lo que hace el amplificador RFPA es modular la señal de RF con la señal del mensaje entregada por el convertidor a una potencia apropiada para la transmisión (Figura 2-18.b).

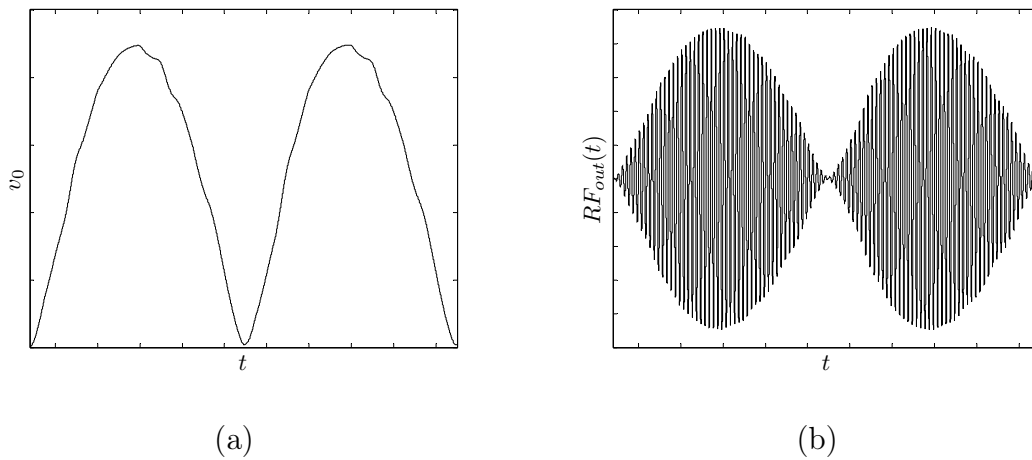


Figura 2-18: (a). Forma de onda del voltaje de salida del convertidor buck de dos celdas. (b). Señal modulada de RF con un convertidor buck de dos celdas.

2.5. Modelado y análisis de la estabilidad de los convertidores multi-celulares

La topología multi-nivel ha sido inventada en [Meynard and Foch, 1992b], con el fin de utilizarla en aplicaciones de alta tensión. En [Meynard and Foch, 1992a] se exponen las posibles aplicaciones que tendría esta topología, mencionando entre ellas convertidores conmutados y onduladores monofásicos y trifásicos. Las ventajas que tendría con respecto al rizado debido a la mayor frecuencia aparente en los convertidores DC-DC, y en los onduladores se podría obtener una forma de onda más pura debida a los diferentes niveles de voltaje.

Los convertidores de múltiples celdas se han desarrollado para superar las deficiencias de los dispositivos de estado sólido conmutados de modo que se pueda reducir su estrés [Meynard et al., 1997]. Debido a que el uso de las fuentes distribuidas de energía, tales como los paneles foto-voltaicos, los aero-generadores y las pilas de combustible, es cada vez más frecuente, la utilización de estos convertidores para controlar la corriente y la tensión de salida directamente de las fuentes de energía renovables proporcionarán ventajas significativas por su rápida respuesta y control

autónomo [Meynard and Foch, 1992a], [Huang et al., 2007].

Como ventaja general se destaca la posibilidad del manejo de altas tensiones con semiconductores de conmutación estándar. En [Hamma et al., 1995] se realiza un estudio de las características de diseño de los convertidores multi-nivel resaltando sobre todo el estudio del rizado de la corriente de la bobina y del voltaje de los condensadores flotantes, con respecto al ciclo de trabajo y el desfase de conmutación entre cada una de las celdas. En [Meynard et al., 1997] se estudia el modelado de diferentes topologías multi-nivel con el análisis armónico, con el fin de estudiar el balance natural de los capacitores flotantes el cual no es posible observar con el modelo promediado tradicional. En [Bensaid and Fadel, 2002] se expone un filtro de Kalman con el fin de estimar el voltaje de los condensadores flotantes, basándose en un modelo discreto que toma tres muestras por periodo de conmutación. Este trabajo es bastante interesante a la hora de hacer una implementación practica ya que podemos aumentar el numero de celdas de conmutación sin necesidad de aumentar el numero de variables medidas, ya que todos los voltajes de los condensadores flotantes se estiman con un filtro de Kalman que es un observador de estados, bastante robusto al ruido y al error de medición. En [El Aroudi et al., 2008b] se realiza un estudio de la estabilidad de un convertidor buck de dos celdas con el modelo discreto con el fin de predecir las inestabilidades de las dinámicas rápidas. Se obtienen los diagramas de bifurcación y se encuentran de manera analítica los valores óptimos de las ganancias de control para que el sistema sea estable. Seguidamente, se comparan los datos reales y los teóricos. En [El Aroudi et al., 2009a] se realiza la comparación de un convertidor buck normal, y un convertidor buck de dos celdas. Se realizan los diagramas de bifurcación teniendo como parámetro de bifurcación el voltaje de entrada, y se observa que para el mismo condensador de salida, el convertidor buck de dos celdas pierde la estabilidad para un voltaje de entrada mucho mayor que en el convertidor de una celda. Se realiza también esta comparación con un condensador de salida menor, permitiendo así la miniaturización del sistema. En [El Aroudi et al., 2009c] se utiliza un convertidor buck

de dos celdas como controlador de velocidad de un motor DC, y se estudia desde el modelado discreto, finalmente se aplica el criterio de Jury, y se determina una region del espacio de parámetros que garantizan la estabilidad.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Capítulo 3

Técnicas de modelización del convertidor buck de dos celdas de conmutación

Resumen

En este capítulo, se especificará el estudio de un convertidor buck de dos celdas DC-DC con su controlador. Se recordará el esquema completo de la etapa de potencia y su control. Seguidamente se derivarán diferentes modelos de este sistema. A saber, el conmutado, modelo promediado, el modelo armónico y el modelo de tiempo discreto. Las diferentes funciones de transferencia obtenidas a partir de los modelos promediado y discreto también se derivan. Se hará una comparación de diferentes respuestas temporales obtenidas a partir de estos modelos. Se muestra que el balance natural de la tensión del condensador flotante no se puede explicar usando el modelo promediado y el discreto simplificado.

3.1. Introducción

En el presente capítulo se hace una introducción a los métodos de modelado de convertidores conmutados en general y a los multi-celulares en particular. La forma natural de modelar un convertidor DC-DC es mediante el modelo conmutado, el cual predice perfectamente todos los comportamientos dinámicos que pueda tener el convertidor, tales como puntos fijos, ciclos límite, comportamientos cuasi-periódicos, y caos [Guinjoan et al., 1997a]- [Hamill and Jeffries, 1988]- [Martinez Salamero et al., 2009]. Todos estos comportamientos se pueden presentar en un convertidor conmutado ya que es un sistema altamente no lineal, debido a la acción de conmutación, y a que es un sistema de estructura variable en el tiempo periódicamente forzado [Mazumder et al., 2000]. El modelo más utilizado para el estudio de los convertidores DC-DC es el modelo promediado el cual elimina la acción de conmutación, por lo que las señales de control y las variables de estados son valores promedio del sistema conmutado [Wester and Middlebrook, 1973].

El modelo promediado puede predecir la dinámica lenta del convertidor [El Aroudi and Orabi, 2010]. Sin embargo cuando se necesita un estudio de las dinámicas rápidas de las variables de estado, este modelo es insuficiente [Iu and Tse, 2003]. Para hacer un análisis de las dinámicas rápidas, uno de los modelos más utilizados en los últimos trabajos de investigación es el modelo discreto obtenido construyendo un mapa de Poincaré, el cual convierte un sistema continuo con una trayectoria cerrada definida por el rizado de conmutación en un sistema discreto [El Aroudi and Robert, 2006], [Angulo and di Bernardo, 2005], [Banerjee et al., 2000]. Entonces, el estudio de la trayectoria cerrada en tiempo continuo se puede hacer analíticamente utilizando una sección de Poincaré. De esta manera, es suficiente estudiar el mapa discreto y su punto fijo que corresponde a la órbita periódica del modelo continuo. Con el mapa de Poincaré se pueden estudiar las dinámicas rápidas y las dinámicas lentas de los convertidores de potencia.

Otro método de modelado de los convertidores DC-DC es el modelado armónico,

el cual se obtiene aplicando las series de Fourier al modelo conmutado, obteniendo así un conjunto de ecuaciones con coeficientes de Fourier para cada armónico de la frecuencia de conmutación [Caliskan et al., 1996]. El modelo armónico es un sistema de ecuaciones no lineales que representan la componente continua, la frecuencia de conmutación y los armónicos de la frecuencia de conmutación [Caliskan et al., 1999]. A continuación se expone cada uno de los métodos de modelado y finalmente se comparan las simulaciones obtenidas, con cada uno de ellos, a partir de un convertidor buck de dos celdas simplificado.

3.2. Modelo conmutado

Los convertidores multi-celulares son sistemas de estructura variable. En el caso de un convertidor buck de p -celdas, como el mostrado en la Figura 3-1, tenemos $2p$ posibles configuraciones, cada una se puede representar por un sistema lineal y invariante en el tiempo (LTI) de la forma $\dot{\mathbf{x}} = A_k \mathbf{x} + B_k$ donde $k = 1, 2, \dots, 2^p$. El modelo conmutado se puede encontrar de dos maneras posibles, la primera forma es algebraica y consiste en sumar cada una de las posibles configuraciones multiplicadas por sus respectivas señales de control u_m si el conmutador m está encendido, o $(1 - u_m)$ si el conmutador m está desactivado donde $m = 1, 2, \dots, p$, siendo p el número de celdas de conmutación. Después de realizar la suma se encuentra lo que se conoce como modelo conmutado. Este modelo se puede expresar en general de la forma siguiente:

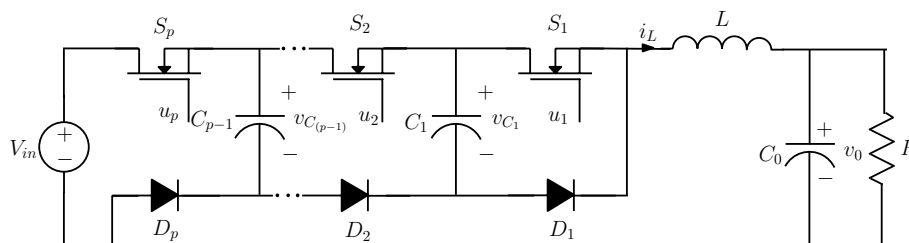


Figura 3-1: Convertidor buck multi-celular de p -celdas.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = & (A_1 \mathbf{x} + B_1) \prod_{m=1}^p u_m + (A_2 \mathbf{x} + B_2) \prod_{m=1}^{p-1} u_m (1 - u_p) \dots \\ & + (A_{2p} \mathbf{x} + B_{2p}) \prod_{m=1}^p (1 - u_m) \end{aligned} \quad (3.1)$$

La segunda forma de encontrar el modelo conmutado esta basada en el método explicado en [Van Dijk et al., 1995], y consiste en hallar un circuito equivalente del convertidor cambiando los conmutadores controlados por fuentes de corriente controlada, y los conmutadores no controlados por fuentes de tension controladas, y encontrar las ecuaciones según el análisis de nodos o mallas del circuito equivalente de cada una de las variables de estado, (Figura 3-2).

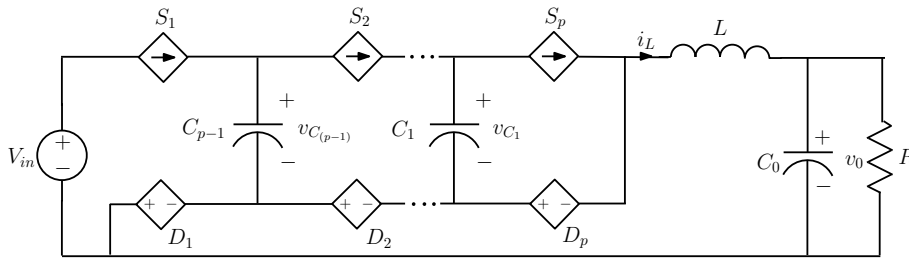


Figura 3-2: Circuito equivalente del convertidor buck multi-celular de p -celdas.

■ Primera forma

En el caso de un convertidor buck de dos celdas (Figura 3-3), tenemos cuatro posibles configuraciones, y su vector de estado es $\mathbf{x} = [i_L \ v_1 \ v_0]^T$, en donde i_L es la corriente en el inductor, v_1 es la tensión en el capacitor flotante y v_0 es la tensión de salida.

La configuración \mathcal{C}_1 puede tener lugar, cuando el conmutador S_1 esta abierto (OFF) y el conmutador S_2 esta cerrado (ON). El circuito equivalente del convertidor para esta configuración es el mostrado en la Figura 3-4.

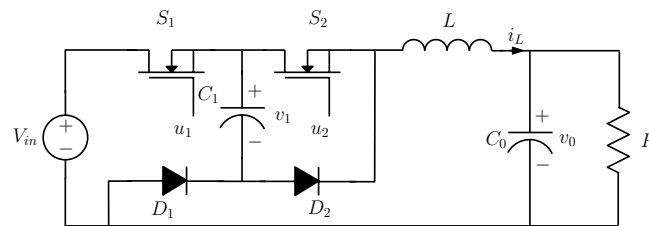


Figura 3-3: Convertidor buck de dos celdas.

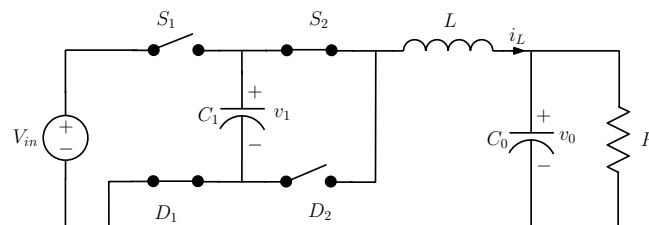


Figura 3-4: Configuraci3n \mathcal{C}_1 (OFF,ON) del convertidor buck de dos celdas.

El sistema de ecuaciones diferenciales que modela la configuraci3n \mathcal{C}_1 es:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La configuraci3n \mathcal{C}_2 es activada cuando el conmutador S_1 esta cerrado y el conmutador S_2 est3 tambi3n cerrado y el circuito equivalente se muestra en la Figura 3-5.

El sistema de ecuaciones diferenciales (3.3) describe el comportamiento dinámico de la configuraci3n \mathcal{C}_2 .

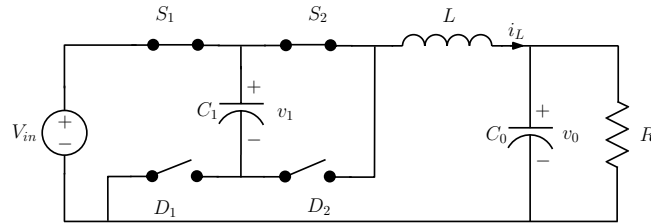


Figura 3-5: Configuración \mathcal{C}_2 (ON,ON) del convertidor buck de dos celdas.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La configuración \mathcal{C}_3 se activa, cuando el conmutador S_1 está en ON y el conmutador S_2 está en OFF y el circuito equivalente del convertidor para esta configuración es el mostrado en la Figura 3-6.

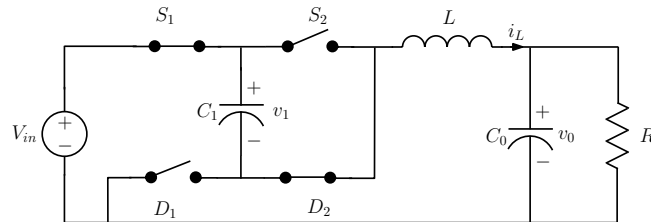


Figura 3-6: Configuración \mathcal{C}_3 (ON,OFF) del convertidor buck de dos celdas.

El sistema de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento de la configuración \mathcal{C}_3 es el descrito en la ecuación (3.4).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

La configuración \mathcal{C}_4 se activa, cuando ambos conmutadores S_1 y S_2 están abiertos y el circuito equivalente del convertidor para esta configuración es el mostrado en la Figura 3-7.

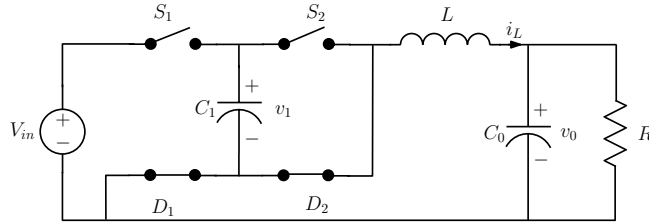


Figura 3-7: Configuración \mathcal{C}_4 (OFF,OFF) del convertidor buck de dos celdas.

El sistema de ecuaciones diferenciales de la configuración \mathcal{C}_4 es el siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Sumando cada una de las posibles configuraciones, multiplicadas por el estado de los conmutadores u_1 y u_2 correspondientes y simplificando se obtiene el modelo conmutado. El estado de los conmutadores se representa con u_m si S_m esta cerrado y $(1 - u_m)$ si S_m esta abierto. Finalmente se llega a la ecuación (3.6).

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = & (A_1 \mathbf{x} + B_1)(1 - u_1)u_2 + (A_2 \mathbf{x} + B_2)u_1u_2 \dots \\ & + (A_3 \mathbf{x} + B_3)u_1(1 - u_2) + (A_4 \mathbf{x} + B_4)(1 - u_1)(1 - u_2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Una vez sustituidas las matrices de la ecuación anterior se obtiene el modelo conmu-

tado del convertidor buck de dos celdas dado por el sistema de ecuaciones (3.7).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{u_2 - u_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{u_1 - u_2}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{v_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \quad (3.7)$$

■ Segunda forma

De acuerdo con la segunda forma de encontrar el modelo conmutado basado en el circuito equivalente del convertidor, se obtiene el sistema con interruptores simples cómo en la Figura 3-8, donde los diodos se consideran interruptores cuyos estados serán siempre complementarios a los estados de los interruptores. Así, si S_m esta abierto, D_m esta cerrado.

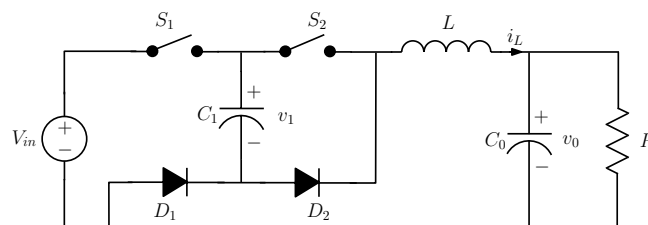


Figura 3-8: Circuito equivalente del convertidor representando los MOSFET con interruptores.

La configuración \mathcal{C}_1 que esta representada por el circuito de la Figura 3-4. Donde podemos ver que para la configuración \mathcal{C}_1 el interruptor S_1 esta abierto por lo que la corriente que fluye por el es nula $i_{S_1} = 0$, mientras que el interruptor S_2 esta cerrado. Así, la corriente que fluye por el interruptor es igual a la de la bobina $i_{S_2} = i_L$, en el caso de los diodos se suponen que son complementarios entonces. El diodo D_1 esta cerrado por lo que su diferencia de potencial es nula $v_{D_1} = 0$, mientras

que el diodo D_2 esta abierto y su diferencia de potencial esta dada por la ecuación

$$v_{D_2} = (v_L + v_0 - v_1) - (v_L + v_0) = -v_1.$$

Ahora, para el circuito de la Figura 3-5 que representa la configuración \mathcal{C}_2 , cómo ambos conmutadores controlados S_1 y S_2 están cerrados, por ellos fluye la corriente de la inductancia $i_{S_1} = i_L$, $i_{S_2} = i_L$, y ambos diodos están abiertos y la tensión entre ellos es diferente de cero. Donde la tensión en el diodo D_1 esta dado por la ecuación $v_{D_1} = -(V_{in} - v_1)$, y la tension en el diodo D_2 esta dada en la ecuación $v_{D_2} = (V_{in} - v_1) - V_{in} = -v_1$.

Para la configuración \mathcal{C}_3 representada por el circuito de la Figura (3-6), la corriente en el conmutador S_1 es igual a la corriente de inductancia $i_{S_1} = i_L$, mientras que S_2 esta abierto y no fluye corriente $i_{S_2} = 0$. El voltaje de D_1 esta dado en la ecuación $v_{D_1} = -(V_{in} - v_1)$. Mientras que D_2 está cerrado y por lo tanto su diferencia de potencial es nula $v_{D_2} = 0$.

Para la configuración \mathcal{C}_4 que representa el circuito de la Figura 3-7, se puede ver que cómo los conmutadores controlados S_1 y S_2 están abiertos por lo tanto la corriente no fluye por ellos $i_{S_1} = 0$, $i_{S_2} = 0$, y los conmutadores no controlados D_1 y D_2 están cerrados por lo tanto su diferencia de potencial es nula $v_{D_1} = 0$, $v_{D_2} = 0$.

Así, se ve que i_{S_1} es cero si S_1 está abierto, y es igual a i_L si S_1 está cerrado, entonces $i_{S_1} = i_L u_1$, de manera similar podemos concluir que $i_{S_2} = i_L u_2$. Ahora si la diferencia de tension cuando S_1 esta abierto, teniendo en cuenta que el diodo es complementario $v_{D_1} = 0$, mientras cuando S_1 esta cerrado el diodo esta abierto entonces $v_{D_1} = -(V_{in} - v_1)$. Tomando como referencia el estado de S_1 podemos decir que $v_{D_1} = -(V_{in} - v_1)u_1$. De manera similar llegamos a que la tension en el diodo D_2 es $v_{D_2} = -v_1 u_2$.

Desde el circuito equivalente de la Figura 3-9, podemos hallar cada una de las ecuaciones que modelan el comportamiento del sistema, así para hallar la ecuación diferencial de la corriente de inductancia, se despeja el voltaje de la inductancia utilizando el

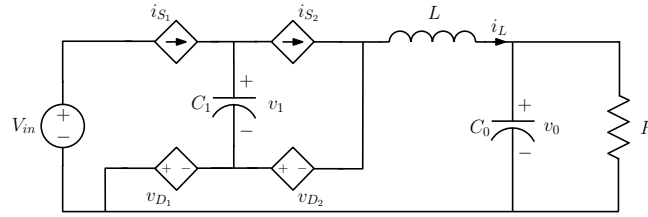


Figura 3-9: Circuito equivalente del convertidor buck de dos celdas.

análisis nodal de circuitos. Si $v_L = -v_{D1} - v_{D2} - v_0$ cambiando v_L por Ldi_L/dt , y finalmente despejando todas las variables obtenemos la ecuación (3.8), donde $x_1 = i_L$ y $\dot{x}_1 = di_L/dt$.

$$\dot{x}_1 = x_2 \frac{u_2 - u_1}{L} - x_3 \frac{1}{L} + V_{in} \frac{u_1}{L} \quad (3.8)$$

Para obtener la ecuación de la tensión del condensador C_1 (ecuación (3.9)). Despejamos $i_{C1} = C_1 dv_1/dt$, donde $i_{C1} = i_{S1} - i_{S2}$, y $x_2 = v_1$.

$$\dot{x}_2 = x_1 \frac{u_1 - u_2}{C_1} \quad (3.9)$$

Igualmente utilizamos la ley de Kirchhoff para encontrar la corriente del condensador de salida $i_{C0} = C_0 dv_0/dt$, y una vez despejadas todas las variables de la ecuación $i_{C0} = i_L - \frac{v_0}{R}$, se llega a la ecuación diferencial (3.10), donde $x_3 = v_0$.

$$\dot{x}_3 = x_1 \frac{1}{C_0} - x_3 \frac{1}{RC_0} \quad (3.10)$$

El modelo conmutado del sistema es el conjunto de ecuaciones diferenciales que modelan cada una de las variables de estado del circuito, y esta escrito en forma matricial en la ecuación (3.11).

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{u_2 - u_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{u_1 - u_2}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{v_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \quad (3.11)$$

3.3. Modelo promediado

El modelo promediado se obtiene a partir del modelo conmutado promediando las variables de estado a lo largo de un periodo de conmutación. En forma analítica, el valor medio de las variables de estado, y la señal de conmutación se obtiene integrando las variables instantáneas con respecto al tiempo durante un periodo de conmutación como se ve en las ecuaciones (3.12) y (3.13) [Robert W. Erickson, 2001].

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{x}(\alpha) d\alpha \quad (3.12)$$

$$d_n = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_n(\alpha) d\alpha \quad (3.13)$$

Se puede observar que la promediación temporal elimina la acción de conmutación, sea $\bar{\mathbf{x}}$ el vector de estados de las variables promediadas. El modelo promediado será el dado por el sistema de Ecuaciones (3.14).

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2-d_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{d_1-d_2}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \frac{v_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d_1 \quad (3.14)$$

3.4. Funciones de transferencia del modelo en tiempo continuo

Para el diseño del control de un convertidor, se simplifica el modelo de tal forma que se puede tratar como si fuera un sistema lineal e invariante en el tiempo [Robert W. Erickson, 2001]. Una forma muy utilizada es el análisis por funciones de transferencia. En éstas vemos cómo los disturbios de una de las señales de entrada puede afectar el sistema en la salida. A continuación se exponen tres tipos de funciones de transferencia de las que depende un convertidor DC-DC.

- Función de transferencia de entrada-salida: esta función de transferencia permite predecir cómo afectan las variaciones de las variables de entrada (ejemplo: voltaje de entrada) a cada una de las variables de estado del convertidor [Martinez Salamero et al., 2009].
- Función de transferencia de control-salida: modela el efecto de las variaciones de la señal de control en las variables de estado del convertidor [Guinjoan et al., 1997b].
- Función de transferencia de impedancia de salida: Modela el efecto de las variaciones de carga sobre el voltaje de salida del convertidor [Martinez Salamero et al., 2009, Guinjoan et al., 1997b].

Tomando el modelo de la ecuación (3.14) de un convertidor buck de dos celdas, las funciones de transferencia control-salida pueden encontrarse haciendo las variaciones

del voltaje de entrada cero, y los valores de los ciclos de trabajo en estado estacionario iguales $d_{1,2} = d$. Finalmente, tomando en cuenta sólo las variaciones $\hat{\mathbf{x}}$ del vector de estados y de las señales de control $\hat{\mathbf{d}} = [\hat{d}_1, \hat{d}_2]^T$.

La ecuación que encuentra las variaciones de la corriente de la bobina con respecto a las variaciones de las señales de control es la siguiente.

$$\frac{d\hat{i}_L}{dt} = \left(\frac{df_{i_L}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{i_L}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{i_L}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{i_L}}{dd_1} \hat{d}_1 + \frac{df_{i_L}}{dd_2} \hat{d}_2 \right)_{\hat{v}_{in}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.15)$$

de manera similar se encuentra la ecuación diferencial que modela las variaciones de la tensión del condensador C_1 con respecto a las variaciones de las señales de control.

$$\frac{d\hat{v}_1}{dt} = \left(\frac{df_{v_1}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{v_1}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{v_1}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{v_1}}{dd_1} \hat{d}_1 + \frac{df_{v_1}}{dd_2} \hat{d}_2 \right)_{\hat{v}_{in}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.16)$$

Por ultimo la ecuación diferencial de la tensión del condensador de salida con respecto a las variaciones de las señales de control, esta dada por la siguiente ecuación.

$$\frac{d\hat{v}_0}{dt} = \left(\frac{df_{v_0}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{v_0}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{v_0}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{v_0}}{dd_1} \hat{d}_1 + \frac{df_{v_0}}{dd_2} \hat{d}_2 \right)_{\hat{v}_{in}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.17)$$

donde $f_{i_L}, f_{v_1}, f_{v_0}$ son las derivadas de cada una de las variables de estado correspondientes a $di_L/dt, dv_1/dt, dv_0/dt$.

El modelo de las variaciones del vector de estados con respecto a las señales de control se puede reescribir cómo el sistema de ecuaciones mostrado en (3.18):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{2L} & \frac{V_{in}}{2L} \\ \frac{I_L}{C_1} & -\frac{I_L}{C_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{d}} \quad (3.18)$$

o de forma matricial:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A_{\hat{\mathbf{x}}} \hat{\mathbf{x}} + C_{\hat{\mathbf{x}}} \hat{\mathbf{d}} \quad (3.19)$$

donde $A_{\hat{\mathbf{x}}}$ y $C_{\hat{\mathbf{x}}}$ son dadas por:

$$A_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \quad C_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{2L} & \frac{V_{in}}{2L} \\ \frac{I_L}{C_1} & -\frac{I_L}{C_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Las funciones de transferencia se obtienen despejando la ecuación (3.19) como se observa en (3.21)

$$\mathbf{x}(s) = (sI - A_{\hat{\mathbf{x}}})^{-1} C_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{d}(s) \quad (3.21)$$

Ahora la matriz de funciones de transferencia es (3.22):

$$\mathbf{x}(s) = \begin{bmatrix} G_{i_L d_1}(s) & G_{i_L d_2}(s) \\ G_{v_1 d_1}(s) & G_{v_1 d_2}(s) \\ G_{v_0 d_1}(s) & G_{v_0 d_2}(s) \end{bmatrix} \mathbf{d}(s) \quad (3.22)$$

Entonces las funciones de transferencia, donde $\mathbf{x}(s) = [i_L(s), v_1(s), v_0(s)]^T$ y $\mathbf{d}(s) = [d_1(s), d_2(s)]^T$, se hallan de la siguiente manera. Para $i_L(s) = G_{i_L d_1}(s)d_1(s)$:

$$G_{i_L d_1}(s) = \frac{V_{in}}{2L} \frac{2\xi\omega_m + s}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.23)$$

De $i_L(s) = G_{i_L d_2}(s)d_2(s)$ podemos deducir la función de transferencia que relaciona las variaciones de la corriente de la bobina, con respecto a las variaciones de la señal de control $d_2(s)$:

$$G_{i_L d_2}(s) = \frac{V_{in}}{2L} \frac{2\xi\omega_m + s}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.24)$$

La función de transferencia que relaciona las variaciones de la tensión $v_1(s)$ del condensador intermedio, con las variaciones de la señal de control $d_1(s)$ esta dada por:

$$G_{v_1 d_1}(s) = \frac{I_L}{C_1} \frac{1}{s} \quad (3.25)$$

De manera similar encontramos la que depende de las variaciones de la señal de control $d_2(s)$ podemos ver como estas son integradores puros:

$$G_{v_1 d_2}(s) = -\frac{I_L}{C_1} \frac{1}{s} \quad (3.26)$$

Ahora la función de transferencia de las variaciones de la tensión $v_0(s)$ del condensador de salida con respecto a la señal de control $d_1(s)$ esta dada por:

$$G_{v_0 d_1}(s) = \frac{V_{in}}{2} \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.27)$$

Por ultimo la función de transferencia del las variaciones de la tensión $v_0(s)$ del condensador de salida con respecto a la señal de control $d_2(s)$ esta dada por:

$$G_{v_0 d_2}(s) = \frac{V_{in}}{2} \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.28)$$

Las funciones de transferencia de cada una de las perturbaciones de las variables de estado con respecto a las señales de control se pueden ver de forma normalizada en las ecuaciones (3.23)-(3.28), donde $\xi = \sqrt{LC_0}/2RC_0$, $\omega_m = 1/\sqrt{LC_0}$.

