

Iker Martinez Montero

**“El problema de bancarrota dels Fons Next Generation (NGEU) a
Espanya”**

TREBALL DE FI DE GRAU

Àrea temàtica: Economia Pública

Grau en Economia



**FACULTAT D'ECONOMIA i EMPRESA
Universitat Rovira i Virgili**

Reus

Curs 2025-2026

ÍNDEX

1. Presentació.....	5
1.1. Motivació del treball.....	5
2. Introducció.....	6
2.1. Plantejament.....	9
2.2. Metodologia.....	9
2.3. Objectius.....	10
2.4. Estructura.....	10
3. Marc Teòric.....	11
3.1. El Problema de Bancarrota dels Fons NGEU.....	11
3.2. Regles de Repartiment en el Problema de Bancarrota.....	12
3.2.1. La Regla Proporcional (P).....	12
3.2.2. Guanyys Iguals Restringits (CEA).....	13
3.2.3. Pèrdues Iguals Restringides (CEL).....	13
3.2.4. La Regla del Talmud.....	14
3.3. Propietats de les Regles de Bancarrota.....	14
3.4. Mesures de Desigualtat Relativa.....	15
3.4.1. Corba de Lorenz.....	16
3.4.2. Índex de Gini.....	17
3.4.3. Coeficient de Variació.....	17
3.5. Mesures de Concentració.....	18
3.5.1. Índex de Herfindahl-Hirschmann (IHH).....	18
4. Secció Analítica.....	19
4.1. Descripció de la Mostra i Fonts de Dades.....	19
4.2. Resultats del Repartiment i Anàlisi Comparativa.....	21
4.2.1. Tractament de les Dades.....	23
4.2.2. Anàlisi de les Assignacions.....	24
4.2.3. Anàlisi de la Desigualtat.....	26
4.2.4. Anàlisi de la Concentració.....	32
4.3. Síntesi dels Resultats.....	34
5. Conclusions.....	36
6. Bibliografia.....	38
7. Annexos.....	44
7.1. Annex 1.....	44
7.2. Annex 2.....	49

Resum

El problema de bancarrota dels Fons Next Generation (NGEU) a Espanya

Aquest estudi analitza el procés de distribució dels fons Next Generation EU (NGEU) a Espanya sota el marc analític de la teoria de jocs i, específicament, del problema de la bancarrota. Mitjançant l'especificació d'un joc d'utilitat transferible, es plantegen les potencials distribucions dels fons del Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR) entre les Comunitats Autònomes a partir de diverses regles de repartiment: Proporcional, *CEA*, *CEL* i Talmud. L'objectiu és avaluar els efectes distributius de l'execució real del Pla tenint en compte criteris d'igualtat, concentració i estabilitat, emprant indicadors com l'índex de Gini, la corba de Lorenz, el coeficient de variació i l'índex de Herfindahl-Hirschman. Els resultats revelen que el repartiment real opera com un model híbrid que s'allunya de la neutralitat proporcional per convergir cap a la regla *CEA*, actuant com un mecanisme de cohesió territorial que prioritza les regions amb majors necessitats de finançament estructural. No obstant això, l'anàlisi identifica una tensió entre l'homogeneïtat en el tracte i l'eficiència econòmica, suggerint que la elevada penetració territorial dels recursos podria limitar la massa crítica necessària per a una transformació estructural efectiva del teixit productiu. En conclusió, l'estudi demostra la validesa de la teoria de la bancarrota per interpretar la gestió de recursos públics en entorns de governança multinivell.

Paraules clau: Fons NGEU, bancarrota, teoria de jocs, cohesió territorial, desigualtat regional, economia pública.

Resumen

El problema de bancarrota de los fondos Next Generation (NGEU) en España

Este estudio analiza el proceso de distribución de los fondos Next Generation EU (NGEU) en España bajo el marco analítico de la teoría de juegos y, específicamente, del problema de la bancarrota. Mediante la especificación de un juego de utilidad transferible, se plantean las potenciales distribuciones de los fondos del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia (PRTR) entre las Comunidades Autónomas a partir de diversas reglas de reparto: Proporcional, *CEA*, *CEL* y Talmud. El objetivo es evaluar los efectos distributivos de la ejecución real del Plan teniendo en cuenta criterios de igualdad, concentración y estabilidad, empleando indicadores como el índice de Gini, la curva de Lorenz, el coeficiente de variación y el índice de

Herfindahl-Hirschman. Los resultados revelan que el reparto real opera como un modelo híbrido que se aleja de la neutralidad proporcional para converger hacia la regla *CEA*, actuando como un mecanismo de cohesión territorial que prioriza a las regiones con mayores necesidades de financiación estructural. No obstante, el análisis identifica una tensión entre la homogeneidad en el trato y la eficiencia económica, sugiriendo que la elevada penetración territorial de los recursos podría limitar la masa crítica necesaria para una transformación estructural efectiva del tejido productivo. En conclusión, el estudio demuestra la validez de la teoría de la bancarrota para interpretar la gestión de recursos públicos en entornos de gobernanza multinivel.

Palabras clave: Fondos NGEU, bancarrota, teoría de juegos, cohesión territorial, desigualdad regional, economía pública.

Abstract

A Claims Problem Analysis of the Next Generation EU (NGEU) Funds in Spain

This study analyzes the distribution process of the Next Generation EU (NGEU) funds in Spain within the analytical framework of game theory and, specifically, the bankruptcy problem. By specifying a transferable utility game, the potential distributions of the Recovery, Transformation, and Resilience Plan (RTRP) funds among the Autonomous Communities are proposed based on various allocation rules: Proportional, CEA, CEL, and Talmud. The objective is to evaluate the distributive effects of the actual execution of the Plan considering criteria of equality, concentration, and stability, employing indicators such as the Gini index, the Lorenz curve, the coefficient of variation, and the Herfindahl-Hirschman index. The results reveal that the actual allocation operates as a hybrid model that moves away from proportional neutrality to converge toward the CEA rule, acting as a mechanism for territorial cohesion that prioritizes regions with greater structural financing needs. However, the analysis identifies a tension between homogeneity of treatment and economic efficiency, suggesting that the high territorial penetration of resources could limit the critical mass necessary for an effective structural transformation of the productive fabric. In conclusion, the study demonstrates the validity of bankruptcy theory for interpreting the management of scarce public resources in multilevel governance environments.

Keywords: NGEU funds, bankruptcy problem, game theory, territorial cohesion, regional inequality, public economics.

1. Presentació

El grau en Economia aporta un coneixement molt ampli en diverses branques d'aquesta. Tot i no haver estat així els primers anys del grau, en els últims anys d'aquest m'ha acabat interessant àmpliament l'àmbit de l'Economia Pública, que pot també ser analitzada des de punts de vista filosòfics i polítics. En aquest treball aleshores, m'he volgut centrar en l'anàlisi des del punt de vista econòmic d'un tema molt present i actual, que va cridar-me l'atenció tan bon punt vaig plantejar-me'l. El focus principal està en les diferents alternatives que té l'Estat a l'hora de distribuir regionalment uns fons europeus repartits per a la recuperació d'una situació o uns temps que tots recordarem per sempre.

1.1. Motivació del treball

La motivació d'aquest treball sorgeix del desig de conèixer la justificació o els motius pels quals un repartiment de fons com els Next Generation EU s'efectua de la manera que s'efectua i quines alternatives existeixen. D'aquesta manera, l'objectiu és fer un anàlisi econòmic i completament objectiu plantejant el problema amb la base de la Teoria de jocs. A més, fer aquest anàlisi sobre Espanya, país que compta amb una gran diversitat d'activitats econòmiques i una forta concentració territorial de sectors clau, impulsa també a l'hora d'estudiar com afecten aquestes característiques al repartiment final dels recursos disponibles entre els agents.

Aquest anàlisi ha estat viable gràcies a coneixements obtinguts prèviament al grau, no només de teoria econòmica general o matemàtics, sinó també de recerca i resolució. En aquest cas, la recerca d'un esdeveniment mai vist fins el moment, com ha estat aquesta emissió de deute comú a gran escala per part de la Unió Europea. En el cas de la teoria econòmica general, s'utilitzen els coneixements obtinguts a matèries com Mètodes Quantitatius per a l'Anàlisi Econòmica, Economia Pública, o també de matèries com Anàlisi de Dades Macroeconòmiques o Econometria I i II, on hem utilitzat programes informàtics per al càlcul i l'anàlisi de supòsits de caire econòmic. És a dir, tot i ser l'Economia Pública l'àmbit principal d'aquest treball, sense la cohesió dels aprenentatges del grau en Economia aquest anàlisi no hagués estat possible.

2. Introducció

La irrupció de la pandèmia de la COVID-19 a principis de l'any 2020 va representar un xoc exogen sense precedents per a l'economia global, provocant el que el Fons Monetari Internacional ha definit com "El Gran Tancament" (IMF, 2020). Aquesta crisi no només va suposar una emergència sanitària, sinó que va derivar en una recessió profunda i sobtada a causa de la interrupció de les cadenes de subministrament globals i la suspensió de l'activitat productiva en diversos sectors estratègics (Baldwin i Weder di Mauro, 2020). En l'àmbit de la Unió Europea, l'impacte econòmic va ser marcadament asimètric, afectant amb major intensitat aquelles economies amb una dependència elevada del sector serveis i del turisme internacional (Sapir, 2020). Espanya va ser, dins de les economies avançades, una de les més perjudicades en aquest sentit: segons les dades de la Comptabilitat Nacional Anual, el Producte Interior Brut (PIB) espanyol va registrar una caiguda històrica de l'10,8% l'any 2020 (INE, 2021), dada que va superar significativament la mitjana de la Zona Euro, situada en el 6,4% (Eurostat, 2021), posant de manifest una vulnerabilitat estructural que amenaçava d'incrementar les divergències econòmiques entre els Estats membres (Armingeon et al., 2022).

Aquest escenari de crisi va evidenciar les limitacions dels mecanismes d'ajust tradicionals basats exclusivament en l'actuació nacional. Com assenyalen De Grauwe i Ji (2020), la magnitud de la recessió i l'increment sobtat dels nivells de deute públic per finançar les polítiques de contenció social i sanitària requerien una resposta fiscal centralitzada a escala europea per evitar el risc de fragmentació financera manifestat en crisis precedents (Steinberg, 2021). És en aquest context de fragilitat macroeconòmica on s'articula la necessitat d'un instrument de recuperació coordinat, orientat no només a la reactivació econòmica immediata, sinó també a una transformació estructural de llarg termini (Buti i Messori, 2020). Aquesta intervenció esdevé fonamental per garantir la resiliència del mercat únic i assegurar que la transició cap a un model econòmic més sostenible no generi noves asimetries territorials o socials en el post-pandèmia (Sapir, 2020; Verwey et al., 2020).

Davant l'evidència que la crisi exigia una acció coordinada, el Consell Europeu va aprovar el juliol de 2020 la creació del Next Generation EU (NGEU), un instrument excepcional de recuperació temporal dotat amb 750.000 milions d'euros (European Council, 2020). Aquest paquet, que complementa el Marc Financer Plurianual 2021-2027, suposa un punt d'inflexió en la governança econòmica de la Unió; com analitza Fabbrini (2022), la decisió de finançar-lo mitjançant l'emissió de deute conjunt

garantit pel pressupost comunitari trenca amb l'ortodòxia fiscal prèvia i reforça la solidaritat financera entre els Estats membres (European Commission, 2020a). El pilar central d'aquest instrument és el Mecanisme de Recuperació i Resiliència (MRR), que concentra la major part dels fons per mitigar l'impacte socioeconòmic de la pandèmia alhora que promou la doble transició ecològica i digital (Reglament UE 2021/241; European Commission, 2020b).

L'accés a aquests recursos està condicionat a la presentació de plans nacionals que han de complir amb fites i objectius específics de reforma i inversió (Lanzieri i Pfeiffer, 2021). Segons Verwey et al. (2020), el disseny del MRR respon a la necessitat d'impulsar una recuperació que abordi les deficiències estructurals que limitaven el creixement potencial de certes economies europees abans de la crisi. Així, el NGEU no es defineix només com un fons de rescat conjuntural, sinó com un catalitzador per a la modernització del teixit productiu europeu en un entorn global cada cop més competitiu i digitalitzat (European Commission, 2020b; Fabbrini, 2022). Aquest enfocament estratègic permet que els fons europeus no només actuïn com un amortidor de la crisi, sinó com una inversió en la sostenibilitat del model social europeu a llarg termini (Buti i Messori, 2020).

En consonància amb les directrius europees, el Govern d'Espanya va dissenyar el Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR), batejat com a "Pla España Puede", el qual va rebre l'aval definitiu de la Comissió Europea el juny de 2021 (Gobierno de España, 2021a). Com a segon major receptor de fons del NGEU, l'estratègia espanyola s'ha vist reforçada amb l'aprovació de l'Addenda l'any 2023, assolint una mobilització total de recursos que supera els 163.000 milions d'euros entre transferències no reemborsables i préstecs de baixa intensitat (Ministerio de Economía, 2023; Bank of Spain, 2021). El PRTR s'estructura tècnicament en 30 components i 10 polítiques palanca, les quals s'articulen sobre quatre eixos transversals: la transició ecològica, la transformació digital, la igualtat de gènere i la cohesió social i territorial (Gobierno de España, 2021b; Cortes Generales, 2020). Segons Cuenca (2021), la selecció d'aquestes línies d'actuació respon a la necessitat imperativa d'abordar les deficiències estructurals del model productiu nacional, caracteritzat històricament per una baixa productivitat i una forta dualitat en el mercat laboral que s'ha vist agreujada per la crisi sanitària (OECD, 2021; Sapir, 2020).

La gestió operativa d'aquest volum ingent de recursos ha requerit l'establiment d'un marc normatiu d'excepció, encapçalat pel Reial Decret Llei 36/2020, de 30 de desembre, orientat a modernitzar l'Administració Pública i agilitzar els processos de

contractació i subvenció per tal d'optimitzar la capacitat d'absorció dels fons (BOE, 2020; Álvarez, 2021). Aquest desplegament institucional no està exempt de complexitat, ja que exigeix una coordinació precisa entre els diferents nivells de l'administració sota un model de governança multinivell on l'execució efectiva recau, en gran mesura, sobre els ens territorials (Albertí, 2021; Lago-Peñas, 2021). No obstant això, el disseny del pla i la rigidesa de les fites imposades han generat reptes administratius considerables que podrien limitar l'impacte multiplicador dels fons sobre l'economia real si no es garanteix un repartiment territorial basat en criteris d'eficiència i objectivitat (De la Fuente, 2021; Lanzieri i Pfeiffer, 2021). En aquest sentit, la literatura acadèmica subratlla que l'èxit del PRTR dependrà de la capacitat de canalitzar el finançament cap a projectes transformadors, evitant que la fragmentació administrativa o els biaixos en el repartiment dilueixin l'efecte cohesiu del pla (European Commission, 2020b; Buti i Messori, 2020).

La implementació efectiva del PRTR a Espanya s'ha organitzat sota un model de governança multinivell on les Comunitats Autònomes (CCAA) tenen la responsabilitat d'executar, aproximadament, el 50% dels recursos totals del pla (Albertí, 2021; Ministerio de Hacienda, 2023). Aquesta descentralització funciona principalment a través de les Conferències Sectorials, que són els òrgans on es decideixen els criteris per repartir els diners en àmbits com l'habitatge, l'educació o la transició energètica (BOE, 2020; Lago-Peñas, 2021). Tot i això, aquest sistema ha generat un fort debat acadèmic a causa de la rigidesa dels convenis i a unes fites fixades des del Govern central que, segons De la Fuente (2021), sovint no tenen en compte que cada territori és diferent i té capacitats d'execució molt dispars (FEDEA, 2022). Com indica Cuenca (2021), l'objectiu d'aconseguir la "cohesió territorial", un dels punts clau del pla, xoca sovint amb la pressa per gastar els fons ràpidament. Això pot provocar que els repartiments no sempre es basin en l'eficiència econòmica o en les necessitats reals de cada regió, creant possibles desigualtats entre territoris (OECD, 2021; Álvarez, 2021).

Aquest escenari on cal repartir recursos públics amb poc temps i un pressupost limitat crea, en realitat, un conflicte on les demandes de les CCAA superen els diners disponibles. Des d'un punt de vista analític, aquest problema es pot estudiar mitjançant la teoria dels claims problems (problemes de reclamacions), on la literatura econòmica proposa diferents regles per fer repartiments basats en la justícia i l'equitat (Thomson, 2019; Giménez-Gómez i Peris, 2014). L'ús de regles formals com la Proporcional, la Constrained Equal Awards (CEA), la Constrained Equal Losses (CEL) o la regla del Talmud permeten analitzar de manera clara si els repartiments reals estan esbiaixats i

proposar alternatives que busquin un equilibri entre la solidaritat i l'eficiència (Aumann i Maschler, 1985; Moulin, 2002). Per tant, aquest treball es troba en el punt d'unió entre la gestió dels fons de recuperació i l'anàlisi matemàtica, i busca donar una base científica per entendre quins criteris de justícia hi ha darrere de la distribució actual del PRTR.