Para encontrar las funciones de transferencia entrada-salida y impedancia de salida, hacemos cero las variaciones de control, y hacemos variar el vector de estados, la fuente de entrada y la carga.

La ecuación diferencial de las variaciones de la corriente \hat{i}_L de inductancia con respec-

to al vector de estados, el voltaje de entrada \hat{v}_{in} y la corriente de carga \hat{i}_0 esta dada por:

$$\frac{d\hat{i}_L}{dt} = \left(\frac{df_{i_L}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{i_L}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{i_L}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{i_L}}{dV_{in}} \hat{v}_{in} + \frac{df_{i_L}}{di_0} \hat{i}_0 \right)_{\hat{d}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.29)$$

La ecuación diferencial de la tensión \hat{v}_1 del condensador intermedio con respecto a las variaciones del vector de estados, el voltaje de entrada \hat{v}_{in} y la corriente \hat{i}_0 de carga, esta dada por:

$$\frac{d\hat{v}_1}{dt} = \left(\frac{df_{v_1}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{v_1}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{v_1}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{v_1}}{dV_{in}} \hat{v}_{in} + \frac{df_{v_1}}{di_0} \hat{i}_0 \right)_{\hat{d}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.30)$$

$$(3.31)$$

Finalmente la ecuación diferencial de la tensión \hat{v}_0 del condensador de salida, que depende de las variaciones del vector de estados $\hat{\mathbf{x}}$, la corriente \hat{i}_0 de carga y la tensión \hat{v}_{in} , es la siguiente:

$$\frac{d\hat{v}_0}{dt} = \left(\frac{df_{v_0}}{di_L} \hat{i}_L + \frac{df_{v_0}}{dv_1} \hat{v}_1 + \frac{df_{v_0}}{dv_0} \hat{v}_0 + \frac{df_{v_0}}{dV_{in}} \hat{v}_{in} + \frac{df_{v_0}}{di_0} \hat{i}_0 \right)_{\hat{d}=0, d_{1,2}=d} \quad (3.32)$$

donde $f_{i_L}, f_{v_1}, f_{v_0}$ son las derivadas de cada una de las variables de estado correspondientes a $di_L/dt, dv_1/dt, dv_0/dt$.

Realizando un procedimiento similar a cómo se obtienen las funciones de transferencia control-salida. Se obtienen las funciones de transferencia de entrada-salida $G_{i_L v_{in}}(s), G_{v_0 v_{in}}(s)$, y la impedancia de salida $G_{v_0 i_0}(s)$ del sistema. Se pueden ver las expresiones de las funciones de transferencia (3.33) que las variaciones de voltaje del

condensador intermedio no dependen de las variaciones del voltaje de entrada, ni de las variaciones de la carga, con $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{v}_{in}, \hat{i}_0]^T$.

$$\mathbf{x}(s) = \begin{bmatrix} G_{i_L v_{in}}(s) & G_{i_L i_0}(s) \\ 0 & 0 \\ G_{v_0 v_{in}}(s) & G_{v_0 i_0}(s) \end{bmatrix} \mathbf{y}(s) \quad (3.33)$$

La función de transferencia de las variaciones de la corriente $i_L(s)$ de la bobina con respecto a las variaciones de la tensión de entrada $v_{in}(s)$, esta dada por:

$$G_{i_L v_{in}}(s) = \frac{d}{L} \frac{2\xi\omega_m + s}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.34)$$

La función de transferencia de las variaciones de la corriente $i_L(s)$ de la bobina, con respecto a las variaciones de $i_0(s)$ está dada por:

$$G_{i_L i_0}(s) = -\frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.35)$$

La función de transferencia de las variaciones de la tensión $v_0(s)$ del condensador intermedio, con respecto a las variaciones de $v_{in}(s)$, está dada por:

$$G_{v_0 v_{in}}(s) = d \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.36)$$

La función de transferencia de las variaciones de la tensión $v_0(s)$ del condensador intermedio, con respecto a las variaciones de $i_0(s)$, es llamada impedancia de salida en lazo abierto y está dada por:

$$G_{v_0i_0}(s) = \frac{1}{C_0} \frac{s}{s^2 + 2\xi\omega_m s + \omega_m^2} \quad (3.37)$$

Las funciones de transferencia que dependen de las variaciones de carga y de alimentación, nos proporcionan información de como estas afectan a las variables de estado. Están dadas de forma normalizada en las ecuaciones (3.34)-(3.37), donde $\xi = \sqrt{LC_0}/2RC_0$, $\omega_m = 1/\sqrt{LC_0}$. De estas ecuaciones es de interés $Z_0(s) = G_{v_0i_0}(s)$ ya que es la impedancia de salida del convertidor en lazo abierto.

Utilizando las funciones de transferencia para un convertidor buck de dos celdas se puede hacer el diseño de un control por voltaje de salida. El diagrama de bloques del convertidor según las ecuaciones (3.33) está representado en la Figura 3-10.

3.5. Modelo en tiempo discreto

El modelo en tiempo discreto tiene la ventaja de capturar las dinámicas rápidas del convertidor, ya que conserva la principal no linealidad del sistema que es la acción de conmutación obteniendo un modelo no-lineal. Sin embargo, el convertidor tiene un comportamiento lineal a tramos, cambiando su modelo entre diferentes configuraciones [El Aroudi et al., 2005].

Un mapa de Poincaré captura una muestra del comportamiento dinámico al final de cada instante de muestreo nT cómo se ve en la Figura 3-11. Así, para el convertidor buck de dos celdas, el modelo discreto es una composición de cuatro funciones lineales a tramos, cada función es una solución correspondiente a una configuración [El Arou-

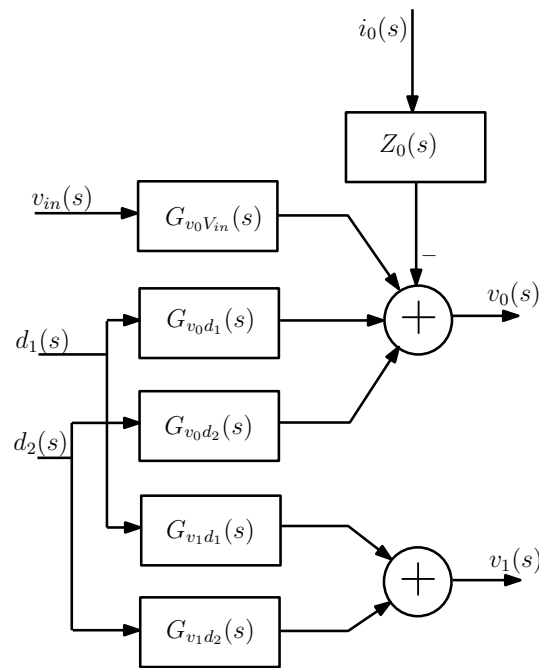


Figura 3-10: Diagrama de bloques del convertidor buck de dos celdas.

di and Robert, 2006].

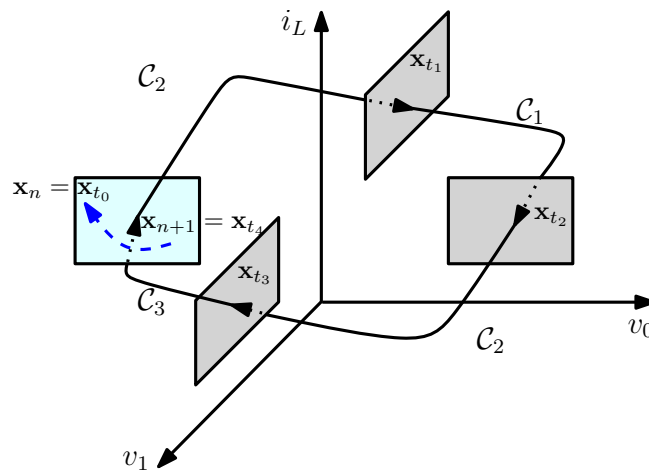


Figura 3-11: Mapa lineal a tramos del modo de operación M_1 .

El convertidor buck de dos celdas de la Figura 3-3, exhibe diferentes modos de operación. Un modo de operación define la secuencia en que el convertidor alterna entre

cada una de sus posibles configuraciones, dependiendo de la magnitud del ciclo de trabajo y el desfase de las señales de control. Con un desfase entre las señales de conmutación de $\phi = \pi$, tres modos de operación son posibles [El Aroudi et al., 2008b].

- **Modo M_1 :** La secuencia de conmutación es $\mathcal{C}_1 \rightarrow \mathcal{C}_2 \rightarrow \mathcal{C}_3 \rightarrow \mathcal{C}_2$, este modo de operación se da para ciclos de trabajo mayores que 0,5.
- **Modo M_2 :** La secuencia de conmutación es $\mathcal{C}_1 \rightarrow \mathcal{C}_4 \rightarrow \mathcal{C}_3 \rightarrow \mathcal{C}_4$, este modo de operación se de para ciclos de trabajo menores que 0,5.
- **Modo M_3 :** La secuencia de conmutación es $\mathcal{C}_1 \rightarrow \mathcal{C}_3$, este modo de operación se da para un ciclo de trabajo exactamente igual a 0,5.

Para entender la secuencia de operación del convertidor buck de dos celdas, se representan gráficamente las señales de control u_1 y u_2 para el modo de operación M_1 en la Figura 3-12 [El Aroudi et al., 2008b].

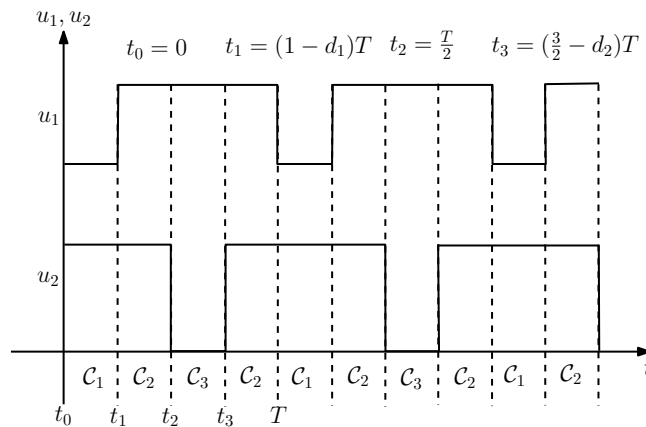


Figura 3-12: Modo de operación M_1 .

El sistema toma las siguientes configuraciones (3.38)-(3.41) dentro del periodo de conmutación correspondiente al modo de operación M_1 en sus respectivos intervalos de

tiempo [El Aroudi et al., 2005].

$$\dot{\mathbf{x}} = A_1 \mathbf{x} + B_1 \text{ si } t \in [nT, nT + (1 - d_1)T] \quad (3.38)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = A_2 \mathbf{x} + B_2 \text{ si } t \in \left[nT + (1 - d_1)T, nT + \frac{T}{2} \right] \quad (3.39)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = A_3 \mathbf{x} + B_3 \text{ si } t \in \left[nT + \frac{T}{2}, nT + \left(\frac{3}{2} - d_2 \right) T \right] \quad (3.40)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = A_2 \mathbf{x} + B_2 \text{ si } t \in \left[nT + \left(\frac{3}{2} - d_2 \right) T, (n + 1)T \right] \quad (3.41)$$

Cómo dentro de cada intervalo de tiempo el sistema es lineal e invariante en el tiempo, la solución de cada sistema tendría la siguiente forma [El Aroudi and Robert, 2006]:

$$\mathbf{x}(t) = e^{A_k(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda \quad (3.42)$$

Si denotamos $\Phi(t)_k = e^{A_k t}$ y $\Psi(t)_k = \int_{t_0}^t e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda$ entonces $\mathbf{x}(t)$ se puede escribir cómo [Feki et al., 2011]:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi_k(t - t_0) \mathbf{x}(t_0) + \Psi_k(t - t_0) := \phi_{\mathbf{x}}(t - t_0, \mathbf{x}(t_0)) \quad (3.43)$$

El modelo discreto del convertidor estaría definido por un mapa de Poincaré \mathcal{P} que es la composición de todas las posibles soluciones del convertidor, dentro de un periodo de conmutación T [El Aroudi et al., 2007]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P} : \mathbb{R}^m &\rightarrow \mathbb{R}^m \\
 \mathbf{x}_n &\rightarrow \mathbf{x}_{n+1} = \mathcal{P}(\mathbf{x}_n) \\
 \mathcal{P}(\mathbf{x}_n) &= \phi_1(t_1 - t_0, \mathbf{x}(t_0)) \circ \phi_2(t_2 - t_1, \mathbf{x}(t_1)) \circ \dots \\
 &\phi_3(t_3 - t_2, \mathbf{x}(t_2)) \circ \phi_4(T - t_3, \mathbf{x}(t_3)) \\
 \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_n
 \end{aligned}$$

Una vez resuelta la composici3n de 3stas funciones, para el modo de operaci3n M_1 tenemos el siguiente sistema de ecuaciones en tiempo discreto [Feki et al., 2011].

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_{n+1} &= [\Phi_1(t_1 - t_0)\Phi_2(t_2 - t_1)\Phi_3(t_3 - t_2)\Phi_4(T - t_3)]\mathbf{x}_n + \dots \\
 &[\Phi_2(t_2 - t_1)\Phi_3(t_3 - t_2)\Phi_4(T - t_3)]\Psi_1(t_1 - t_0) + \dots \\
 &[\Phi_3(t_3 - t_2)\Phi_4(T - t_3)]\Psi_2(t_2 - t_1) + [\Phi_4(T - t_3)]\Psi_3(t_3 - t_2) + \Psi_4(T - t_3)
 \end{aligned}$$

Si aproximamos $e^{A_k(t-t_p)} \cong I + A_k(t - t_p)$ y $\int_{t_p}^t e^{A_k(t-\lambda)} B_k d\lambda \cong B_k(t - t_p)$ [El Aroudi et al., 2006], y se simplifica la anterior ecuaci3n tomando las configuraciones y los instantes de conmutaci3n observados en la escala de tiempo de la Figura 3-12, y despreciando los t3rminos de alto orden tenemos el modelo discreto del convertidor (3.44) [El Aroudi et al., 2008b].

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & (d_{2,n} - d_{1,n})\frac{T}{L} & -\frac{T}{L} \\ (d_{1,n} - d_{2,n})\frac{T}{C_1} & 1 & 0 \\ \frac{T}{C_0} & 0 & 1 - \frac{T}{C_0 R} \end{bmatrix} \mathbf{x}_n + \begin{bmatrix} \frac{V_{in} T}{L} d_{1,n} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Se puede observar que es un modelo bilineal de dos entradas y dos salidas.

3.6. Funciones de transferencia apartir del modelo en tiempo discreto

Las funciones de transferencia en tiempo discreto se obtienen utilizando la transformada z [Ogata, 1996]. Tomando el modelo de la ecuación (3.44), las funciones de transferencia control-salida, están dadas por (3.45).

$$\mathbf{x}(z) = \begin{bmatrix} G_{i_L d_1}(z) & G_{i_L d_2}(z) \\ G_{v_1 d_1}(z) & G_{v_1 d_2}(z) \\ G_{v_0 d_1}(z) & G_{v_0 d_2}(z) \end{bmatrix} \mathbf{d}(z) \quad (3.45)$$

Donde la función de transferencia que modela la relación entre las perturbaciones de la corriente i_L de la inductancia, con respecto a la señal de control d_1 esta dada por:

$$G_{i_L d_1}(z) = \frac{TV_{in}}{2L} \frac{2\zeta\omega_c - z}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.46)$$

Desde $i_L(z) = G_{i_L d_2}(z)d_2(z)$ encontramos la función de transferencia que modela la relación entre la perturbaciones entre la corriente i_L de la bobina con las variaciones de la señal de control d_2 , y esta dada por:

$$G_{i_L d_2}(z) = -\frac{TV_{in}}{2L} \frac{2\zeta\omega_c - z}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.47)$$

De manera similar obtenemos la función de transferencia de las perturbaciones de la tensión v_1 del condensador intermedio, con respecto a la señal de control d_1 definida por:

$$G_{v_1 d_1}(z) = \frac{I_L}{C_1} \frac{T}{z - 1} \quad (3.48)$$

La función de transferencia que relaciona las perturbaciones de la tensión v_1 del condensador intermedio, con respecto a la señal de control d_2 esta definida por:

$$G_{v_1 d_2}(z) = -\frac{I_L}{C_1} \frac{T}{z - 1} \quad (3.49)$$

Desde $v_0(z) = G_{v_0 d_1}(z)d_1(z)$ se encuentra la función de transferencia que relaciona las perturbaciones de la tensión v_0 del condensador de salida con respecto a la señal de control d_1 , y esta dada por:

$$G_{v_0 d_1}(z) = \frac{V_{in}}{2} \frac{\omega_c^2}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.50)$$

Finalmente de $v_0(z) = G_{v_0 d_2}(z)d_2(z)$ se encuentra la función de transferencia que re-

laciona las perturbaciones de la tensión v_0 del condensador de salida con respecto a la señal de control d_2 , esta dada por:

$$G_{v_0 d_2}(z) = \frac{V_{in}}{2} \frac{\omega_c^2}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.51)$$

Las funciones de transferencia en tiempo discreto que relacionan las perturbaciones del vector de estados con respecto a las señales de control están dadas en las ecuaciones (3.46)-(3.51) donde $\zeta = \sqrt{LC_0}/2(1 - T/(RC_0))$ y $\omega_c = T/\sqrt{LC_0}$.

Las funciones de transferencia de la impedancia de salida $Z_0 = G_{v_0 i_0}(z)$ y la relación entre las variaciones entrada-salida del convertidor buck de dos celdas están dadas por (3.52).

$$\mathbf{x}(z) = \begin{bmatrix} G_{i_L v_{in}}(z) & G_{i_L i_0}(z) \\ G_{v_1 v_{in}}(z) & G_{v_1 i_0}(z) \\ G_{v_0 v_{in}}(z) & G_{v_0 i_0}(z) \end{bmatrix} \mathbf{y}(z) \quad (3.52)$$

La función de transferencia $G_{i_L v_{in}}(z)$ que relaciona las variaciones de la corriente i_L de la inductancia con respecto a las perturbaciones de la tensión v_{in} de alimentación, esta dada por:

$$G_{i_L v_{in}}(z) = -\frac{dT}{L} \frac{2\zeta\omega_c - z}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.53)$$

De $l_L(z) = G_{i_L i_0}(z)i_0(z)$ encontramos la relación de la variación de la corriente i_L de la inductancia con respecto a la perturbación de la corriente de carga, y esta dada por:

$$G_{i_L i_0}(z) = -\frac{\omega_c^2}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.54)$$

Cómo podemos ver en las ecuaciones (3.55)-(3.56), la perturbación de la tensión de alimentación v_{in} y la corriente de carga i_0 , no influye en la dinámica de la tensión v_1 del condensador intermedio, por lo tanto ambas funciones de transferencia son nulas:

$$G_{v_1 v_{in}}(z) = 0 \quad (3.55)$$

$$G_{v_1 i_0}(z) = 0 \quad (3.56)$$

La función de transferencia de la ganancia de tensión $G_{v_0 v_{in}}(z)$ representa como varía la tensión v_0 de salida con respecto a perturbaciones en la tensión de entrada, y esta dada por:

$$G_{v_0 v_{in}}(z) = d \frac{\omega_c^2}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.57)$$

Finalmente la función de impedancia de lazo abierto del convertidor se obtiene desde $v_0(z) = G_{v_0i_0}(z)i_0(z)$, y relaciona la variación de la tensión de salida con respecto a la perturbación de la carga, y esta dada por:

$$G_{v_0i_0}(z) = \frac{T}{C_0} \frac{z}{z^2 + 2\zeta\omega_c z + \omega_c^2} \quad (3.58)$$

Las funciones de transferencia en tiempo discreto que relacionan las perturbaciones de el vector de estados con respecto a las variaciones en la alimentación, y en la carga están dadas en las ecuaciones (3.55)-(3.58) donde $\zeta = \sqrt{LC_0}/2(1 - T/(RC_0))$ y $\omega_c = T/\sqrt{LC_0}$, dando especial interés a la función de transferencia $Z_0(z) = G_{v_0i_0}(z)$ ya que es la impedancia de salida en lazo abierto del convertidor.

Finalmente en la Figura 3-13 se muestra el diagrama de bloques de un convertidor buck de dos celdas utilizando (3.52).

3.7. Modelo armónico en fasores dinámicos

Para simplificar el análisis y las expresiones, omitimos el condensador de salida en el convertidor buck de dos celdas de la Figura 3-14. La ventaja del modelado armónico es que predice las dinámicas rápidas desde un modelo en tiempo continuo basado en las series de Fourier.

El modelo conmutado del convertidor buck de dos celdas simplificado esta descrito por el sistema de ecuaciones (3.59).

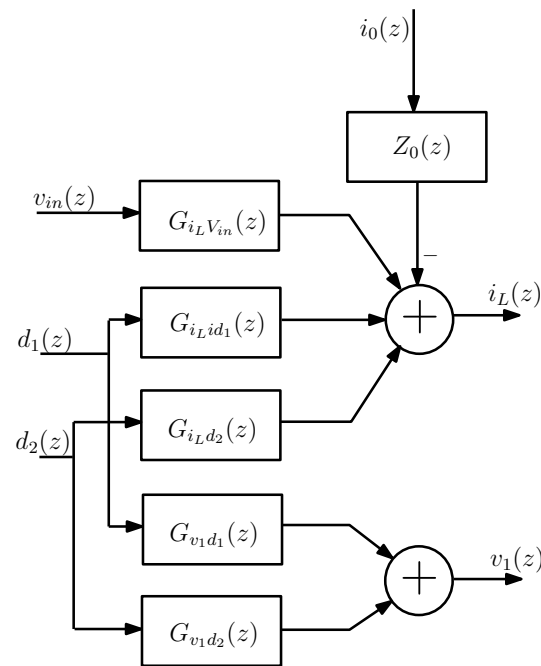


Figura 3-13: Modelo en funciones de transferencia del convertidor buck de dos celdas a partir del modelo en tiempo discreto.

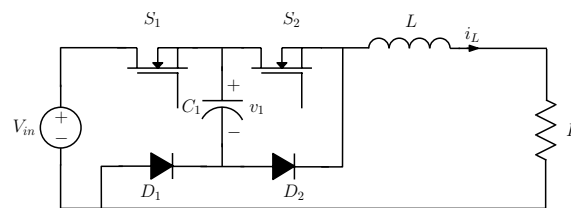


Figura 3-14: Convertidor buck de dos celdas sin condensador de salida.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \frac{u_2 - u_1}{L} \\ \frac{u_1 - u_2}{C} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in} u_1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Descomponiendo este modelo en fasores dinámicos utilizando sólo la componente continua, el primer armónico a la frecuencia de conmutación, y sus armónicos de orden $h > 1$, es posible tener un comportamiento muy aproximado del convertidor cómo veremos en la sección siguiente.

3.8. Fasores dinámicos

Sea $\mathbf{x}(t)$ el vector de estados, entonces puede escribirse en forma de serie de Fourier cómo (3.60).

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{x} \rangle_h(t) e^{jh\omega_s t} \quad (3.60)$$

donde $\langle \mathbf{x} \rangle_h$ representa el h -ésimo coeficiente complejo de Fourier o el h -ésimo fasor dinámico de $\mathbf{x}(t)$ dado por:

$$\langle \mathbf{x} \rangle_h = \frac{1}{T} \int_{\langle T \rangle} \mathbf{x}(t) e^{-jh\omega_s t} dt \quad (3.61)$$

Consideramos que \mathbf{x} e \mathbf{y} son señales para las que existe su correspondiente representación en serie de Fourier, entonces se tiene las siguientes propiedades:

1. **Convolución:** El fasor dinámico de orden h del producto de dos variables \mathbf{x} e \mathbf{y} se obtiene convolucionando los fasores dinámicos $\langle \mathbf{x} \rangle_h$ e $\langle \mathbf{y} \rangle_h$, i.e:

$$\langle \mathbf{xy} \rangle_h = \sum_{l=-N}^N \langle \mathbf{x} \rangle_{h-l} \langle \mathbf{y} \rangle_l \quad \forall h \in \mathbb{Z} \quad (3.62)$$

2. **Diferenciación:** La derivada $d\langle \mathbf{x} \rangle_h/dt$ del fasor dinámico de orden h de una variable \mathbf{x} es igual a la resta entre el fasor dinámico $\langle d\mathbf{x}/dt \rangle_h$ de orden h de la derivada de \mathbf{x} y el fasor dinámico de orden h de la variable \mathbf{x} multiplicado por

$j h \omega_s$ correspondiente a este fasor:

$$\frac{d \langle \mathbf{x} \rangle_h}{dt} = \left\langle \frac{d \mathbf{x}}{dt} \right\rangle_h - j h \omega_s \langle \mathbf{x} \rangle_h \quad \forall h \in \mathbb{Z} \quad (3.63)$$

Siendo ω_s la frecuencia angular de conmutación.

3. **Simetría conjugada:** Los fasores dinámicos de índices negativos son los complejos conjugados de aquellos con índices positivos, i.e:

$$\langle \mathbf{x} \rangle_h = \langle \mathbf{x} \rangle_{-h}^* \quad \forall h \in \mathbb{Z} \quad (3.64)$$

Para representar un modelo armónico de manera general debemos organizar el vector de las variables de estado de la siguiente forma [Caliskan et al., 1999]:

$$\langle X \rangle(t) = \begin{bmatrix} \langle I \rangle(t) \\ \langle V \rangle(t) \end{bmatrix}, \quad \langle I \rangle(t) = \begin{bmatrix} \langle i \rangle_{-N}(t) \\ \vdots \\ \langle i \rangle_0(t) \\ \vdots \\ \langle i \rangle_N(t) \end{bmatrix}, \quad \langle V \rangle(t) = \begin{bmatrix} \langle v \rangle_{-N}(t) \\ \vdots \\ \langle v \rangle_0(t) \\ \vdots \\ \langle v \rangle_N(t) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Si N es el mayor armónico a representar entonces $\langle X \rangle(t)$ es un vector de $2H$ componentes donde $H = 2N + 1$. El modelo armónico puede ser escrito cómo un sistema de ecuaciones diferenciales de $\langle X \rangle(t)$, como sigue: [Caliskan et al., 1999]

$$\frac{d \langle X \rangle(t)}{dt} = \mathcal{A}(W, Q) \langle X \rangle(t) + \mathcal{B} \quad (3.66)$$

donde W es una matriz diagonal imaginaria pura de tamaño $H \times H$, con los valores

de los diferentes armónicos de la frecuencia de conmutación.

$$W = \begin{bmatrix} +jN\omega_s & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & 0 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -jN\omega_s \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

La matriz Q es de dimensión $H \times H$, con los diferentes armónicos de la señal de control.

$$Q = \begin{bmatrix} \langle u \rangle_0 & \langle u \rangle_{-1} & \cdots & \langle u \rangle_{-2N} \\ \langle u \rangle_1 & \langle u \rangle_0 & \cdots & \langle u \rangle_{1-2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle u \rangle_{2N} & \langle u \rangle_{2N-1} & \cdots & \langle u \rangle_0 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Con estas propiedades se construirá el modelo armónico del convertidor buck de dos celdas de conmutación, el cual podemos escribir según muestran las ecuaciones (3.69) y (3.70).

$$\left\langle \frac{di_L}{dt} \right\rangle_h = -\frac{R}{L} \langle i_L \rangle_h + \frac{1}{L} \langle (u_2 - u_1)v_1 \rangle_h + \frac{V_{in}}{L} \langle u_1 \rangle_h \quad (3.69)$$

$$\left\langle \frac{dv_1}{dt} \right\rangle_h = \frac{1}{C_1} \langle (u_1 - u_2)i_L \rangle_h \quad (3.70)$$

Ahora aplicando las propiedades de las series de Fourier, de la diferenciación y de la convolución, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\frac{d\langle i_L \rangle_h}{dt} = -jh\omega_s \langle i_L \rangle_h - \frac{R}{L} \langle i_L \rangle_h + \frac{1}{L} \sum_{l=-N}^N \langle u_2 \rangle_{h-l} \langle v_1 \rangle_l + \dots \quad (3.71)$$

$$\dots - \frac{1}{L} \sum_{l=-N}^N \langle u_1 \rangle_{h-l} \langle v_1 \rangle_l + \frac{V_{in}}{L} \langle u_1 \rangle_h$$

$$\frac{d\langle v_1 \rangle_h}{dt} = -jh\omega_s \langle v_1 \rangle_h + \frac{1}{C_1} \sum_{l=-N}^N \langle u_1 \rangle_{h-l} \langle i_L \rangle_l - \frac{1}{C_1} \sum_{l=-N}^N \langle u_2 \rangle_{h-l} \langle i_L \rangle_l \quad (3.72)$$

Las series de Fourier pueden tomar un numero infinito de fasores dinámicos, sin embargo, debido al comportamiento pasa-bajos del convertidor, se ha elegido utilizar sólo los dos primeros armónicos y la componente continua, así debido a la simetría de los coeficientes de la serie de Fourier si deseamos calcular los dos primeros armónicos debemos tomar los valores de $h = 0, \pm 1, \pm 2$.

El modelo armónico (3.71) y (3.72) se puede reescribir en la forma matricial siguiente:

$$\frac{d\langle X \rangle}{dt} = \mathcal{A} \langle X \rangle + \mathcal{B} \quad (3.73)$$

El nuevo vector de estados $\langle X \rangle$ del sistema de ecuaciones basado en fasores dinámicos está dado por:

$$\langle X \rangle = \begin{bmatrix} \langle I_L \rangle \\ \langle v_1 \rangle \end{bmatrix}, \quad \langle I_L \rangle = \begin{bmatrix} \langle i_L \rangle_{-2} \\ \langle i_L \rangle_{-1} \\ \langle i_L \rangle_0 \\ \langle i_L \rangle_1 \\ \langle i_L \rangle_2 \end{bmatrix}, \quad \langle v_1 \rangle = \begin{bmatrix} \langle v_1 \rangle_{-2} \\ \langle v_1 \rangle_{-1} \\ \langle v_1 \rangle_0 \\ \langle v_1 \rangle_1 \\ \langle v_1 \rangle_2 \end{bmatrix}$$

Entonces W está dada por:

$$W = \begin{bmatrix} 2j\omega_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j\omega_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2j\omega_s \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

y $Q_{1,2}$ la matriz de las señales de control se expresa por:

$$Q_{1,2} = \begin{bmatrix} \langle u_{1,2} \rangle_0 & \langle u_{1,2} \rangle_{-1} & \langle u_{1,2} \rangle_{-2} & 0 & 0 \\ \langle u_{1,2} \rangle_1 & \langle u_{1,2} \rangle_0 & \langle u_{1,2} \rangle_{-1} & \langle u_{1,2} \rangle_{-2} & 0 \\ \langle u_{1,2} \rangle_2 & \langle u_{1,2} \rangle_1 & \langle u_{1,2} \rangle_0 & \langle u_{1,2} \rangle_{-1} & \langle u_{1,2} \rangle_{-2} \\ 0 & \langle u_{1,2} \rangle_2 & \langle u_{1,2} \rangle_1 & \langle u_{1,2} \rangle_0 & \langle u_{1,2} \rangle_{-1} \\ 0 & 0 & \langle u_{1,2} \rangle_2 & \langle u_{1,2} \rangle_1 & \langle u_{1,2} \rangle_0 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Si definimos \mathbb{I} como una matriz identidad de dimensiones apropiadas, entonces la matriz \mathcal{A} esta dada por:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} (W - \frac{R}{L}\mathbb{I}) & \frac{Q_2 - Q_1}{L} \\ \frac{Q_1 - Q_2}{C} & W \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

El vector \mathcal{B} esta dado por:

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} b \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{V_{in}}{L}, \quad b = \begin{bmatrix} \langle u_1 \rangle_{-2} \\ \langle u_1 \rangle_{-1} \\ \langle u_1 \rangle_0 \\ \langle u_1 \rangle_1 \\ \langle u_1 \rangle_2 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Finalmente, el modelo armónico puede también escribirse cómo sigue:

$$\frac{d\langle I_L \rangle}{dt} = \left(W - \frac{R}{L} \mathbb{I} \right) \langle I_L \rangle + \left(\frac{Q_2 - Q_1}{L} \right) \langle v_1 \rangle + \frac{V_{in}}{L} b \quad (3.78)$$

$$\frac{d\langle v_1 \rangle}{dt} = \left(\frac{Q_1 - Q_2}{C} \right) \langle I_L \rangle + W \langle v_1 \rangle \quad (3.79)$$

Las señales de control son dos señales con forma de onda cuadrada y desfasadas entre si con un desfase $\phi = \pi$, tal cómo se muestra en la Figura 3-15.

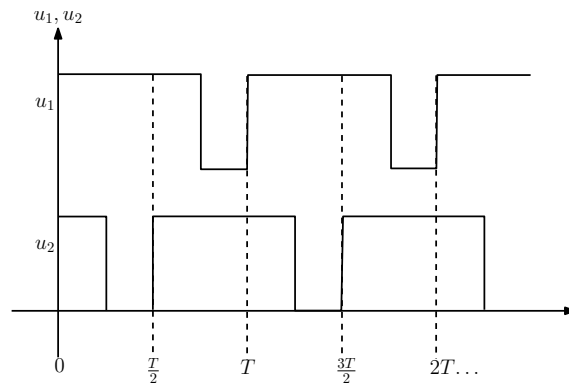


Figura 3-15: Señales de control u_1 y u_2 para el convertidor buck de dos celdas.

El coeficiente de Fourier de u_1 puede hallarse integrando la señal cuadrada multiplicado por $e^{-jh\omega_s t}$ durante un periodo de conmutación.

$$\langle u_1 \rangle_h = \int_0^{d_1 T} e^{-j h \omega_s t} dt \quad (3.80)$$

Evaluando esta integral se obtiene $\langle u_1 \rangle_h$ dado por:

$$\langle u_1 \rangle_h = \frac{\sin(2\pi h d_1)}{2\pi h} + \frac{(\cos(2\pi h d_1) - 1)}{2\pi h} j \quad (3.81)$$

La componente continua de u_1 está dada por $\langle u_1 \rangle_0 = d_1$.

Para encontrar los coeficientes de Fourier de u_2 utilizamos la siguiente integral:

$$\langle u_2 \rangle_h = \int_{\frac{T}{2}}^{d_2 T + \frac{T}{2}} e^{-j h \omega_s t} dt \quad (3.82)$$

Calculando la integral se llega a los siguientes coeficientes complejos de la señal u_2 :

$$\langle u_2 \rangle_h = \frac{\sin(2\pi h d_2) \cos(n\pi)}{2\pi h} + \frac{(\cos(2\pi h d_2) - 1) \cos(n\pi)}{2\pi h} j \quad (3.83)$$

La componente continua de u_2 esta dada por $\langle u_2 \rangle_0 = d_2$.

3.9. Comparación de los modelos

En esta sección se comparan los modelados anteriores del convertidor buck de dos celdas en bucle abierto. Con los siguientes valores de parámetros: $V_{in} = 40$ V,

$R = 10 \Omega$, $C_1 = 44 \mu\text{F}$, $L = 330 \mu\text{H}$, $f = 20 \text{ kHz}$, con un ciclo de trabajo a $d_{1,2} = 0,75$.

3.9.1. Simulación del modelo conmutado

Las series de tiempo obtenidas con la simulación del modelo conmutado pueden observarse en la Figura 3-16.

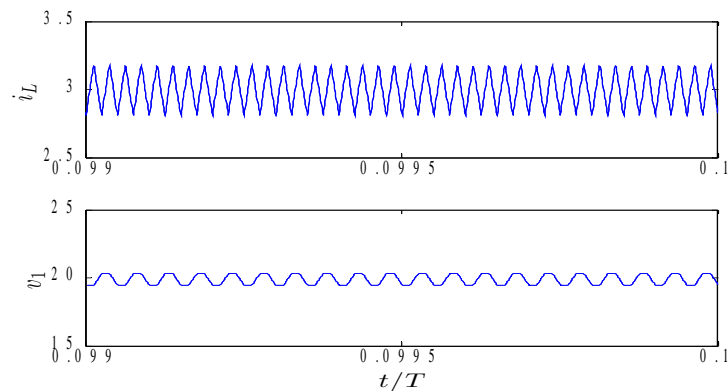


Figura 3-16: Formas de onda de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo conmutado del convertidor buck de dos celdas.

3.9.2. Simulación del modelo promediado

El modelo promediado es sencillo y fácil de analizar tanto para diseñar un controlador, cómo para estudiar la estabilidad de las dinámicas lentas o de regulación, pero debido a que no se tiene en cuenta la acción de conmutación, las dinámicas debidas al rizado no se pueden estudiar con éste modelo. Las series de tiempo obtenidas con la simulación del modelo promediado pueden observarse en la Figura 3-17.

Es de notar que el modelo promediado no es capaz de predecir el balance natural de

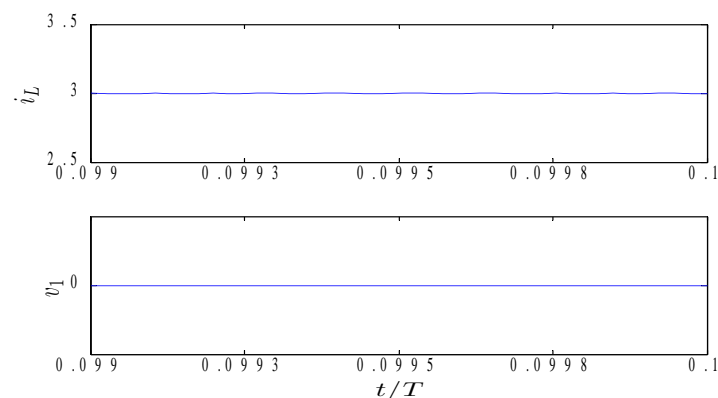


Figura 3-17: Respuesta temporal de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo promediado del convertidor buck de dos celdas.

la tensión del condensador intermedio $v_1(t)$.

3.9.3. Simulación del modelo discreto

El modelo discreto describe con exactitud la dinámica de los convertidores conmutados. Es utilizado para estudiar las dinámicas rápidas debidas a la conmutación, aunque también predice las dinámicas promediadas. Las series de tiempo obtenidas con la simulación del modelo discreto pueden observarse en la Figura 3-18.

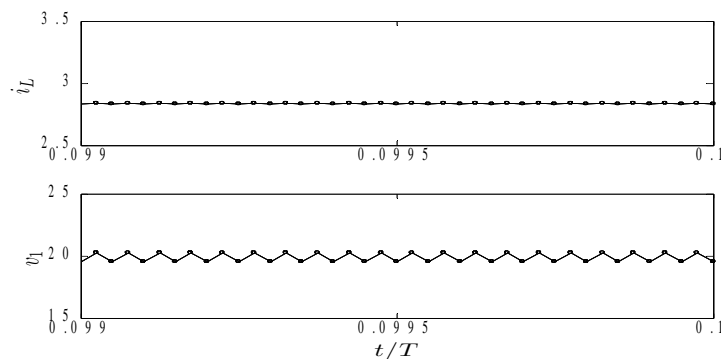


Figura 3-18: Muestras de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo discreto del convertidor buck de dos celdas.

3.9.4. Simulación del modelo armónico

El modelo armónico es utilizado para obtener simulaciones en tiempo continuo (ver Figura 3-19), pero es demasiado complicado para realizar un controlador desde este modelo. Sin embargo predice con mucha exactitud las dinámicas del convertidor tanto la rápida cómo la lenta.

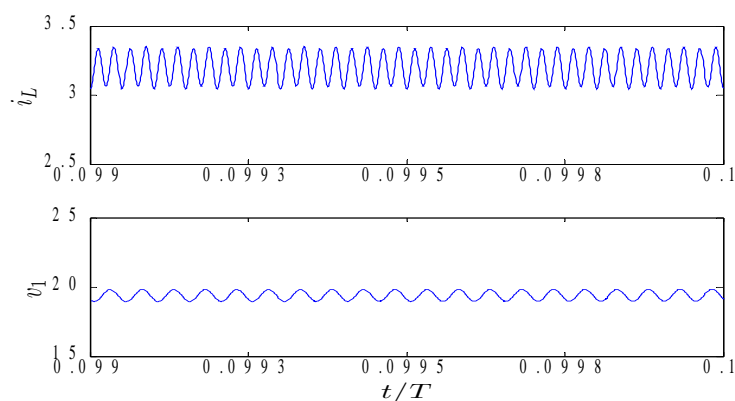


Figura 3-19: Series de tiempo de la corriente del inductor i_L , y la tensión del capacitor flotante v_1 obtenidas con la simulación del modelo armónico del convertidor buck de dos celdas.

3.9.5. Comparación entre la simulación del modelo promediado y la componente DC del modelo armónico

La comparación de la simulación del modelo promediado del convertidor buck de dos celdas, con la simulación de la componente continua del modelo armónico nos permite observar que el modelo promediado, no es capaz de predecir el balance natural de la tensión del condensador intermedio v_1 . La comparación se puede apreciar en la Figura 3-20.

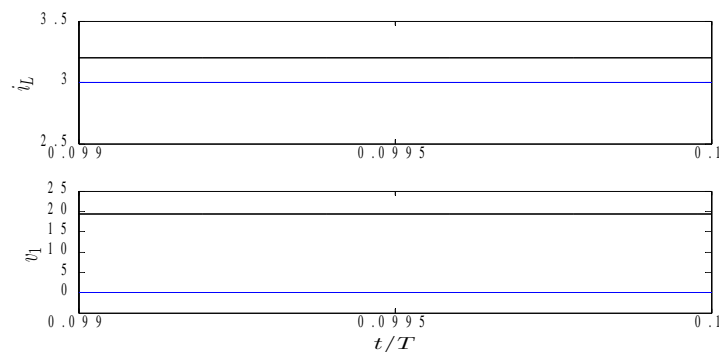


Figura 3-20: Comparación de la respuesta temporal de la simulación de la componente continua del modelo armónico con la simulación del modelo promediado del convertidor buck de dos celdas.

3.9.6. Comparación entre la simulación del modelo discreto y el modelo conmutado

Ahora comparando las simulaciones del modelo discreto del convertidor buck de dos celdas, con la simulación del modelo conmutado, podemos observar cómo el modelo discreto tiene una exactitud suficiente para predecir las dinámicas rápidas debidas a la conmutación. En la Figura 3-21 se observa la serie de tiempo de la señal i_L en

estado estacionario, que ha estabilizado en un punto fijo del modelo discreto obtenido por mapa de Poincaré. Así, un punto fijo del modelo discreto representa una órbita periódica en el modelo conmutado a la frecuencia de conmutación de convertidor.

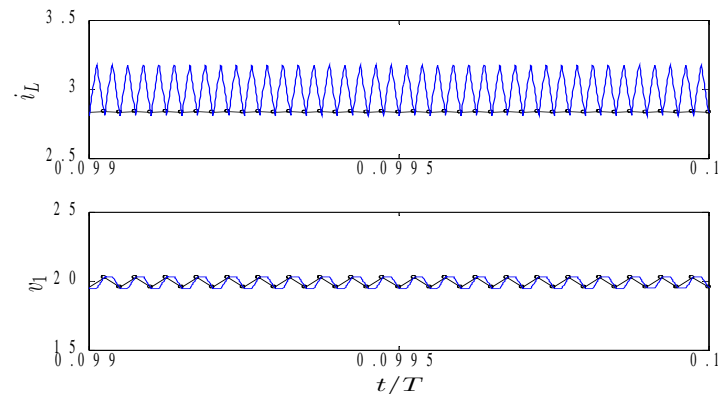


Figura 3-21: Comparación de las respuestas mediante la simulación del modelo conmutado vs la simulación del modelo discreto del convertidor buck de dos celdas.

3.9.7. Comparación entre la simulación del modelo armónico y el modelo conmutado

Comparando el modelo armónico para $h = 2$ con el modelo conmutado podemos observar la excelente precisión del modelado armónico como se puede observar en la Figura 3-22.

3.9.8. Comparación de las simulaciones en PSIM con los resultados experimentales

El balance natural se ha comprobado mediante simulación numérica utilizando PSIM y experimentalmente usando medidas sobre el prototipo desarrollado.

Las Figuras 3-23 (PSIM) y 3-24 (Experimental) muestran las formas de onda de

90 *Técnicas de modelización del convertidor buck de dos celdas de conmutación*

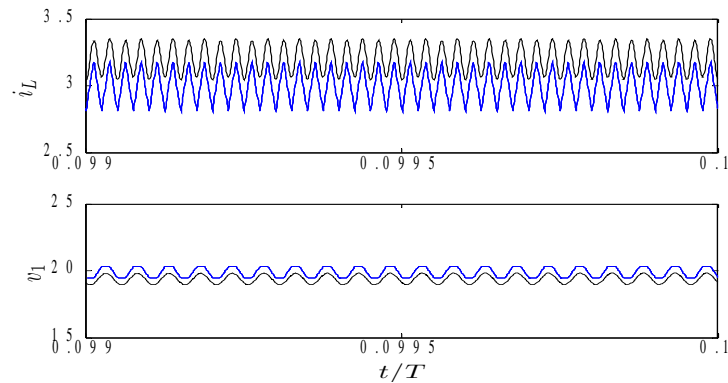


Figura 3-22: Comparación de las respuestas mediante la simulación del modelo armónico, con sus dos primeras componentes y la componente continua vs la simulación del modelo conmutado del convertidor buck de dos celdas.

la tensión v_C del condensador flotante y la corriente de la bobina i_L en condiciones de perturbaciones de la carga. Para esta figura, la resistencia de la carga se ha hecho cambiar entre 10Ω y 5Ω , con un ciclo de trabajo igual a $d_{1,2} = 0,25$. Obsérvese que el valor medio de la tensión apenas cambia y que la respuesta de la corriente corresponde a un sistema de primer orden.

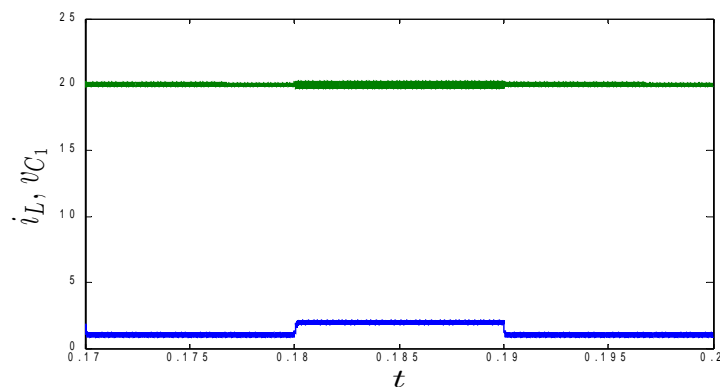


Figura 3-23: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$

Las Figuras 3-25 y 3-26 muestran las formas de onda ampliadas, de la simulación en

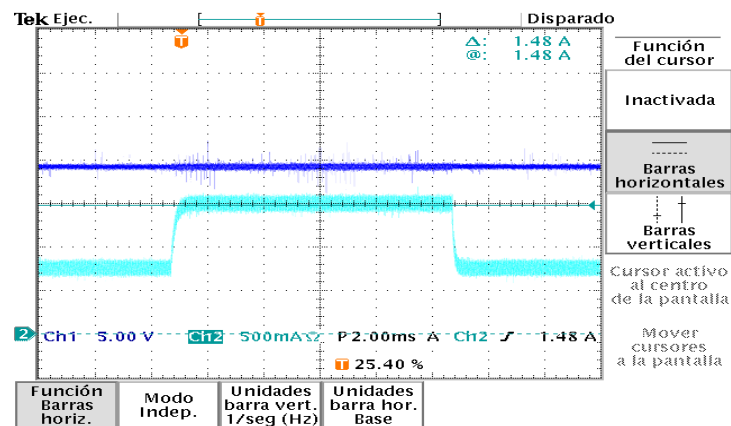


Figura 3-24: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$

PSIM y su validación experimental, de la tensión v_C del condensador flotante y la corriente de la bobina i_L , con un ciclo de trabajo igual a $d_{1,2} = 0,25$.

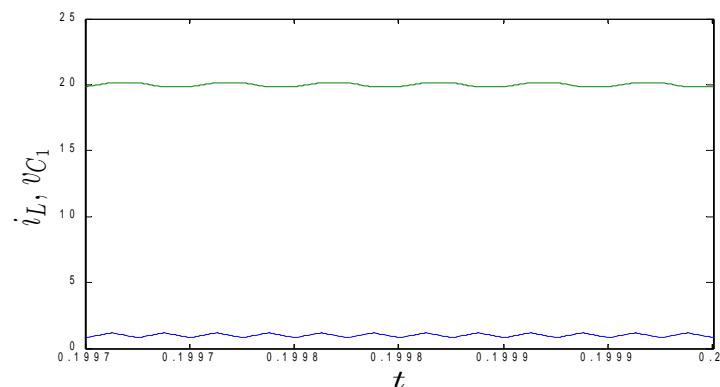


Figura 3-25: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$, aumentado para ver las formas de onda

Las Figuras 3-27 (PSIM) y 3-28 (Experimental) muestran las formas de onda de la tensión v_C del condensador flotante y la corriente de la bobina i_L en condiciones de perturbaciones de la carga, con un ciclo de trabajo igual a $d_{1,2} = 0,75$.

Las Figuras 3-29 (PSIM) y 3-30 (Experimental) muestran las formas de onda

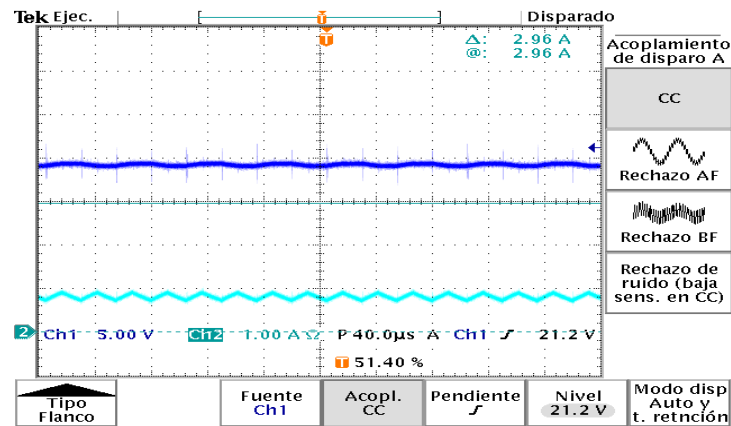


Figura 3-26: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,25$, aumentado para ver las formas de onda

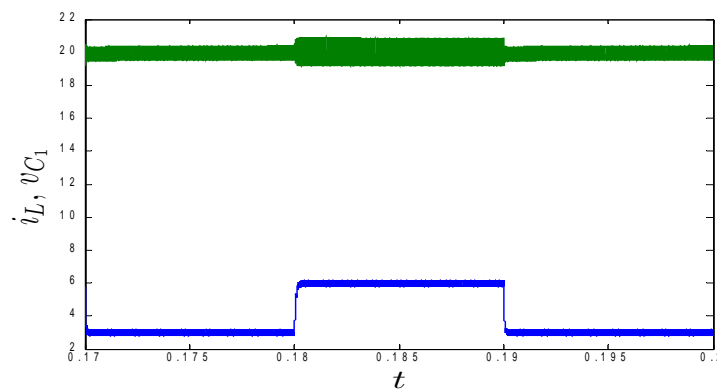


Figura 3-27: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$

ampliadas de la tensión v_C del condensador flotante y la corriente de la bobina i_L , con un ciclo de trabajo igual a $d_{1,2} = 0,25$.

Finalmente después de observar las diferentes series de tiempo obtenidas por los modelos, se construye la siguiente tabla cuyo objetivo es resaltar las ventajas de cada uno de los modelos, según su capacidad de predicción de las dinámicas rápidas y/o lentas, junto con su utilidad a la hora de realizar un diseño.

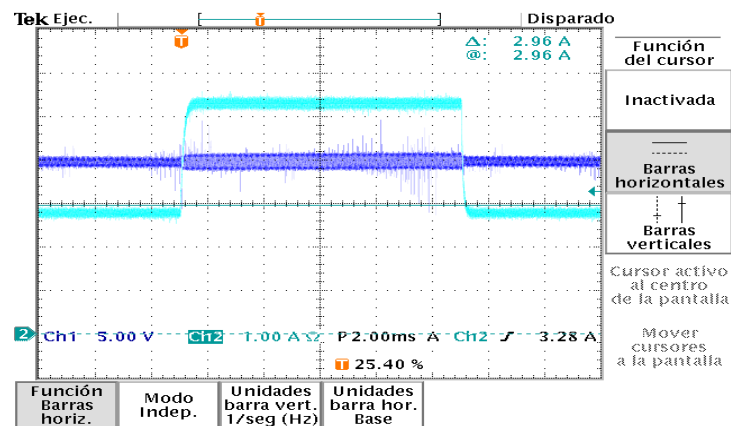


Figura 3-28: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$

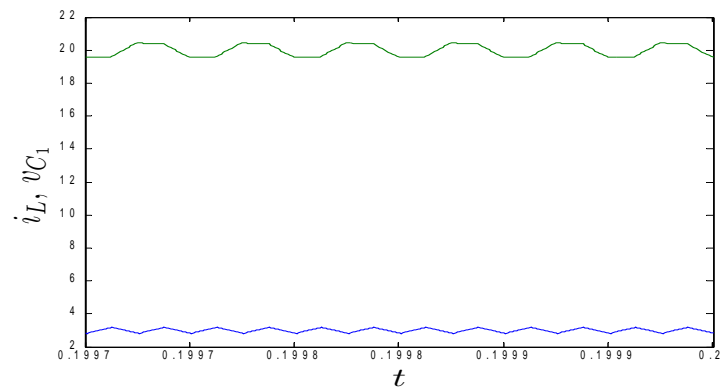


Figura 3-29: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado mediante PSIM, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$, aumentado para ver las formas de onda

	Conmutado	Promediado	Discreto	Armónico
Dinámicas rápidas	x		x	x
Dinámicas lentas	x	x	x	x
Dominio continuo	x	x		x
Dominio discreto			x	
Balance de tensión del capacitor flotante	x		x	x
Análisis de estabilidad		x	x	
Diseño del controlador		x	x	

94 *Técnicas de modelización del convertidor buck de dos celdas de conmutación*

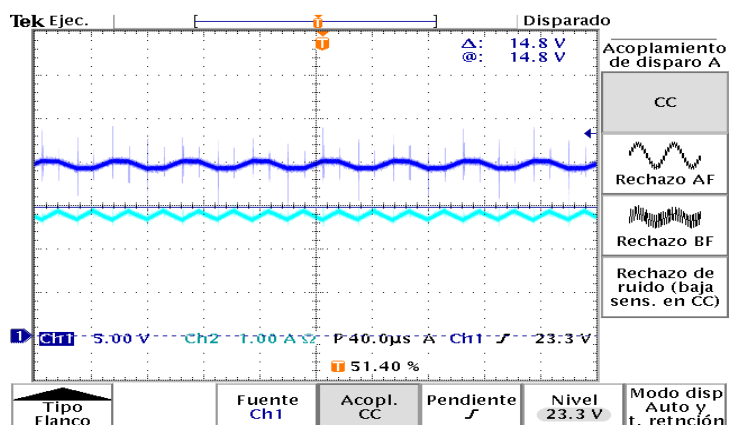


Figura 3-30: Balance natural del convertidor buck de dos celdas comprobado experimentalmente, con un ciclo de trabajo $d_{1,2} = 0,75$, aumentado para ver las formas de onda

Las gráficas anteriores permiten comparar la precisión de cada uno de los modelos en lazo abierto. El estudio en lazo cerrado se explicará en el capítulo 4.

Capítulo 4

Control del convertidor buck de dos celdas y análisis de su estabilidad

Resumen

Este capítulo considera el control de un convertidor buck de dos celdas, en base a las funciones de transferencia en tiempo continuo, dando así ideas de cual es la función de transferencia asociada a cada variable de estado con respecto a las perturbaciones, y así poder escoger un método de control adecuado que nos permita llevar a cero el error de estado estacionario. Por ejemplo las variaciones de la tensión del condensador flotante con respecto a las señales de control tienen una función de transferencia en la forma de un integrador puro, por lo que un control proporcional es suficiente para alcanzar un error de estado estacionario nulo, en el voltaje de condensador flotante. Sin embargo, el voltaje de salida y la corriente de la inductancia presentan una función de transferencia de segundo orden, por lo que si requerimos llevar el error de estado estacionario a cero debemos utilizar un control PI. Finalmente se estudia la estabilidad del convertidor buck de dos celdas tanto en tiempo continuo como discreto, para un lazo de control P y PI.

4.1. Introducción

Muchos enfoques de control se pueden utilizar en los convertidores de la electrónica de potencia moderna [Bethoux and Barbot, 2002] - [Femia and Vitelli, 2003]. En [Bethoux and Barbot, 2002], los autores utilizan un enfoque de modo deslizante para diseñar un controlador para un un convertidor de dos celdas de conmutación. El principal inconveniente de esta técnica de control en el ámbito de la electrónica de potencia, a pesar de su popularidad en otros ámbitos, es una frecuencia de conmutación variable y unos efectos no deseados de *chattering*. Este fenómeno también puede aparecer en control por PWM a frecuencia fija [Fadil et al., 2011]. En el primer caso se puede evitar utilizando un comparador con histéresis controlando así la frecuencia de conmutación. En el segundo caso, el uso de un bi-estable que fuerza una y sólo una conmutación por ciclo es una práctica común. Una manera de simplificar la implementación del control de los dispositivos de potencia para evitar el fenómeno de *chattering* o de multi-conmutación es mediante el muestreo periódico de las variables de estado o de la salida en sincronismo con la frecuencia de conmutación antes de su uso en la acción de control. En este caso se habla de control en tiempo discreto o control digital.

En la mayoría de los convertidores modernos de electrónica de potencia, hay una necesidad de controlar el valor promedio de una o más de las variables de estado del sistema con una frecuencia fija de conmutación [Middlebrook and Cuk, 1976]- [Middlebrook, 1989]. Por otra parte, los controladores tienen que garantizar una respuesta satisfactoria tanto en transitorio como en estado estacionario. Tradicionalmente, la acción de control se ha basado generalmente en una señal de error que mide la diferencia entre la referencia y la variable que se desea controlar. Estos controladores que manipulan la señal de error han sido clásicamente implementados de forma analógica.

En las últimas décadas, los controladores analógicos han sido a menudo sustituidos por los controladores digitales, cuyas entradas y salidas definido en tiempo discreto, en muchas aplicaciones en general y en la electrónica de potencia en particu-

lar [El Aroudi et al., 2007]- [Chattopadhyay and Das, 2006]. El control digital ofrece muchas ventajas sobre el control analógico lo que explica su amplia popularidad en la literatura reciente [Takeshita and Matsui, 1992]- [Hojo and Minato, 2010]. Algunas de estas ventajas son: la exactitud, error reducido, la flexibilidad para implementar algoritmos o leyes sofisticados de control. Además, la velocidad de los equipos informáticos se ha incrementado exponencialmente desde la Década de los años 80. Este aumento en la velocidad ha hecho posible el procesamiento de señales de control a muy altas frecuencias. Otra ventaja de este tipo de control es que el costo de los circuitos digitales es cada vez más bajo. Los convertidores conmutados son sistemas de estructura variable, cuyas variables de estado deseamos controlar, dado que en los sistemas eficientes de manejo de la energía no deber de haber pérdidas de potencia, es decir que la potencia de entrada P_{in} de un convertidor conmutado es igual a la potencia de salida P_{out} , entonces las variables a controlar son la corriente de inductancia i_L y/o el voltaje de salida v_0 , según la aplicación si deseamos regular la corriente y/o el voltaje. Por ejemplo en un bus de tensión es ideal controlar la tensión a un valor constante; pero en el control de velocidad de un motor, la variable a controlar es la corriente de armadura. En el convertidor multi-celular de dos celdas de la Figura 4-1 tenemos además otra variable de estado a controlar y es el voltaje del condensador flotante v_1 con el fin de balancear la tensión de entrada entre las dos celdas de conmutación.

Del otro lado la estabilidad es lo mínimo que se puede exigir a un sistema. En la práctica, cualquier sistema no estable carece de todo interés y de utilidad. La estabilidad es la propiedad cualitativa que cabe considerar cómo la más importante de todas otras propiedades.

El estudio de la estabilidad ocupa un lugar muy importante en el análisis y en la síntesis de los sistemas de electrónica de potencia. De hecho, el diseño y la síntesis de un controlador estará presidido por una imperativa estabilización del convertidor. El presente capítulo se va a dedicar al análisis de la estabilidad del convertidor buck de dos celdas de conmutación. Es decir, a establecer criterios que permitan discernir si

con un determinado conjunto de parámetros el sistema es estable o no.

En capítulos posteriores se estudiarán las modificaciones a introducir en el controlador del convertidor para modificar su estabilidad. El estudio de la estabilidad de los convertidores de la electrónica de potencia, se hará atendiendo a la forma de la representación adoptada; en este sentido se estudiará en primer lugar la estabilidad del sistema por su descripción por el modelo promediado, y luego se hará el estudio para la descripción por un modelo discreto. Al mismo tiempo se verá a lo largo de este capítulo como existen distintas definiciones de estabilidad, lo que da lugar a distintos criterios, asociados a las distintas definiciones. No obstante, se verá que pese a la aparente diversidad de definiciones y criterios, existe una profunda complementariedad entre todos ellos.