2.1. Plantejament

L'eix central d'aquesta investigació és l'anàlisi de la distribució dels fons Next Generation EU (NGEU) entre les Comunitats Autònomes sota l'òptica de la teoria de jocs. Formalment, aquest escenari es defineix com un "problema de bancarrota" (claims problems), una situació en la qual la dotació disponible per repartir és insuficient per satisfer les pretensions de tots els agents implicats (Thomson, 2019). El plantejament proposat consisteix a avaluar el grau de concordança entre l'assignació real executada per l'Estat espanyol i les solucions teòriques que la literatura acadèmica proposa per a aquest tipus de conflictes distributius en l'àmbit dels recursos públics (Alcalde i Peris, 2022; Giménez-Gómez i Peris, 2014). L'objectiu és determinar si els criteris aplicats en el marc del Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR) s'ajusten a principis d'equitat i justícia definits formalment o si presenten biaixos significatius en comparació amb les regles axiomàtiques (Bergantiños i Moreno-Ternero, 2020).

2.2. Metodologia

L'estratègia metodològica d'aquest treball se centra en l'aplicació pràctica de la teoria de jocs de bancarrota al repartiment regional dels fons Next Generation EU. Per dur a terme l'estudi, s'ha consultat la literatura especialitzada en matèria de claims problems, posant el focus en les propietats de les quatre regles d'assignació utilitzades: la Proporcional, els Guanys Iguals Restringits (CEA), les Pèrdues Iguals Restringides (CEL) i la regla del Talmud.

La part empírica s'ha construït a partir de les xifres d'execució territorialitzada del portal ELISA (Ministerio de Economía, 2024) i els anàlisi de conjuntura de FEDEA (2022). Aquestes dades s'han tractat tècnicament amb el llenguatge de programació RStudio, eina que ha permès definir els paràmetres del problema (recursos totals i demandes per comunitat) i executar els càlculs de les diferents solucions teòriques. Finalment, els resultats s'han sotmès a una anàlisi comparativa mitjançant indicadors de concentració

i desigualtat, com el coeficient de Gini i les corbes de Lorenz, amb l'objectiu de contrastar el criteri d'assignació real amb els models d'equitat que proposa la teoria acadèmica.

2.3. Objectius

L'objectiu principal d'aquesta investigació consisteix a identificar i analitzar la lògica distributiva que regeix el repartiment territorial dels fons Next Generation EU a Espanya. Mitjançant el marc analític dels problemes de reclamacions, es pretén determinar si l'assignació real executada per l'Administració s'ajusta a criteris de proporcionalitat tècnica o si respon a models d'equitat alternatius derivats de la teoria de jocs de bancarrota.

Per a l'assoliment d'aquest objectiu principal, s'han seguit els següents objectius específics:

1. Formalitzar la distribució dels fons mitjançant les variables pròpies dels jocs de bancarrota i calcular, a través de RStudio, les assignacions teòriques derivades de les regles Proporcional, CEA, CEL i Talmud.
2. Utilitzar el coeficient de Gini i les corbes de Lorenz per comparar el nivell de desigualtat inherent a cada regla respecte a la distribució executada, verificant l'existència de dominàncies de Lorenz que permetin jerarquitzar les solucions segons la seva equitat.
3. Aplicar l'Índex de Herfindahl-Hirschman (HHI) per mesurar el grau de concentració del repartiment i el coeficient de variació per analitzar la dispersió relativa dels ajuts entre els diferents territoris.
4. Extreure conclusions significatives sobre el model de justícia que predomina en el repartiment real, contrastant si els resultats obtinguts validen o refuten la hipòtesi d'una gestió basada en la proporcionalitat absoluta.

2.4. Estructura

Aquest treball s'ha plantejat com un recorregut que va des dels fonaments teòrics fins a la realitat pràctica de les dades, dividint-se en tres etapes clares. Tot comença amb una immersió en la teoria de jocs de bancarrota, on s'examinen les regles que ens serviran de guia (Proporcional, CEA, CEL i Talmud) i s'expliquen les eines estadístiques, com els índexs de Gini, Herfindahl i el coeficient de variació, que són les que permeten mesurar si un repartiment és realment equitatiu o si està massa

concentrat. Amb aquesta base ben assentada, el focus es trasllada a l'anàlisi aplicada, el nucli del treball: aquí és on entren en joc les xifres d'execució real extretes del portal ELISA i el processament de dades mitjançant el programari RStudio. Aquesta fase no només serveix per calcular què hauria rebut cada territori segons la teoria, sinó per posar-ho cara a cara amb el que ha passat exactament amb els fons Next Generation EU. El punt final del treball el posa una síntesi i interpretació dels resultats obtinguts; l'objectiu aquí no és presentar xifres buides, sinó entendre quin model de justícia i quins criteris de prioritització han dominat les decisions de l'Estat, analitzant fins a quin punt la distribució real s'apropa a l'ideal de neutralitat que proposa la literatura econòmica actual.

3. Marc Teòric

3.1. El Problema de Bancarrota dels Fons NGEU

L'anàlisi de la distribució territorial dels fons Next Generation EU (NGEU) a Espanya s'emmarca en la literatura dels problemes de bancarrota o claims problems (O'Neill, 1982; Thomson, 2019). Formalment, seguint la notació de Duro, Giménez-Gómez i Vilella (2020), un problema de bancarrota es defineix com un parell (E, c) , on $E \in \mathbb{R}_+$ representa la dotació total de recursos a repartir (en el nostre cas, el pressupost territorialitzat del Mecanisme de Recuperació i Resiliència) i $c \in \mathbb{R}_+^n$ és el vector de reclamacions, on cada c_i representa la demanda de finançament de la Comunitat Autònoma $i \in N = \{1, \dots, n\}$. Trobant-se en un escenari d'escassetat on les necessitats regionals superen la disponibilitat del recurs, es compleix que $C = \sum_{i \in N} c_i > E$.

Generalment s'ordenen els agents en ordre creixent de les seves demandes, $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$, i es denota B el conjunt de tots els problemes de bancarrota.

En aquest context, una solució es defineix com una funció de valor únic $\varphi : B \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ que assigna a cada problema (E, c) un únic vector d'assignacions, de manera que es garanteix el compliment dels següents principis fonamentals (Giménez-Gómez et al., 2020):

1. No-negativitat: $\varphi_i(E, c) \geq 0$, per a tot $i \in N$. Cap agent pot rebre una quantitat negativa.

2. Límit de reclamació (claim-boundedness): $\varphi_i(E, c) \leq c_i$, per a tot $i \in N$.

L'assignació que rep un agent no pot ser major a la demanda d'aquest.

3. Eficiència: $\sum_{i \in N} \varphi_i(E, c) = E$. La suma de totes les assignacions ha de ser igual

a la totalitat del recurs disponible.

Aquesta formalització permet avaluar la distribució real del Govern d'Espanya des d'una perspectiva axiomàtica, contrastant l'execució observada amb els diferents criteris de justícia que emanen de les solucions teòriques.

3.2. Regles de Repartiment en el Problema de Bancarrota

L'existència de múltiples criteris per resoldre un mateix problema de bancarrota respon a la diversitat de principis de justícia distributiva que es poden aplicar sobre la realitat territorial (Thomson, 2003; 2019). Com no existeix una única solució òptima universal, la literatura ha desenvolupat diferents regles de repartiment (φ) que prioritzen diferents axiomes d'equitat, com la proporcionalitat estricta, la protecció dels agents més vulnerables o la igualtat en el sacrifici (O'Neill, 1982; Moreno-Ternero i Roemer, 2006).

Seguint la metodologia de Duro, Giménez-Gómez i Vilella (2020), seleccionem quatre de les regles més representatives dels problemes de bancarrota. Aquestes regles permeten cobrir un ampli espectre de distribucions possibles per als fons NGEU, des de posicions més igualitaristes fins a criteris que respecten les diferències d'escala entre les Comunitats Autònomes (Giménez-Gómez et al., 2014b).

3.2.1. La Regla Proporcional (P)

La regla proporcional es considera la pràctica més comuna en la distribució de recursos públics i s'erigeix com el mètode de resolució més intuïtiu i està en l'economia pública (Thomson, 2019). Mitjançant aquesta regla, totes les Comunitats Autònomes suporten l'escassetat de recursos en la mateixa proporció relativa a la seva reclamació inicial, garantint que el repartiment sigui independent de la identitat dels reclamants (O'Neill, 1982).

Formalment, per a un problema $(E, c) \in B$, l'assignació per a cada regió $i \in N$ es defineix com $P_i(E, c) \equiv \lambda c_i$, on el paràmetre $\lambda = E / \sum_{i \in N} c_i$ representa la ràtio de

satisfacció comuna que equilibra el pressupost total disponible (Duro et al., 2020). En el context del finançament autonòmic, aquesta regla s'utilitza sovint com un referent de neutralitat, doncs aquesta manté les disparitats relatives preexistents sense introduir criteris redistributius addicionals ni prioritzar el pes absolut de les demandes (Giménez-Gómez et al., 2014b; Duro et al., 2020).

3.2.2. Guanyys Iguals Restringits (CEA)

La regla CEA es defineix per l'enfocament centrat en la protecció de les Comunitats Autònomes amb demandes més petites (Thomson, 2019). O'Neill (1982) descriu que aquest criteri opera sota un principi de solidaritat absoluta, ja que pretén igualar les quantitats absolutes que rep cada agent en lloc de les seves ràtios de satisfacció. L'objectiu principal d'aquesta solució és prioritzar la satisfacció total de les demandes de menor magnitud per sobre de les reclamacions més elevades, reduint així la desigualtat final en les assignacions (Duro et al., 2020).

Formalment, per a un problema $(E, c) \in B$ l'assignació per a cada regió $i \in N$ es defineix com $CEA_i(E, c) \equiv \min \{c_i, \mu\}$ on el paràmetre μ s'escull de manera que es

compleixi l'eficiència en el repartiment, és a dir $\sum_{i \in N} \min(c_i, \mu) = E$ (Duro et al., 2020).

En el context dels fons NGEU, l'aplicació d'aquesta regla implica un component elevat de cohesió territorial, ja que afavoreix que les regions amb necessitats de finançament més baixes vegin satisfeta la seva demanda totalment, mentre que les regions amb grans volums de reclamació assumeixen un sacrifici proporcionalment superior per garantir l'equitat en el repartiment (Giménez-Gómez et al., 2014b; Duro et al., 2020).

3.2.3. Pèrdues Iguals Restringides (CEL)

La regla CEL se centra en la igualtat del "sacrifici" o pèrdua de finançament que assumeix cada Comunitat Autònoma respecte a la seva reclamació inicial (Thomson, 2019). A diferència d'altres criteris, aquesta regla tendeix a afavorir les regions amb demandes més elevades, ja que imposa una pèrdua absoluta idèntica per a tots els agents un cop s'ha garantit que cap d'ells rebi una assignació negativa (Duro et al., 2020). Segons descriu O'Neill (1982), aquesta lògica de repartiment opera de manera inversa a la regla CEA, posant el focus en el deute no satisfet en lloc de la quantitat adjudicada per tal de minimitzar la desigualtat en les pèrdues.

Formalment, per a un problema $(E, c) \in B$, l'assignació per a cada regió $i \in N$ es defineix com $CEL_i(E, c) \equiv \max \{0, c_i - \mu\}$ sent μ el paràmetre que assegura l'eficiència

$\sum_{i \in N} \max \{0, c_i - \mu\} = E$ (Giménez-Gómez et al., 2014b). Com indiquen

Giménez-Gómez, Teixidó-Figueras i Vilella (2014b), l'aplicació d'aquesta regla en un context de recursos públics sol interpretar-se com un criteri que manté la desigualtat preexistent en les reclamacions. En el context dels fons NGEU, aquesta solució beneficiaria les comunitats amb necessitats de finançament més altes, ja que el seu pes relatiu augmentaria respecte a les regions amb reclamacions més modestes en assumir totes el mateix descompte nominal (Duro et al., 2020).

3.2.4. La Regla del Talmud

La regla del Talmud es defineix com una solució de compromís que combina els principis de les regles CEA i CEL en funció del volum de recursos disponibles (Aumann i Maschler, 1985). Segons Thomson (2019), aquest criteri opera com una solució medidora: quan el pressupost no arriba a cobrir la meitat de les demandes totals, la regla prioritza la protecció de les regions amb reclamacions menors seguint la lògica CEA; en canvi, quan el pressupost supera aquest llindar, el repartiment s'aproxima a la igualtat en les pèrdues de la regla CEL (Duro et al., 2020).

Formalment, per a un problema $(E, c) \in B$, l'assignació per a cada regió $i \in N$ es defineix com $T_i(E, c) \equiv CEA_i(E, c/2)$ si $E \leq C/2$; o bé $T_i(E, c) \equiv c_i/2 + CEL_i(E - C/2, c/2)$ en l'altre cas, sent C la suma total de les demandes c_i (Giménez-Gómez et al., 2014b).

3.3. Propietats de les Regles de Bancarrota

L'anàlisi de les regles de repartiment es fonamenta en el compliment d'una sèrie de principis lògics anomenats axiomes. Aquests operen com a garanties d'equitat i estabilitat que permeten avaluar quina solució és més idònia segons la naturalesa del problema (Giménez-Gómez et al., 2014b). Per a la formalització d'aquestes propietats, definim com φ la funció que assigna una distribució de recursos a cada problema (E, c) (Giménez-Gómez et al., 2014b; Calvo et al., 2022):

1. Anonimitat: Estableix que el repartiment no depèn de la identitat de les regions, sinó exclusivament de la magnitud de la seva demanda. Formalment, per a

- cada $(E, c) \in B^N$, cada permutació $\pi \in \Pi^N$ i cada $i \in N$,
 $\varphi_{\pi(i)}(E, (c_{\pi(i)})_{i \in N}) = \varphi_i(E, c)$.
2. Monotonia de la dotació (Endowment Monotonicity): Garanteix que si la quantitat total de recursos a repartir (E) augmenta, cap regió rebi menys del que ja tenia assignat originalment. Formalment, per a cada $(E, c) \in B^N$ i cada $E' \in \mathbb{R}_+$ tal que $C \geq E' > E$, per a cada $i \in N$: $\varphi_i(E', c) \geq \varphi_i(E, c)$.
 3. Preservació de l'ordre (Order Preservation): Una regió amb una demanda superior ha de rebre una assignació igual o superior i, alhora, assumir una pèrdua igual o superior. Formalment, per a cada $(E, c) \in B^N$ i cada parell $i, j \in N$ tals que $c_i \geq c_j$: $\varphi_i(E, c) \geq \varphi_j(E, c)$ així com $c_i - \varphi_i(E, c) \geq c_j - \varphi_j(E, c)$.
 4. Invariància per truncament (Claims Truncation Invariance): Indica que les demandes que superen el pressupost disponible no han d'afectar el càlcul. Formalment, per a cada $(E, c) \in B^N$ i cada $i \in N$:
 $\varphi_i(E, c) = \varphi_i(E, \min\{c_i, E\}_{i \in N})$.
 5. Propietat del punt mitjà (Midpoint Property): si el pressupost a repartir és exactament la meitat de la suma de les reclamacions, cada regió ha de rebre la meitat del que demana. Per a cada $(E, c) \in B^N$ i cada $i \in N$, si $E = C/2$, aleshores $\varphi_i(E, c) = c_i/2$.
 6. Auto-dualitat (Self-Duality): Estableix que la regla tracta de manera simètrica guanys i pèrdues. Per a cada $(E, c) \in B^N$ i cada $i \in N$,
 $\varphi_i(E, c) = c_i - \varphi_i(\sum_{i \in N} c_i - E, c)$.

Taula 1. Propietats satisfetes per les regles de repartiment.

Propietat / Solució	Proporcional	CEA	CEL	Talmud
Anonymity	Sí	Sí	Sí	Sí
Endowment Monotonicity	Sí	Sí	Sí	Sí
Order Preservation	Sí	Sí	Sí	Sí
Midpoint property	Sí	No	No	Sí
Claims Truncation Invariance	No	Sí	No	Sí
Self-Duality	Sí	No	No	Sí

Font: Elaboració pròpia a partir (Giménez-Gómez et al., 2014; Calvo et al, 2022)

3.4. Mesures de Desigualtat Relativa

L'estudi de l'equitat en els problemes de reclamacions no es pot limitar a l'aplicació tècnica de regles axiomàtiques; requereix una anàlisi ex-post de la distribució resultant per avaluar-ne l'impacte distributiu (Giménez-Gómez et al., 2014b). En aquest context, la desigualtat relativa es defineix com la mesura de les diferències en les assignacions que reben les regions en comparació amb un escenari de referència d'igualtat absoluta, independentment de la magnitud total del pressupost (Cowell, 2011).