4.2. Descripción del sistema

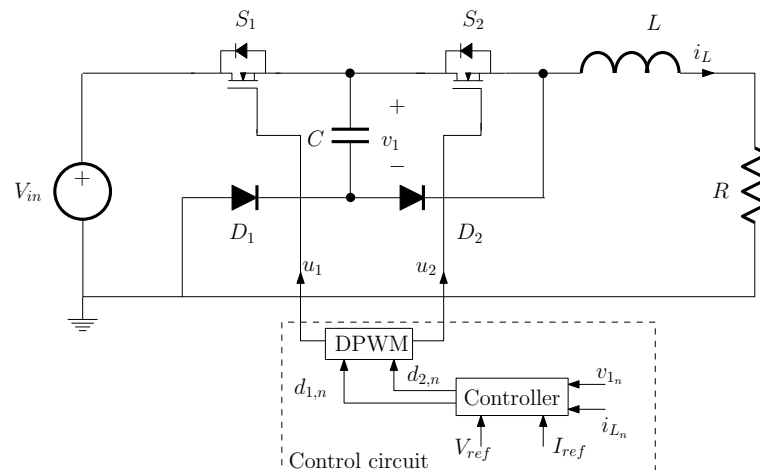


Figura 4-1: Esquema simplificado de un convertidor DC-DC buck de dos celdas bajo la acción de un controlador digital.

El sistema completo de que vamos a tratar en este capítulo se muestra en la Fig. 4-1 que es el mismo convertidor estudiado en capítulos anteriores. Cómo se ha mencionado en varias ocasiones, el papel del controlador en este convertidor es doble. Primero, se

tiene que equilibrar las tensiones de los interruptores y por lo tanto lograr una tensión media constante v_1 igual a la mitad de la tensión de entrada V_{in} y en segundo lugar, regular la corriente del inductor i_L de salida a un valor deseado I_{ref} de acuerdo a las exigencias de la carga. Cabe señalar aquí que si la tensión del condensador flotante v_1 debe ser igual a la mitad la tensión de entrada, la tensión total es compartida en partes iguales entre los dos interruptores lo que hace esta estructura adecuada para aplicaciones de alta tensión [Meynard and Foch, 1992a]- [Meynard et al., 2002]. Las señales de control binarias u_1 y u_2 se obtienen de la salida de un modulador de anchura de pulsos que decide los ciclos de trabajo de las señales binarias utilizando las variables muestreadas por lo que se trata de un PWM digital (DPWM), que será diseñado para definir los ciclos de trabajo d_1 y d_2 de las señales de disparo u_1 y u_2 .

Estas variables se definen cómo la fracción del periodo de conmutación T durante el cual el interruptor S_k está cerrado (estado ON). Por lo tanto, el interruptor S_k permanecerá en su estado encendido durante $d_k T$ s cuando es disparado por una señal de disparo u_k con un ciclo de trabajo d_k . Suponemos que las señales de control binarias u_1 y u_2 están desplazadas π rad con el fin de obtener formas de onda óptimas para la corriente del inductor. A saber, la frecuencia de la corriente del inductor es el doble la frecuencia de conmutación en este caso [Meynard et al., 1997]. En modos de funcionamientos típicos cómo los presentados en el capítulo 3, el interruptor de S_k y el diodo D_k se activan y se desactivan de forma cíclica y complementaria por la acción de un DPWM. Cuando el interruptor S_k se cierra el diodo D_k se abre y viceversa. Se utilizarán pulsos centrados en un período de conmutación para los interruptores de tal manera que el ruido de conmutación no afecte mucho sobre las muestras tomadas cada periodo. Notése que en este caso, las muestras tomadas corresponderán a las variables promedias [El Aroudi et al., 2008a].

En el capítulo 3, se ha llegado al siguiente modelo aproximado de tiempo discreto

$$\begin{bmatrix} i_{L_{n+1}} \\ v_{1_{n+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{TR}{L} & (d_{2,n} - d_{1,n})\frac{T}{L} \\ (d_{1,n} - d_{2,n})\frac{T}{C} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_n} \\ v_{1_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T}{L}d_{1,n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Si el convertidor de dos celdas es la planta a controlar, podemos decir que las variables de estado son $x = [i_L, v_1, v_0]^T$, las señales de control serían u_1, u_2 ; los actuadores serían los conmutadores controlados S_1, S_2 ; los sensores serían para el voltaje del condensador intermedio un amplificador de instrumentación, para la corriente una resistencia shunt o un sensor de efecto hall, y para el voltaje de salida un simple divisor de voltaje, finalmente los compensadores del controlador dependen de las funciones de transferencia salida-control. En los convertidores controlados se utiliza usualmente las acciones de control básicas, estas son la acción proporcional, y la acción de control integral. Si se mira el convertidor de dos celdas en lazo cerrado desde su modelo promediado en funciones de transferencia, tendremos el diagrama de bloques de la Figura 4-2.

En esta Figura $M_{1,2}$ representan las funciones de transferencia de los moduladores, que en el modelo promediado son definidos por la ecuación $M_{1,2}(s) = 1/V_M$. El valor V_M es la amplitud máxima de la señal diente de sierra del modulador, que en la mayoría de los casos es de 1 V.

4.3. Control de la tensión del condensador flotante

El objetivo de un lazo de control es llevar la variable controlada a un valor de consigna deseado, pero para lograr este objetivo se debe tener un modelo de la planta a controlar. En la Figura 4-2 se muestra un diagrama de bloques que modela un convertidor buck de dos celdas, y sus funciones de transferencia salida-control que influyen en el voltaje del condensador flotante, son mostradas a continuación.

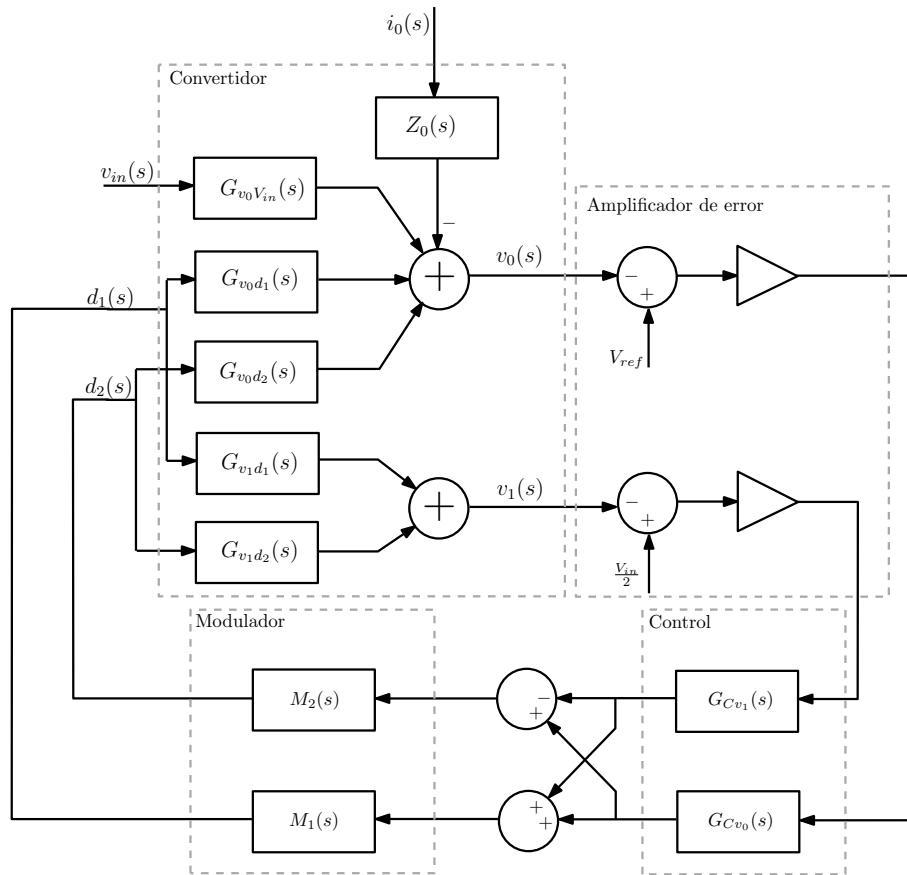


Figura 4-2: Diagrama de bloques a del convertidor buck de dos celdas en lazo cerrado.

Teniendo en cuenta que las funciones de transferencia son integradores puros, el error de estado estacionario en lazo cerrado tiende a cero, por lo que el voltaje de condensador intermedio puede ser controlado con un simple control proporcional, $G_{Cv_1}(s) = k_{v_1}$.

4.4. Control del voltaje de salida

La variación tensión $\bar{v}_0(t)$ del condensador de salida promedio, con respecto a los ciclos de trabajo $d_{1,2}(t)$ de las señales de control esta dada por la función de

transferencia de la ecuación (4.2)

$$G_{v_0d_{1,2}}(s) = \frac{k\omega_m^2}{s^2 + 2\xi\omega_ms + \omega_m^2} \quad (4.2)$$

donde $\xi = \sqrt{LC_0}/2RC_0$, $\omega_m = 1/\sqrt{LC_0}$ y $k = V_{in}/2$. Esta función de transferencia tiene un error de estado estable diferente de cero, por lo que en el lazo de control se propone controlador tipo proporcional integral. La función de transferencia de un control proporcional integral esta dada por:

$$G_{C_{v_0}}(s) = k_{v_0} \left(1 + \frac{1}{\tau_0 s} \right) \quad (4.3)$$

donde k_{v_0} es la ganancia proporcional y τ_0 es la constante de tiempo integral. La ganancia integral sera entonces $k_{I,v_0} = k_{v_0}/\tau_0$. El control PI en el espacio de estados se puede obtener introduciendo una nueva variable $x_4(t)$ que es la integral del error, donde el error es $\bar{e}_{v_0}(t) = V_{ref} - \bar{x}_3(t)$.

Apartir de (4.3), se puede escribir en el dominio de s .

$$V_{con}(s) = k_{v_0} \left(1 + \frac{1}{s\tau_0} \right) e_{v_0}(s) \quad (4.4)$$

La integral del error se expresa cómo sigue.

$$X_4(s) = \frac{1}{s} e_{v_0}(s) \quad (4.5)$$

Entonces al transformar (4.4) al dominio temporal:

$$\bar{v}_{con}(t) = k_{v_0} \left(\bar{e}_{v_0}(t) + \frac{1}{\tau_0} \bar{x}_4(t) \right) \quad (4.6)$$

Apartir de (4.5) tenemos:

$$\dot{\bar{x}}_4(t) = \bar{e}_{v_0}(t) \quad (4.7)$$

La ecuaci3n que corresponde a $\bar{v}_{con}(t)$ se agrega a las seÑales de control $d_{1,2}(t)$, mientras que la segunda ecuaci3n que define $\dot{\bar{x}}_4(t)$ se agrega al modelo c3mo una nueva variable del vector de estados.

4.5. Síntesis de la ley de control basado sobre el modelo promediado

Las dinámicas lentas pueden ser estudiadas con el modelo promediado del convertidor, sin tener en cuenta la acci3n de conmutaci3n. Sin embargo, cuando se trabaja con sistemas que tienen multiples entradas y multiples salidas MIMO c3mo lo es el convertidor buck de dos celdas, es mucho mas c3modo realizar un estudio del sistema utilizando variables de estado, así el modelo promediado del convertidor buck de dos celdas mostrado en la Figura 4-1, est3 descrito por el sistema de ecuaciones (4.8).

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2-d_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{d_1-d_2}{C_f} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (4.8)$$

4.5.1. Control Proporcional

Si un control proporcional es utilizado en el lazo de control del voltaje de salida, no es posible alcanzar un error de estado estacionario cero, sin embargo el análisis de estabilidad es muy claro, ya que es relativamente fácil encontrar los auto valores del sistema linealizado de manera analítica, y es fácil notar para que conjunto de parámetros el sistema linealizado tiene sus auto-valores en el semiplano izquierdo del plano s . Si el lazo de control está dado por las ecuaciones (4.9)-(4.10).

$$d_1 = k_{v_0}(V_{ref} - \bar{x}_3) + k_{v_1} \left(\frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right) \quad (4.9)$$

$$d_2 = k_{v_0}(V_{ref} - \bar{x}_3) - k_{v_1} \left(\frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right) \quad (4.10)$$

El punto de equilibrio para el sistema del convertidor en lazo cerrado, se da cuando las variaciones de su vector de estado son cero, así el punto de equilibrio del sistema esta dado por (4.11).

$$x^* = \left[\frac{k_{v_0} V_{in} V_{ref}}{R(1 + k_{v_0} V_{in})}, \frac{V_{in}}{2}, \frac{k_{v_0} V_{in} V_{ref}}{1 + k_{v_0} V_{in}} \right]^T \quad (4.11)$$

Ahora el sistema es linealizado alrededor del punto de equilibrio. Para linealizar el sistema es necesario hallar la matriz Jacobiana del modelo del convertidor esta matriz esta dada por:

$$J(x^*) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{V_{in}k_{v1}}{L} & -\frac{1+k_{v0}V_{in}}{L} \\ 0 & -\frac{2k_{v0}k_{v1}V_{in}V_{ref}}{(1+k_{v0}V_{in})RC_f} & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{RC_0} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Finalmente, los auto-valores son la solución de $\det(J(x^*) - \lambda I) = 0$, y sus expresiones son.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{R^2}{L}C_0(1 + k_{v0}V_{in})}}{2RC_0}, \quad \lambda_3 = -2\frac{k_{v0}k_{v1}V_{in}V_{ref}}{RC_f(1 + k_{v0}V_{in})} \quad (4.13)$$

Se observa que para que los auto valores tengan parte real negativa, es necesario que $k_{v0} > -1/V_{in}$ en $\lambda_{1,2}$. Si $k_{v0} > 0$, siempre se cumple.

4.5.2. Control Proporcional Integral

El control proporcional integral es utilizado porque en la estrategia de control proporcional no es posible alcanzar un error de estado estacionario cero. Sin embargo el controlador proporcional integral aumenta el orden del sistema, siendo el nuevo estado la integral del error.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d_2-d_1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{d_1-d_2}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0R} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L}d_1 \\ 0 \\ 0 \\ V_{ref} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

El modelo del convertidor buck de dos celdas con la nueva variable de estado debida al control PI esta descrito por las ecuaciones (4.14).

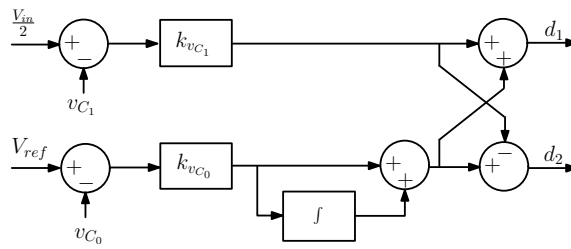


Figura 4-3: Esquema del lazo de control del convertidor buck de dos celdas.

El esquema del control es mostrado en la Figura 4-3, y los ciclos de trabajo $d_{1,2}(t)$ de las señales de control están definidas por las Ecuaciones (4.15)-(4.16)

$$d_1 = k_{v0}(V_{ref} - \bar{x}_3) + k_{v1} \left(\frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right) + \frac{k_{v0}}{\tau_0} \bar{x}_4 \quad (4.15)$$

$$d_2 = k_{v0}(V_{ref} - \bar{x}_3) - k_{v1} \left(\frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right) + \frac{k_{v0}}{\tau_0} \bar{x}_4 \quad (4.16)$$

De esta forma, el puntos de equilibrio es.

$$x^* = \left[\frac{V_{ref}}{R}, \frac{V_{in}}{2}, V_{ref}, \frac{V_{ref}}{V_{in}} \right]^T \quad (4.17)$$

Ahora procedemos a linealizar el sistema con ayuda del la matriz Jacobiana evaluada en el punto de equilibrio (4.18).

$$J(x^*) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1+k_{v_0}V_{in}}{L} & \frac{k_{v_0}V_{in}}{\tau_0 L} \\ 0 & -\frac{2k_{v_1}V_{ref}}{C_1 R} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{RC_0} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Para el análisis de estabilidad del sistema linealizado, buscamos la solución de $\det(J(x^*) - \lambda I) = 0$, pero no es posible observar de manera analítica los auto valores y definir así si para que valores de k_{v_0} el sistema es estable.

$$\left(\frac{k_{v_1}V_{ref}}{RC_1} + \lambda\right) \left(\lambda^3 + \frac{1}{RC_0}\lambda^2 + \frac{(R\tau_0 + R\tau_0V_{in}k_{v_0})}{L\tau_0 RC_0}\lambda + \frac{V_{in}k_{v_0}}{L\tau_0 C_0}\right) = 0 \quad (4.19)$$

Para el primer factor de la anterior ecuación característica (4.19), encontramos el primer auto-valor

$$\lambda_1 = -\frac{2k_{v_1}V_{ref}}{RC_1} \quad (4.20)$$

Mientras que con el segundo factor de la ecuación característica

$$\left(\lambda^3 + \frac{1}{RC_0}\lambda^2 + \frac{(R\tau_0 + R\tau_0V_{in}k_{v_0})}{L\tau_0 RC_0}\lambda + \frac{V_{in}k_{v_0}}{L\tau_0 C_0}\right) = 0 \quad (4.21)$$

Se aplica el criterio de Routh-Hurwitz. Se llega a la conclusion que el sistema es estable para $k_{v_0} > \tau_0/(V_{in}(RC_0 - \tau_0))$, $k_{v_1} > 0$, y $RC_0 > \tau_0$ si todos los demás parámetros son positivos.

$$\begin{array}{l}
 \lambda^3 \left| \begin{array}{l} 1 \\ \frac{1}{RC_0} \\ \frac{t_0}{C_0 L \tau_0} + V_{in} k_{v_0} \frac{\tau_0 - RC_0}{C_0 L \tau_0} \\ \frac{V_{in} k_{v_0}}{L \tau_0 C_0} \end{array} \right. \begin{array}{l} R \tau_0 \frac{(1 + V_{in} k_{v_0})}{L \tau_0 RC_0} \\ \frac{V_{in} k_{v_0}}{L \tau_0 C_0} \\ \\ \end{array} \\
 \lambda^2 \\
 \lambda^1 \\
 \lambda^0
 \end{array} \quad (4.22)$$

4.6. Síntesis de la ley de control basado sobre el modelo discreto

El control propuesto hasta ahora sólo ha tenido en cuenta las dinámicas lentas del convertidor. Sin embargo sabemos que el convertidor es un sistema conmutado de estructura variable, que cambia a altas frecuencias de conmutación por lo que las variables de estado tienen un rizado debido a esta conmutación. Para estudiar este fenómeno no lineal, se debe utilizar el modelo discreto. El espacio de estados del sistema es MIMO. Las salidas son elementos del vector de estado, y las entradas son las señales de conmutación de los conmutadores controlados.

En las dinámicas rápidas podemos encontrar comportamientos como sub-armónicos, cuasi-periodicidad, bifurcaciones y caos, que pueden ser estudiados con el modelo discreto, y obtener el rango de parámetros que aseguran la estabilidad [El Aroudi and Robert, 2006].

El modelo discreto del convertidor buck de dos celdas de la Figura 4-1 fue discutido en el capítulo 3 y esta dado por:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{RT}{L} & (d_{2,n} - d_{1,n})\frac{T}{L} \\ (d_{1,n} - d_{2,n})\frac{T}{C_1} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_n + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T}{L}d_{1,n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

4.6.1. Control Proporcional

El control proporcional en tiempo discreto se obtiene por un muestreo de las variables de estado cada ciclo de conmutación, cómo se puede observar en el siguiente diagrama esquemático:

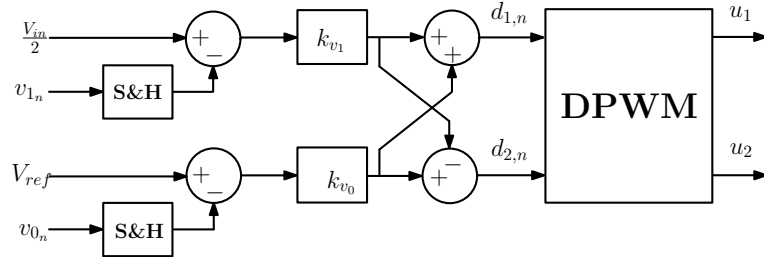


Figura 4-4: Control proporcional en tiempo discreto del convertidor buck de dos celdas.

Las ecuaciones de las señales de control están dadas por:

$$d_{1,n} = k_i(I_{ref} - x_{1,n}) + k_{v1} \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) \quad (4.24)$$

$$d_{2,n} = k_i(I_{ref} - x_{1,n}) - k_{v1} \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) \quad (4.25)$$

Los puntos fijos del sistema que modela un convertidor buck de dos celdas se puede encontrar, imponiendo la igualdad $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k = \mathbf{x}^*$. Para el presente caso, los puntos fijos son:

$$\mathbf{x}^* = \left[\frac{k_i V_{in} I_{ref}}{R + k_i V_{in}}, \frac{V_{in}}{2} \right]^T \quad (4.26)$$

Para estudiar la estabilidad del sistema hallamos la matriz Jacobiana que es:

$$J(\mathbf{x}_n) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{RT}{L} - \frac{k_i V_{in} T}{L} & \frac{2k_v V_{in} T}{L} - \frac{2k_v \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) T}{L} - k_i \frac{V_{in} T}{L} \\ \frac{2k_v \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) T}{C_1} & 1 - \frac{2k_v k_i V_{in} I_{ref} T}{C_1 (R + V_{in} k_i)} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Si la evaluamos en los puntos fijos se obtiene:

$$J(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{RT}{L} - \frac{k_i V_{in} T}{L} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{2k_v k_i V_{in} I_{ref} T}{C_1 (R + V_{in} k_i)} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Finalmente con la matriz Jacobiana evaluada en el punto fijo, podemos estudiar la estabilidad a su alrededor. El polinomio característico del sistema está dado por $\det(\lambda \mathbf{I} - J(\mathbf{x}^*)) = 0$ lo que da lugar a:

$$P(\lambda) = \left[\left(\frac{R + k_i V_{in}}{L} T - 1 \right) + \lambda \right] \left[\left(\frac{2k_v k_i I_{ref} V_{in}}{C_1 (R + V_{in} k_i)} T - 1 \right) + \lambda \right] = 0 \quad (4.29)$$

Las raíces de la ecuación característica anterior son:

$$\lambda_1 = 1 - \frac{(R + k_i V_{in})T}{L}, \lambda_2 = 1 - \frac{(2k_v k_i I_{ref} V_{in})T}{C_1(R + k_i V_{in})} \quad (4.30)$$

El intervalo de ganancias para las que se garantiza la estabilidad del sistema son:

$$-\frac{R}{V_{in}} < k_i < \frac{2L - RT}{TV_{in}} \quad (4.31)$$

$$0 < k_v < \frac{C_1(R + k_i V_{in})}{k_i I_{ref} V_{in} T} \quad (4.32)$$

4.6.2. Simulaciones y datos experimentales con el control proporcional.

Tomando como valores de los parámetros del convertidor buck de dos celdas: $V_{in} = 40$ V, $L = 330$ μ H, $C_1 = 44$ μ F, $R = 10$ Ω , $f = 20$ kHz, $I_{ref} = 2,5$ A, $V_{ref} = 20$ V, y $k_v = 0,04$.

Tomando un rango de valores de k_i en el intervalo $[0,02 \ 0,1]$, se puede observar en la siguiente Figura 4-5 el espacio de parámetros de control estables.

Así, podemos ver numéricamente que el rango de parámetros estables del convertidor en las Ecuaciones (4.33), para los valores usados en las simulaciones y experimentalmente.

$$-0,25 < k_i < 0,08$$

$$0 < k_v < 2,552 \text{ si } k_i = 0,04$$

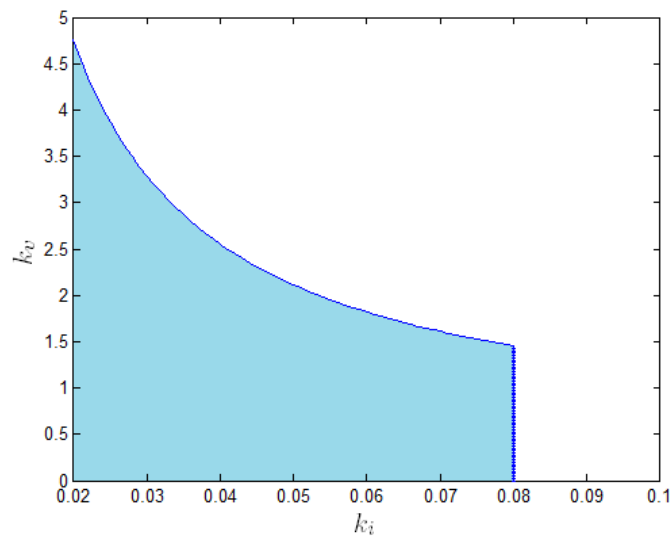


Figura 4-5: Espacio de parámetros estable k_i vs k_v .

Según el siguiente diagrama de bifurcación de la Figura [?], podemos observar que para valores mayores que $k_i = 0,08$ el sistema es inestable.

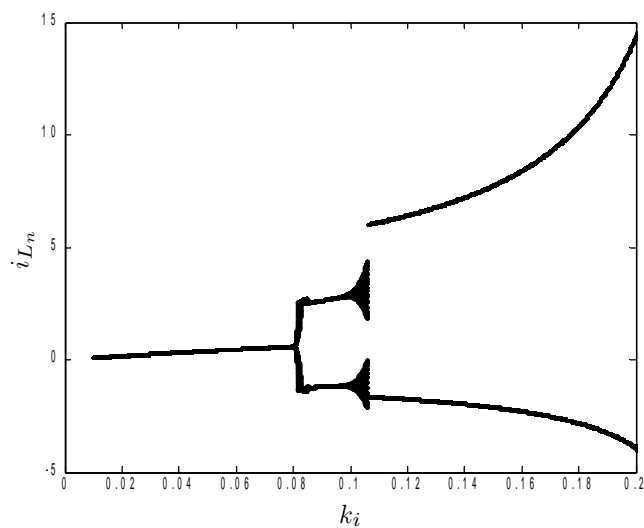
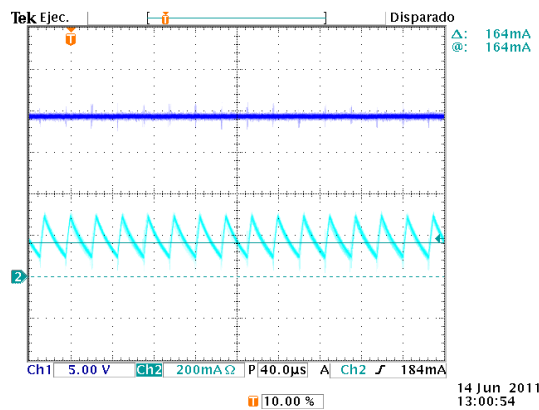
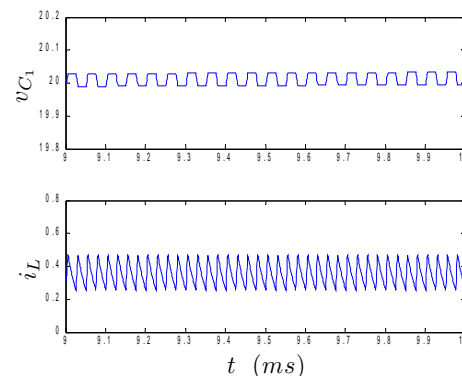


Figura 4-6: Diagrama de bifurcación tomando como parámetro de bifurcación a k_i con $k_v = 0,04$.

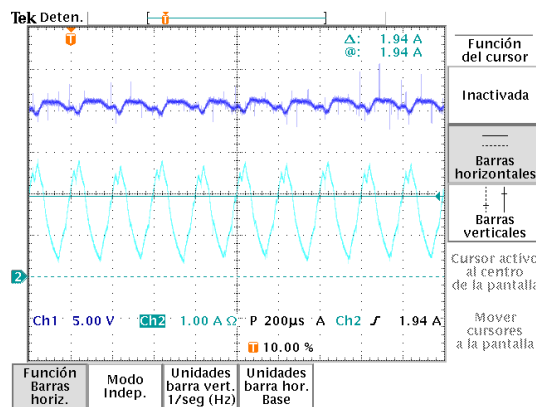
La comparaci3n de los resultados obtenidos con el circuito experimental y la simulaci3n en PSIM, podemos verlos en las Figuras 4-7. Podemos observar que para los casos (a) y (b) d3nde la ganancia de corriente es $k_i = 0,04$ el sistema es estable. Mientras que, en los casos (c) y (d) d3nde $k_i = 0,45$ el sistema ha bifurcado, a una3rbita peri3dica. Tambi3n se puede observar que en el caso estable el sistema tiene un error de estado estacionario, y este es el motivo por el que se propone el control PI.



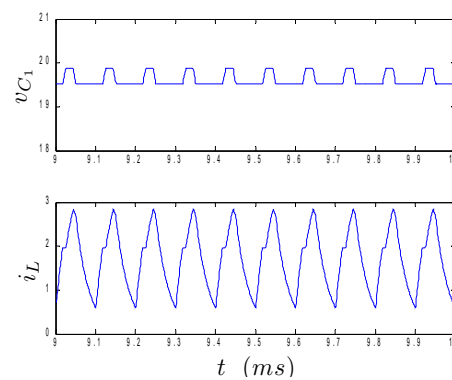
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4-7: Formas de onda del montaje experimental con control proporcional. (a),(b) con $k_i = 0,04$. (c),(d) con $k_i = 0,45$.

4.6.3. Control Proporcional Integral (PI)

El tiempo discreto tiene la ventaja que al ser implementado de manera digital, puede ser programable para variar su ganancia o el tiempo integral desde un programa interno de un DSP por ejemplo o cualquier sistema embebido de control. La función de transferencia de un control PI esta dada por:

$$V_{con}(z) = \frac{\tau_0(z-1) + T_s}{\tau_0(z-1)} e_{i_L}(z) \quad (4.33)$$

donde $V_{con}(z)$ es la transformada z del voltaje de salida del compensador PI, y $e_{i_L}(z) = I_{ref} - i_L(z)$ es la transformada z del error de la corriente de la bobina.

$$X_3(z) = \frac{T_s}{(z-1)} e_{i_L}(z) \quad (4.34)$$

Al convertir estas ecuaciones en diferencias al tiempo discreto tenemos:

$$v_{con,n} = k_{v_0} e_{i_L,n} + \frac{k_{v_0}}{\tau_0} x_{3,n} \quad (4.35)$$

donde $x_{3,n}$ es la integral del error de la corriente de la bobina.

$$x_{3,n+1} = T_s e_{i_L,n} + x_{3,n} \quad (4.36)$$

Si agregamos el nuevo estado $x_{3,n}$ al sistema (4.23), obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias.

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{RT}{L} & (d_{2,n} - d_{1,n})\frac{T}{L} & 0 \\ (d_{1,n} - d_{2,n})\frac{T}{C_1} & 1 & 0 \\ -T & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_n + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}T}{L}d_{1,n} \\ 0 \\ TI_{ref} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Las señales de control se pueden observar de manera esquemática en el diagrama de la Figura 4-8.

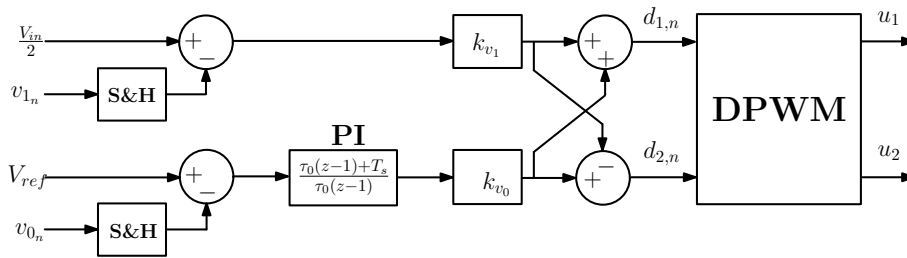


Figura 4-8: Control PI en tiempo discreto del convertidor buck de dos celdas.

Agregando $v_{con,n}$ a las expresiones del ciclo de trabajos, se obtiene:

$$d_{1,n} = k_i(I_{ref} - x_{1,n}) + k_{v_1} \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) + \frac{k_i}{\tau_0} x_{3,n} \quad (4.38)$$

$$d_{2,n} = k_i(I_{ref} - x_{1,n}) - k_{v_1} \left(\frac{V_{in}}{2} - x_{2,n} \right) + \frac{k_i}{\tau_0} x_{3,n} \quad (4.39)$$

El punto fijo del sistema es:

$$\mathbf{x}^* = \left[I_{ref}, \frac{V_{in}}{2}, \frac{I_{ref}\tau_0 R}{k_i V_{in}} \right]^T \quad (4.40)$$

Cómo podemos ver el control PI logra eliminar el error de estado estacionario.

Ahora la matriz Jacobiana del sistema que modela el convertidor buck de dos celdas con un control PI, evaluada en el punto fijo \mathbf{x}^* esta dada por:

$$J(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{RT}{L} - \frac{k_i V_{in} T}{L} & 0 & \frac{k_i V_{in} T}{L\tau_0} \\ 0 & 1 - \frac{2k_v k_i V_{in} I_{ref} T}{C_1 (R + V_{in} k_i)} & 0 \\ -T & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

El polinomio característico del sistema se puede expresar en la forma $\det(\lambda \mathbf{I} - J(\mathbf{x}^*)) = p_1(\lambda)p_2(\lambda)$:

dónde $p_1(\lambda)$ es un polinomio de primer orden dado por:

$$p_1(\lambda) = \frac{2k_v T I_{ref} - C_1}{C_1} + \lambda \quad (4.42)$$

y $p_2(\lambda)$ es un polinomio de segundo orden dado por:

$$p_2(\lambda) = \lambda^2 + \frac{\tau_0 T V_{in} k_i + \tau_0 R T - 2L\tau_0}{L\tau_0} \lambda + \frac{L\tau_0 - \tau_0 R T + T^2 V_{in} k_i - \tau_0 T V_{in} k_i}{L\tau_0} \quad (4.43)$$

Para el primer polinomio tenemos el siguiente autovalor:

$$\lambda_1 = \frac{C_1 - 2k_v I_{ref} T}{C_1} \quad (4.44)$$

Será de modulo inferior a uno si se cumple que:

$$0 < k_v < \frac{C_1}{TI_{ref}} \quad (4.45)$$

El segundo polinomio característico lo podemos reescribir cómo:

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0 \quad (4.46)$$

en donde

$$a_1 = \frac{-2L\tau_0 + \tau_0TV_{in}k_i + \tau_0RT}{\tau_0L}, \quad a_0 = \frac{L\tau_0 - \tau_0RT + T^2V_{in}k_i - \tau_0Tk_iV_{in}}{\tau_0L} \quad (4.47)$$

Aplicando el criterio de Jury se deben cumplir las siguientes condiciones para que el sistema sea estable:

$$p_2(1) > 0 \quad (4.48)$$

$$p_2(-1) > 0$$

$$|a_0| < 1 \quad (4.49)$$

De la condición $p_2(1) > 0$ se obtiene que $k_i > 0$, mientras que de la condición $p_2(-1) > 0$ se obtiene que k_i debe cumplir:

$$k_i < \frac{2L - RT}{V_{in}T \left(1 - \frac{T}{2\tau_0}\right)} \quad (4.50)$$

Mientras que de la ultima condición $|a_0| < 1$ obtenemos que k_i debe cumplir:

$$-\frac{R}{V_{in} \left(1 - \frac{T}{\tau_0}\right)} < k_i < \frac{(2L - RT)}{V_{in}T \left(1 - \frac{T}{\tau_0}\right)} \quad (4.51)$$

4.6.4. Simulaciones y datos experimentales con el control PI.

Tomando como valores de los parámetros del convertidor buck de dos celdas: $V_{in} = 40$ V, $L = 330$ μ H, $C_1 = 44$ μ F, $R = 10$ Ω , $f = 20$ kHz, $I_{ref} = 2,5$ A, $V_{ref} = 20$ V, y $k_v = 0,04$.

El espacio de parámetros estables del convertidor esta de definido por las ecuaciones

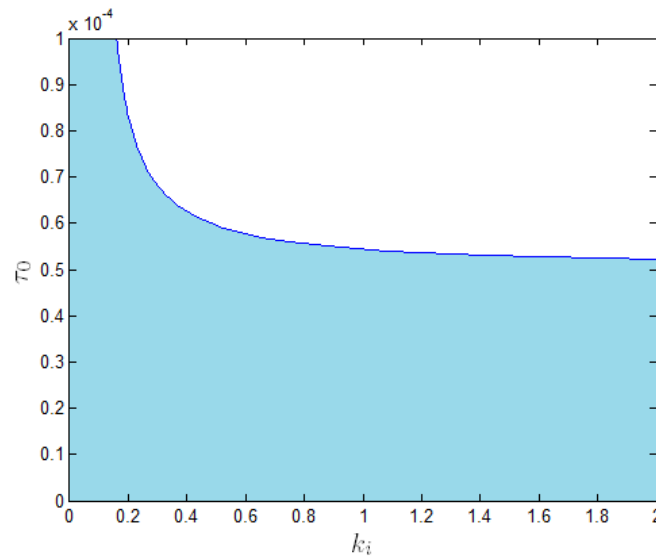


Figura 4-9: Espacio de parámetros estable k_i vs τ_0 . Cuando $\tau_0 \cong T$ domina la ecuación (4.50)

(4.50) y (4.51). Sin embargo, para aplicaciones practicas el espacio de parámetros estables se exhibe de forma gráfica. El espacio de parámetros estables con respecto a k_i Vs τ , es ampliamente dependiente del valor de τ como vemos en las Figuras 4-9 y 4-10.

El espacio de parámetros estables también se puede observar con ayuda de un diagrama de bifurcación, donde se observa el comportamiento de un amplio rango de valores de k_i , y se observa como afecta a la estabilidad de la corriente i_{L_n} de la bobina, (ver Figura 4-11).

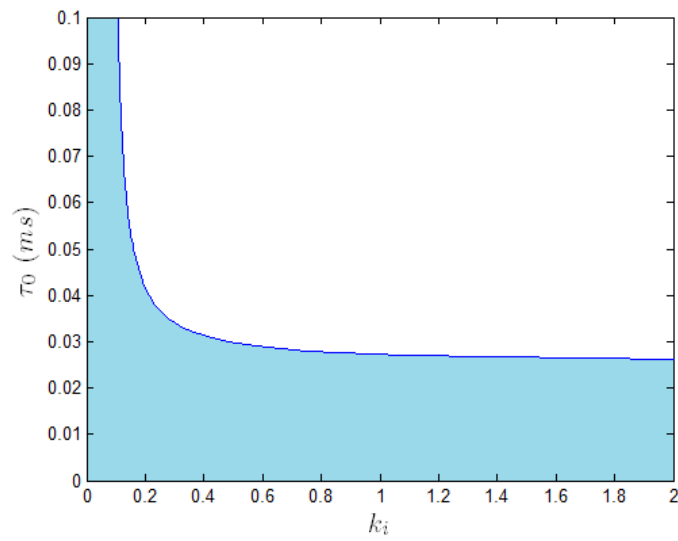


Figura 4-10: Espacio de parámetros estable k_i vs τ_0 . Cuando $\tau_0 \cong T/2$ domina la ecuación (4.51)

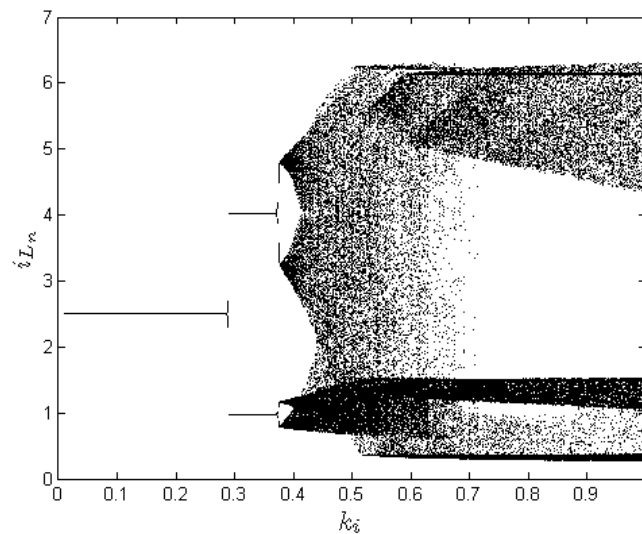
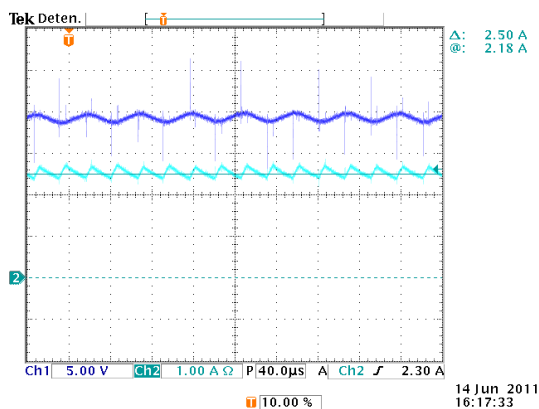
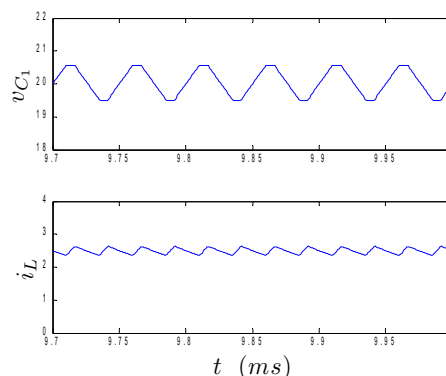


Figura 4-11: Diagrama de bifurcación con el controlador PI con $\tau_0 = 85 \mu s$.

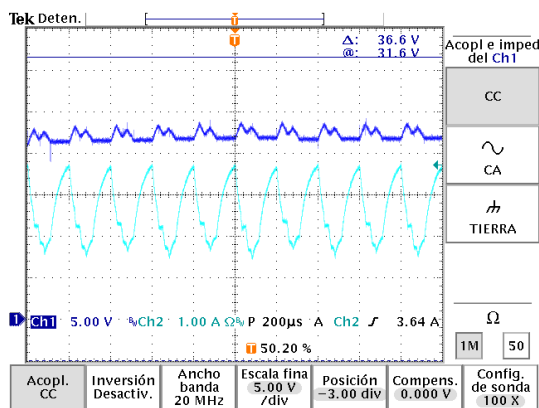
Finalmente la comparación de los resultados obtenidos con el circuito experimental y la simulación en PSIM, y observamos que ya no tenemos un error de estado estacionario.



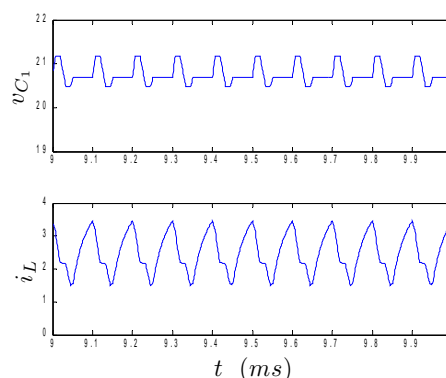
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4-12: Formas de onda del montaje experimental con control proporcional. (a),(b) $k_i = 0,04$. (c),(d) $k_i = 0,45$.

La Figura 4-13 muestra que el sistema exhibe un comportamiento caótico.

Sin embargo, el rango de parámetros estables es todavía muy pequeño, razón por la cual se propone el control TDFC.

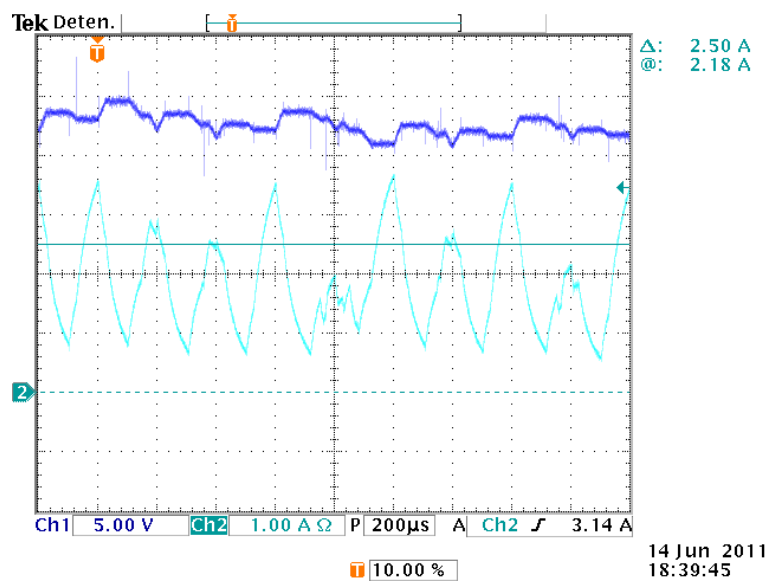


Figura 4-13: Forma de onda caótica del montaje experimental con control proporcional.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Capítulo 5

Estabilización por realimentación con retraso temporal en tiempo discreto

Resumen

En el Capítulo 4, se ha hecho un estudio analítico de el convertidor buck de dos celdas, bajo el control proporcional y PI. Se han encontrado los espacios de parámetros estables con ayuda de los criterios de Routh-Hurwitz en tiempo continuo y Jury en tiempo discreto. En el caso específico del estudio analítico en tiempo discreto, encontramos que el espacio de parámetros estables es pequeño. El objetivo del presente capítulo es estudiar la estabilidad de los controladores TDFC y GTDFC, los cuales amplían el espacio de parámetros estables. Con el control TDFC no es posible minimizar el error de estado estacionario a cero. Razón por la cual se propone el control GTDFC donde el error de estado estable es nulo. Para confirmar los resultados teóricos, se presentan al final junto con las simulaciones numéricas y los diagramas de bifurcación. Las simulaciones se obtienen desde el modelo conmutado exacto utilizando PSIM.

5.1. Introducción

Es muy bien conocido que los convertidores de potencia DC-DC, en general, y de múltiples celdas, en particular, pueden presentar muchos fenómenos no lineales como las oscilaciones sub-armónicas y el comportamiento caótico cuando se utilizan controladores tradicionales tanto analógicos como digitales [Tse, 1994]- [El Aroudi et al., 2009b]. Generalmente, se puede decir, que estos comportamientos aparecen cuando al sistema se le exigen varias prestaciones como lograr un error en estado estacionario muy pequeño y a la vez responder rápidamente a cambios en los parámetros. También, por lo general, estos comportamientos surgen de la mala selección de los parámetros del sistema [Chan and Tse, 1997] - [El Aroudi et al., 2008a]. Una de las ventajas de los controladores digitales es que el modelo correspondiente en tiempo discreto se puede obtener en forma cerrada ([Giaouris et al., 2009], [El Aroudi et al., 2008b]) y muchos de los fenómenos no deseados se pueden predecir, analizar y incluso evitar mediante el uso de controladores sofisticados [Robert and El Aroudi, 2006]. Por ejemplo, el control por realimentación y retardo temporal (Time Delay Feedback Control, (TDFC) y su versión extendida(Extended Time Delay Feedback Control, ETDFC) se utiliza para estabilizar las órbitas periódicas inestables presentes en el atractor caótico [Pyragas, 1992], [Pyragas, 1995], [Batlle et al., 1996].

En [Batlle et al., 1997], la técnica de TDFC se ha aplicado a un convertidor buck elemental y se ha obtenido su dominio de la estabilidad combinando métodos analíticos basados en La teoría de Floquet y algoritmos numéricos de búsqueda de raíces. Sin embargo, la implementación del control pretendida no puede ser llevada a cabo en la práctica de forma simple utilizando dispositivos estándares cómo los que se suelen utilizar en este tipo de aplicaciones. Además, a pesar de una región estable más amplia de estos controladores, el error estático no puede hacerse nulo. Por supuesto, un controlador digital PI puede ser utilizada para hacer este error nulo, pero cómo se verá más adelante, debido al efecto de saturación durante la transitorio, la respuesta del sistema es muy lenta y su sobre-pico es muy alto incluso con un

diseño optimizado basado en técnicas lineales. Por otra parte, una implementación analógica de la técnica TDFC o ETDFC no es posible debido a la necesidad de una memoria infinita. Sin embargo, estas dos técnicas tienen una ventaja obvia de una implementación experimental sencilla si el retardo se digitaliza. Del otro lado, es bien sabido que un sistema con un número impar de valores propios fuera del círculo unidad no puede ser estabilizado por un TDFC estático debido a la llamada *limitación del número impar* [Yamamoto and Ushio, 2003]- [Ushio, 1996]. Una TDFC dinámica se puede utilizar en este caso para superar esta limitación. En [Yamamoto et al., 2001], una condición necesaria y suficiente para la estabilización ha sido derivada y un método de diseño de un estabilizador de orden reducido se ha demostrado mediante el uso de desigualdades lineales matriciales (LMI). El principal inconveniente de este enfoque es que las LMIs tienen que resolverse numéricamente.

En este capítulo se estudia una solución basada en un algoritmo dinámico digital TDFC para la estabilización de la dinámica de un convertidor buck DC-DC de dos celdas de conmutación. Se desarrollará y se analizará una técnica de control dinámico para este sistema con una amplia gama de margen de estabilidad. Se demostrará que la técnica propuesta es una estrategia poderosa para evitar oscilaciones sub-armónicas y el comportamiento caótico, y a la vez elimina el error estático, incluso en la presencia de efectos de saturación del ciclo de trabajo superando el controlador PI tradicional en términos de tiempo de establecimiento y sobre pico. También, se aprovechará que el modelo general se puede expresar como un sistema en cascada y mediante la aplicación de la teoría de Lyapunov se obtiene la región de la estabilidad en el espacio de parámetros y de estados.

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 5.2, se presenta el modelo en tiempo discreto del sistema. En la Sección 5.3, se sintetiza el controlador dinámico generalizado. En la Sección 5.4, se estudia analíticamente la estabilidad del sistema con el controlador sintetizado. Se muestran algunas simulaciones numéricas del modelo derivado en la misma sección confirmando las predicciones

teóricas. Se presentan en la Sección 5.5 simulaciones desde el circuito conmutado utilizando PSIM para validar las prestaciones del controlador.

5.2. Estabilización por TDFC

Puesto que nos hemos dado cuenta de que, para el modelo simple, sólo la corriente presenta bifurcaciones hasta llegar a un comportamiento caótico, se pensó que podría ser razonable aplicar la parte TDFC en términos de la corriente. En este caso, las expresiones del ciclo de trabajo están dadas por:

$$d_{1,n} = k_i e_{2,n} + k_v e_{1,n} + \eta_i e_{d,n} \quad (5.1)$$

$$d_{2,n} = k_i e_{2,n} - k_v e_{1,n} + \eta_i e_{d,n} \quad (5.2)$$

donde $e_{1,n} = V_{ref} - v_{C1}[n]$, $e_{2,n} = I_{ref} - i_L[n]$ y $e_{d,n} = i_L[n-1] - i_L[n]$. La aplicación del controlador TDFC incrementa en uno el orden del sistema dinámico discreto. Es digno de señalar que esta es una gran ventaja de usar un modelo discreto. Al aplicar TDFC a un sistema dinámico de tiempo continuo, el sistema se vuelve de dimensión infinita. Asumimos las siguientes anotaciones:

$$x_n = \begin{bmatrix} i_{L_n} \\ v_{1_n} \\ x_{3,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L_n} \\ v_{1_n} \\ \dot{i}_{L_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Entonces el sistema de lazo cerrado, tomando en cuenta (5.1) y (5.2) es descrito por el mapa recurrente siguiente:

$$\mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{TR}{L}\right) & (d_{2,n} - d_{1,n})\frac{T}{L} & \frac{\eta_i V_{in} T}{L} \\ (d_{1,n} - d_{2,n})\frac{T}{C_1} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in} T}{L} d_{1,n} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_n \quad (5.4)$$

El punto fijo x^* del modo de funcionamiento no saturado se obtiene igualando x_{n+1} a x_n . Puesto que esta ecuación da $x_3^* = i_L^*$, entonces la parte TDFC, el tercer término en (??) se desvanecerá y se obtiene el mismo punto fijo que en el caso del sistema sin TDFC, es decir

$$x^* = \left[\frac{V_{in}k_i I_{ref}}{R + V_{in}k_i}, \frac{V_{in}}{2}, \frac{V_{in}k_i I_{ref}}{R + V_{in}k_i} \right]^T \quad (5.5)$$

5.2.1. Análisis lineal de estabilidad

La linealización del sistema (??) en torno a su punto fijo dado en (5.5) lleva a la siguiente matriz Jacobiana:

$$J(x^*) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{TR - (k_i + \eta_i)V_{in}T}{L} & 0 & \frac{\eta_i V_{in}T}{L} \\ 0 & 1 - \frac{2k_v TV_{in}k_i I_{ref}}{(R + V_{in}k_i)C_1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

La ecuación característica de esta matriz se puede escribir en la siguiente forma:

$$(2k_v TV_{in}k_i I_{ref} + C_1(\lambda - 1)(R + V_{in}k_i)) p_2(\lambda)$$

donde $p_2(\lambda)$ es polinomio de segundo orden dado por

$$p_2(\lambda) = \lambda^2 + \frac{V_{in}Tk_i + TV_{in}\eta_i + TR - L}{L}\lambda - \frac{\eta_i V_{in}T}{L} = 0 \quad (5.7)$$

Se puede ver claramente que $\lambda_1 = 1 - 2k_v i_L^* T / C_1$ es un valor propio del sistema que se debe colocar dentro del círculo unitario del plano complejo mediante la selección adecuada de las ganancias k_i y k_v . Por lo tanto, se tiene que cumplir

$$|1 - 2k_v i_L^* T / C_1| < 1 \quad (5.8)$$

Finalmente, se puede restringir k_v en términos de k_i de la siguiente manera:

$$0 < k_v < \frac{C_1}{Ti_L^*} \quad (5.9)$$

Notése que i_L^* depende de k_i tal como se puede apreciar en (5.5). Para obtener una respuesta rápida, se puede imponer que el valor propio esté en el origen [Kuo, 2003].

Esto puede lograrse mediante la elección de k_v como sigue

$$\lambda_1 = 0 \Rightarrow k_v = \frac{C_1}{2Ti_L^*} \quad (5.10)$$

Para la parte cuadrática de (??), podemos aplicar la prueba de estabilidad de Jury que establece las siguientes condiciones:

$$p(1) = 1 + a_1 + a_0 > 0 \quad (5.11)$$

$$p(-1) = 1 - a_1 + a_0 > 0 \quad (5.12)$$

$$|a_0| < 1 \quad (5.13)$$

donde de (5.7) se puede apreciar que

$$a_1 = \frac{V_{in}Tk_i + TV_{in}\eta_i + TR - L}{L} \quad (5.14)$$

$$a_0 = -\frac{\eta_i V_{in}T}{L} \quad (5.15)$$

Las desigualdades anteriores definen varias regiones en el plano $k_i - \eta_i$. La región de estabilidad es entonces la intersección entre cada región definida. La condición (5.13) implica que:

$$|\eta_i| < \frac{L}{V_{in}T} \quad (5.16)$$

La condici3n (5.11) implica:

$$-\frac{R}{V_{in}} < k_i < \frac{2L - 2TV_{in}\eta_i - TR}{V_{in}T} \quad (5.17)$$

que se cumple cuando se restringe el diseo a los valores positivos de k_i y, finalmente,

$$\eta_i < \frac{L}{TV_{in}} - \frac{k_i}{2} - \frac{R}{2V_{in}} \quad (5.18)$$

La intersecci3n de las regiones definidas por las desigualdades (5.16)- (5.18) es el área sombreada representa en la Figura 5-1.

Nos damos cuenta de que al aãadir la acci3n TDFC no podemos aumentar la ganancia

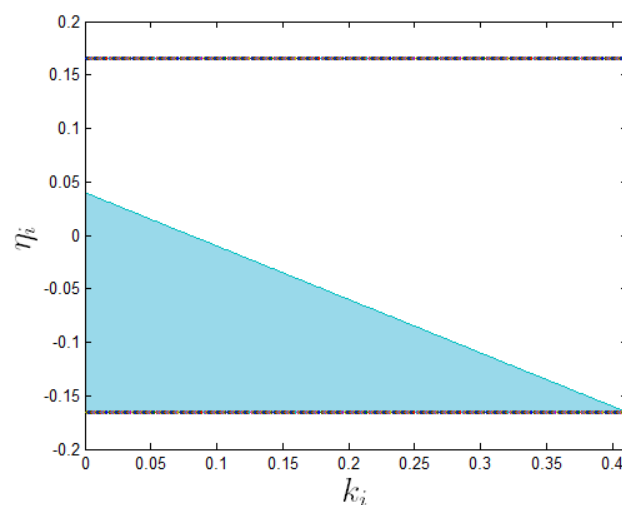


Figura 5-1: Zona de parámetros estables $k_i - \eta_i$.

de corriente k_i indefinidamente. El punto de intersecci3n M define el valor máxmo de k_i dado por $k_{i,max} = \frac{4L}{TV_{in}} - \frac{R}{V_{in}} = 0,41$.

5.2.2. Simulaciones y datos experimentales con el control TDFC.

Tomando como valores de los parámetros del convertidor buck de dos celdas: $V_{in} = 40$ V, $L = 330$ μ H, $C_1 = 44$ μ F, $R = 10$ Ω , $f = 20$ kHz, $I_{ref} = 2,5$ A, $V_{ref} = 20$ V, y $k_v = 0,04$.

Podemos observar un pequeño aumento en el intervalo de parámetros estables, sin embargo volvemos a tener un error de estado estacionario, que se elimina con el TDFC dinámico, el diagrama de bifurcación del sistema con control TDFC se puede observar en la Figura 5-2. La comparación entre los resultados obtenidos con el circuito

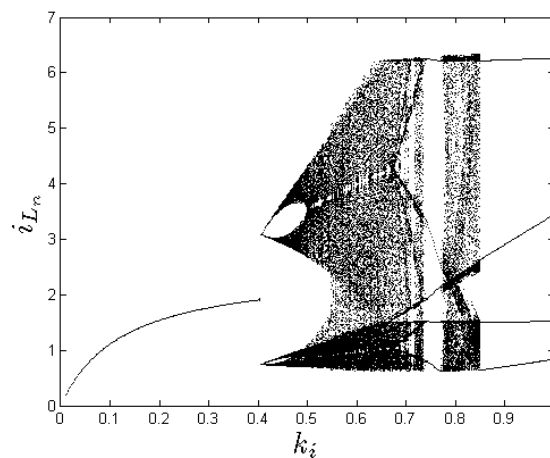
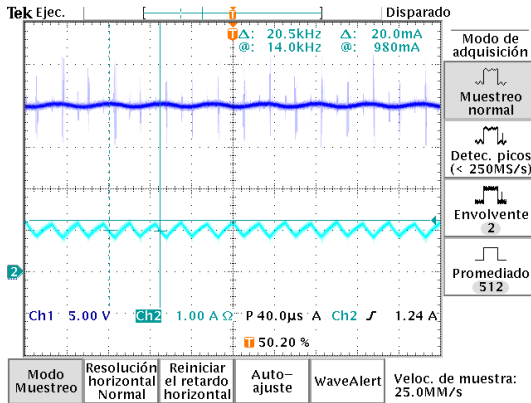
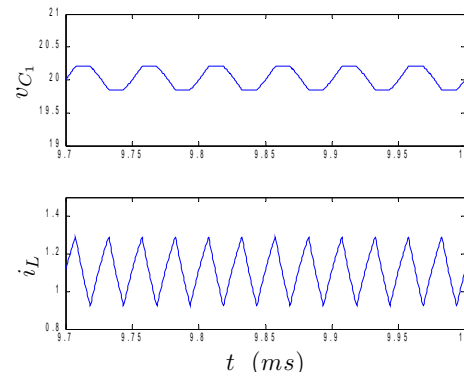


Figura 5-2: Diagrama de bifurcación con TDFC.

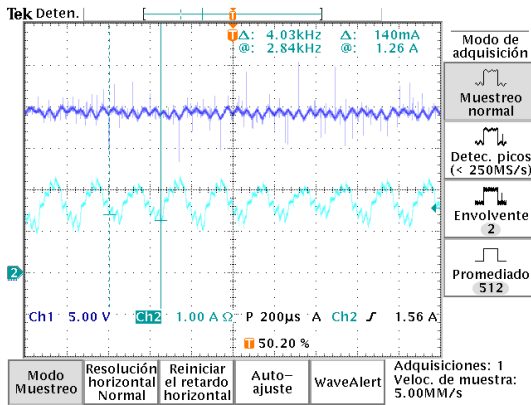
experimental y PSIM puede verse a continuación en la Figura 5-3, tanto para el caso estable (a) y (b), como para el caso inestable (c) y (d).



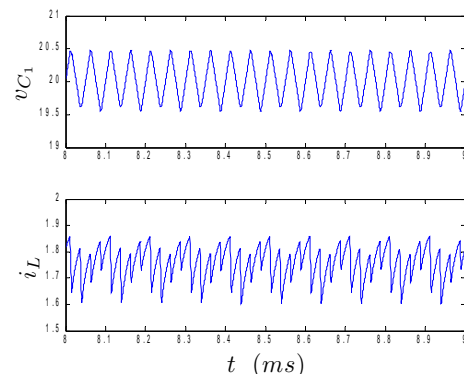
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5-3: Formas de onda del montaje experimental con control TDFC. (a),(b) $k_i = 0,2$. (c),(d) $k_i = 0,6$.