Dins la teoria del benestar econòmic, s'argumenta que una distribució és socialment preferible si redueix la variabilitat entre els receptors sense comprometre els drets mínims de cada part (Sen, 1973). Aquesta aproximació implica que la desigualtat no es mesura només en termes absoluts, sinó en relació amb el pes que cada regió té en el conjunt i la distància respecte a la mitjana del repartiment (Atkinson, 1970).

L'ús d'aquests indicadors és fonamental per a les administracions públiques, ja que permeten verificar si una regla de repartiment específica està corregint o, per contra, accentuant les disparitats territorials preexistents (Calvo et al., 2022). Per dur a terme aquesta avaluació de manera rigorosa, la literatura especialitzada proposa instruments que permeten capturar tant la dimensió visual com la numèrica de la desigualtat: la Corba de Lorenz i el Coeficient de Gini (Lambert, 2001).

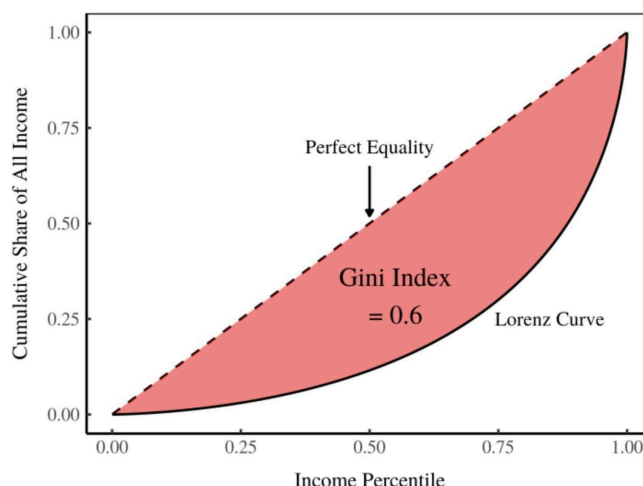
3.4.1. Corba de Lorenz

La Corba de Lorenz constitueix l'instrument gràfic fonamental per representar la distribució acumulada de les assignacions territorials i analitzar-ne el grau de desigualtat relativa d'una manera intuïtiva (Lorenz, 1905). En l'àmbit d'aquesta investigació, la corba permet visualitzar quina proporció dels recursos totals del pressupost (E) acaba en mans de quin percentatge de regions, facilitant així una comparativa directa entre els diferents criteris de repartiment. Formalment, considerant un vector d'assignacions $x = (x_1, \dots, x_n)$ on els imports han estat prèviament ordenats de manera que $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, la corba de Lorenz es defineix com la funció que relaciona la fracció acumulada de regions, i/n , amb la proporció acumulada de l'ajut rebut (Gastwirth, 1971; Lambert, 2001), donada per l'expressió $L(i/n) = (\sum_{j=1}^i x_j)/E$.

L'aplicació d'aquesta eina al cas d'estudi és especialment rellevant per identificar l'existència de dominància de Lorenz entre les regles, una propietat que es verifica

quan, per a dues regles de repartiment φ_A i φ_B , es compleix que $L_A(i/n) \geq L_B(i/n)$ per a tot $i \in \{1, \dots, n\}$ (Atkinson, 1970; Cowell, 2011). Des de l'òptica de la política econòmica, una regla dominant es considera estrictament més equitativa, ja que distribueix els fons de manera que les regions amb menors demandes reben una proporció del pressupost més propera a la que rebrien sota un escenari de paritat absoluta (Sen, 1973; Lambert, 2001).

Figura 1. Coeficient de Gini i Corba de Lorenz



Font: (Fix, 2019)

3.4.2. Índex de Gini

El Coeficient de Gini és un dels indicadors més utilitzats per a quantificar la desigualtat en la distribució de recursos i avaluar el benestar social d'una assignació (Atkinson, 1970). En aquest treball, s'aplica per a determinar el grau de disparitat que genera cada regla de repartiment en la distribució dels fons Next Generation EU entre les diferents comunitats autònomes. La seva expressió formal, que mesura la mitjana de les diferències absolutes entre tots els parells d'assignacions, es defineix seguint la

formulació clàssica (Gini, 1921):
$$Gi = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j<i}^n |x_i - x_j| \right) / (2 N^2 \mu),$$
 on x_i i x_j representen

les assignacions rebudes per cada regió, N és el nombre de comunitats autònomes i μ és la mitjana de les quantitats assignades (Solis-Baltodano et al., 2019). L'índex pren valors dins de l'interval $[0, 1]$, on el 0 representa l'equitat perfecta i l'1 la desigualtat màxima (Atkinson, 1970). D'aquesta manera, el Gini proporciona una base objectiva per a seleccionar la regla que millor compleixi amb els criteris de cohesió i equitat en la gestió pública (Solis-Baltodano et al., 2019).

3.4.3. Coeficient de Variació

Everitt i Skrondal (2010) el defineixen com una mesura de dispersió relativa que permet avaluar la homogeneïtat d'una distribució independentment de l'escala de les dades. En l'àmbit de les regles de repartiment, el CV s'utilitza per mesurar la variabilitat de les assignacions prenent com a patró de referència el Proportional Index (PI) (Duro et al., 2020). Seguint la formalització de Duro et al. (2020), el coeficient s'expressa com la ràtio entre la desviació típica del conjunt d'índexs proporcionals (δ) i la seva mitjana ($\overline{PI}$), tal que $CV = \delta / \overline{PI}$. D'aquesta manera, el CV mesura el grau de distorsió que cada regla introdueix respecte a la proporcionalitat estricta per tal d'afavorir l'equitat territorial (Solis-Baltodano et al., 2019). La minimització d'aquest coeficient permet identificar la regla que garanteixi una major cohesió i redueixi les disparitats relatives en el repartiment dels fons NGEU (Duro et al., 2020).

3.5. Mesures de Concentració

La manera en què es distribueix el capital públic entre les diferents administracions territorials determina el nivell de concentració del sistema, factor que influeix directament en el desenvolupament regional i en l'eficiència de la inversió (Berger et al., 2004a). S'entén que les estructures de repartiment condueixen a establir ineficiències quan aquestes es troben altament concentrades, ja que una elevada concentració implica que les unitats més petites vegin restringit el seu accés al finançament (Han et al., 2015). En el context dels fons NGEU, variacions en les regles de repartiment impliquen diferents nivells d'igualtat davant el capital que desemboquen en un determinat grau de concentració d'aquest (Berger et al., 2004b).

Així doncs, la forma en què es distribueix el finançament entre les comunitats autònomes pot influir decisivament en l'estructura del sistema i en el desenvolupament de mercats competitius a escala regional (Han et al., 2015). D'altra banda, s'ha demostrat que els agents econòmics s'enfronten a obstacles majors davant un sistema financer o de recursos altament concentrat (Berger et al., 2004a). Per tant, l'avaluació del grau d'homogeneïtat o heterogeneïtat de la mida de les assignacions territorials és essencial, ja que aquesta distribució afecta la competitivitat i la cohesió del conjunt de l'Estat (Berger et al., 2004b).

3.5.1. Índex de Herfindahl-Hirschmann (IHH)

Aquest índex és la mètrica de referència utilitzada per quantificar el grau de concentració d'una distribució i avaluar l'estructura competitiva d'un sistema (Rhoades, 1993). En l'àmbit de l'economia pública l'IHH permet mesurar si el repartiment dels fons Next Generation EU tendeix a l'atomització o si més aviat es produeix una concentració del poder financer en unes poques comunitats autònomes, la qual cosa podria generar les ineficiències estructurals descrites anteriorment (Berger et al., 2004a).

L'índex es calcula mitjançant la suma dels quadrats de les quotes de participació de cada agent sobre el total del pressupost repartit (Hirschman, 1964). Formalment, la seva expressió per al cas de les 17 comunitats autònomes, Ceuta i Melilla és

$$HHI = \sum_{i=1}^N s_i^2, \text{ sent } s_i = x_i/E \text{ la quota de participació de la regió } i. \text{ D'acord amb la}$$

literatura clàssica, el valor de l'índex oscil·la entre $1/N$, que representaria un repartiment perfectament homogeni on cada regió rep exactament la mateixa quantitat, i 1, que indicaria una concentració absoluta en un sol territori (Rhoades, 1993). Un HHI baix serà indicatiu d'un sistema de repartiment equilibrat que minimitza els obstacles per a les regions més petites, mentre que un augment en l'índex assenyalara una tendència cap a la dominància territorial i una pèrdua de competitivitat en el sistema regional (Berger et al., 2004b; Han et al., 2015).

4. Secció Analítica

4.1. Descripció de la Mostra i Fonts de Dades

Per a l'avaluació empírica de les regles de repartiment, s'han extret les dades del portal ELISA (Extracció i Licitació de Subvencions i Ajuts), una plataforma pública d'anàlisi de dades impulsada pel Govern d'Espanya per al seguiment de l'execució de les inversions del Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR). Aquesta font és fonamental, ja que permet la traçabilitat dels fluxos financers del Mecanisme de Recuperació i Resiliència (MRR) de la Unió Europea, l'instrument central del fons Next Generation EU (NGEU), dissenyat per a la reparació dels danys socioeconòmics provocats per la pandèmia de la COVID-19 (Comissió Europea, 2021).

La mostra d'aquest estudi està constituïda per 19 agents, les 17 Comunitats Autònomes i les dues ciutats autònomes (Ceuta i Melilla). La definició dels elements del problema de bancarrota, sota la perspectiva de la teoria de jocs cooperatius i

l'anàlisi axiomàtica (Thomson, 2003), es formula a partir de les següents variables extretes del portal: la dotació (E), que representa el pressupost total que l'Estat ha territorialitzat efectivament a través de les Conferències Sectorials. Segons l'últim tancament de dades disponible, aquesta dotació és de $E = 29.106M€$. Aquest valor constitueix el recurs escàs que ha de ser distribuït entre els agents; i les demandes individuals (Claims, c_i), que es defineixen a partir de les pretensions originals de cada territori, reflectint els projectes i necessitats d'inversió presentats per cada regió, en aquest cas $\sum_{i=1}^N c_i = 37.321M€$.

Com s'observa a la Taula 2, la suma de les demandes individuals supera la dotació disponible $\sum_{i=1}^N c_i > E$, fet que situa el problema dins del marc formal de la teoria dels problemes de bancarrota. En aquest escenari, el coeficient de cobertura del problema es defineix com la ràtio entre la dotació i el sumatori de les demandes $E / \sum_{i=1}^N c_i$, i se situa en el 0,78 (77,98%). Segons la literatura especialitzada en la resolució de conflictes distributius (Giménez-Gómez i Peris, 2014), aquest indicador és determinant per mesurar la intensitat de l'escassetat. Un coeficient del 0,78 implica que el sistema s'enfronta a un ajust obligatori del 22% sobre les pretensions originals, la qual cosa exigeix l'aplicació de regles normatives per decidir com es reparteix aquesta pèrdua de satisfacció.

Taula 2. Demandes i pes percentual dels agents del problema

CCAA	DEMANDES (c_i) (M€)	PES PERCENTUAL (%)
Andalusia	4972M€	13,32%
Aragó	1897M€	5,08%
Astúries	884M€	2,37%
Canàries	1873M€	5,02%
Cantàbria	599M€	1,60%
Castella - la Manxa	1579M€	4,23%
Castella i Lleó	2399M€	6,43%
Catalunya	6156M€	16,49%
Comunitat de Madrid	5360M€	14,36%
Comunitat Valenciana	3691M€	9,89%
Extremadura	905M€	2,42%
Galícia	1785M€	4,78%
Illes Balears	1316M€	3,53%
La Rioja	416M€	1,12%
Múrcia	951M€	2,55%
Navarra	597M€	1,61%
País Basc	1823M€	4,88%
Ceuta	63M€	0,17%
Melilla	55M€	0,15%
Total	37.321M€	100%

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA. Data de consulta: 13/03/2026

L'anàlisi descriptiva d'aquestes dades posa de manifest una elevada heterogeneïtat estructural. S'observa una forta polarització territorial on Andalusia (13,32%), Catalunya (16,49%) i la Comunitat de Madrid (14,36%) concentren conjuntament més del 44% del pes total de les demandes. Aquesta asimetria contrasta dràsticament amb les regions de menor dimensió, com Cantàbria, La Rioja o les ciutats de Ceuta i Melilla, que representen tot just un 3% del total. Aquesta bretxa regional és el que fa

acadèmicament rellevant l'estudi, permetent avaluar si les regles de repartiment com la CEA, la CEL o el Talmud actuen com a mecanismes de cohesió territorial o si, per contra, accentuen les diferències entre regions. Com sostenen Giménez-Gómez i Peris (2014), en funció del mètode escollit es pot afavorir una distribució més igualitària dels recursos o una que prioritzi el manteniment de les proporcions relatives, aspecte crític en la gestió de fons públics d'aquesta magnitud.

4.2. Resultats del Repartiment i Anàlisi Comparativa

Un cop definit el context institucional i caracteritzat el problema de bancarrota mitjançant la dotació E i les demandes territorials c_i , es procedeix a l'aplicació dels mètodes de repartiment seleccionats. L'objectiu d'aquesta secció és analitzar com les diferents nocions de justícia distributiva, fonamentades en l'anàlisi axiomàtica de la teoria de reclamacions (Thomson, 2003), alteren l'assignació dels fons Next Generation EU entre les 19 administracions considerades.

L'aplicació d'aquestes regles no és una qüestió merament algorítmica, sinó que respon a diferents principis normatius sobre com s'ha de gestionar l'escassetat. Com suggereixen Giménez-Gómez i Peris (2014), la tria d'una regla de repartiment implica prioritzar certs axiomes, com la igualtat en les assignacions o la proporcionalitat en les pèrdues, que tenen un impacte directe en la cohesió territorial i en el pes relatiu que cada comunitat autònoma acaba exercint en el sistema financer de l'Estat.

Per tal de facilitar una comparativa directa i exhaustiva, a la Taula 3 es presenten de forma consolidada les assignacions x_i obtingues mitjançant les regles Proporcional (P), Guanys Iguals Restringits (CEA), Pèrdues Iguals Restringides (CEL) i la regla del Talmud (T). Aquesta visió de conjunt és fonamental per detectar la sensibilitat del sistema: mentre que algunes regles protegeixen les regions amb menor capacitat de reclamació, d'altres tendeixen a concentrar els recursos en els nodes amb més pes demogràfic i econòmic.

D'acord amb la metodologia emprada per López-Valero (2025) en l'anàlisi de sistemes financers sota estrès, s'inclouen les demandes originals com a punt de referència per avaluar el grau de satisfacció de cada agent. Per a una consulta detallada dels resultats individuals i les quotes de capital resultants, es pot consultar el desglossament individualitzat presentat a l'Annex 1 (Taules A.1, A.2, A.3, A.4 i A.5).