5.3. Diseño del controlador dinámico digital

5.3.1. Funciones de transferencia en el dominio z

Tomando la transformada z de todas las variables en el modelo (4.1), se obtiene

$$\hat{\mathbf{x}}(z) = \mathbb{H}(z)\hat{\mathbf{d}}(z) \quad (5.19)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}(z)$ representa la transformada z de la señal $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{d}}(z)$ es la transformada z del vector de los ciclos de d_1 y d_2 y \mathbb{H} es la matriz de las funciones de transferencia dada

por:

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} H_{11}(z) & H_{12}(z) \\ H_{21}(z) & H_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

donde

$$H_{11}(z) = \frac{\hat{i}_L}{\hat{d}_1} = \frac{T}{L} \frac{(V_{in} - v_{C_1}^*)}{z - (1 - \frac{TR}{L})} \quad (5.21)$$

$$H_{12}(z) = \frac{\hat{v}_{C_1}}{\hat{d}_1} = \frac{T}{C_1} \frac{i_L^*}{z - 1} \quad (5.22)$$

$$H_{21}(z) = \frac{\hat{i}_L}{\hat{d}_2} = -\frac{T}{L} \frac{v_{C_1}^*}{z - (1 - \frac{TR}{L})} \quad (5.23)$$

$$H_{22}(z) = \frac{\hat{v}_{C_1}}{\hat{d}_2} = -\frac{T}{C_1} \frac{i_L^*}{z - 1} \quad (5.24)$$

i_L^* es el valor del estado estacionario de la corriente $i_L[n]$. Se puede observar que la función de transferencia de lazo abierto correspondiente al bucle de tensión es un acumulador mientras que el correspondiente a la corriente de lazo se puede considerar un filtro paso-bajo de primer orden si el periodo de muestreo (de conmutación) es más pequeño que la constante de tiempo R/L ($TR/L \ll 1$). Por lo tanto, un error estático en lazo de la corriente se puede lograr sin la inserción de una variable de estado extra en este lazo. Sin embargo, con el fin de obtener un error estático nulo de la corriente de carga, se debe usar un controlador dinámico con un polo en $z = 1$ para este bucle. Por lo tanto, además de los términos proporcionales, un término dinámico adicional se añadirá a la expresión de los ciclos de trabajo que constituyen la entradas del sistema estudiado. La ley de control tendrá entonces la siguiente forma.

$$d_{1,n} = k_i(I_{ref} - i_{L_n}) + k_v(V_{ref} - v_{1_n}) + d_{\ell,n} \quad (5.25)$$

$$d_{2,n} = k_i(I_{ref} - i_{L_n}) - k_v(V_{ref} - v_{1_n}) + d_{\ell,n} \quad (5.26)$$

donde $d_{\ell,n}$ es la salida de un sistema dinámico que elegimos que es una de primer orden y lineal en este contexto y función única de la corriente de carga a fin de no añadir dificultades para el análisis:

$$x_{d,n+1} = \alpha x_{d,n} + \beta e_n \quad (5.27)$$

$$d_{\ell,n} = \gamma x_{d,n} + \delta e_n \quad (5.28)$$

donde e_n es la entrada del regulador dinámico que es un error que depende del estado del sistema y su consigna. α , β , γ and δ son los coeficientes del controlador que hay que diseñar. Como se mencionó anteriormente, se utilizan pulsos centrados, durante un período de conmutación, para los interruptores de tal manera que las señales muestreadas corresponden a las variables promediadas [El Aroudi et al., 2008a].

5.3.2. Control TDFC generalizado

En esta sección, se presenta un análisis de estabilidad de la dinámica controlador con un tiempo de retraso en la retroalimentación en su forma general. Por lo tanto, los ciclos de trabajo tienen una forma similar a (5.25)-(5.26) pero con $d_{\ell,n}$ proporcionado por la salida del siguiente sistema dinámico:

$$x_{d,n+1} = \alpha x_{d,n} + \beta (i_{L_{n-1}} - i_{L_n}) \quad (5.29)$$

$$d_{\ell,n} = \gamma x_{d,n} + \delta (i_{L_{n-1}} - i_{L_n}) \quad (5.30)$$

Por aplicación de este controlador, el sistema de lazo cerrado es un sistema de cuarto orden debido a la introducción de $x_{d,n}$ y $i_{L_{n-1}}$. Definamos las siguientes nuevas

variables del estado:

$$x_n = \begin{bmatrix} i_{L_n} \\ v_{1_n} \\ x_{3,n} \\ x_{d,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L_n} \\ v_{1_n} \\ i_{L_{n-1}} \\ x_{d,n} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Por lo tanto se obtiene el sistema de lazo cerrado descrito por el sistema de ecuaciones siguientes:

$$i_{L_{n+1}} = \left(1 - \frac{TR}{L}\right) i_{L_n} + (d_{2,n} - d_{1,n}) \frac{T}{L} v_{1_n} + \frac{V_{in}T}{L} d_{1,n} \quad (5.32)$$

$$v_{1_{n+1}} = (d_{1,n} - d_{2,n}) \frac{T}{C_1} i_{L_n} + v_{1_n} \quad (5.33)$$

$$x_{3,n+1} = i_{L_n} \quad (5.34)$$

$$x_{d,n+1} = -\beta i_{L_n} + \beta x_{3,n} + \alpha x_{d,n} \quad (5.35)$$

Determinemos el punto fijo de este sistema. En realidad, según al valor de α , podemos distinguir dos casos diferentes:

Caso 1: $0 \leq \alpha < 1$, donde

$$x^* = \left[\frac{V_{in}k_i I_{ref}}{R + V_{in}k_i}, \frac{V_{in}}{2}, \frac{V_{in}k_i I_{ref}}{R + V_{in}k_i}, 0 \right]^T$$

Caso 2: $\alpha = 1$, donde

$$x^* = \left[\frac{V_{in}(k_i I_{ref} + \gamma x_d^*)}{R + V_{in}k_i}, \frac{V_{in}}{2}, \frac{V_{in}(k_i I_{ref} + \gamma x_d^*)}{R + V_{in}k_i}, x_d^* \right]^T$$

Es evidente que, en el caso 1, la referencia de corriente no puede lograrse a menos que k_i se eleva hasta el infinito, lo que hace este caso sin valor práctico. Sin embargo, el segundo caso es más interesante porque hay infinitos puntos fijos que definen una línea en el plano $x_d - x_3$, y si x_d^* se estabiliza en $(RI_{ref})/(\gamma V_{in})$ entonces $x_3^* = I_{ref}$ se convierte en un punto fijo como es necesario. Para estabilizar $(RI_{ref})/(\gamma V_{in})$ es posible

modificar el controlador dinámico propuesto por (5.29) de la siguiente manera:

$$x_{d,n+1} = x_{d,n} - k_{xd} \left(x_{d,n} - \frac{RI_{ref}}{\gamma V_{in}} \right) + \beta(x_{3,n} - i_{L_n}) \quad (5.36)$$

$$d_{\ell,n} = \gamma x_{d,n} + \delta(x_{3,n} - i_{L_n}) \quad (5.37)$$

Con esta elecci3n, tenemos claramente el punto fijo

$$x^* = \left[I_{ref}, \frac{V_{in}}{2}, I_{ref}, \frac{RI_{ref}}{\gamma V_{in}} \right]^T \quad (5.38)$$

Por lo tanto, sólo tenemos que fijar los parámetros de diseño para lograr la estabilidad del punto fijo.

5.4. Estabilidad local con un TDFC generalizado

Para asegurar la estabilidad local de un sistema discreto, lo que se busca es li-
 nealizar el sistema con ayuda de la matriz Jacobiana, y asegurar que los auto-valores
 del polinomio característico están dentro del circulo unitario. Así, para el sistema que
 modela el convertidor buck de dos celdas controlado por TDFC dinámico tenemos
 que la matrix Jacobiana evaluada en el punto fijo esta dada por (5.39).

$$J(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{TR}{L} - \frac{(ki+d)V_{in}T}{L} & 0 & \frac{\delta V_{in}T}{L} & \frac{\gamma V_{in}T}{L} \\ 0 & 1 - \frac{2k_v T I_{ref}}{C_1} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & 0 & \beta & 1 - k_{xd} \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

El polinomio característico tiene la siguiente forma $\det(\lambda I - J(\mathbf{x}^*)) = p_1(\lambda)p_2(\lambda) = 0$.

Donde $p_1(\lambda)$ y $p_2(\lambda)$ están definidos por:

$$p_1(\lambda) = 2k_v T I_{ref} - C_1 + \lambda C_1 \quad (5.40)$$

$$p_2(\lambda) = \lambda^3 + \frac{-L + TR + V_{in} T k_i + V_{in} T \delta}{L} \lambda^2 + \frac{-V_{in} T \delta + \gamma V_{in} T \beta}{L} \lambda - \frac{\gamma V_{in} T \beta}{L} \quad (5.41)$$

Para el primer polinomio $p_1(\lambda) = 0$ el intervalo de valores de k_v que asegura que los auto-valores estén dentro del círculo unitario son.

$$0 < k_v < \frac{C_1}{T I_{ref}} \quad (5.42)$$

Mientras que para el segundo polinomio debemos aplicar el criterio de estabilidad de Jury que propone las siguientes condiciones.

$$p_2(\lambda = 1) = a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 \quad (5.43)$$

$$p_2(\lambda = 1) > 0 \quad (5.43)$$

$$p_2(\lambda = -1) < 0 \quad (5.44)$$

$$|a_3| < |a_0| \quad (5.45)$$

$$|b_2| > |b_0| \quad (5.46)$$

Resolviendo las dos primeras (5.43)-(5.44) condiciones del criterio de Jury para un polinomio de tercer orden tenemos el intervalo de valores de k_i que aseguran la esta-

bilidad del sistema.

$$-\frac{R}{V_{in}} < k_i < \frac{2L - TR - 2V_{in}T\delta + 2\gamma V_{in}T\beta}{V_{in}T} \quad (5.47)$$

De las condiciones (5.45) se encuentra el siguiente intervalo de valores para $\gamma\beta$ que aseguran la estabilidad del sistema.

$$-\frac{L}{V_{in}T} < \gamma\beta < \frac{L}{V_{in}T} \quad (5.48)$$

Si los valores de los parámetros del convertidor son $R = 10\Omega$, $L = 330 \mu\text{H}$, $C = 44 \mu\text{F}$, $V_{in} = 40 \text{ V}$, $f_s = 20 \text{ kHz}$, $I_{ref} = 2,5 \text{ A}$, $k_v = 0,04$, $k_{xd} = 1$, $\gamma = 1$, $\delta = -0,25$, y $\beta = -0,05$. De las condiciones (5.46)

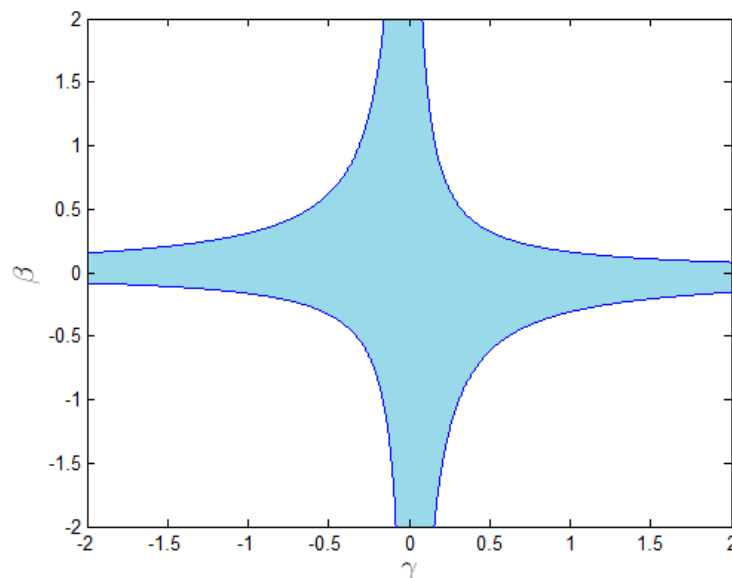


Figura 5-4: Espacio de parámetros estable γ vs β .

obtenemos el intervalo de valores que son estables de manera gráfica en la Figura 5-4

ya es no es viable mostrar este resultado en ecuaciones debido a lo extenso.

$$\delta < -\frac{-2L + TR + V_{in}Tk_i - 2V_{in}T\gamma\beta}{2V_{in}T} \quad (5.49)$$

$$\delta < -\frac{V_{in}^2T^2\gamma\beta k_i + V_{in}T^2\gamma\beta R + V_{in}^2T^2\gamma^2\beta^2 - L^2}{V_{in}T(V_{in}T\gamma\beta - L)} \quad (5.50)$$

$$\delta > -\frac{V_{in}^2T^2\gamma\beta k_i + V_{in}T^2\gamma\beta R - V_{in}^2T^2\gamma^2\beta^2 + L^2}{V_{in}T(V_{in}T\gamma\beta - L)} \quad (5.51)$$

En la Figura 5-5 podemos ver el espacio delimitado por las ecuaciones (5.49)-(5.51) que nos permiten seleccionar un valor adecuado de δ dentro de la region sombreada.

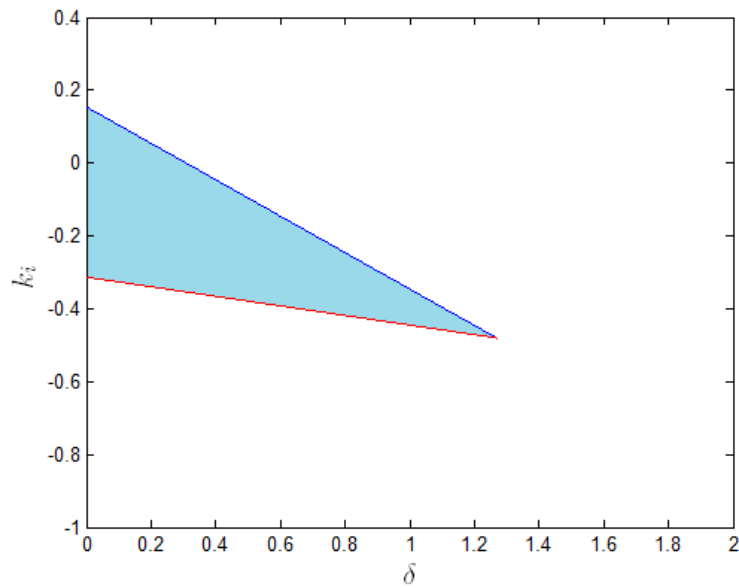


Figura 5-5: Espacio de parámetros estable δ vs k_i con $\gamma\beta < 0$.

El intervalo de valores posibles de k_i es ampliado, además de eliminar el error de estado estacionario, en la Figura5-6 podemos ver el diagrama de bifurcación del convertidor bajo el control GTDFC.

Finalmente tenemos la comparación de los resultados experimentales con los resultados proporcionados por PSIM, en las simulaciones en las cuales el convertidor es

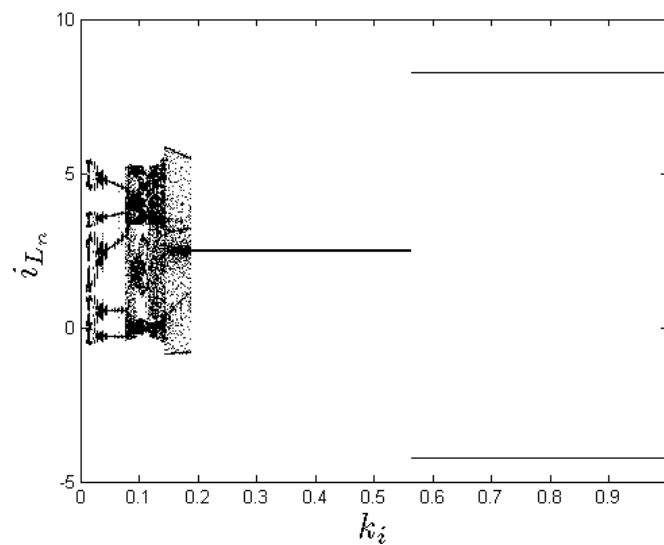


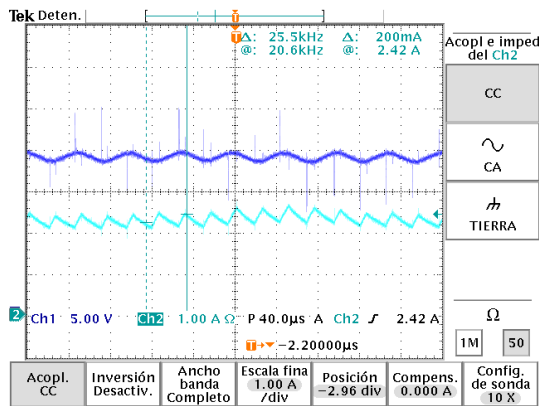
Figura 5-6: Diagrama de bifurcación del controlador GTDFC.

estable observamos que el error de estado estacionario es nulo (a) y (b). Y la region de inestabilidad se da para valores de k_i mucho mayores que en el resto de los controles implementados.

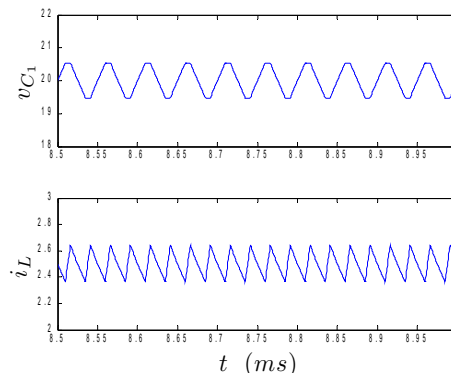
5.5. Validación del controlador

Para ilustrar la validación de los resultado obtenidos a partir del modelo matemático, se llevaron a cabo simulaciones numéricas desde el modelo conmutado usando PSIM. Los valores de los parámetros utilizados para el circuito de la etapa de potencia son los siguientes: $R = 10 \Omega$, $L = 330 \mu\text{H}$, $C = 44 \mu\text{F}$, $V_{in} = 40 \text{ V}$, $f_s = 20 \text{ kHz}$, $I_{ref} = 2,5 \text{ A}$.

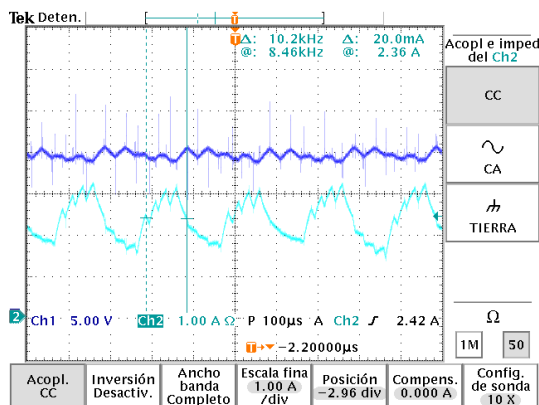
Finalmente se compara como funciona el convertidor buck de dos celdas, cuando opera con un control P, y se activa la acción de control GTDFC, 5-8a,5-8b. Además también se realiza la comparación del control GTDFC y el control PI 5-8c,5-8d.



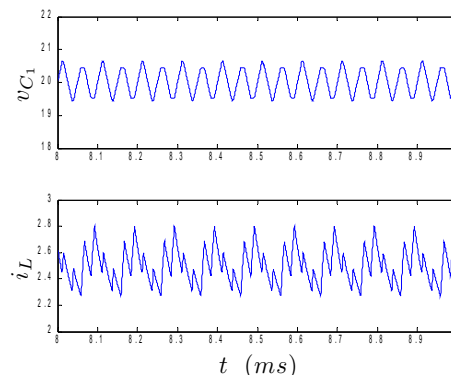
(a)



(b)

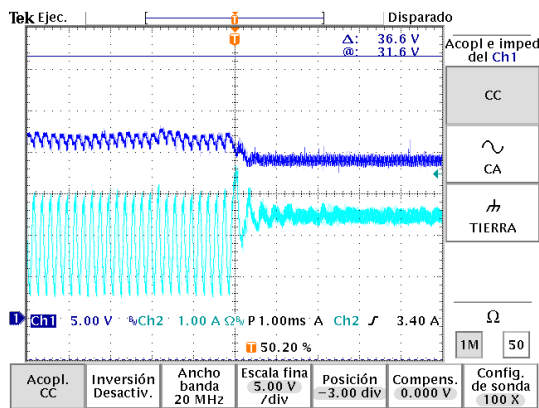


(c)

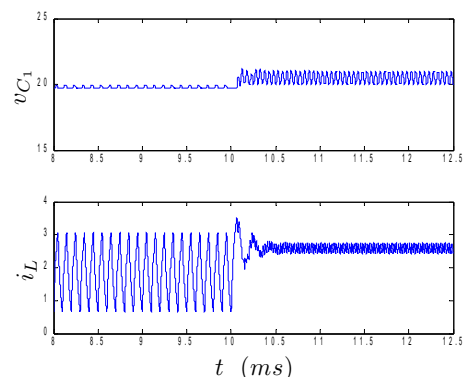


(d)

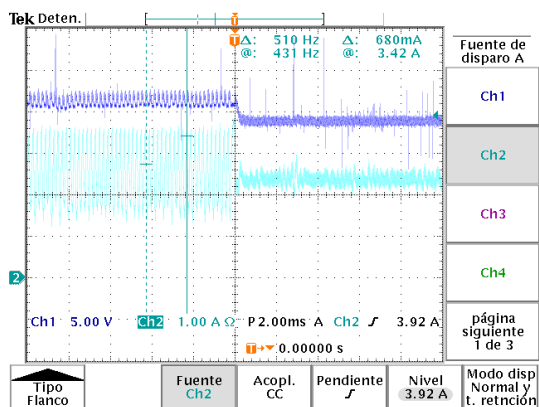
Figura 5-7: Formas de onda del montaje experimental con control GTDFC. (a),(b) $k_i = 0,2$. (c),(d) $k_i = 0,7$.



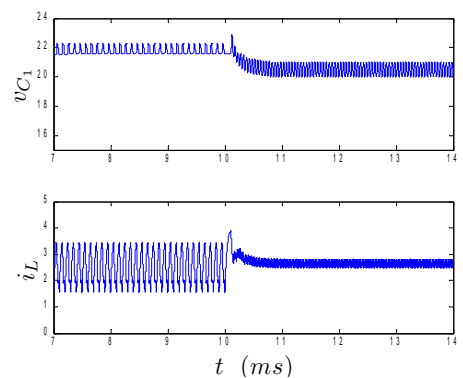
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5-8: Comparación de la acción de estabilización del control PI y P con el algoritmo GTDFC. (a),(b) Control P $k_i = 0,4$. (c),(d) Control PI $k_i = 0,5$.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Capítulo 6

Aportaciones principales, Perspectivas y Trabajos Futuros

Resumen

En este capítulo, se resumen las conclusiones de la tesis y se dan unas propuestas para futuros trabajos. Se examina aquí la mayor parte de las contribuciones relevantes explicados con algún detalle en los capítulos anteriores. Se indica también algunas propuestas para extender su estudio en futuros trabajos de investigación.

6.1. Principales aportaciones

Se presenta a continuación los resultados más relevantes obtenidos en el desarrollo de esta tesis de doctorado:

- En primer lugar, se han revisado las diferentes estructuras de convertidores de multiples celdas de conmutación en sus formas de buck, boost y buck-boost tanto para aplicaciones DC-DC como DC-AC.
- Se revisaron también los métodos de modelado de estas estructuras haciendo un especial énfasis a un convertidor buck de dos celdas DC-DC.

- Se hizo un estudio exhaustivo de la dinámica del convertidor buck de dos celdas con un controlador y un modulador PWM digital. Se obtuvo analíticamente la región de estabilidad de este convertidor y se determinó los mecanismos de pérdida de estabilidad de este sistema. Se demostró que el principal causa de la inestabilidad del sistema es una bifurcación de doblamiento de periodo.
- Se encontraron expresiones analíticas que dan condiciones suficientes para la existencia de órbitas 1-periódicas y su región de estabilidad. Mediante simulación numérica se obtuvieron zonas en el espacio de parámetros que garantizan la presencia de estas órbitas periódicas estables.
- Se mostró la existencia de subarmónicos utilizando tanto los autovalores de la matriz Jacobian como simulaciones numéricas. Basado en la dependencia sensible a condiciones iniciales. En las simulaciones numéricas se mostró la existencia de comportamiento caótico para algunos valores de los parámetros del sistema.
- El estudio de la estabilidad de las órbitas 1-periódicas se realizó mediante el cálculo analítico de los autovalores de la matriz Jacobiana de del modelo en tiempo discreto evaluada en estas órbitas. Se mostró que las diferentes metodológicas coinciden en la predicción de los valores críticos para los cuales la órbita 1-periódica pierde su estabilidad.
- Con el objetivo de estabilizar el sistema una vez ya ha perdido su estabilidad por controladores tradicionales, se aplicaron las técnicas de control de caos TDFC, y GTDFC al convertidor buck de dos celdas. Todas las técnicas se aplicaron con suceso llegando a estabilizar el sistema en su regimen periódico deseado.
- Se implementaron las técnicas de control de caos PI y GTDFC en el convertidor buck de dos celdas.

6.2. Trabajos futuros

Un trabajo de investigación como una tesis doctoral siempre debe dejar varios caminos para extender los estudios en futuros trabajos de investigación. Con el desarrollo de una tesis doctoral se abren nuevos retos a resolver. En ese sentido, algunos de los problemas en esta tesis que quedan abiertos para quien desee afrontarlos en el futuro son los siguientes:

- Calcular de manera exacta los autovalores de la matriz Jacobiana que no incluyan las aproximaciones hechas en esta tesis con el fin de comparar los resultados de simulación y analíticos en los que las órbitas 1-periódicas estables pierden su estabilidad.
- Calcular analíticamente las curvas presentadas en los diagramas de bifurcaciones bi-dimensionales.
- Realizar un estudio completo de la ruta hacia el caos de la forma en la que el sistema entra en régimen caótico cuando se escogen los parámetros con los que se obtuvieron los diagramas de bifurcaciones 1-dimensionales y bi-dimensionales presentados en esta tesis.
- Estudiar y analizar la dinámica del convertidor buck de dos celdas, cuando la señal de referencia no es necesariamente constante. Por ejemplo, en caso de su uso como ondulator la referencia debe ser una señal sinusoidal y en el caso de su uso como amplificador de RF, la señal de referencia es de múltiples tonos.
- Extender el estudio detallado en esta tesis para convertidores de más celdas, como por ejemplo, en convertidores buck de tres celdas de conmutación y hacer una investigación similar a la realizada en la presente tesis para el convertidor buck de dos celdas.

- Extender el estudio detallado en esta tesis para diferentes topologías de convertidores de múltiples celdas, como por ejemplo, en convertidores boost de múltiples celdas de conmutación y hacer una investigación similar al realizado en la presente tesis para el convertidor buck de dos celdas.
- Implementar experimentalmente algunas de las técnicas de control analizadas en el convertidor buck de dos celdas y comparar los resultados con los obtenidos mediante simulación en el presente trabajo.

Apéndice A

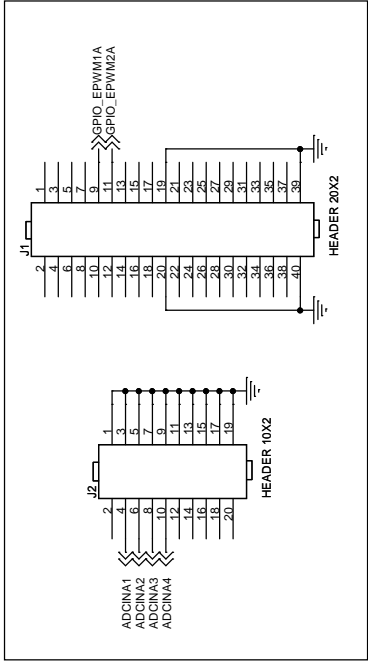
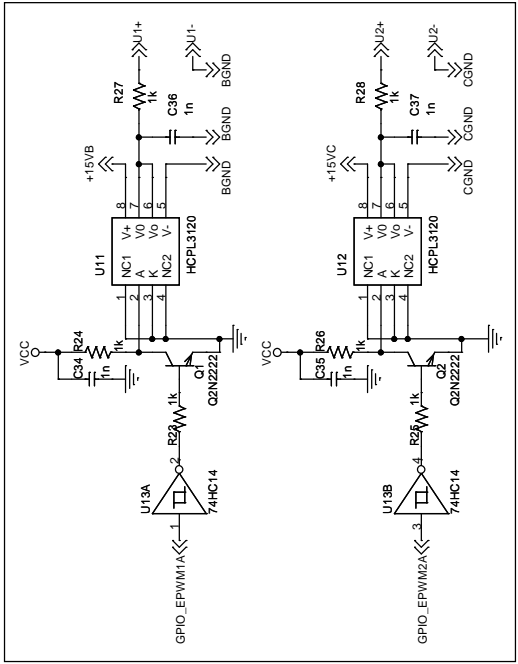
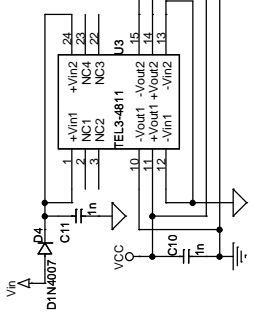
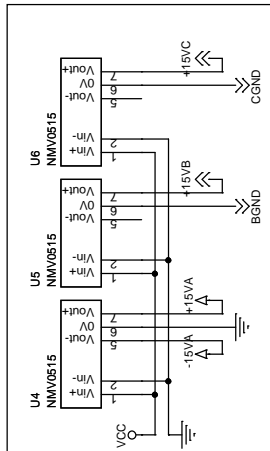
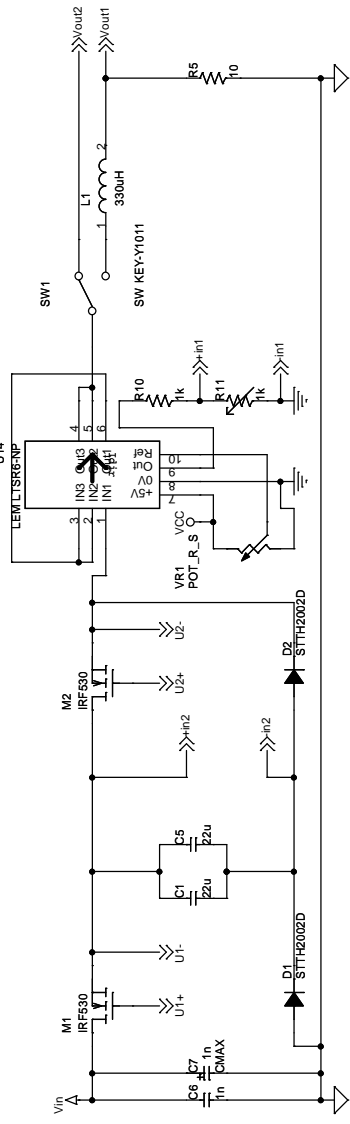
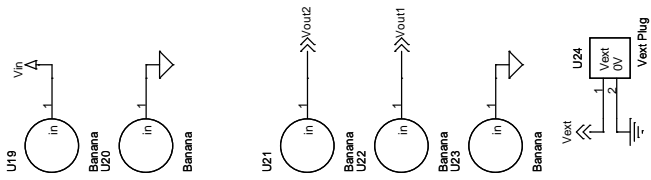
Implementación

En éste apéndice se describe el prototipo experimental desarrollado en esta tesis y referido en diferentes capítulos de este trabajo. Se procedió a realizar la implementación del convertidor buck de dos celdas el cual esta mostrado en la Figura A-5. Los parámetros del circuito son los mismos utilizados anteriormente. Se utilizó un modulador PWM digital a una frecuencia de conmutación de 20 kHz implementado mediante una placa de desarrollo Spectrum Digital eZDSP F28335 basada en el DSP TMS320F28335 de Texas Instruments. El cual se ha usado para cerrar los lazos de control de la corriente de la bobina y de la tensión del condensador flotante. Con el fin de observar los diferentes comportamientos del sistema se permitió que algunos parámetros se puedan variar en un rango relativamente amplio.