Taula 3. Assignacions del pressupost segons la regla de repartiment (M€)

CCAA	Demanda	PRTR	<i>P</i>	<i>CEA</i>	<i>CEL</i>	Talmud
Melilla	55	48	42,89	55	0	27,5
Ceuta	63	51	49,13	63	0	31,5
La Rioja	416	352	324,43	416	0	208
Navarra	597	621	465,59	597	116,94	298,5
Cantàbria	599	476	467,15	599	118,94	299,5
Astúries	884	765	689,42	884	403,94	442
Extremadura	905	887	705,79	905	424,94	452,5
Múrcia	951	904	741,67	951	470,94	475,5
Balears	1.316	1.092	1.026,33	1.316	835,94	772,36
C. - la Manxa	1.579	1.386	1.231,43	1.579	1.098,94	1035,36
Galícia	1.785	1.751	1.392,09	1.785	1.304,94	1.241,36
País Basc	1.823	1.402	1.421,73	1.823	1.342,94	1.279,36
Canàries	1.873	1.816	1.460,72	1.873	1.392,94	1.329,36
Aragó	1.897	1.012	1.479,44	1.897	1.416,94	1.353,36
C. i Lleó	2.399	1.797	1.870,94	2.399	1.918,94	1.855,36
C. Valenciana	3.691	2.821	2.878,55	2.991	3.210,94	3.147,36
Andalusia	4.972	4.329	3.877,58	2.991	4.491,94	4.428,36
Madrid	5.360	3.256	4.180,17	2.991	4.879,94	4.816,36
Catalunya	6.156	4.341	4.800,96	2.991	5.675,94	5.612,36
Total	37.321	29.106	29.106	29.106	29.106	29.106

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

4.2.1. Tractament de les Dades

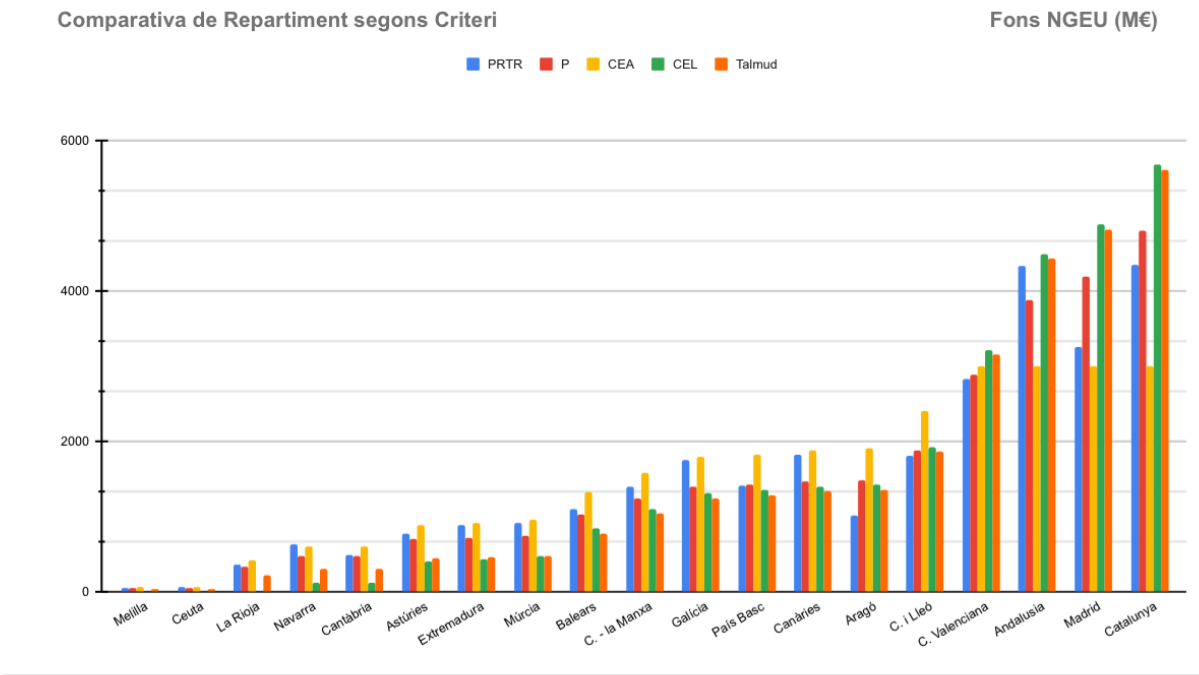
Per a l'anàlisi de l'execució dels fons Next Generation EU, s'han processat les dades obtingudes del portal ELISA mitjançant l'entorn RStudio. Aquesta eina ha permès formalitzar el repartiment de fons com un problema de bancarrota clàssic, facilitant la comparació entre l'assignació real de l'Estat i els diferents escenaris teòrics.

La implementació algorítmica de les regles de repartiment (Proporcional, CEA, CEL i Talmud) s'ha realitzat mitjançant el paquet GameTheory (Cano Berlanga, 2023). Així mateix, el càlcul dels indicadors de desigualtat i la generació de les Corbes de Lorenz s'han executat amb el paquet ineq. Aquest procediment computacional assegura la precisió dels resultats i permet l'avaluació objectiva del grau d'equitat assolit en el repartiment real, l'anàlisi del qual es desenvolupa a continuació. El detall del codi utilitzat i la taula de dades de partida es recullen a l'Annex II.

Un cop introduïdes manualment les dades necessàries per al plantejament del problema (Taula 2), s'ha procedit amb el càlcul de les diferents assignacions segons els diferents criteris de repartiment. Tot seguit s'han representat gràficament corbes de Lorenz individuals i conjuntes, juntament amb el càlcul dels índexs de Gini, CV i IHH. Amb aquesta informació disponible, i un cop introduïdes les assignacions del PRTR i calculats els índexs corresponents del repartiment real de l'Estat, s'ha pogut realitzar un anàlisi de les dades des de diferents punts de vista: assignacions i grau de satisfacció, desigualtat i concentració.

4.2.2. Anàlisi de les Assignacions

Figura 2. Comparativa d'assignacions segons PRTR i regles de repartiment



Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026)

L'assignació del Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR) s'ha executat en un entorn d'escassetat moderada, on la dotació disponible $E = 29.106M€$ representa el 78% de la demanda agregada de les Comunitats Autònomes $C = 37.321M€$. Tanmateix, l'anàlisi de les ràtios de satisfacció individuals que es desglossen a l'Annex 1 (Taules A.1, A.2, A.3, A.4 i A.5) revela que l'Administració Central no ha optat per una retallada proporcional uniforme. Com es veu a la Figura 2 i la Taula A.1, el repartiment real dibuixa una geometria complexa on conviuen el blindatge de les regions petites amb una pressió financera superior sobre els grans pols econòmics. El primer cas a destacar és el de la Comunitat Foral de Navarra, sent l'única regió on l'assignació real (621 M€) supera la demanda inicialment computada (597 M€). Tècnicament, en un problema de bancarrota on els recursos són inferiors a les reclamacions, aquest escenari se surt de l'abast dels models axiomàtics purs. Autors com Giménez-Gómez i Peris (2014) assenyalen que aquestes divergències en la pràctica sovint responen a variables exògenes que els models teòrics no contemplen, com podrien ser acords institucionals singulars o la territorialització de projectes estratègics (PERTE) amb un pes específic superior a la sol·licitud base. En l'extrem oposat trobem els grans nodes econòmics, on el comportament del PRTR no segueix un patró fix. La Comunitat de Madrid, malgrat tenir una demanda de 5.360 M€, en rep 3.256 M€, una xifra que queda clarament per sota del que dictaria un repartiment proporcional ($P = 4.180,17M€$). En canvi, Andalusia en rep 4.329 M€, superant la seva quota proporcional ($P = 3.877,58M€$). Aquesta diferència mostra que el criteri real no es basa en una fórmula matemàtica rígida, sinó que aplica correccions per mantenir un nivell alt de satisfacció en territoris com Extremadura o Canàries (amb cobertures gairebé del 100%), tot i que això impliqui reduir el pes de l'assignació a la regió amb la demanda més alta de la mostra. Aleshores, el repartiment del PRTR prioritza la protecció dels reclamants amb menys recursos per garantir que l'escassetat de fons no els deixi fora del procés de transformació econòmica (Thomson, 2003). L'Estat actua així com un garant de la viabilitat dels projectes en les autonomies més petites, seguint l'objectiu de cohesió territorial (Reglament UE 2021/241, 2021). Aquesta decisió de protegir la base del sistema en lloc de seguir una proporcionalitat estricta ha estat analitzada a través del contrast amb les regles teòriques.

Si comparem l'assignació real amb els models teòrics de la Taula 3, s'observa que el PRTR no s'ajusta estrictament a cap regla axiomàtica pura, sinó que se situa en un punt intermedi de gran interès acadèmic. En el cas de les regions amb menys demanda, com Melilla, Ceuta o La Rioja, el repartiment s'allunya totalment de la regla CEL, la qual les deixaria sense recursos (0 M€) en prioritzar la satisfacció de les

pèrdues dels grans reclamants. En canvi, l'Estat s'apropa a la lògica de la regla *CEA*, garantint la cobertura total de la seva demanda, un principi que busca minimitzar la desigualtat en l'accés al finançament. No obstant això, aquesta tendència "igualitària" de la *CEA* es trenca quan analitzem els grans motors econòmics. Si l'Estat apliqués la regla *CEA* de forma pura, Catalunya, Madrid i Andalusia tindrien un sostre d'assignació idèntic (2.991 M€), fet que suposaria una pèrdua d'eficiència inassumible per a l'economia nacional. En aquest segment de la mostra, el PRTR corregeix aquest límit i s'apropa més a la regla Talmud o a la Proporcional (P). Per exemple, l'assignació a Catalunya (4.341 M€) i Andalusia (4.329 M€) reflecteix un compromís: es reconeix el pes de la seva demanda per sobre del que dictaria la *CEA*, però sense arribar als privilegis que els atorgaria la regla *CEL*. Aquest comportament mixt suggereix que el govern espanyol busca un equilibri pragmàtic entre la protecció de les regions vulnerables i el manteniment de la inversió en els territoris amb més capacitat de tracció econòmica.

En conclusió, aquesta distància entre les regles pures i el repartiment real demostra que el PRTR no segueix un algorisme fix, sinó que busca un punt d'equilibri entre la teoria i la pràctica política. L'Estat opta per una via pragmàtica: d'una banda, protegeix les regions amb demandes més petites per garantir la cohesió (seguint la lògica de la *CEA*) i, de l'altra, respecta el pes dels grans receptors per no frenar els principals motors econòmics del país. Aquesta combinació fa que el model final sigui una solució de compromís que prioritza l'estabilitat territorial per sobre de la rigidesa de qualsevol fórmula matemàtica.

4.2.3. Anàlisi de la Desigualtat

L'anàlisi de la desigualtat ens permet quantificar el caràcter redistributiu del PRTR i comparar-lo amb els models teòrics. En aquest sentit, l'Índex de Gini serveix com a indicador de la concentració dels fons: un coeficient més baix que el de la demanda inicial (Claims) indicaria que el repartiment ha tendit a igualar les oportunitats entre regions, mentre que un de més alt indicaria una major concentració en els grans receptors. La Taula 4 mostra els resultats de l'Índex de Gini per a cada regla de repartiment.

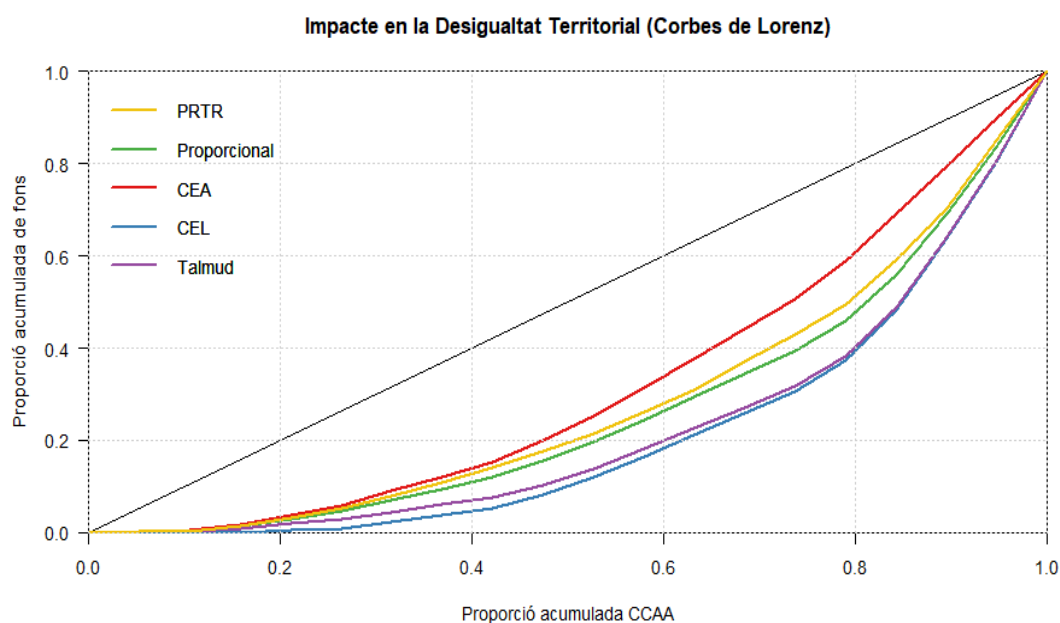
Taula 4. Índex de Gini per a cada regla

Repartiment	Gini
CEA	0,3631
PRTR	0,4387
Demanda inicial (c_i)	0,4679
Proporcional	0,4679
Talmud	0,5472
CEL	0,5722

Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

Aquestes xifres mostren que el PRTR (0,4387) actua efectivament com un mecanisme de correcció de la desigualtat original. En situar-se per sota del Gini de la demanda (0,4679), es confirma matemàticament que el criteri aplicat per l'Estat ha estat més igualitari que la simple proporcionalitat o les pretensions inicials de les Comunitats Autònomes. Per visualitzar aquestes diferències en la distribució acumulada de les assignacions, la Figura 3 presenta la comparativa de les Corbes de Lorenz de tots els criteris.

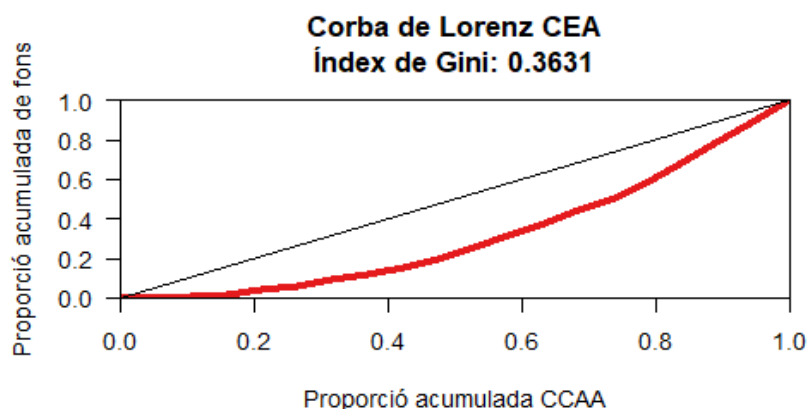
Figura 3. Corba de Lorenz conjunta



Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026)

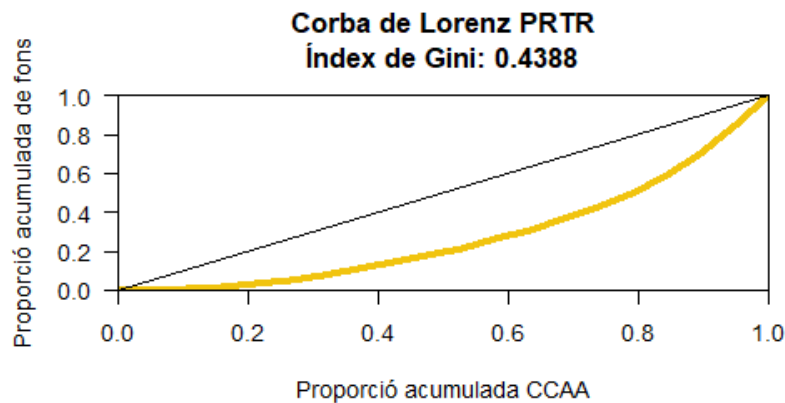
L'anàlisi visual de la Figura 3 confirma l'existència de relacions de dominància de Lorenz entre els diferents criteris. S'observa que la regla *CEA* (vermell) domina la resta de distribucions, situant-se com el model de màxima equitat distributiva. Tanmateix, el resultat més rellevant per a aquest estudi és la posició de la corba del PRTR (groc), la qual domina clarament la regla Proporcional (verd) en tot el seu recorregut. Aquesta dominància implica que, per a qualsevol percentatge acumulat de Comunitats Autònomes, el PRTR sempre assigna una proporció de fons superior o igual a la que resultaria d'un repartiment estrictament proporcional. Per tant, podem afirmar que el criteri real executat per l'Administració no només redueix l'Índex de Gini respecte a la demanda original, sinó que estableix una estructura de repartiment sòlidament més igualitària. En canvi, les regles *CEL* i Talmud mostren una forta convexitat a la part inferior del gràfic, fet que reflecteix la gran concentració de fons i la penalització dels petits reclamants que ja havíem detectat en les assignacions nominals.

Figura 4. Corba de Lorenz *CEA*



Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

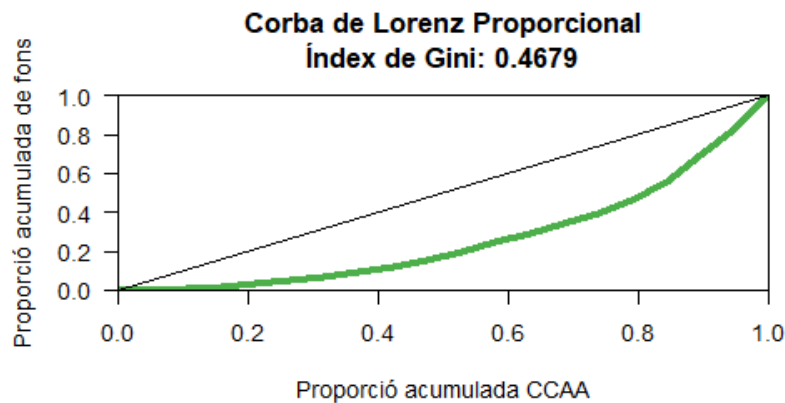
Figura 5. Corba de Lorenz PRTR



Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

Si aprofundim en la comparativa entre la regla CEA i el PRTR (Figures 4 i 5), s'observa que ambdues distribucions presenten la menor convexitat de tot l'estudi. La regla CEA, amb l'índex de Gini més baix de la mostra, estableix el límit teòric de la igualtat en aquest problema, ja que prioritza la satisfacció de les demandes més petites per sobre de les grans. Tot i que l'Administració no arriba a aquest extrem d'equitat absoluta, la corba del PRTR mostra un comportament molt similar en els seus primers decils, fet que confirma una voluntat de protegir les autonomies amb menor demanda i garantir-los una cobertura superior a la que els correspondria per simple proporció. Aquesta proximitat visual entre la corba del PRTR i la de la CEA reflecteix que el criteri real ha buscat la cohesió territorial com a eix central. En lloc de permetre que els recursos es concentrin en els nodes amb més capacitat de reclamació, el repartiment executat empeny la distribució cap a la diagonal d'equitat. Aquest esforç redistributiu és el que diferencia el PRTR de la resta de regles, situant l'execució real molt més a prop del "sostre d'igualtat" de la CEA que de la inèrcia de la demanda original.

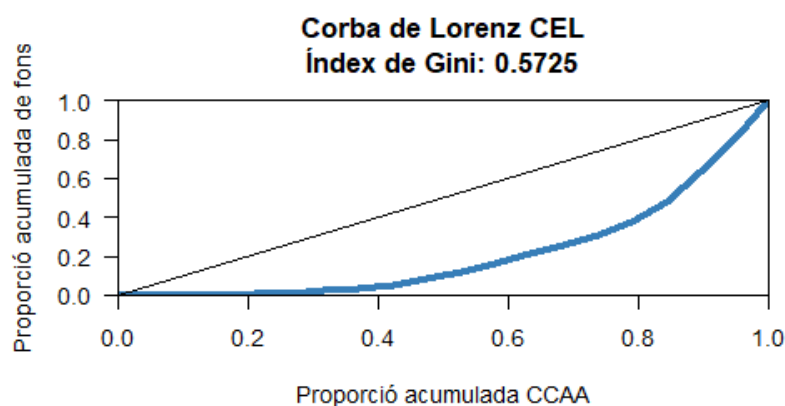
Figura 6. Corba de Lorenz Proporcional



Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

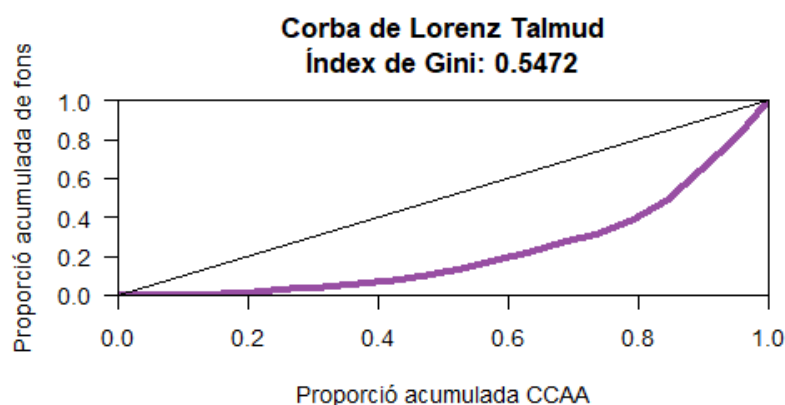
D'altra banda, les corbes corresponents a la Demanda (Claims) i a la regla Proporcional presenten una curvatura més pronunciada i s'allunyen de la diagonal de referència amb un Índex de Gini pràcticament idèntic. En aquest cas, la representació visual (Figura 6) de la regla Proporcional actua com un reflex fidel de la desigualtat de les sol·licituds originals de les Comunitats Autònomes. Això es deu al fet que el repartiment proporcional es limita a replicar l'estructura de la demanda sense aplicar cap criteri corrector, mantenint intacta la bretxa entre els grans motors econòmics i les regions amb menor pes institucional o demogràfic. El fet que la corba del PRTR se situï clarament per sobre d'aquesta línia proporcional (Figura 3) és un dels fets més rellevants de l'anàlisi. Mentre que la inèrcia de la demanda hauria consolidat una distribució més convexa i desigual, l'assignació executada aconsegueix aprop la corba cap a zones de major equitat. Aquesta diferència permet concloure que el Govern no s'ha limitat a fer una transferència de fons asèptica, sinó que ha utilitzat el mecanisme de repartiment per contrarestar la concentració de recursos que el mercat de fons, per si sol, hauria generat.

Figura 7. Corba de Lorenz *CEL*



Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

Figura 8. Corba de Lorenz Talmud



Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

Finalment, en contrast amb l'esforç redistributiu del PRTR, les regles Talmud i *CEL* es posicionen com els models de major concentració i desigualtat de l'estudi. Com es pot apreciar en les seves corbes de Lorenz individuals (Figures 7 i 8), ambdues presenten la convexitat més marcada de la mostra, allunyant-se significativament de la línia d'equitat perfecta. Aquesta curvatura tan pronunciada a la part inferior del gràfic reflecteix l'existència d'un tram on l'assignació acumulada creix de forma molt lenta, emfatitzant la forta penalització que pateixen les regions amb menor demanda sota aquests criteris. Aquests models, que en situacions d'escassetat prioritzen la satisfacció de les pèrdues de les demandes més elevades per sobre de la cohesió del conjunt, se separen radicalment de l'estratègia executada per l'Estat. Mentre que el PRTR s'apropa als objectius de cohesió de la CEA (totes dues amb una configuració

molt més propera a la diagonal), el Talmud i la CEL dibuixen un escenari de polarització territorial. Aquestes corbes actuen, per tant, com a contraexemple teòric per posar en valor la naturalesa redistributiva del repartiment real, el qual ha evitat precisament els nivells de concentració que aquestes regles axiomàtiques haurien generat.

4.2.4. Anàlisi de la Concentració

Per a completar l'estudi del repartiment, és necessari analitzar la concentració absoluta dels recursos i la variabilitat de les assignacions mitjançant el Coeficient de Variació (CV) i l'Índex de Herfindahl-Hirschman (IHH). Mentre que el primer mesura la dispersió de les assignacions respecte a la mitjana (en aquest cas, utilitzant els Power Index per avaluar l'homogeneïtat en el tracte relatiu), el segon ens indica fins a quin punt el pressupost total està concentrat en un nombre reduït de receptors. La Taula 5 mostra els valors obtinguts per a cada regla de repartiment.

Taula 5. Coeficient de Variació i Índex de Herfindahl-Hirschman

Repartiment	CV	IHH
PRTR	0,1509	0,0882
Proporcional	0	0,0947
CEA	0,1816	0,0741
CEL	0,5723	0,1182
Talmud	0,2335	0,1144

Font: Elaboració pròpia a partir dels càlculs

El Coeficient de Variació ha estat calculat a partir dels *Power Index* de cada Comunitat Autònoma, i permet avaluar el grau d'homogeneïtat o dispersió en el tracte relatiu que reben les regions en funció de la seva demanda inicial. En aquest context, el CV mesura si el mètode de repartiment aplica un criteri de satisfacció similar a tots els agents o si, per contra, genera disparitats dràstiques en beneficiar unes regions per sobre d'altres respecte a la seva petició original. La regla Proporcional estableix el punt de referència teòric amb un CV de 0,0000. Per definició, aquesta regla assigna a cada Comunitat Autònoma exactament la mateixa proporció de la seva demanda (per exemple, totes reben el 60% del que demanen), eliminant qualsevol dispersió en el tracte relatiu i actuant com una base de neutralitat absoluta. L'anàlisi de les dades revela que el PRTR real és el mètode que més s'aproxima a aquesta consistència de la regla proporcional d'entre tots els models que apliquen criteris correctors. Tot i que

l'Administració s'allunya de la neutralitat pura per afavorir la cohesió territorial, ho fa mantenint una dispersió molt continguda. Fins i tot la regla *CEA*, tot i ser teòricament el model de referència per a la igualtat, presenta una variabilitat superior a l'execució real. Això indica que la *CEA*, en el seu afany per anivellar les assignacions absolutes, es veu obligada a tractar de forma més desigual les demandes (beneficiant molt més les petites en proporció), mentre que el PRTR ha aconseguit un equilibri més homogeni. En contraposició, les regles axiomàtiques com la *CEL* o el Talmud presenten una dispersió molt més elevada. Especialment en el cas de la *CEL*, la variabilitat gairebé quadruplica la del PRTR, cosa que es tradueix en un repartiment fortament asimètric. Mentre algunes regions veurien les seves demandes pràcticament satisfetes, d'altres patirien retallades severes. Per tant, el CV ens permet concloure que l'execució real del PRTR ha prioritzat l'estabilitat i la pau social, mantenint un nivell d'homogeneïtat en el tracte que els models més extrems (i fins i tot els teòricament ideals com la *CEA*) no assoleixen en aquest àmbit.

Per altra banda l'Índex de Herfindahl-Hirschman (IHH) s'utilitza per a quantificar el grau de concentració absoluta del pressupost. En l'àmbit del repartiment de fons públics, un IHH elevat indica que una gran part dels recursos està concentrada en un nombre reduït de receptors (normalment les regions amb major pes econòmic o demogràfic), mentre que un valor baix reflecteix una distribució més diversificada i atomitzada entre totes les unitats territorials. L'anàlisi de les dades mostra que el PRTR assoleix un nivell de desconcentració significatiu, situant-se per sota de la regla Proporcional. Aquest fet confirma que l'execució real no ha estat un reflex de la capacitat de demanda de les regions, sinó que ha operat disminuint la concentració de fons. L'IHH del PRTR s'aproxima als nivells de la regla *CEA*, que en aquest estudi actua com el llindar mínim de concentració. La *CEA*, en prioritzar la satisfacció total de les demandes més petites, és el mètode que més diversifica el pressupost per definició. El fet que el PRTR real se situï en un punt intermedi entre la proporcionalitat i la *CEA* demostra una voluntat política de descentralització de la riquesa, cercant un equilibri entre el pes real de les regions i l'objectiu de cohesió territorial. Finalment, els models Talmud i *CEL* es posicionen novament com els més ineficients des de l'òptica de la distribució. Aquests mètodes presenten els índexs de concentració més alts de la mostra, polaritzant els fons en uns pocs nodes regionals. En definitiva, l'IHH valida que el disseny del PRTR ha estat una eina eficaç per a combatre la concentració natural del mercat i de la demanda, promovent una distribució més diversificada que la que resultaria d'aplicar els mètodes clàssics de la teoria de jocs en aquest àmbit.

4.3. Síntesi dels Resultats

L'anàlisi conjunta de les dades posa de manifest que l'execució del PRTR a Espanya no s'ha limitat a una gestió administrativa de fons, sinó que ha operat com un instrument actiu de reequilibri territorial. En el context del problema de bancarrota, l'Estat s'ha distanciat de la neutralitat proporcional per tal d'incidir en la correcció de les asimetries estructurals entre regions. Aquesta voluntat redistributiva s'explica per la necessitat d'atendre les disparitats socioeconòmiques preexistents. Mentre que regions amb una elevada potència econòmica i una grans demandes, com Madrid, han vist com el mètode real limitava el seu grau de satisfacció relatiu, comunitats amb necessitats de finançament estructural més accentuades, com Andalusia, han obtingut una cobertura gairebé total de les seves pretensions. En termes d'economia regional, aquesta prioritització d'Andalusia respon a criteris de cohesió ja establerts pel marc comunitari, on aquesta regió es classifica com una regió en transició a causa d'un PIB per càpita inferior a la mitjana i unes taxes d'atur estructural històricament més elevades (INE, 2023). Per tant, el fet que el repartiment real s'apropi a la lògica de la regla CEA no és una decisió arbitrària, sinó una aplicació del principi de solidaritat interterritorial: es modera la capacitat d'absorció dels pols de tracció econòmica consolidats per garantir que els fons tinguin un impacte transformador en aquelles zones amb un major diferencial de renda. Aquesta asimetria deliberada en la satisfacció de les demandes és la que explica la reducció de l'Índex de Gini i el desplaçament de la Corba de Lorenz cap a la igualtat, consolidant l'execució real com un exercici de justícia distributiva.

El contrast de l'execució real amb les regles més polaritzadores, com la CEL i la del Talmud, permet refermar la tesi que el model espanyol ha prioritzat la suficiència financera de tots els nodes del sistema autonòmic. L'anàlisi de la regla CEL (Taula A.4) revela un escenari altament perjudicial per a la cohesió territorial: en aplicar pèrdues iguals en termes absoluts, es genera un efecte regressiu on les regions amb menor volum de demanda són les que assumeixen un cost relatiu més elevat. El cas de Melilla, Ceuta i La Rioja, que quedarien amb una ràtio de satisfacció del 0%, exemplifica com aquest mètode ignora la vulnerabilitat dels territoris amb menor pes demogràfic o econòmic. En un context com l'espanyol, on la demanda ja presenta una concentració natural elevada en poques regions (com Catalunya i Madrid), l'aplicació de la CEL accentuaria les asimetries preexistents, privant les regions més petites de la dotació mínima necessària per a qualsevol projecte de transformació. D'altra banda, la regla del Talmud (Taula A.5) introdueix una rigidesa que dificulta una distribució sensible a les necessitats específiques. En assignar una satisfacció fixa del 50% a les

primeres vuit comunitats autònomes de la llista, el sistema perd capacitat de discriminació positiva. Aquesta manca de progressivitat en el tram de les regions amb demandes menors entra en conflicte amb l'esperit dels fons NGEU, els quals busquen precisament corregir les debilitats estructurals. Per tant, els elevats nivells d'ineficiència distributiva que presenten aquestes dues regles teòriques en el marc del PRTR justifiquen que el repartiment real hagi gravitat cap a la lògica de la regla CEA protegint la diversitat territorial i assegurant un cert nivell de convergència.

L'estabilitat i la consistència del sistema es confirmen en analitzar el Coeficient de Variació i l'Índex de Herfindahl-Hirschman. Si bé s'ha constatat una clara voluntat de correcció territorial, les dades de dispersió revelen que aquesta no s'ha exercit de manera desmesurada. El fet que el PRTR real presenti el Coeficient de Variació més baix d'entre tots els models que apliquen criteris correctors indica que l'Estat ha prioritzat l'homogeneïtat en el tracte relatiu. En mantenir una dispersió moderada, s'ha evitat la polarització que generarien regles com la *CEL* o el Talmud. Aquesta cerca de l'equilibri es referma amb els resultats de l'Índex de Herfindahl-Hirschman. La reducció de la concentració absoluta respecte a la Regla Proporcional confirma que l'estratègia de repartiment ha afavorit la transversalitat dels fons, assegurant que el pressupost es diversifiqui arreu del territori en lloc de concentrar-se en uns pocs nodes regionals de gran demanda inicial. En conclusió, el PRTR opera com un model híbrid d'alta eficiència distributiva, combinant la capacitat de diversificació i cohesió pròpia de la regla CEA amb l'estabilitat i la predictibilitat de la regla Proporcional. Aquesta combinació permet que l'execució real compleixi simultàniament amb els objectius de convergència socioeconòmica i amb la necessitat de mantenir la pau social i el rigor tècnic en la distribució dels recursos públics.

Aquesta cerca de l'homogeneïtat, reflectida en un Coeficient de Variació (CV) mínim, suggereix que l'Estat ha prioritzat l'estabilitat política i la pau social en el procés de distribució. En mantenir una dispersió en el tracte molt continguda, s'eviten els conflictes interterritorials que derivarien d'un repartiment altament asimètric. Tanmateix, des d'una òptica de política econòmica, aquesta decisió planteja un debat sobre el cost d'oportunitat en termes de transformació estructural. Segons la teoria de la geografia econòmica i el desenvolupament regional (Rodríguez-Pose, 2018), l'impacte dels fons públics pot veure's diluït quan es dispersen excessivament amb l'objectiu de mantenir l'equilibri territorial, en lloc de concentrar-se en pols d'innovació o projectes estratègics amb capacitat de tracció nacional. Per tant, l'estratègia de repartiment del PRTR real podria estar generant una tensió entre la cohesió horitzontal i l'eficiència transformadora. Mentre que l'acostament a la regla CEA garanteix que el teixit

productiu de totes les regions rebi impulsos financers, aquesta atomització dels recursos corre el risc d'impedir la massa crítica necessària per a grans canvis d'escala en sectors tecnològics o industrials. En definitiva, l'evidència suggereix que el disseny institucional del Pla a Espanya ha valorat més la consistència del sistema autonòmic que la maximització de l'impacte mitjançant la concentració de capital en nodes d'alt rendiment econòmic. Aquesta evidència obre un debat sobre la idoneïtat del disseny del PRTR, doncs si bé l'estratègia d'homogeneïtat garanteix la cohesió del sistema autonòmic, caldria determinar si aquesta dispersió de recursos permetrà assolir els llindars de massa crítica necessaris per a una transformació estructural efectiva de l'economia espanyola.