Si se revisan los resultados de los diferentes experimentos llevados a cabo se puede observar que hay buena concordancia entre las predicciones teóricas, las simulaciones numéricas y las medidas experimentales.

La etapa de potencia del convertidor buck de dos celdas se puede observar en el siguiente diagrama circuital obtenido desde ORCAD LAYOUT:

Title		Two Cell Buck Converter	
Sheet	A3	Document Number	002-1
Date:	Thursday, June 16, 2011	Sheet	1 of 1



Title		Two Cell Buck Converter	
Sheet	A3	Document Number	002-1
Date:	Thursday, June 16, 2011	Sheet	1 of 1

Para los conmutadores controlados se utilizaron MOSFETs de potencia IRF530, mientras que los conmutadores no controlados se implementaron con un par de diodos rápidos STTH2002. Además como circuitos de disparo se utilizaron un par de drivers opto-aislados HCPL3120, que están alimentados por fuentes de voltaje flotantes, implementadas por los reguladores NMV0515. Para sensar la corriente se utilizó sensor un de efecto Hall de marca LEM. Finalmente los condensadores flotantes son cerámicos de baja ESR.

El circuito de potencia implementado en ORCAD, es controlado por una tarjeta de desarrollo basada en el DSP TMS320F28335, de la cual se describen cada uno de sus puertos disponibles, con la función de cada uno de los pines.

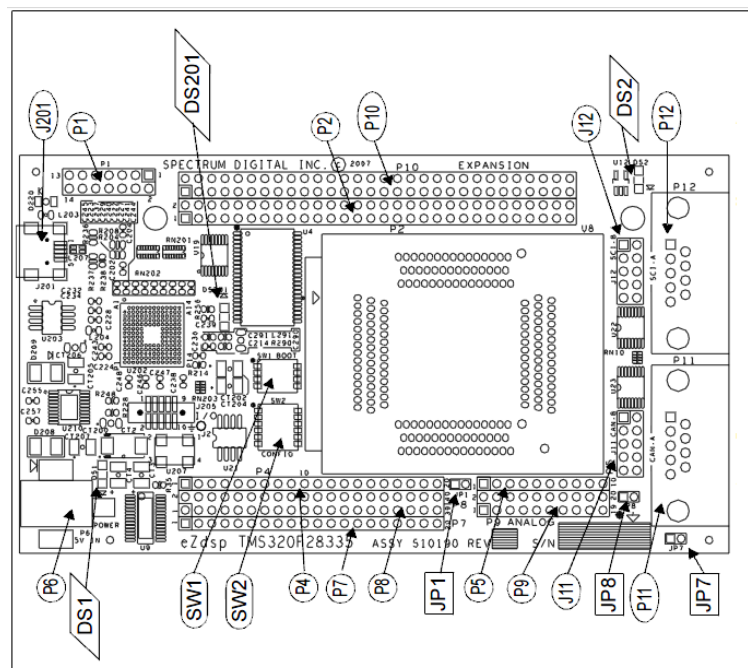


Figura A-1: Tarjeta de desarrollo y sus puertos

Para el circuito experimental se utilizó el puerto P8, donde están las conexiones físicas de los módulos GPIO0_EPWM1A y GPIO2_EPWM2A, los cuales se conectan

directamente a la entrada de las compuertas Schmitt trigger 74HC14, que adaptan los valores de salida del DSP con niveles de tension entre 0 V y 3 V, a niveles estándares TTL aceptados por los drivers HCPL3120 de los MOSFETs.

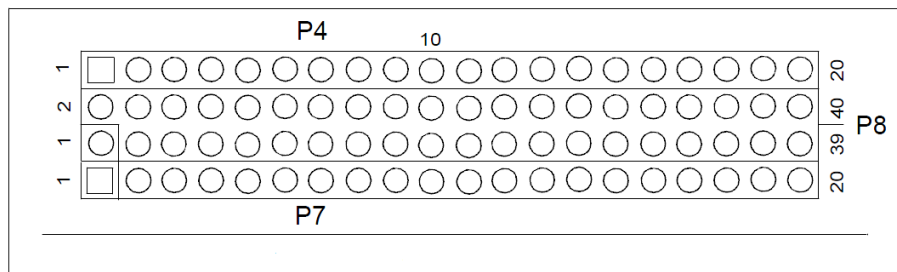


Figura A-2: Puerto P8 de la tarjeta de desarrollo

Pin #	Señal	Pin #	Señal
1	+3.3 V/+5 V/NC	2	+3.3 V/+5 V/NC *
3	MUX_GPIO29_SCITXDA_XA19	4	MUX_GPIO28_SCIRXDA_XZCS6n
5	GPIO14_TZ3n_XHOLD_SCITXDB_MCLKXB	6	GPIO20_EAEP1A_MXDA_CANTXB
7	GPIO21_EQEP18_MDRA_CANRXB	8	GPIO23_EQEP1_MFSXA_SCIRXDB
9	GPIO0_EPWM1A	10	GPIO1_EPWM1B/ECAP6/MFSRB
11	GPIO2_EPWM2A	12	GPIO3_EPWM2B_ECAP5_MCLKRB
13	GPIO4_EPWM3A	14	GPIO5_EPWM3B_MFSRA_ECAP1
15	GPIO27_ECAP4_EQEP2S_MFSXB	16	GPIO6_EPWM4A_EPWMSYNCCI/EPWMSYNCO
17	GPIO13_TZ2N_CANRXB_MDRB	18	GPIO34_ECAP1_XREADY
19	GND	20	GND
21	GPIO7_EPWM4B_MCLKRA_ECAP2	22	GPIO15TZ4n_XHOLDA_SCIRXDB_MFSXB
23	GPIO16_SPISIMOA_CANTXB_TZ5n	24	GPIO17_SPISOMIA_CANRXB_TZ6n
25	GPIO18_SPICLKA_SCITXDB_CANRXA	26	GPIO19_SPISTAn_SCIRXDB_CANTXA
27	MUX_GPIO31_CANRXA_XA17	28	MUX_GPIO30_CANRXA_XA18
29	MUX_GPIO11_EPWM6B_SCIRXDB_ECAP4	30	MUX_GPIO8EPWM5A_CANTXB_ADCSOCA0nP3
31	MUX_GPIO9_EPWM5B_SCITXDB_ECAP3	32	MUX_GPIO10_EPWM6A_CANRXB_ADCASOCB0n
33	MUX_GPIO22	34	GPIO25_ECAP2_EPEQ2B_MDRB
35	GPIO26_ECAP3_EQEP21_MCLKXB	36	GPIO32_SDAA_EPWMSYNCCI_ADCSOCAOn
37	GPIO12_TZ1N_CANTXB_MDXB	38	GPIO33_SCLA_EPWNSYNCOVO_ADCSOCBOn
39	GND	40	GND

El puerto P9 contiene las entradas del modulo ADC, los cuales se adquieren de manera secuencial comenzando por ADCINA0 y continuando con ADCINA1, nuevamente se debe tener cuidado que los niveles de voltaje de entrada a los ADC este comprendido entre 0 y 3 V.

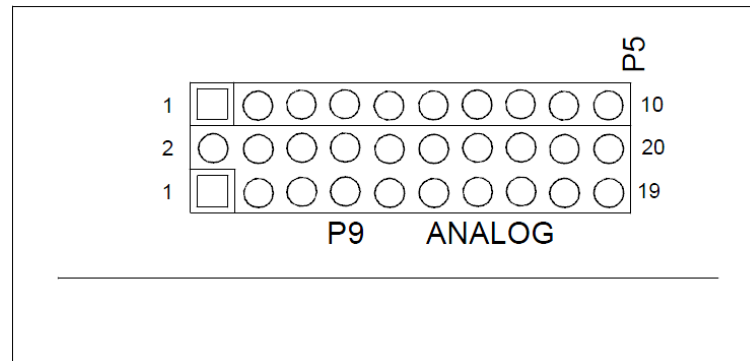


Figura A-3: Puerto P9 de la tarjeta de desarrollo

Pin #	Señal	Pin #	Señal
1	GND	2	ADCINA0
3	GND	4	ADCINA1
5	GND	6	ADCINA2
7	GND	8	ADCINA3
9	GND	10	ADCINA4
11	GND	12	ADCINA5
13	GND	14	ADCINA6
15	GND	16	ADCINA7
17	GND	18	ADCLO
19	GND	20	NC

Una foto del convertidor buck de dos celdas, funcionando en el laboratorio se muestra en la Figura A-4. Se puede observar la etapa de potencia, y la tarjeta de desarrollo utilizadas en la implementación en el laboratorio.

Y el montaje total en el laboratorio se muestra en la Figura A-5.

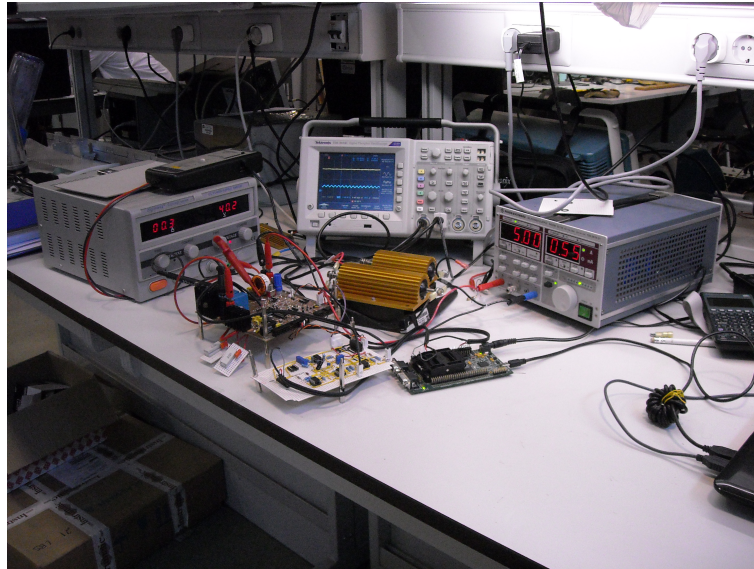


Figura A-4: Foto montaje del convertidor

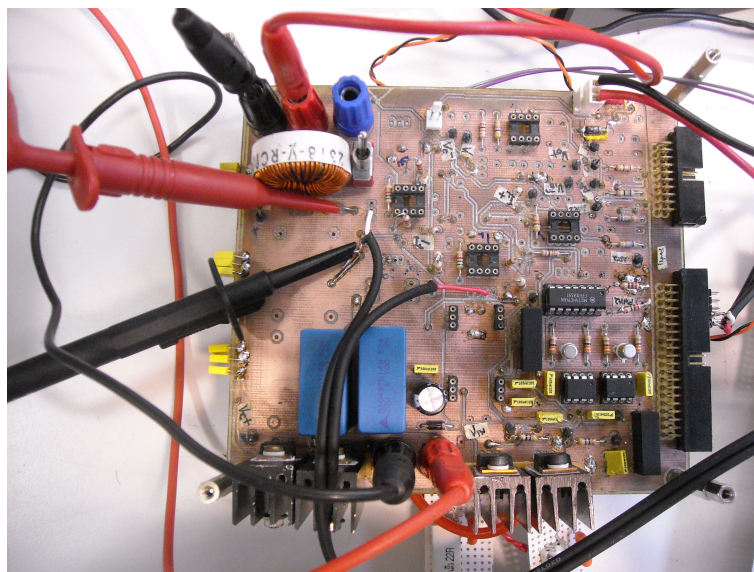


Figura A-5: Foto board del convertidor

Finalmente los programas de cada uno de los controladores se muestran en código C en el apéndice , y se incluye por ultimo el programa principal donde esta la configuración del modulo HRPWM y de los ADC. Cada uno de los controladores se coloca en el

ultimo ciclo for, del programa.

Apéndice B

Programas del DSP

En este apéndice se incluyen todos los programas hechos en C para el DSP utilizado en la implementación del convertidor buck de dos celdas.

B.1. Control P

El siguiente programa tiene las rutinas para realizar el control proporcional, esta rutina se añade al final del programa principal dentro de un ciclo infinito.

```
RL=10;
Vin=40;
Imax=Vin/RL;
T=1.0/(float)Freq_ePWM;
Iref=2.5;
Vref=Vin/2.0;

// Control P
ki =0.04;          kv = 0.04;
```

```
for (;;)
{
    if(in==1)
    {
        Voltage    = 15.3*(3.0/4096)*(float)xVCn;
        Corriente  = 2.28*(3.0/4096)*(float)xILn;
        ei         = Iref - Corriente;
        ev         = Vref - Voltage;

        // Calculo ciclos de trabajo

        d1= ki*ei + kv*ev;
        d2= ki*ei - kv*ev;
        d1=(1/2.0)*(1+( fabs(d1) )-( fabs( (d1-1) ) ) );
        d2=(1/2.0)*(1+( fabs(d2) )-( fabs( (d2-1) ) ) );

        d1int=(int)((period_ePWM)*(1-d1));
        d1frac=(int)((((period_ePWM)*
            (1-d1)-(int)((period_ePWM)*(1-d1)))*
            MEP_ScaleFactor[1]);

        EPwm1Regs.CMPA.half.CMPA =d1int;
        EPwm1Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d1frac<<8)+0x0180;
```

B.1. CONTROL P

157

```
d2int=(int)((period_ePWM)*(1-d2));
d2frac=(int)(((period_ePWM)*
              (1-d2)-(int)((period_ePWM)*(1-d2)))*
              MEP_ScaleFactor[2]);

EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =d2int;
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d2frac<<8)+0x0180;

for (i=0; i<7; i++)
{
    status = SFO_MepEn_V5(nMepChannel);
    if (status == SFO_COMPLETE)
        nMepChannel++;
    else if (status == SFO_OUTRANGE_ERROR)
    {
        error();
    }
    if (nMepChannel==2)
        nMepChannel =1;
}

in=0;
} //end ajuste de MEP

} //end infinite loop

} //end main
```

B.2. Control PI

Subrutina del control proporcional integral PI. Igual que en el control P esta rutina se debe de copiar en un ciclo infinito al final del programa principal, el cual tiene las configuraciones de cada uno de los módulos del DSP utilizados, como el HRPWM y el ADC.

```
    RL=10;
    Vin=40;
    Imax=Vin/RL;
    T=1.0/(float)Freq_ePWM;
    Iref=2.5;
    Vref=Vin/2.0;

    // Control PI
    ki =0.53; kv = 0.04; tao=8.5e-5;
    kint = ki/tao; dn=0;

for (;;)
{
    if(in==1)
    {
        //IER &= 0xFE;

        Voltage    = 15.3*(3.0/4096)*(float)xVCn;
        Corriente  = 2.28*(3.0/4096)*(float)xILn;
        ei         = Iref - Corriente;
        ev         = Vref - Voltage;
```

B.2. CONTROL PI

159

```
// Controlador PI
```

```
Shiftxn = xn;
```

```
xn      = Shiftxn + T*ei; // Integrador
```

```
dn      = kint*Shiftxn + ki*ei; // Integrador
```

```
// Calculo ciclos de trabajo
```

```
d1= dn + kv*ev;
```

```
d2= dn - kv*ev;
```

```
d1=(1/2.0)*(1+( fabs(d1) )-( fabs( (d1-1) ) ) );
```

```
d2=(1/2.0)*(1+( fabs(d2) )-( fabs( (d2-1) ) ) );
```

```
d1int=(int)((period_ePWM)*(1-d1));
```

```
d1frac=(int)(((period_ePWM)*  
              (1-d1)-(int)((period_ePWM)*(1-d1))))*  
              MEP_ScaleFactor[1]);
```

```
EPwm1Regs.CMPA.half.CMPA =d1int;
```

```
EPwm1Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d1frac<<8)+0x0180;
```

```
d2int=(int)((period_ePWM)*(1-d2));
```

```
d2frac=(int)(((period_ePWM)*  
              (1-d2)-(int)((period_ePWM)*(1-d2))))*  
              MEP_ScaleFactor[1]);
```

```
MEP_ScaleFactor [2]);

EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =d2int;
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d2frac<<8)+0x0180;

    for (i=0; i<7; i++)
    {
        status = SFO_MepEn_V5(nMepChannel);
        if (status == SFO_COMPLETE)
            nMepChannel++;
        else if (status == SFO_OUTRANGE_ERROR)
        {
            error ();
        }
        if (nMepChannel==2)
            nMepChannel =1;
    }
in=0;
    //IER |= 0x01;
    }//end ajuste de MEP

} //end infinite loop

} //end main
```

B.3. Control TDFC

Rutina del control de realimentación por retardo temporal, esta rutina se debe de agregar al programa principal.

```
R=10;
Vin=40;
Imax=Vin/R;
T=1.0/(float)Freq_ePWM;
Iref=2.5;
Vref=Vin/2.0;

// Control P
ki =0.2;          kv = 0.04;
// Control TDFC
ni=-0.1;         dn=0.0;

for (;;)
{
    if(in==1)
    {
        //IER &= 0xFE;
        Voltage      = 15.3*(3.0/4096.0)*(float)xVCn;
        Corriente    = 2.28*(3.0/4096.0)*(float)xILn;
        ei           = Iref - Corriente;
        ev           = Vref - Voltage;
        edi          = ShiftCorriente - Corriente;
```

```
// Controlador GTDFC
```

```
dn1      = ni*edi; // Integrador  
xn       = xn1;  
ShiftCorriente = Corriente;
```

```
// Calculo ciclos de trabajo
```

```
d1= dn1 + ki*ei + kv*ev;  
d2= dn1 + ki*ei - kv*ev;  
d1=(1/2.0)*(1+( fabs(d1) )-( fabs( (d1-1) ) ) );  
d2=(1/2.0)*(1+( fabs(d2) )-( fabs( (d2-1) ) ) );
```

```
d1int=(int)((period_ePWM)*(1-d1));  
d1frac=(int)(((period_ePWM)*  
              (1-d1)-(int)((period_ePWM)*(1-d1))))*  
              MEP_ScaleFactor[1]);
```

```
EPwm1Regs.CMPA.half.CMPA =d1int;  
EPwm1Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d1frac<<8)+0x0180;
```

```
d2int=(int)((period_ePWM)*(1-d2));  
d2frac=(int)(((period_ePWM)*  
              (1-d2)-(int)((period_ePWM)*(1-d2))))*  
              MEP_ScaleFactor[2]);
```

B.3. CONTROL TDFC

163

```
    EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =d2int;
    EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d2frac <<8)+0x0180;

    for (i=0; i<7; i++)
    {
        status = SFO_MepEn_V5(nMepChannel);
        if (status == SFO_COMPLETE)
            nMepChannel++;
        else if (status == SFO_OUTRANGE_ERROR)
        {
            error();
        }
        if(nMepChannel==2)
            nMepChannel =1;
    }
    in=0;
    //IER |= 0x01;
    }//end ajuste de MEP

} //end infinite loop

} //end main
```

B.4. Control GTDFC

Rutina de control dinámico (generalizado) de realimentación por retardo temporal, y se debe de agregar al programa principal.

```
R=10;
Vin=40;
Imax=Vin/R;
T=1.0/(float)Freq_ePWM;
Iref=2.5;
Vref=Vin/2.0;

// Control P
ki = 0.45;          kv = 0.04;
// Control GTDFC
kdx=1; r=1.0;
b=-0.05; d=-0.25; dn=0.0;

for (;;)
{
    if(in==1)
    {
        //IER &= 0xFE;
        Voltage      = 15.3*(3.0/4096.0)*(float)xVCn;
        Corriente    = 2.28*(3.0/4096.0)*(float)xILn;
        ei           = Iref - Corriente;
        ev           = Vref - Voltage;
        edi          = ShiftCorriente - Corriente;
```

B.4. CONTROL GTDFC

165

// Controlador GTDFC

$$xn1 = (1-kdx)*xn + b*edi + kdx*(R*Iref)/(r*Vin);$$

$$dn = r*xn + d*edi;$$

$$xn = xn1;$$

$$\text{ShiftCorriente} = \text{Corriente};$$

$$\text{//dn1} = dn;$$

$$dn1 = td_sw*dn;$$

// Calculo ciclos de trabajo

$$d1 = dn1 + ki*ei + kv*ev;$$

$$d2 = dn1 + ki*ei - kv*ev;$$

$$d1 = (1/2.0)*(1 + (\text{fabs}(d1)) - (\text{fabs}((d1-1))));$$

$$d2 = (1/2.0)*(1 + (\text{fabs}(d2)) - (\text{fabs}((d2-1))));$$

$$d1int = (\mathbf{int})((\text{period_ePWM})*(1-d1));$$

$$d1frac = (\mathbf{int})(((\text{period_ePWM})*(1-d1)) - (\mathbf{int})((\text{period_ePWM})*(1-d1))) * \text{MEP_ScaleFactor}[1]);$$

$$\text{EPwm1Regs.CMPA.half.CMPA} = d1int;$$

$$\text{EPwm1Regs.CMPA.half.CMPAHR} = (d1frac \ll 8) + 0x0180;$$

$$d2int = (\mathbf{int})((\text{period_ePWM})*(1-d2));$$

```
d2frac=(int)((period_ePWM)*
            (1-d2)-(int)((period_ePWM)*(1-d2)))*
            MEP_ScaleFactor[2]);

EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =d2int;
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(d2frac<<8)+0x0180;

    for (i=0; i<7; i++)
    {
        status = SFO_MepEn_V5(nMepChannel);
        if (status == SFO_COMPLETE)
            nMepChannel++;
        else if (status == SFO_OUTRANGE_ERROR)
        {
            error();
        }
        if(nMepChannel==2)
            nMepChannel =1;
    }
in=0;
    //IER |= 0x01;
    }//end ajuste de MEP

} //end infinite loop

} //end main
```

B.5. Programa principal y configuración

Este programa principal, contiene la declaración de las variables globales y locales del programa, la configuración de cada uno de los contadores (timers) utilizados tanto para el modulo HRPWM como para el modulo ADC. Finalmente contiene cada una de las subrutinas de servicio por interrupción (ISR) utilizadas en el control del convertidor buck de dos celdas. Este programa tiene un ciclo for infinito donde se copian los programas que ejecutan cada unos de los controladores implementados.

```
//#####  
//  
// AUTOR:  
// Julián Peláez Restrepo  
// FILE:  
// EPwmTimer_ADC_Ints_FIR_PI.c  
//  
// TITLE:  
// DSP2833x Este Archivo tiene las rutinas de  
// control de un ePWM a 20khz con ciclo util  
// variable. Y la adquisición de datos con un  
// ADC a 20 Khz. Y finalmente las rutinas de  
// control con controlador P,PI, TDFC, GTDFC.  
// Para el ePWM se utiliza las interrupciones  
// por timer de los canales ePWM1a  
// (Corriente iL) y ePWM2a  
// (Voltaje Vc condensador flotante)  
// para el ADC la rutina de interrupción por  
// timer Event Trigger del canal ePWM6,
```

```
// para los canales ADCINA1 y ADCINA2.
//
//#####
#include "DSP28x_Project.h"
#include "SFO_V5.h"
#define PWM1_INT_ENABLE 1
#define PWM2_INT_ENABLE 1
#define PWM3_INT_ENABLE 1
#define PWM4_INT_ENABLE 1
#define PWM5_INT_ENABLE 1
#define PWM6_INT_ENABLE 1
#define ADC_INT_ENABLE 1
#define SEQ1_INT_ENABLE 1
// Configure the period for each timer
#define PWM1_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM2_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM3_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM4_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM5_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM6_TIMER_TBPRD 0x1FFF
#define PWM_CH 7
// Prototype statements for functions
// found within this file.
interrupt void epwm1_timer_isr(void);
interrupt void epwm2_timer_isr(void);
interrupt void epwm3_timer_isr(void);
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

169

```
interrupt void epwm4_timer_isr(void);
interrupt void epwm5_timer_isr(void);
interrupt void epwm6_timer_isr(void);
interrupt void adc_SEQ1_EOSA_isr(void);
interrupt void adc_SEQ1_SOCA_isr(void);
void InitEPwmTimer(void);
void InitADCSOC(void);
void InitEPwmTriggerEvent(void);
void ConfigGPIO(void);
void error(void);
int MEP_ScaleFactor[PWM_CH];
volatile struct EPWM_REGS *ePWM[PWM_CH] =
    {&EPwm1Regs,&EPwm1Regs,&EPwm2Regs,
     &EPwm3Regs,&EPwm4Regs,&EPwm5Regs,
     &EPwm6Regs};
Uint16 status, nMepChannel;

volatile long int Freq_CPU,Freq_ePWM,period_ePWM;
volatile int      in=0,k=0,ifi=0,is=0,i=0;
/* Finter Input and Output Variables */
volatile float    Voltage=0,Corriente=0,
                  ShiftCorriente=0;
volatile float    ei=0,Shiftei=0,ev=0,en=0;
volatile float    d1=0,d2=0,xn=0,Shiftn=0,dn=0,phi=0;
volatile float    Iref=0,Ir=0, Vref = 0,Imax=0,Vin=0,
                  T=0,RL=0,Rs=0;
```

```
volatile int      xILn=0,xVCn=0;
volatile int      d1int=0,d1frac=0,d2int=0,d2frac=0,
                   phiint=0,phifrac=0,MEP=0;
// Def Constantes Controladores
//volatile float      ki=0,kv=0;
//def constantes P
volatile float  ki=0,kv=0,kint=0,tao=0;
//def constantes PI
//volatile float ki=0,kv=0,ni=0,rr=0;
//def constantes ETDFC
//volatile float ki=0,kv=0,bb=0,dd=0,cc=0,kxu=0;
//def constantes GTDFC

void main(void)
{
Freq_CPU=150E6;
// Frecuencia del CPU 150Mhz
Freq_ePWM=20E3;
// Frecuencia de Conmutación del Convertidor 40 Khz
period_ePWM=(int)(Freq_CPU/Freq_ePWM);
// periodo de la frecuencia de conmutación
//dividido en 2 debido a que la señal triangular
//tiene la forma /\ /\ /\ /\ y no \ \ \ \ \ \ o // // // //
MEP = (int)((1.0/Freq_CPU)/150E-12);

// Step 1. Initialize System Control:
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

171

```
// PLL, WatchDog, enable Peripheral Clocks  
// This example function is found in the  
// DSP2833x_SysCtrl.c file.  
InitSysCtrl();  
  
// Step 2. Initialize GPIO:  
// This example function is found in the  
// DSP2833x_Gpio.c file and  
// illustrates how to set the GPIO to it's  
// default state.  
// InitGpio(); // Skipped for this example  
  
// Step 3. Clear all interrupts and initialize  
// PIE vector table:  
// Disable CPU interrupts  
DINT;  
  
// Initialize the PIE control registers to  
// their default state.  
// The default state is all PIE interrupts  
// disabled and flags  
// are cleared.  
// This function is found in the  
// DSP2833x_PieCtrl.c file.  
InitPieCtrl();
```

```
// Disable CPU interrupts and clear all CPU interrupt flags:
IER = 0x0000;
IFR = 0x0000;

// Initialize the PIE vector table with pointers
// to the shell Interrupt
// Service Routines (ISR).
// This will populate the entire table, even if
// the interrupt
// is not used in this example. This is useful
// for debug purposes.
// The shell ISR routines are found in
// DSP2833x_DefaultIsr.c.
// This function is found in DSP2833x_PieVect.c.
InitPieVectTable();

// Interrupts that are used in this example are re-mapped to
// ISR functions found within this file.
EALLOW;

// This is needed to write to EALLOW protected registers
PieVectTable.EPWM1_INT = &epwm1_timer_isr;
PieVectTable.EPWM2_INT = &epwm2_timer_isr;
PieVectTable.EPWM3_INT = &epwm3_timer_isr;
PieVectTable.EPWM4_INT = &epwm4_timer_isr;
PieVectTable.EPWM5_INT = &epwm5_timer_isr;
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

173

```
PieVectTable.EPWM6_INT = &epwm6_timer_isr;
// PieVectTable.SEQ1INT = &adc_SEQ1_SOCA_isr;
// Subrutine of interrupt SOCA
PieVectTable.ADCINT = &adc_SEQ1_EOSA_isr;
// Subrutine of interrupt EOSA
EDIS;
// This is needed to disable write to EALLOW

// protected registers

// Step 4. Initialize all the Device Peripherals:
// This function is found in DSP2833x_InitPeripherals.c
// InitPeripherals();
// Not required for this example

InitEPwmTimer();
// For this example, only initialize the ePWM Timers
InitAdc();
InitADCSOC();
InitEPwmTriggerEvent();

// Step 5. User specific code, enable interrupts:

// Enable EPWM INTn in the PIE: Group 3 interrupt 1-6

//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx1 = PWM1_INT_ENABLE;
```

```
//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx2 = PWM2_INT_ENABLE;  
//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx3 = PWM3_INT_ENABLE;  
//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx4 = PWM4_INT_ENABLE;  
//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx5 = PWM5_INT_ENABLE;  
//PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx6 = PWM6_INT_ENABLE;  
PieCtrlRegs.PIEIER1.bit.INTx6 = ADC_INT_ENABLE;  
  
// Habilito bandera de interrupción SOCA  
// PieCtrlRegs.PIEIER1.bit.INTx1 = SEQ1_INT_ENABLE;  
// Habilito bandera de interrupción EOSA  
  
  
// MEP_ScaleFactor variables inicialización para las  
// funciones SFO.  
nMepChannel=1;  
// HRPWM diagnostics start on ePWM channel 1  
  
for ( i=0;i<PWM_CH; i++)  
{  
    MEP_ScaleFactor[ i ] =0;  
}  
EALLOW;  
for ( i=1;i<PWM_CH; i++)  
{  
  
    (*ePWM[ i ] ).HRCNFG.bit.EDGMODE = 1;  
  
// Enable HRPWM logic  
// for channel prior to calibration
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

175

```
        while ( SFO_MepDis_V5(i) == SFO_INCOMPLETE );  
  
// returns "0" when cal.  
// incomplete for channel  
    }  
    EDIS;  
  
//      Initialize a common seed variable  
//      MEP_ScaleFactor[0] required for  
//      all SFO functions  
    MEP_ScaleFactor[0] = MEP_ScaleFactor[1];  
  
//      MEP_ScaleFactor variables initialized  
//      using function SFO_MepDis  
    while ( MEP_ScaleFactor[1] == 0 ) SFO_MepDis_V5(1);  
//SFO for HRPWM1  
    while ( MEP_ScaleFactor[2] == 0 ) SFO_MepDis_V5(2);  
//SFO for HRPWM2  
  
//      Initialize a common seed variable MEP_ScaleFactor[0]  
//required for all SFO functions  
    MEP_ScaleFactor[0] = MEP_ScaleFactor[1];  
//Common Variable  
//for SFO library functions  
  
// Enable CPU INT3 which is connected to EPWM1-6 INT:
```

```
IER |= M_INT3;

// Enable CPU INT1 which is connected to ADC INT:

IER |= M_INT1;

// Enable global Interrupts and higher priority
// real-time debug events:

EINT;
// Enable Global interrupt INTM
ERTM;
// Enable Global realtime interrupt DBGM

// Configura las in/out GPIO de proposito general

ConfigGPIO ();

EALLOW;
SysCtrlRegs.PCLKCR0.bit.TBCLKSYNC = 1;
EDIS;

in=1;

RL=10;
Vin=40;
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

177

```
    Imax=Vin/RL;  
    T=1.0/(float)Freq_ePWM;  
    Iref=2.5;  
    Vref=Vin/2.0;  
  
    // Control P  
    ki =0.04;          kv = 0.04;  
  
for (;;)   
{  
    if (in==1)  
    {  
  
*****  
*****  
*****  
*****AQUÍ VA EL CÓDIGO DEL CONTROLADOR*****  
*****  
*****  
*****  
  
    }//end infinite loop  
  
} //end main  
  
void error (void)
```

```
{
    ESTOP0;
    // Error - MEP_ScaleFactor out of range of
    // Seed - rerun MepDis
    // calibration.
}
//=====
void InitEPwmTimer ()
{
    EALLOW;
    SysCtrlRegs.PCLKCR0.bit.TBCLKSYNC = 0;
    // Stop all the TB clocks
    EDIS;

    EPwm1Regs.TBCTL.bit.PRDLID = TB_IMMEDIATE;
    // set Immediate load
    EPwm1Regs.TBPRD = period_ePWM;
    // PWM frequency = 1 / period
    EPwm1Regs.TBPHS.all = 0;
    EPwm1Regs.TBCTR = 0;

    EPwm1Regs.TBCTL.bit.CTRMODE = TB_COUNT_UP;
    EPwm1Regs.TBCTL.bit.PHSEN = TB_DISABLE;
    // EPWM1 is the Master
    EPwm1Regs.TBCTL.bit.SYNCOSEL = TB_CTR_ZERO;
    EPwm1Regs.TBCTL.bit.HSPCLKDIV = TB_DIV1;
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

179

```
EPwm1Regs.TBCTL.bit.CLKDIV = TB_DIV1;

EPwm1Regs.CMPCTL.bit.LOADAMODE = CC_CTR_ZERO;
EPwm1Regs.CMPCTL.bit.LOADBMODE = CC_CTR_ZERO;
EPwm1Regs.CMPCTL.bit.SHDWAMODE = CC_SHADOW;
EPwm1Regs.CMPCTL.bit.SHDWBMODE = CC_SHADOW;

EPwm1Regs.AQCTLA.bit.ZRO = AQ_CLEAR;
// PWM toggle low/high
EPwm1Regs.AQCTLA.bit.CAU = AQ_SET;
EPwm1Regs.AQCTLB.bit.ZRO = AQ_CLEAR;
EPwm1Regs.AQCTLB.bit.CBU = AQ_SET;

EALLOW;
EPwm1Regs.HRCNFG.all = 0x0;
EPwm1Regs.HRCNFG.bit.EDGMODE = HR_REP;
//MEP control on Rising edge
EPwm1Regs.HRCNFG.bit.CILMODE = HR_CMP;
EPwm1Regs.HRCNFG.bit.HRLOAD = HR_CTR_ZERO;
EDIS;

EPwm1Regs.ETSEL.bit.INTSEL = 1;
EPwm1Regs.ETSEL.bit.INTEN = PWM1_INT_ENABLE;
EPwm1Regs.ETPS.bit.INTPRD=1;

// EPWM Module 2 config
```

```
    EPwm2Regs.TBCTL.bit.PRDL = TB_IMMEDIATE;
// set Immediate load
    EPwm2Regs.TBPRD = period_ePWM;
// PWM frequency = 1 / period
    phi=180;
    phiint=(int)(period_ePWM*(phi/360));
    phifrac=(int)((period_ePWM*(phi/360))
- (int)(period_ePWM*(phi/360)))*MEP);
    EPwm2Regs.TBPHS.half.TBPHS = phiint;
    EPwm2Regs.TBPHS.half.TBPHSHR = (phifrac <<8);
    EPwm2Regs.TBCTR = 0;

    EPwm2Regs.TBCTL.bit.CTRMODE = TB_COUNT_UP;
    EPwm2Regs.TBCTL.bit.PHSEN = TB_ENABLE;
// ePWM2 is the Master
    EPwm2Regs.TBCTL.bit.SYNCSEL = TB_SYNC_IN;
    EPwm2Regs.TBCTL.bit.HSPCLKDIV = TB_DIV1;
    EPwm2Regs.TBCTL.bit.CLKDIV = TB_DIV1;

    EPwm2Regs.CMPCTL.bit.LOADAMODE = CC_CTR_ZERO;
    EPwm2Regs.CMPCTL.bit.LOADBMODE = CC_CTR_ZERO;
    EPwm2Regs.CMPCTL.bit.SHDWAMODE = CC_SHADOW;
    EPwm2Regs.CMPCTL.bit.SHDWBMODE = CC_SHADOW;

    EPwm2Regs.AQCTLA.bit.ZRO = AQ_CLEAR;
// PWM toggle low/high
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

181

```
EPwm2Regs.AQCTLA.bit.CAU = AQ_SET;
EPwm2Regs.AQCTLB.bit.ZRO = AQ_CLEAR;
EPwm2Regs.AQCTLB.bit.CBU = AQ_SET;

EALLOW;
EPwm2Regs.HRCNFG.all = 0x0;
EPwm2Regs.HRCNFG.bit.EDGMODE = HR_REP;
//MEP control on Rising edge
EPwm2Regs.HRCNFG.bit.CTLMODE = HR_CMP;
EPwm2Regs.HRCNFG.bit.HRLOAD = HR_CTR_ZERO;
EDIS;

EPwm2Regs.ETSEL.bit.INTSEL = 1;
EPwm2Regs.ETSEL.bit.INTEN = PWM2_INT_ENABLE;
EPwm2Regs.ETPS.bit.INTPRD=1;

// Inicializamos el convertidor con d1 y d2
// al 50% del ciclo util

EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =(int)(period_ePWM/2.0);
//468; // D2=50% adjust duty for output EPWM2A
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(1<<8)+0x0180;
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA =(int)(period_ePWM/2.0);
//468; // D2=50% adjust duty for output EPWM2A
EPwm2Regs.CMPA.half.CMPAHR=(1<<8)+0x0180;
}
```

```
//=====
void InitADCSOC(void)
{
    // Select all appropriate channels of ADC
    AdcRegs.ADCMAXCONV.all      = 1;

    // For This Case only we're
    // need two ADC channels converter
    AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV00 = 0x0000;
    // Conversion 1 de ADCINA0
    AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV01 = 0x0001;
    // Conversion 2 de ADCINA1
    // AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV02 = 0x0003;
    // Conversion 3 de ADCINA2
    // AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV03 = 0x0004;
    // Conversion 4 de ADCINA3

    // Allow SOCA trigger and Enable
    // Interrup by SOCA ePWM
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.EPWM_SOCA_SEQ1= 1;
    // Allow start
    //SOCA by EPwm trigger
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.INT_ENA_SEQ1 = 1;
    // Enable Interrup
    //by SEQ1 SOC

    // Clock ADC and SEQ mode select
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

183

```
        AdcRegs.ADCTRL3.bit.ADCCLKPS = 0x0000;
// Clock ADC Pre-Scaler = 0 ADCCLKPS=HSPCLK clock
        AdcRegs.ADCTRL1.bit.CPS      = 0x0;
// Clock ADCCLK = Fclk/1
        AdcRegs.ADCTRL1.bit.ACQ_PS   = 0x1;

// clock Times of window acquisition
// size = ACQ_PS + 1 ADCclk times
        EALLOW;
        SysCtrlRegs.HISPCP.bit.HSPCLK = 0x0003;
// High-Speed clock counter prescaler
// HISPCP clock = CPUclock/HISPCP
        EDIS;
        AdcRegs.ADCTRL3.bit.SMODE_SEL = 0;
// Sequential Mode Select
        AdcRegs.ADCTRL1.bit.SEQ_CASC = 0;
// Dual Sequential Mode
        AdcRegs.ADCTRL1.bit.CONT_RUN = 0;
// Seq stop after reach EOS on next SOC
        AdcRegs.ADCTRL1.bit.SEQ_OVRD = 0;
// Over ride sequential Disabled
        AdcRegs.ADCTRL2.bit.INT_MOD_SEQ1 = 0;
// INT_SEQ1 flag is set to 1 at end of every SEQ1
    }
//=====
```

void InitEPwmTriggerEvent(**void**)

```
{  
    EPwm6Regs.ETSEL.bit.SOCAEN      = 1;  
    EPwm6Regs.ETSEL.bit.SOCASEL     = 4;  
    EPwm6Regs.ETPS.bit.SOCAPRD      = 1;  
    EPwm6Regs.CMPA.half.CMPA = (int)(period_ePWM*0.0);  
    EPwm6Regs.TBPRD = (int)(period_ePWM);  
    EPwm6Regs.TBCTL.bit.CTRMODE = 0;  
  
    EPwm1Regs.TBCTR = 0;  
    EPwm2Regs.TBCTR = 0;  
    EPwm3Regs.TBCTR = 0;  
    EPwm4Regs.TBCTR = 0;  
    EPwm5Regs.TBCTR = 0;  
    EPwm6Regs.TBCTR = 0;  
  
    EALLOW;  
    SysCtrlRegs.PCLKCR0.bit.TBCLKSYNC = 1;  
    // Start all the timers synced  
    EDIS;  
}  
  
//=====
```

```
void ConfigGPIO(void)  
{  
EALLOW;  
GpioCtrlRegs.GPAMUX1.all=0x0011;  
// GPIO0 = ePWM1A y GPIO2 = ePWM2A all GPIO1,
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

185

```
//GPIO3–GPIO31 how general purpose
GpioCtrlRegs.GPAMUX2.all=0x0000;
// All port how General purpose
GpioCtrlRegs.GPADIR.all =0x0015;
// GPIO0 y GPIO2 = configured as output
// port another how input
GpioCtrlRegs.GPAPUD.all =0x0000;
// all pull-up resistor are ENABLED for port
// GPA=GPIO0–GPIO31

GpioCtrlRegs.GPBMUX1.all=0x0000;
// GPIO32 – GPIO63 how general purpose
GpioCtrlRegs.GPBMUX2.all=0x0000;
//
GpioCtrlRegs.GPBDIR.all =0x0000;
// All GPB how input
GpioCtrlRegs.GPBPUD.all =0x0000;
// all pull-up resistor are ENABLED for port
// GPA=GPIO0–GPIO31
EDIS;
GpioDataRegs.GPADAT.all=0x0000;
// forced all output values as low 0 by default.
GpioDataRegs.GPBDAT.all=0x0000;
// forced all output values as low 0 by default.}
}
```

```
// Interrupt routines uses in this example:
interrupt void epwm1_timer_isr(void)
{
    // Clear INT flag for this timer
    EPwm1Regs.ETCLR.bit.INT = 1;
    // Acknowledge this interrupt to receive
    // more interrupts
    // from group 3
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
    return;
}

interrupt void epwm2_timer_isr(void)
{
    // Clear INT flag for this timer
    EPwm2Regs.ETCLR.bit.INT = 1;
    // Acknowledge this interrupt to receive
    // more interrupts
    // from group 3
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
    return;
}

interrupt void epwm3_timer_isr(void)
{
    // Clear INT flag for this timer
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

187

```
EPwm3Regs.ETCLR.bit.INT = 1;

// Acknowledge this interrupt to receive
// more interrupts
// from group 3
PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
return;
}

interrupt void epwm4_timer_isr(void)
{
// Clear INT flag for this timer
EPwm4Regs.ETCLR.bit.INT = 1;

// Acknowledge this interrupt to receive
// more interrupts
// from group 3
PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
return;
}

interrupt void epwm5_timer_isr(void)
{
// Clear INT flag for this timer
EPwm5Regs.ETCLR.bit.INT = 1;

// Acknowledge this interrupt to receive
```

```
    // more interrupts
    // from group 3
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
    return;
}

interrupt void epwm6_timer_isr(void)
{
    // Clear INT flag for this timer
    EPwm6Regs.ETCLR.bit.INT = 1;

    // Acknowledge this interrupt to receive
    // more interrupts
    // from group 3
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
    return;
}

interrupt void adc_SEQ1_EOSA_isr(void)
{
    GpioDataRegs.GPADAT.bit.GPIO4=1;
    xILn = AdcRegs.ADCRESULT0>>4;
    xVCn = AdcRegs.ADCRESULT1>>4;

    in=1;
    AdcRegs.ADCST.bit.INT_SEQ1_CLR = 1;
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.RST_SEQ1 = 1;
}
```

B.5. PROGRAMA PRINCIPAL Y CONFIGURACIÓN

189

```
        PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP1;
        GpioDataRegs.GPADAT.bit.GPIO4=0;
        return;
    }
interrupt void adc_SEQ1_SOCA_isr(void)    //SEQ1 ADC
{
    // Insert ISR Code here
    // Next two lines for debug only to halt the
    // processor here
    // Remove after inserting ISR Code
    // To receive more interrupts from this PIE group,
    // acknowledge
    // this interrupt
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP1;
        return;
}
```

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA Y CONTROL DE UN CONVERTIDOR BUCK DE DOS CELDAS DE CONMUTACIÓN

Julián Peláez Restrepo

DL:T-1798-2011

Bibliografía

- [Alarcon et al., 2006] Alarcon, E., El-Aroudi, A., Martinez-Artega, J., Villar, G., Guinjoan, F., and Poveda, A. (2006). Predicting fast-scale instabilities in switching power converters: a ripple-based unified perspective. In *Circuits and Systems. ISCAS'06. IEEE International Proceedings Symposium on*, pages 4–6.
- [Alligood et al., 1996] Alligood, K. T., Sauer, T. D., and Yorke, J. A. (1996). *CHAOS: An Introduction to Dynamical Systems*. Springer-Verlag New York, Inc.
- [Angulo and di Bernardo, 2005] Angulo, F. and di Bernardo, M. (2005). On two-parameter non-smooth bifurcations in power converters. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'05)*, volume 2, pages 1485–1488.
- [Banerjee, 1997] Banerjee, S. (1997). Coexisting attractors, chaotic saddles, and fractal basins in a power electronic circuit. volume 44, pages 847–849.
- [Banerjee and Chakrabarty, 1998] Banerjee, S. and Chakrabarty, K. (1998). Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter. volume 13, pages 252–260.
- [Banerjee and Grebogi, 1999] Banerjee, S. and Grebogi, C. (1999). Border collision bifurcations in two-dimensional piecewise smooth maps. volume 59, pages 4052–4061. American Physical Society.

- [Banerjee et al., 2000] Banerjee, S., Karthik, M., Yuan, G., and Yorke, J. (2000). Bifurcations in one-dimensional piecewise smooth maps-theory and applications in switching circuits. volume 47, pages 389–394.
- [Banerjee and Verghese, 2001] Banerjee, S. and Verghese, G. C. (2001). *Nonlinear Phenomena in Power Electronics Attractors, Bifurcations, Chaos, and Nonlinear Control*. IEEE Press.
- [Batlle et al., 1996] Batlle, C., Fossas, E., and Olivar, G. (1996). Stabilization of periodic orbits in variable structure systems. In *International Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, NDES'96*, pages 339–344, Seville.
- [Batlle et al., 1997] Batlle, C., Fossas, E., and Olivar, G. (1997). Time-delay stabilization of the buck converter. In *International Conference Control of Oscillations and Chaos*, pages 590–593.
- [Benmansour et al., 2007] Benmansour, K., Benalia, A., Djemaï, M., and de Leon, J. (2007). Hybrid control of a multicellular converter. volume 1, pages 16–29.
- [Bensaid and Fadel, 2002] Bensaid, R. and Fadel, M. (2002). Flying capacitor voltages estimation in three-cell converters using a discrete-time kalman filter at one third switching period. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, volume 2, pages 963–968.
- [Bethoux and Barbot, 2002] Bethoux, O. and Barbot, J.-P. (2002). Multi-cell chopper direct control law preserving optimal limit cycles. In *Control Applications, 2002. Proceedings of the 2002 International Conference on*, volume 2, pages 1258–1263.
- [Bose, 1992] Bose, B. (1992). Power electronics-a technology review. volume 80, pages 1303–1334.

- [Caliskan et al., 1996] Caliskan, V., Verghese, G., and Stankovic, A. (1996). Multi-frequency averaging of DC/DC converters. In *IEEE Workshop on Computers in Power Electronics*, pages 113–119.
- [Caliskan et al., 1999] Caliskan, V., Verghese, O., and Stankovic, A. (1999). Multi-frequency averaging of dc/dc converters. volume 14, pages 124–133.
- [Calvente, 2001] Calvente, F. J. (2001). *Control en Modo Deslizante Aplicado A Sistemas de Acondicionamiento de Potencia de Satelites*. PhD thesis, Universidad Politecnica de Cataluña. Barcelona, España.
- [Chan and Tse, 1997] Chan, W. and Tse, C. (1997). Study of bifurcations in current-programmed dc/dc boost converters: from quasiperiodicity to period-doubling. volume 44, pages 1129 –1142.
- [Chattopadhyay and Das, 2006] Chattopadhyay, S. and Das, S. (2006). A digital current-mode control technique for dc-dc converters. In *Power Electronics, IEEE Transactions on*, volume 21, pages 1718–1726.
- [Cuk and Middlebrook, 1983a] Cuk, S. and Middlebrook, R. D. (1983a). Advances in switched-mode power conversion part i. volume IE-30, pages 10–19.
- [Cuk and Middlebrook, 1983b] Cuk, S. and Middlebrook, R. D. (1983b). Advances in switched-mode power conversion part ii. volume IE-30, pages 19–29.
- [El Aroudi, 2000] El Aroudi, A. (2000). *Study of Nonlinear Phenomena and Quasiperiodicity Route to Chaos in PWM DC/DC Converters*. PhD thesis, Universitat Politecnica de Catalunya.
- [El Aroudi et al., 2008a] El Aroudi, A., Alarcon, E., Rodriguez, E., and Leyva, R. (2008a). Modeling a buck-based switching amplifier for sinusoid wide band tracking

- by using a nonlinear time varying map. In *in Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC'08)*, pages 2108–2114.
- [El Aroudi et al., 2009a] El Aroudi, A., Alarcon, E., Rodriguez, E., and Robert, B. (2009a). A qualitative comparison of bifurcations in single-cell and two-cell buck converter. In *Systems, Signals and Devices, 2009. SSD '09. 6th International Multi-Conference on*, pages 1–5.
- [El Aroudi et al., 2009b] El Aroudi, A., Angulo, F., Olivar, G., Robert, B., and Feki, M. (2009b). Stabilizing a two-cell dc-dc buck converter by fixed point induced control. volume 19, pages 2043–2057.
- [El Aroudi et al., 2005] El Aroudi, A., Debaat, M., Giral, L., Olivar, G., Benadero, L., and Toribio, E. (2005). Bifurcations in DC-DC switching converters: reiew of methods and applications. volume 15, pages 1549–1578.
- [El Aroudi et al., 2007] El Aroudi, A., Debbat, M., and Martinez-Salamero, L. (2007). Poincaré maps modeling and local orbital stability analysis of discontinuous piecewise affine periodically driven systems. volume 50, pages 431–445. Springer Netherlands.
- [El Aroudi and Leyva, 2001] El Aroudi, A. and Leyva, R. (2001). Quasi-periodic route to chaos in a pwm voltage controlled dc-dc boost converter. volume 48, pages 967–978.
- [El Aroudi and Orabi, 2010] El Aroudi, A. and Orabi, M. (2010). Stabilizing technique for ac-dc boost PFC converter based on time delay feedback. volume 57, pages 56–60.
- [El Aroudi et al., 2009c] El Aroudi, A., Pelaez, J., Feki, M., and Robert, B. (2009c). Stability analysis of two-cell buck converter driven dc motor with a discrete-time

- closed loop. In *Systems, Signals and Devices, 2009. SSD '09. 6th International Multi-Conference on*, pages 1–6.
- [El Aroudi and Robert, 2005] El Aroudi, A. and Robert, B. (2005). Stability analysis of a voltage mode controlled two-cells dc-dc buck converter. In *Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05. IEEE 36th*, pages 1057–1061.
- [El Aroudi and Robert, 2006] El Aroudi, A. and Robert, B. (2006). Discrete time model of a multi-cell DC-DC converter: Non linear approach. volume 71, pages 310–319.
- [El Aroudi et al., 2008b] El Aroudi, A., Robert, B., Cid-Pastor, A., and Martinez-Salamero, L. (2008b). Modeling and design rules of a two-cell buck converter under a digital pwm controller. volume 23, pages 859–870.
- [El Aroudi et al., 2006] El Aroudi, A., Robert, B., and Martinez-Salamero, L. (2006). Modelling and analysis of multicell converters using discrete time models. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'06)*, page 4.
- [El Aroudi et al., 2008c] El Aroudi, A. and Alarcon, E., E., R., and Robert, B. (2008c). A qualitative comparison of bifurcation in single-cell and two-cell buck converter. In *5th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices (SSD'08)*.
- [Elwakil and Kennedy, 2000] Elwakil, A. and Kennedy, M. (2000). Improved implementation of chua's chaotic oscillator using current feedback op amp. volume 47, pages 76–79.
- [Fadil et al., 2011] Fadil, H. E., Giri, F., Haloua, M., Ouadi, H., and Chaoui, F. Z. (2011). Nonlinear and adaptive control of buck-boost power converters. In *MED 2011 IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*.

- [Feki et al., 2011] Feki, M., Aroudi, A. E., Robert, B., and Martínez-Salamero, L. (2011). Optimizing the dynamics of a two-cell dc-dc buck converter by time delayed feedback control. volume 16, pages 4349–4364.
- [Femia and Vitelli, 2003] Femia, N. and Vitelli, M. (2003). Time-domain analysis of switching converters based on a discrete-time transition model of the spectral coefficients of state variables. volume 50, pages 1447–1460.
- [Giaouris et al., 2009] Giaouris, G., Maity, S., Banerjee, S., Pickert, V., and Zahawi, B. (2009). Application of Filippov method for the analysis of subharmonic instability in DC-DC converters. volume 37, pages 899–919.
- [Guinjoan et al., 1997a] Guinjoan, F., Calvente, J., Poveda, A., and Martinez, L. (1997a). Large-signal modeling and simulation of switching dc-dc converters. volume 12, pages 485–494.
- [Guinjoan et al., 1997b] Guinjoan, F., Calvente, J., Poveda, A., and Martinez, L. (1997b). Large-signal modeling and simulation of switching DC-DC converters. In *Power Electronics, IEEE Transactions on*, volume 12, pages 485–494.
- [Hamill and Jeffries, 1988] Hamill, D. C. and Jeffries, D. J. (1988). Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter. volume 35, pages 1059–1061.
- [Hamma et al., 1995] Hamma, F., Meynard, T., Tourkhani, F., and Viarouge, P. (1995). Characteristics and design of multilevel choppers. In *Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC '95 Record., 26th Annual IEEE*, volume 2, pages 1208–1214.
- [Hojo and Minato, 2010] Hojo, M. and Minato, K. (2010). Integrated power conversion for dc power system by flying capacitor multi-level converter. In *Power Electronics Conference (IPEC), 2010 International*, pages 337–342.

- [Huang et al., 2007] Huang, Y., Iu, H. H. C., and Tse, C. K. (2007). Boundaries between fast-and slow-scale bifurcations in parallel-connected buck converters. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'07)*, pages 2419–2422.
- [Iu and Tse, 2003] Iu, H. and Tse, C. (2003). Study of low-frequency bifurcation phenomena of a parallel-connected boost converter system via simple averaged models. volume 50, pages 679–685.
- [Jin et al., 2006] Jin, K., Yang, M., and Ruan, X. (2006). Three-level bi-directional converter a novel dc-dc converter suitable for fuel cell power system. In *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, pages 1–6.
- [Jin et al., 2010] Jin, K., Yang, M., Ruan, X., and Xu, M. (2010). Three-level bi-directional converter for fuel-cell/battery hybrid power system. volume 57, pages 1976–1986.
- [Kuo, 2003] Kuo, B. C. (2003). *Automatic Control Systems*. John Wiley & Sons, 7th edition edition edition.
- [Martinez Salamero et al., 2009] Martinez Salamero, L., Cid-Pastor, A., El Aroudi, A., Giral Castellón, R., and Calvente, J. (2009). Modelado y control de convertidores conmutados continua-continua: Una perspectiva tutorial. volume 6, pages 5–20.
- [Mazumder et al., 2000] Mazumder, S., Alfayyoumami, M., Nayfeh, A., and Borojevic, D. (2000). A theoretical and experimental investigation of the nonlinear dynamics of dc-dc converters. In *Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual*, volume 2, pages 729–734.
- [Meynard et al., 1997] Meynard, T., Fadel, M., and Aouda, N. (1997). Modeling of multilevel converters. volume 44, pages 356–364.

- [Meynard and Foch, 1992a] Meynard, T. and Foch, H. (1992a). Multi-level conversion: high voltage choppers and voltage-source inverters. In *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE*, volume 1, pages 397–403.
- [Meynard et al., 2002] Meynard, T., Foch, H., Thomas, P., Courault, J., Jakob, R., and Nahrstaedt, M. (2002). Multicell converters: basic concepts and industry applications. volume 49, pages 955–964.
- [Meynard and Foch, 1992b] Meynard, T. A. and Foch, H. (1992b). Dispositif électronique de conversion d'énergie électrique.
- [Middlebrook, 1989] Middlebrook, R. (1989). Modeling current-programmed buck and boost regulators. volume 4, pages 36–52.
- [Middlebrook and Cuk, 1976] Middlebrook, R. and Cuk, S. (1976). A general unified approach to modelling switching-converter power stages. In *Power Electronics Specialists Conference (PESC'76)*, pages 18–34.
- [Mohan et al., 2004] Mohan, N., Jain, A., Jose, P., and Ayyanar, R. (2004). Teaching utility applications of power electronics in a first course on power systems. volume 19, pages 40–47.
- [Ogata, 1996] Ogata, K. (1996). *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Prentice Hall, 2da edition.
- [Pyragas, 1992] Pyragas, K. (1992). Continuous control of chaos by self-controlling feedback. volume 170, pages 421–428.
- [Pyragas, 1995] Pyragas, K. (1995). Control of chaos via extended delay feedback. volume 206, pages 323–330.

- [Robert and El Aroudi, 2006] Robert, B. and El Aroudi, A. (2006). Discrete time model of a multi-cell dc/dc converter: Non linear approach. volume 71, pages 310–319, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands. Elsevier Science Publishers B. V.
- [Robert W. Erickson, 2001] Robert W. Erickson, D. M. (2001). *Fundamentals of Power Electronics*. Springer-Verlag Inc., 2nd edition.
- [Singh et al., 2005] Singh, R., Khambadkone, A., Samudra, G., and Liang, Y. (2005). Modelling, analysis and design of cascaded forward and interleaved converter for powering future microprocessors. In *Power Electronics and Drives Systems, 2005. PEDS 2005. International Conference on*, volume 1, pages 430–435.
- [Su, 2005] Su, G.-J. (2005). Multilevel dc-link inverter. In *Power Electronics, IEEE Transactions on*, volume 41, pages 848–854.
- [Takeshita and Matsui, 1992] Takeshita, T. and Matsui, N. (1992). Pwm control and input characteristics of three-phase multi-level ac/dc converter. In *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE*, volume 1, pages 175–180.
- [Tse, 1994] Tse, C. (1994). Flip bifurcation and chaos in three-state boost switching regulators. In *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on [see also Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on]*, volume 41, pages 16–23.
- [Ulrike et al., 2006] Ulrike, F., Sergey, K., and Arkady, P. (2006). *Strange Nonchaotic Attractors. Dynamics between Order and Chaos in Quasiperiodically Forced Systems*. World Scientific.

- [Ushio, 1996] Ushio, T. (1996). Limitation of delayed feedback control in nonlinear discrete-time systems. volume 43, pages 815–816.
- [Utkin et al., 1999] Utkin, V., Guldner, J., and Shi, J. (1999). *Sliding mode control in electromechanical systems*. CRC Press, 1th edition.
- [Van Der Woude et al., 2002] Van Der Woude, J., de Koning, W., and Fuad, Y. (2002). On the periodic behavior of pwm dc-dc converters. volume 17, pages 585–595.
- [Van Dijk et al., 1995] Van Dijk, E., Spruijt, J., O’Sullivan, D., and Klaassens, J. (1995). Pwm-switch modeling of dc-dc converters. volume 10, pages 659–665.
- [Wester and Middlebrook, 1973] Wester, G. and Middlebrook, R. (1973). Low-frequency characterization of switched dc-dc converters. volume AES-9, pages 376–385.
- [Yamamoto et al., 2001] Yamamoto, S., Hino, T., and Ushio, T. (2001). Dynamic delayed feedback controllers for chaotic discrete-time systems. volume 48, pages 785–789.
- [Yamamoto and Ushio, 2003] Yamamoto, S. and Ushio, T. (2003). Odd number limitation in delayed feedback control. volume 292, pages 71–87.
- [Yousefzadeh et al., 2005] Yousefzadeh, V., Alarcon, E., and Maksimovic, D. (2005). Three-level buck converter for envelope tracking in RF power amplifiers. In *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC’05)*, volume 3, pages 1588–1594.

BIBLIOGRAFÍA

201

[Yousefzadeh et al., 2006a] Yousefzadeh, V., Alarcon, E., and Maksimovic, D. (2006a). Three-level buck converter for envelope tracking applications. volume 21, pages 549–552.

[Yousefzadeh et al., 2006b] Yousefzadeh, V., Wang, N., Popovic, Z., and Maksimovic, D. (2006b). A digitally controlled dc/dc converter for an rf power amplifier. volume 21, pages 164–172.