Aquesta tendència del PRTR real cap a una major desconcentració ($IHH = 0,0882$) no s'ha d'interpretar com un resultat a l'atzar o una ineficiència administrativa, sinó com la materialització de les fórmules de ponderació acordades en les Conferències Sectorials. Mentre que la regla proporcional es basa exclusivament en la magnitud de la demanda, el repartiment real incorpora variables socioeconòmiques que actuen com a correctors en el marc del sistema de governança multinivell del Pla de Recuperació (Ministeri d'Hisenda, 2021). Concretament, l'ús de criteris com la taxa d'atur estructural, l'índex de despoblament o el PIB per càpita inverteix la lògica de la concentració natural del mercat. En utilitzar indicadors del Instituto Nacional de Estadística (INE, 2023) per a la distribució territorial, el sistema transfereix recursos cap a regions amb menor capacitat de generació de rendes però amb majors necessitats de transformació. Aquest fet explica per què el PRTR real gravita cap a la filosofia de la regla CEA. El disseny institucional dels fons NGEU a Espanya, segons s'estableix en el Reial Decret Llei 36/2020, prioritza la convergència territorial sobre la capacitat d'absorció absoluta. Per tant, la desviació observada respecte a la proporcionalitat respon a una fórmula política deliberada que busca mitigar l'efecte de concentració en els pols econòmics més competitius, assegurant una distribució més equitativa del pressupost europeu.

5. Conclusions

El present treball ha permès analitzar el repartiment dels fons Next Generation EU (NGEU) a Espanya des de la perspectiva de la teoria de jocs i el problema de la bancarrota. A partir de l'aplicació de diverses regles de repartiment i mètriques de desigualtat, s'extreuen les següents conclusions:

En primer lloc, s'ha constatat que l'execució real del Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència (PRTR) no segueix una lògica d'inèrcia proporcional respecte a les demandes de les Comunitats Autònomes. L'anàlisi mitjançant la Corba de Lorenz i l'Índex de Gini revela que el repartiment real presenta una desigualtat menor que la que resultaria d'un mètode proporcional pur. Això indica que l'Estat ha exercit un paper de corrector, prioritzant una distribució que s'apropa més a la regla CEA que a la simple satisfacció ponderada de les demandes inicials.

En segon lloc, l'estudi de la satisfacció de les demandes posa de manifest una asimetria deliberada en la gestió del conflicte de bancarrota. Mentre que comunitats amb indicadors econòmics i de renda més alts han vist limitada la seva quota de satisfacció relativa, regions amb necessitats de finançament estructural més accentuades han obtingut una cobertura superior de les seves demandes. Aquest fet suggereix que el PRTR ha estat utilitzat com una eina de cohesió territorial, cercant minimitzar les disparitats socioeconòmiques preexistents a través d'una redistribució dels recursos europeus.

En tercer lloc, pel que fa a la consistència del sistema, el Coeficient de Variació i l'Índex de Herfindahl-Hirschman demostren que el model espanyol ha fugit de solucions extremes o polaritzades. L'execució real es defineix com un model híbrid, capaç d'integrar la vocació redistributiva de la regla CEA sense perdre l'homogeneïtat en el tracte que caracteritza la regla Proporcional. Aquesta configuració ha permès una elevada difusió territorial dels fons, evitant la concentració excessiva en els grans pols de tracció econòmica i garantint la presència de projectes en tota la geografia de l'Estat.

Cal destacar també que la metodologia del problema de la bancarrota s'ha revelat com un marc analític eficaç per estudiar la gestió de recursos escassos en l'esfera pública. Tot i les limitacions pròpies de la disponibilitat de dades en temps real, els resultats obtinguts permeten concloure que el disseny del repartiment a Espanya ha prioritzat l'estabilitat del sistema i la convergència regional per sobre d'altres criteris tècnics o purament competitius. Aquest treball obre la porta a futures investigacions que, amb dades d'execució final, puguin avaluar si aquesta estratègia de repartiment s'ha traduït efectivament en un increment de la resiliència i la transformació de l'estructura productiva espanyola.

No obstant això, l'anàlisi realitzada també suggereix una paradoxa entre l'equitat teòrica i l'eficiència operativa. Tot i que regles com la CEA garanteixen una major

cohesió en assignar una cobertura total de la demanda a les regions amb pretensions més modestes, aquest criteri podria resultar contraproductiu si no es considera la capacitat d'absorció i execució de cada territori. Segons Crescenzi i Giua (2020), l'establiment de polítiques de cohesió basades en una uniformitat distributiva sovint ignora les disparitats en la qualitat institucional, fet que pot limitar l'impacte real dels fons en les regions amb estructures administratives més febles. La rigidesa de les fites temporals imposades per la Comissió Europea exigeix una agilitat en la gestió que no és uniforme en totes les Comunitats Autònomes. En aquest sentit, un repartiment estrictament igualitari corre el risc de generar l'anomenat efecte de 'fons inerts' (Cuadrado-Roura, 2021), on els recursos es concedeixen oficialment però no s'arriben a executar realment per mancances en la tramitació o la gestió local. Per contra, els models que s'apropen a la proporcionalitat o que prioritzen els grans pols econòmics podrien garantir una major velocitat d'execució, donada la infraestructura tècnica més robusta d'aquestes administracions. Per tant, una línia de millora futura per al PRTR seria la incorporació d'indicadors de capacitat institucional en les fórmules de repartiment, evitant que la cerca de la justícia distributiva derivi en una pèrdua d'eficiència agregada per la incapacitat de gastar els fons assignats.

6. Bibliografia

Albertí, E. (2021). Els fons Next Generation EU i el Pla de Recuperació, Transformació i Resiliència: governança i distribució territorial. Informe sobre les Comunitats Autònomes 2021. Institut de Dret Públic (IDP).

https://www.idpbarcelona.net/docs/public/iccaa/2021/ap_nextgeneration_2021.pdf

Alcalde, J., & Peris, J. E. (2022). Fair allocation of public funds (Document de treball). Universitat d'Alacant.

Álvarez, J. M. (2021). La gestión de los fondos europeos: retos administrativos y gobernanza. Revista de Administración Pública.

Álvarez, J. M., Teixidó-Figueras, J., & Vilella, C. (2014). The global carbon budget: a conflicting claims problem. URV Working Papers.

Armingeon, K., Bramwell, R., Careja, R., Engler, F., Leemann, L., & Siegert, S. (2022). The pandemic and the economy: A comparative analysis of the EU. Oxford University Press.

Atkinson, A. B. (1970). On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, 2(3), 244-263. [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(70\)90039-6](https://doi.org/10.1016/0022-0531(70)90039-6)

Aumann, R. J., & Maschler, M. (1985). Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud. *Journal of Economic Theory*, 36(2), 195-213.

Baldwin, R., & Weder di Mauro, B. (2020). *Economics in the Time of COVID-19*. CEPR Press.

Bank of Spain. (2021). The macro-economic impact of the Next Generation EU on the Spanish economy. Annual Report 2020.

Berger, A. N., Demirgüç-Kunt, A., Levine, R., & Haubrich, J. G. (2004). Bank concentration and competition: An evolution in the making. *Journal of Money, Credit and Banking*, 36, 433-451.

Berger, A. N., Miller, N. H., Petersen, M. A., Rajan, R. G., & Stein, J. C. (2005). Does function follow organizational form? Evidence from the lending practices of large and small banks. *Journal of Financial Economics*, 76(2), 237-281.

Bergantiños, G., & Moreno-Ternero, J. D. (2020). Allocating extra revenues from broadcasting rights in sports leagues. *Journal of Sports Economics*.

BOE. (2020). Real Decreto-ley 36/2020, de 30 de diciembre, por el que se aprueban medidas urgentes para la modernización de la Administración Pública y para la ejecución del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 341.

Buti, M., & Messori, M. (2020). Towards a New Strategy for Hope: The EU's Next Generation. CEPR Policy Insight.

CaixaBank Research. (2023). *Fons Next Generation: el repte de l'execució*. Informes d'Economia.

Calvo, R., Giménez-Gómez, J. M., & Peris, J. E. (2022). A compromise to the conflict of assigning masks during a pandemic. *Scientific Reports*, 12(1), 4734.

- Cano Berlanga, S. (2023). GameTheory: Cooperative Game Theory (versión 2.7.1) [Paquet de R]. CRAN.
- Cercle d'Economia. (2022). L'execució dels fons Next Generation: una anàlisi crítica. Nota d'Opinió.
- Chun, Y. (1988). The proportional solution to the self-selection problem. *Economics Letters*, 28(3), 231-235.
- Comissió Europea. (2021). Reglament (UE) 2021/241 del Parlament Europeu i del Consell, de 12 de febrer de 2021, pel qual s'estableix el Mecanisme de Recuperació i Resiliència. *Diari Oficial de la Unió Europea*, L 57/17.
- Cortes Generales. (2020). Dictamen de la Comisión para la Reconstrucción Social y Económica. Congreso de los Diputados.
- Cowell, F. A. (2011). *Measuring Inequality*. Oxford University Press.
- Crescenzi, R., & Giua, M. (2020). Adhering to the 'one-size-fits-all' policy: The territorial impact of EU Cohesion Policy. *Regional Studies*, 54(6), 723-735.
- Cuadrado-Roura, J. R. (2021). El Plan de Recuperación de la UE. Un reto ambicioso para la economía española. *ICE, Revista De Economía*, (920).
- Cuenca, A. (2021). El Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia: una valoración. *Cuadernos de Información Económica*, (282), 1-11.
- De Grauwe, P., & Ji, Y. (2020). A proposal for a coronavirus solidarity bond. [VoxEU.org](https://voxeu.org).
- De la Fuente, A. (2021). Los fondos europeos y las comunidades autónomas. FEDEA (Fundación de Estudios de Economía Aplicada).
- Duro, J. A., Giménez-Gómez, J. M., & Vilella, C. (2020). The allocation of CO2 emissions as a claims problem. *Energy Economics*, 86, 104652.
- European Commission. (2020). Europe's moment: Repair and prepare for the next generation. COM(2020) 456 final.

European Council. (2020). Conclusions of the Special European Council, 17-21 July 2020. EUCO 10/20.

Everitt, B. S., & Skrondal, A. (2010). The Cambridge Dictionary of Statistics. Cambridge University Press.

Fabbrini, F. (2022). The Legal Architecture of the Next Generation EU: A Common European Debt for a Common European Recovery. *European Law Journal*.

FEDEA. (2022). El reparto de los fondos Next Generation entre las CCAA. Boletín de Seguimiento de la Recuperación. Fundación de Estudios de Economía Aplicada.

Fix, B. (2019, 26 de juny). Problems with Measuring Inequality. *Economics from the Top Down*.

<https://economicsfromthetopdown.com/2019/06/26/problems-with-measuring-inequality/>

Gastwirth, J. L. (1971). A General Definition of the Lorenz Curve. *Econometrica*, 39(6), 1037-1039. <https://doi.org/10.2307/1909675>

Giménez-Gómez, J. M., & Peris, J. E. (2014). A proportional approach to claims problems with a focus on equity. *Economics Letters*.

Giménez-Gómez, J. M., & Peris, J. E. (2014). A proportional approach to claims problems with a risk-neutral behavior. *European Journal of Operational Research*, 232(1), 146-151.

Giménez-Gómez, J. M., Teixidó-Figueras, J., & Vilella, C. (2014). The distributive impact of bankruptcy rules. *Social Choice and Welfare*, 43(3), 513-524.

Giménez-Gómez, J. M., Peris, J. E., & Solís-Baltodano, M. J. (2020). Selecting investment rules: A claims problems approach. *European Journal of Operational Research*, 284(3), 1011-1020.

Giménez-Gómez, J. M., Peris, J. E., & Solís-Baltodano, M. J. (2025). Strategic selection of debt rules. *TOP*, 33(1). <https://doi.org/10.1007/s11750-024-00677-9>

Gini, C. (1921). Measurement of inequality of incomes. *The Economic Journal*, 31(121), 124-126.

- Gobierno de España. (2021). Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia. Secretaría de Estado de Comunicación.
- Han, J., Fraser, P., & Sato, S. (2015). Bank concentration, size, efficiency and openness: Evidence from Asia-Pacific banking. *World Economy*, 38(12), 1867-1894.
- Hirschman, A. O. (1964). The paternity of an index. *The American Economic Review*, 54(5), 761-762.
- IMF. (2020). World Economic Outlook: The Great Lockdown. International Monetary Fund.
- INE. (2021). Contabilidad Nacional Anual de España: avance 2020. Instituto Nacional de Estadística.
- INE. (2023). Contabilidad Regional de España. Producto Interior Bruto por habitante y Tasas de Paro. Instituto Nacional de Estadística.
- Lago-Peñas, S. (2021). La gestión de los fondos europeos en un Estado descentralizado. *Información Comercial Española (ICE)*.
- Lambert, P. J. (2001). *The Distribution and Redistribution of Income* (3rd ed.). Manchester University Press.
- Lanzieri, G., & Pfeiffer, P. (2021). The socio-economic impact of NextGenerationEU. *European Economy Technical Papers*, European Commission.
- López-Valero, M. (2025). El problema de bancarrota a la crisi financera espanyola [Treball de Fi de Grau, Universitat Rovira i Virgili]. Repositori Institucional de la URV.
- Lorenz, M. O. (1905). Methods of Measuring the Concentration of Wealth. *Publications of the American Statistical Association*, 9(70), 209-219.
<https://doi.org/10.2307/2276207>
- Ministerio de Economía, Comercio y Empresa. (2024). Portal ELISA: Sistema de información para el seguimiento de la ejecución del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia. Gobierno de España.
<https://planderecuperacion.gob.es/ejecucion/elisa-el-plan-en-cifras>

Ministerio de Hacienda y Función Pública. (2021). Directrices para la distribución territorial de los fondos del Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia en las Conferencias Sectoriales. Secretaría de Estado de Presupuestos y Gastos.

Moulin, H. (2002). Axiomatic Cost and Benefit Allocation. *Handbook of Social Choice and Welfare*.

O'Neill, B. (1982). A problem of rights: A separation of conceptions. *Mathematical Social Sciences*, 2(4), 345-371.

OECD. (2021). The Territorial Impact of COVID-19: Managing the Crisis and Recovery across Levels of Government.

Rhoades, S. A. (1993). The Herfindahl-Hirschman Index. *Federal Reserve Bulletin*, 79, 188.

Rodríguez-Pose, A. (2018). The revenge of the places that don't matter (and what to do about it). *Cambridge Journal of Regions, Economy and Society*, 11(1), 189-209.

Sapir, A. (2020). Why has COVID-19 hit some European countries harder than others? Bruegel Policy Contribution.

Schummer, J., & Thomson, W. (1997). Two derivations of the uniform rule. *Economics Letters*.

Sen, A. (1973). *On Economic Inequality*. Oxford University Press.

Solis-Baltodano, M. J., Vilella, C., & Giménez-Gómez, J. M. (2019). The Catalan Health Budget: A Conflicting Claims Approach. *Hacienda Pública Española / Review of Public Economics*, 228(1), 35-54.

Steinberg, F. (2021). El fondo de recuperación europeo (Next Generation EU): un cambio de paradigma. Real Instituto Elcano.

Thomson, W. (2003). Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: a survey. *Mathematical Social Sciences*, 45(3), 249-297.

Thomson, W. (2019). *How to Divide When There Isn't Enough: From the Talmud to modern game theory*. Cambridge University Press.

Verwey, M., Langedijk, S., Kuenzel, R., & Pfeiffer, P. (2020). Next Generation EU: A recovery plan for Europe. European Economy Research Papers.

7. Annexos

7.1. Annex 1

Taula A.1. Assignacions segons el PRTR, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	48	0,16%	87,27%
Ceuta	63	51	0,18%	80,95%
La Rioja	416	352	1,21%	84,62%
Navarra	597	621	2,13%	104,02%
Cantàbria	599	476	1,64%	79,74%
Astúries	884	765	2,63%	86,54%
Extremadura	905	887	3,05%	98,01%
Múrcia	951	904	3,11%	95,06%
Balears	1.316	1.092	3,75%	82,98%
C- La Manxa	1.579	1.386	4,76%	87,78%
Galícia	1.785	1.751	6,02%	98,10%
País Basc	1.823	1.402	4,82%	76,91%
Canàries	1.873	1.816	6,23%	96,96%
Aragó	1.897	1.012	3,48%	53,35%
C. i Lleó	2.399	1.797	6,17%	74,91%
C. Valenciana	3.691	2.821	9,69%	76,43%
Andalusia	4.972	4.329	14,87%	87,07%
Madrid	5.360	3.256	11,19%	60,75%
Catalunya	6.156	4.341	14,91%	70,52%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.2. Assignacions segons la regla Proporcional, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	42,89	0,15%	77,98%
Ceuta	63	49,13	0,17%	77,98%
La Rioja	416	324,43	1,11%	77,98%
Navarra	597	465,59	1,60%	77,98%
Cantàbria	599	467,15	1,61%	77,98%
Astúries	884	689,42	2,37%	77,98%
Extremadura	905	705,79	2,42%	77,98%
Múrcia	951	741,67	2,55%	77,98%
Balears	1.316	1.026,33	3,53%	77,98%
C- La Manxa	1.579	1.231,43	4,23%	77,98%
Galícia	1.785	1.392,09	4,78%	77,98%
País Basc	1.823	1.421,73	4,88%	77,98%
Canàries	1.873	1.460,72	5,02%	77,98%
Aragó	1.897	1.479,44	5,09%	77,98%
C. i Lleó	2.399	1.870,94	6,43%	77,98%
C. Valenciana	3.691	2.878,55	9,89%	77,98%
Andalusia	4.972	3.877,58	13,32%	77,98%
Madrid	5.360	4.180,17	14,36%	77,98%
Catalunya	6.156	4800,96	16,49%	77,98%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.3. Assignacions segons CEA, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	55	0,19%	100%
Ceuta	63	63	0,22%	100%
La Rioja	416	416	1,43%	100%
Navarra	597	597	2,05%	100%
Cantàbria	599	599	2,06%	100%
Astúries	884	884	3,04%	100%
Extremadura	905	905	3,11%	100%
Múrcia	951	951	3,27%	100%
Balears	1.316	1.316	4,52%	100%
C- La Manxa	1.579	1.579	5,41%	100%
Galícia	1.785	1.785	6,13%	100%
País Basc	1.823	1.823	6,26%	100%
Canàries	1.873	1.873	6,43%	100%
Aragó	1.897	1.897	6,52%	100%
C. i Lleó	2.399	2.399	8,24%	100%
C. Valenciana	3.691	2.991	10,28%	81,03%
Andalusia	4.972	2.991	10,28%	60,16%
Madrid	5.360	2.991	10,28%	55,80%
Catalunya	6.156	2.991	10,28%	48,59%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.4. Assignacions segons *CEL*, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	0	0%	0%
Ceuta	63	0	0%	0%
La Rioja	416	0	0%	0%
Navarra	597	116,94	0,4%	19,59%
Cantàbria	599	118,94	0,41%	19,86%
Astúries	884	403,94	1,39%	45,69%
Extremadura	905	424,94	1,46%	46,95%
Múrcia	951	470,94	1,62%	49,52%
Balears	1.316	835,94	2,87%	63,52%
C- La Manxa	1.579	1.098,94	3,78%	69,6%
Galícia	1.785	1.304,94	4,48%	73,11%
País Basc	1.823	1.342,94	4,61%	73,67%
Canàries	1.873	1.392,94	4,79%	74,37%
Aragó	1.897	1.416,94	4,87%	74,69%
C. i Lleó	2.399	1.918,94	6,59%	79,99%
C. Valenciana	3.691	3.210,94	11,03%	86,99%
Andalusia	4.972	4.491,94	15,43%	90,34%
Madrid	5.360	4.879,94	16,77%	91,04%
Catalunya	6.156	5.675,94	19,5%	92,2%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.5. Assignacions segons la regla del Talmud, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	27,5	0,09%	50%
Ceuta	63	31,5	0,11%	50%
La Rioja	416	208	0,71%	50%
Navarra	597	298,5	1,03%	50%
Cantàbria	599	299,5	1,04%	50%
Astúries	884	442	1,52%	50%
Extremadura	905	452,5	1,55%	50%
Múrcia	951	475,5	1,63%	50%
Balears	1.316	772,36	2,65%	58,69%
C- La Manxa	1.579	1035,36	3,56%	65,57%
Galícia	1.785	1.241,36	4,26%	69,54%
País Basc	1.823	1.279,36	4,4%	70,18%
Canàries	1.873	1.329,36	4,58%	70,97%
Aragó	1.897	1.353,36	4,65%	71,34%
C. i Lleó	2.399	1.855,36	6,37%	77,34%
C. Valenciana	3.691	3.147,36	10,81%	85,27%
Andalusia	4.972	4.428,36	15,21%	89,07%
Madrid	5.360	4.816,36	16,55%	89,86%
Catalunya	6.156	5.612,36	19,28%	91,17%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

7.2. Annex 2

Degut al desconeixement de comandaments com la selecció de colors o inserció de noms en gràfics, així com arrodoniments, s'ha consultat la IA Gemini.

```
install.packages("GameTheory")
library(GameTheory)
install.packages("ineq")
library(ineq)
install.packages("dplyr")
library(dplyr)
install.packages("ggplot2")
library(ggplot2)
install.packages("ggrepel")
library(ggrepel)
install.packages("tidyverse")
library(tidyverse)
```

1. Definició de l'Endowment (E) - Milions d'euros (Extret d'ELISA)

```
E<- 29106
```

2. Definició dels Claims (demandes de cada CCAA extretes del portal ELISA) -
Milions d'euros

Ordre corresponent als noms que assignarem al punt 3

```
claims<- c(55, 63, 416, 597, 599, 884, 905, 951, 1316, 1579, 1785, 1823, 1873, 1897,  
2399, 3691, 4972, 5360, 6156)
```

3. Assignem noms CCAA (amb Ceuta i Melilla)

```
noms_ccaa<- c("Melilla", "Ceuta", "La Rioja", "Navarra", "Cantàbria", "Astúries",  
"Extremadura", "Múrcia", "Balears", "C-La Manxa", "Galícia", "País Basc", "Canàries",  
"Aragó", "C i LLeó", "C. Valenciana", "Andalusia", "Madrid", "Catalunya")  
names(claims)<- noms_ccaa
```

4. Comprovació de la condició de bancarrota

```
suma_claims<- sum(claims)  
print(paste("Suma total de claims:", suma_claims))  
print(paste("Endowment disponible:", E))
```

suma_claims > E #A la consola veiem que indica que és cert ([1] TRUE), per tant es compleix la condició de bancròta

5. Creem la taula base

```
df_repartiment <- data.frame(  
  CCAA = noms_ccaa,  
  Claim = claims  
)
```

6. Afegim el pes de cada CCAA sobre el total de claims (%)

```
df_repartiment$Pes_percentual<- (df_repartiment$Claim /  
sum(df_repartiment$Claim))*100
```

7. Comencem amb les opcions alternatives de repartiment, calculades amb el paquet GameTheory i afegides a la taula df_repartiment

7.1. Regla Proporcional

```
Proporcional<- Proportional(E, claims)  
df_repartiment$Proporcional<- Proportional(E, claims)$Results
```

7.2. Constraint Equal Awards (CEA)

```
CEA<- CEA(E, claims)  
df_repartiment$CEA<- CEA(E, claims)$Results
```

7.3. Constraint Equal Losses (CEL)

```
CEL<- CEL(E, claims)  
df_repartiment$CEL<- CEL(E, claims)$Results
```

7.4. Talmud Rule

```
Talmud<- Talmud(E, claims)  
df_repartiment$Talmud<- Talmud(E, claims)$Results
```

7.5. Arrodoniment a 2 decimals de les files numèriques

```
df_repartiment[, -1]<- round(df_repartiment[, -1], 2)
```

8. Creem els gràfics de barres (veure quantitats rebudes)

Passem la taula a format llarg per poder fer el gràfic. Amb això ens

queda a la taula df_grafic cada CCAA amb la quantitat rebuda segons cada criteri

```
df_grafic<- df_repartiment %>%
```

```

pivot_longer(cols = c("Proporcional", "CEA", "CEL", "Talmud"),
             names_to = "Criteri",
             values_to = "Import")

```

8.1. Gràfic de barres comparatiu

```

ggplot(df_grafic, aes(x = reorder(CCAA, Import), y = Import, fill = Criteri)) +
  geom_bar(stat = "identity", position = "dodge") +
  coord_flip() + scale_fill_brewer(palette = "Set1") +
  labs(title = "Comparativa de Repartiment segons Criteri",
       subtitle = "Fons NGEU (Milions d'Euros",
       x = "Comunitat Autònoma",
       y = "Assignació Final",
       fill = "Regla Aplicada") +
  theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom")

```

8.2. Corbes de Lorenz

8.2.1. Gràfic de les Corbes de Lorenz Conjunes (detallat)

Preparem el marc del gràfic amb la Proporcional i després afegim la resta

de criteri amb els colors de la taula anterior

```

plot(Lc(df_repartiment$Proporcional),
     col="#4daf4a",
     lwd=2.5,
     main="Impacte en la Desigualtat Territorial (Corbes de Lorenz)",
     xlab="Proporció acumulada CCAA",
     ylab="Proporció acumulada de fons")

```

```

lines(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=2.5)
lines(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd= 2.5)
lines(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=2.5)

```

8.2.2. Gini i Corbes de Lorenz individuals

Calculem i representem Gini per després afegir-lo a les Corbes de Lorenz individuals

```

gini_proporcional<- Gini(df_repartiment$Proporcional)
gini_CEA<- Gini(df_repartiment$CEA)
gini_CEL<- Gini(df_repartiment$CEL)
gini_Talmud<- Gini(df_repartiment$Talmud)
gini_demanda<- Gini(df_repartiment$Claim)

```

```
taula_gini<- data.frame(Criteri = c("Demanda Original", "Proporcional", "CEA", "CEL",
"Talmud"),
                        Gini = c(gini_demanda, gini_proporcional, gini_CEA, gini_CEL,
gini_Talmud))
```

```
#Corbes de Lorenz individuals
```

```
plot(Lc(df_repartiment$Proporcional), col="#4daf4a", lwd=4,
     main=paste("Corba de Lorenz Proporcional\nÍndex de Gini:",
               round(Gini(df_repartiment$Proporcional),4)),
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=4,
     main=paste("Corba de Lorenz CEA\nÍndex de Gini:",
               round(Gini(df_repartiment$CEA), 4)),
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd=4,
     main=paste("Corba de Lorenz CEL\nÍndex de Gini:",
               round(Gini(df_repartiment$CEL), 4)),
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=4,
     main=paste("Corba de Lorenz Talmud\nÍndex de Gini:",
               round(Gini(df_repartiment$Talmud),4)),
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
grid()
```

```
# 9. Ràtios de Satisfacció Relativa (%)
```

```
# Calculem el % de satisfacció (repartiment / demanda * 100)
```

```
df_repartiment$Satis_Prop<- (df_repartiment$Proporcional /
df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_CEA<- (df_repartiment$CEA / df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_CEL<- (df_repartiment$CEL / df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_Talmud<- (df_repartiment$Talmud / df_repartiment$Claim)*100
```

```
#Arrodonim a la taula
```

```
df_repartiment[, 8:11]<- round(df_repartiment[, 8:11],2)
```

```
# 10. Diferencial entre regles "més justes" (CEA o Talmud) i la Proporcional
```

```
# Si el resultat és positiu, el criteri de bancarrota beneficia la CCAA més que la proporció
```

```
df_repartiment$Guany_CEA_vs_Prop<- df_repartiment$CEA -
```

```
df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$Guany_Talmud_vs_Prop<- df_repartiment$Talmud -
```

```
df_repartiment$Proporcional
```

```
# 11. Càlcul del CV
```

```
# Càlcul dels PI per a cada regla
```

```
df_repartiment$PI_CEA<- df_repartiment$CEA / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_CEL<- df_repartiment$CEL / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_Talmud<- df_repartiment$Talmud / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_Proporcional<- df_repartiment$Proporcional /
```

```
df_repartiment$Proporcional
```

```
# Càlcul de la mitjana del conjunt
```

```
mitjana_PI_CEA<- mean(df_repartiment$PI_CEA)
```

```
mitjana_PI_CEL<- mean(df_repartiment$PI_CEL)
```

```
mitjana_PI_Talmud<- mean(df_repartiment$PI_Talmud)
```

```
mitjana_PI_Proporcional<- mean(df_repartiment$PI_Proporcional)
```

```
# Càlcul de la desviació típica (Delta)
```

```
N<- nrow(df_repartiment)
```

```
variancia_CEA<- sum((df_repartiment$PI_CEA - mitjana_PI_CEA)^2) / N
```

```
variancia_CEL<- sum((df_repartiment$PI_CEL - mitjana_PI_CEL)^2) / N
```

```
variancia_Talmud<- sum((df_repartiment$PI_Talmud - mitjana_PI_Talmud)^2) / N
```

```
variancia_Proporcional<- sum((df_repartiment$PI_Proporcional -
```

```
mitjana_PI_Proporcional)^2) / N
```

```
delta_CEA<- sqrt(variancia_CEA)
```

```
delta_CEL<- sqrt(variancia_CEL)
```

```
delta_Talmud<- sqrt(variancia_Talmud)
```

```
delta_Proporcional<- sqrt(variancia_Proporcional)
```

```
# Càlcul CV segons la definició formal
```

```
CV_CEA<- delta_CEA / mitjana_PI_CEA
```

```
CV_CEL<- delta_CEL / mitjana_PI_CEL
```

```
CV_Talmud<- delta_Talmud / mitjana_PI_Talmud
```

```

# 12. Càlcul de l'IHH
# Càlcul de la quota de participació s
df_repartiment$$Proporcional<- df_repartiment$Proporcional / E
df_repartiment$$CEA<- df_repartiment$CEA / E
df_repartiment$$CEL<- df_repartiment$CEL / E
df_repartiment$$Talmud<- df_repartiment$Talmud / E
#Càlcul de l'IHH
IHH_Proporcional<- sum(df_repartiment$$Proporcional^2)
IHH_CEA<- sum(df_repartiment$$CEA^2)
IHH_CEL<- sum(df_repartiment$$CEL^2)
IHH_Talmud<- sum(df_repartiment$$Talmud^2)

# 13. Afegim per últim els repartiments que ha fet l'Estat (PRTR) i calculem els índex
PRTR<- c(48, 51, 352, 621, 476, 765, 887, 904, 1092, 1386, 1751, 1402, 1816, 1012,
1797, 2821, 4329, 3256, 4341)
df_repartiment$PRTR<- PRTR
df_repartiment<- df_repartiment %>% mutate(PRTR=PRTR) %>% relocate(PRTR,
.after = Pes_percentual)
#Gini
gini_PRTR<- Gini(df_repartiment$PRTR)
nova_fila<- data.frame(Criteri= "PRTR", Gini= gini_PRTR)
taula_gini<- rbind(taula_gini, nova_fila)
#Corba de Lorenz pròpia + conjunta
plot(Lc(df_repartiment$PRTR), col="#f1c40f", lwd=4,
      main=paste("Corba de Lorenz PRTR\nÍndex de Gini:",
                 round(Gini(df_repartiment$PRTR),4)),
      xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
grid()
plot(Lc(df_repartiment$Proporcional),
      col="#4daf4a",
      lwd=2.5,
      main="Impacte en la Desigualtat Territorial (Corbes de Lorenz)",
      xlab="Proporció acumulada CCAA",
      ylab="Proporció acumulada de fons")

lines(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=2.5)
lines(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd= 2.5)
lines(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=2.5)

```

```

lines(Lc(df_repartiment$PRTR), col="#f1c40f", lwd=2.5)
legend("topleft", legend = c("PRTR", "Proporcional", "CEA", "CEL", "Talmud"),
      col = c("#f1c40f", "#4daf4a", "#e41a1c", "#377eb8", "#984ea3"),
      lty = c(1, 1, 1, 1, 1),
      lwd = 2,
      bty = "n")
grid()
#CV
df_repartiment$PI_PRTR<- df_repartiment$PRTR / df_repartiment$Proporcional
mitjana_PI_PRTR<- mean(df_repartiment$PI_PRTR)
variancia_PRTR<- sum((df_repartiment$PI_PRTR - mitjana_PI_PRTR)^2) / N
delta_PRTR<- sqrt(variancia_PRTR)
CV_PRTR<- delta_PRTR / mitjana_PI_P

#IHH
df_repartiment$s_PRTR<- df_repartiment$PRTR / E
IHH_PRTR<- sum(df_repartiment$s_PRTR^2)
#Ràtio satisfacció
df_repartiment$Satis_PRTR<- (df_repartiment$PRTR / df_repartiment$Claim)*100
#Últims ajustos de decimals
df_repartiment<- df_repartiment %>% mutate(across(c(18:21, 23), \(\x) round(x, 4)),
      across(24, \(\x) round(x, 2))

```

7. Annexos

7.1. Annex 1

Taula A.1. Assignacions segons el PRTR, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	48	0,16%	87,27%
Ceuta	63	51	0,18%	80,95%
La Rioja	416	352	1,21%	84,62%
Navarra	597	621	2,13%	104,02%
Cantàbria	599	476	1,64%	79,74%
Astúries	884	765	2,63%	86,54%
Extremadura	905	887	3,05%	98,01%
Múrcia	951	904	3,11%	95,06%
Balears	1.316	1.092	3,75%	82,98%
C- La Manxa	1.579	1.386	4,76%	87,78%
Galícia	1.785	1.751	6,02%	98,10%
País Basc	1.823	1.402	4,82%	76,91%
Canàries	1.873	1.816	6,23%	96,96%
Aragó	1.897	1.012	3,48%	53,35%
C. i Lleó	2.399	1.797	6,17%	74,91%
C. Valenciana	3.691	2.821	9,69%	76,43%
Andalusia	4.972	4.329	14,87%	87,07%
Madrid	5.360	3.256	11,19%	60,75%
Catalunya	6.156	4.341	14,91%	70,52%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.2. Assignacions segons la regla Proporcional, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	42,89	0,15%	77,98%
Ceuta	63	49,13	0,17%	77,98%
La Rioja	416	324,43	1,11%	77,98%
Navarra	597	465,59	1,60%	77,98%
Cantàbria	599	467,15	1,61%	77,98%
Astúries	884	689,42	2,37%	77,98%
Extremadura	905	705,79	2,42%	77,98%
Múrcia	951	741,67	2,55%	77,98%
Balears	1.316	1.026,33	3,53%	77,98%
C- La Manxa	1.579	1.231,43	4,23%	77,98%
Galícia	1.785	1.392,09	4,78%	77,98%
País Basc	1.823	1.421,73	4,88%	77,98%
Canàries	1.873	1.460,72	5,02%	77,98%
Aragó	1.897	1.479,44	5,09%	77,98%
C. i Lleó	2.399	1.870,94	6,43%	77,98%
C. Valenciana	3.691	2.878,55	9,89%	77,98%
Andalusia	4.972	3.877,58	13,32%	77,98%
Madrid	5.360	4.180,17	14,36%	77,98%
Catalunya	6.156	4800,96	16,49%	77,98%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.3. Assignacions segons CEA, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	55	0,19%	100%
Ceuta	63	63	0,22%	100%
La Rioja	416	416	1,43%	100%
Navarra	597	597	2,05%	100%
Cantàbria	599	599	2,06%	100%
Astúries	884	884	3,04%	100%
Extremadura	905	905	3,11%	100%
Múrcia	951	951	3,27%	100%
Balears	1.316	1.316	4,52%	100%
C- La Manxa	1.579	1.579	5,41%	100%
Galícia	1.785	1.785	6,13%	100%
País Basc	1.823	1.823	6,26%	100%
Canàries	1.873	1.873	6,43%	100%
Aragó	1.897	1.897	6,52%	100%
C. i Lleó	2.399	2.399	8,24%	100%
C. Valenciana	3.691	2.991	10,28%	81,03%
Andalusia	4.972	2.991	10,28%	60,16%
Madrid	5.360	2.991	10,28%	55,80%
Catalunya	6.156	2.991	10,28%	48,59%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.4. Assignacions segons CEL, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	0	0%	0%
Ceuta	63	0	0%	0%
La Rioja	416	0	0%	0%
Navarra	597	116,94	0,4%	19,59%
Cantàbria	599	118,94	0,41%	19,86%
Astúries	884	403,94	1,39%	45,69%
Extremadura	905	424,94	1,46%	46,95%
Múrcia	951	470,94	1,62%	49,52%
Balears	1.316	835,94	2,87%	63,52%
C- La Manxa	1.579	1.098,94	3,78%	69,6%
Galícia	1.785	1.304,94	4,48%	73,11%
País Basc	1.823	1.342,94	4,61%	73,67%
Canàries	1.873	1.392,94	4,79%	74,37%
Aragó	1.897	1.416,94	4,87%	74,69%
C. i Lleó	2.399	1.918,94	6,59%	79,99%
C. Valenciana	3.691	3.210,94	11,03%	86,99%
Andalusia	4.972	4.491,94	15,43%	90,34%
Madrid	5.360	4.879,94	16,77%	91,04%
Catalunya	6.156	5.675,94	19,5%	92,2%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

Taula A.5. Assignacions segons la regla del Talmud, quota de capital i ràtio de satisfacció

CCAA	Demanda c_i (M€)	Assignació x_i (M€)	Quota s_i (%)	Satisfacció (%)
Melilla	55	27,5	0,09%	50%
Ceuta	63	31,5	0,11%	50%
La Rioja	416	208	0,71%	50%
Navarra	597	298,5	1,03%	50%
Cantàbria	599	299,5	1,04%	50%
Astúries	884	442	1,52%	50%
Extremadura	905	452,5	1,55%	50%
Múrcia	951	475,5	1,63%	50%
Balears	1.316	772,36	2,65%	58,69%
C- La Manxa	1.579	1035,36	3,56%	65,57%
Galícia	1.785	1.241,36	4,26%	69,54%
País Basc	1.823	1.279,36	4,4%	70,18%
Canàries	1.873	1.329,36	4,58%	70,97%
Aragó	1.897	1.353,36	4,65%	71,34%
C. i Lleó	2.399	1.855,36	6,37%	77,34%
C. Valenciana	3.691	3.147,36	10,81%	85,27%
Andalusia	4.972	4.428,36	15,21%	89,07%
Madrid	5.360	4.816,36	16,55%	89,86%
Catalunya	6.156	5.612,36	19,28%	91,17%
Total	37.321	29.106	100%	-

Font: Elaboració pròpia amb dades extretes del Ministeri d'Economia, Comerç i Empresa a través del portal ELISA (Data de consulta: 13/03/2026) i Cano Berlanga (2023)

7.2. Annex 2

Degut al desconeixement de comandaments com la selecció de colors o inserció de noms en gràfics, així com arrodoniments, s'ha consultat la IA Gemini.

```
install.packages("GameTheory")
library(GameTheory)
install.packages("ineq")
library(ineq)
install.packages("dplyr")
library(dplyr)
install.packages("ggplot2")
library(ggplot2)
install.packages("ggrepel")
library(ggrepel)
install.packages("tidyverse")
library(tidyverse)
```

```
# 1. Definició de l'Endowment (E) - Milions d'euros (Extret d'ELISA)
```

```
E<- 29106
```

```
# 2. Definició dels Claims (demandes de cada CCAA extretes del portal ELISA) - Milions d'euros
```

```
# Ordre corresponent als noms que assignarem al punt 3
```

```
claims<- c(55, 63, 416, 597, 599, 884, 905, 951, 1316, 1579, 1785, 1823, 1873, 1897, 2399, 3691, 4972, 5360, 6156)
```

```
# 3. Assignem noms CCAA (amb Ceuta i Melilla)
```

```
noms_ccaa<- c("Melilla", "Ceuta", "La Rioja", "Navarra", "Cantàbria", "Astúries", "Extremadura", "Múrcia", "Balears", "C-La Manxa", "Galícia", "País Basc", "Canàries", "Aragó", "C i LLeó", "C. Valenciana", "Andalusia", "Madrid", "Catalunya")
names(claims)<- noms_ccaa
```

```
# 4. Comprovació de la condició de bancarrota
```

```
suma_claims<- sum(claims)
print(paste("Suma total de claims:", suma_claims))
```

```
print(paste("Endowment disponible:", E))
suma_claims > E #A la consola veiem que indica que és cert ([1] TRUE), per tant es compleix la condició de bancrrota
```

5. Creem la taula base

```
df_repartiment <- data.frame(
  CCAA = noms_ccaa,
  Claim = claims
)
```

6. Afegim el pes de cada CCAA sobre el total de claims (%)

```
df_repartiment$Pes_percentual<- (df_repartiment$Claim / sum(df_repartiment$Claim))*100
```

7. Comencem amb les opcions alternatives de repartiment, calculades amb el paquet GameTheory i afegides a la taula df_repartiment

7.1. Regla Proporcional

```
Proporcional<- Proportional(E, claims)
```

```
df_repartiment$Proporcional<- Proportional(E, claims)$Results
```

7.2. Constraint Equal Awards (CEA)

```
CEA<- CEA(E, claims)
```

```
df_repartiment$CEA<- CEA(E, claims)$Results
```

7.3. Constraint Equal Losses (CEL)

```
CEL<- CEL(E, claims)
```

```
df_repartiment$CEL<- CEL(E, claims)$Results
```

7.4. Talmud Rule

```
Talmud<- Talmud(E, claims)
```

```
df_repartiment$Talmud<- Talmud(E, claims)$Results
```

7.5. Arrodoniment a 2 decimals de les files numèriques

```
df_repartiment[, -1]<- round(df_repartiment[, -1], 2)
```

8. Creem els gràfics de barres (veure quantitats rebudes)

Passem la taula a format llarg per poder fer el gràfic. Amb això ens

queda a la taula df_grafic cada CCAA amb la quantitat rebuda segons cada criteri

```
df_grafic<- df_repartiment %>%
  pivot_longer(cols = c("Proporcional", "CEA", "CEL", "Talmud"),
    names_to = "Criteri",
    values_to = "Import")
```

8.1. Gràfic de barres comparatiu

```
ggplot(df_grafic, aes(x = reorder(CCAA, Import), y = Import, fill = Criteri)) +
  geom_bar(stat = "identity", position = "dodge") +
  coord_flip() + scale_fill_brewer(palette = "Set1") +
  labs(title = "Comparativa de Repartiment segons Criteri",
    subtitle = "Fons NGEU (Milions d'Euros",
    x = "Comunitat Autònoma",
    y = "Assignació Final",
    fill = "Regla Aplicada") +
  theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom")
```

8.2. Corbes de Lorenz

8.2.1. Gràfic de les Corbes de Lorenz Conjunes (detallat)

Preparem el marc del gràfic amb la Proporcional i després afegim la resta

de criteri amb els colors de la taula anterior

```
plot(Lc(df_repartiment$Proporcional),
  col="#4daf4a",
  lwd=2.5,
  main="Impacte en la Desigualtat Territorial (Corbes de Lorenz)",
  xlab="Proporció acumulada CCAA",
  ylab="Proporció acumulada de fons")
```

```
lines(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=2.5)
```

```
lines(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd= 2.5)
```

```
lines(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=2.5)
```

8.2.2. Gini i Corbes de Lorenz individuals

Calculem i representem Gini per després afegir-lo a les Corbes de Lorenz individuals

```
gini_proporcional<- Gini(df_repartiment$Proporcional)
```

```
gini_CEA<- Gini(df_repartiment$CEA)
```

```
gini_CEL<- Gini(df_repartiment$CEL)
```

```
gini_Talmud<- Gini(df_repartiment$Talmud)
```

```
gini_demanda<- Gini(df_repartiment$Claim)
```

```
taula_gini<- data.frame(Criteri = c("Demanda Original", "Proporcional", "CEA", "CEL",  
"Talmud"),
```

```
      Gini = c(gini_demanda, gini_proporcional, gini_CEA, gini_CEL, gini_Talmud))
```

```
#Corbes de Lorenz individuals
```

```
plot(Lc(df_repartiment$Proporcional), col="#4daf4a", lwd=4,  
     main=paste("Corba de Lorenz Proporcional\nÍndex de Gini:",  
               round(Gini(df_repartiment$Proporcional),4)),  
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")  
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=4,  
     main=paste("Corba de Lorenz CEA\nÍndex de Gini:",  
               round(Gini(df_repartiment$CEA), 4)),  
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")  
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd=4,  
     main=paste("Corba de Lorenz CEL\nÍndex de Gini:",  
               round(Gini(df_repartiment$CEL), 4)),  
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")  
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=4,  
     main=paste("Corba de Lorenz Talmud\nÍndex de Gini:",  
               round(Gini(df_repartiment$Talmud),4)),  
     xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")  
grid()
```

```
# 9. Ràtios de Satisfacció Relativa (%)
```

```
# Calculem el % de satisfacció (repartiment / demanda * 100)
```

```
df_repartiment$Satis_Prop<- (df_repartiment$Proporcional / df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_CEA<- (df_repartiment$CEA / df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_CEL<- (df_repartiment$CEL / df_repartiment$Claim)*100
```

```
df_repartiment$Satis_Talmud<- (df_repartiment$Talmud / df_repartiment$Claim)*100
```

#Arrodonim a la taula

```
df_repartiment[, 8:11]<- round(df_repartiment[, 8:11],2)
```

10. Diferencial entre regles "més justes" (CEA o Talmud) i la Proporcional

Si el resultat és positiu, el criteri de bancarrota beneficia la CCAA més que la proporció

```
df_repartiment$Guany_CEA_vs_Prop<- df_repartiment$CEA - df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$Guany_Talmud_vs_Prop<- df_repartiment$Talmud -
```

```
df_repartiment$Proporcional
```

11. Càlcul del CV

Càlcul dels PI per a cada regla

```
df_repartiment$PI_CEA<- df_repartiment$CEA / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_CEL<- df_repartiment$CEL / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_Talmud<- df_repartiment$Talmud / df_repartiment$Proporcional
```

```
df_repartiment$PI_Proporcional<- df_repartiment$Proporcional /
```

```
df_repartiment$Proporcional
```

Càlcul de la mitjana del conjunt

```
mitjana_PI_CEA<- mean(df_repartiment$PI_CEA)
```

```
mitjana_PI_CEL<- mean(df_repartiment$PI_CEL)
```

```
mitjana_PI_Talmud<- mean(df_repartiment$PI_Talmud)
```

```
mitjana_PI_Proporcional<- mean(df_repartiment$PI_Proporcional)
```

Càlcul de la desviació típica (Delta)

```
N<- nrow(df_repartiment)
```

```
variancia_CEA<- sum((df_repartiment$PI_CEA - mitjana_PI_CEA)^2) / N
```

```
variancia_CEL<- sum((df_repartiment$PI_CEL - mitjana_PI_CEL)^2) / N
```

```
variancia_Talmud<- sum((df_repartiment$PI_Talmud - mitjana_PI_Talmud)^2) / N
```

```
variancia_Proporcional<- sum((df_repartiment$PI_Proporcional -
```

```
mitjana_PI_Proporcional)^2) / N
```

```
delta_CEA<- sqrt(variancia_CEA)
```

```
delta_CEL<- sqrt(variancia_CEL)
```

```
delta_Talmud<- sqrt(variancia_Talmud)
```

```
delta_Proporcional<- sqrt(variancia_Proporcional)
```

Càlcul CV segons la definició formal

```
CV_CEA<- delta_CEA / mitjana_PI_CEA
```

```
CV_CEL<- delta_CEL / mitjana_PI_CEL
```

```
CV_Talmud<- delta_Talmud / mitjana_PI_Talmud
```

12. Càlcul de l'IHH

Càlcul de la quota de participació s

```
df_repartiment$$Proporcional<- df_repartiment$Proporcional / E
```

```
df_repartiment$$CEA<- df_repartiment$CEA / E
```

```
df_repartiment$$CEL<- df_repartiment$CEL / E
```

```
df_repartiment$$Talmud<- df_repartiment$Talmud / E
```

#Càlcul de l'IHH

```
IHH_Proporcional<- sum(df_repartiment$$Proporcional^2)
```

```
IHH_CEA<- sum(df_repartiment$$CEA^2)
```

```
IHH_CEL<- sum(df_repartiment$$CEL^2)
```

```
IHH_Talmud<- sum(df_repartiment$$Talmud^2)
```

13. Afegim per últim els repartiments que ha fet l'Estat (PRTR) i calculem els índex

```
PRTR<- c(48, 51, 352, 621, 476, 765, 887, 904, 1092, 1386, 1751, 1402, 1816, 1012, 1797,  
2821, 4329, 3256, 4341)
```

```
df_repartiment$PRTR<- PRTR
```

```
df_repartiment<- df_repartiment %>% mutate(PRTR=PRTR) %>% relocate(PRTR, .after =  
Pes_percentual)
```

#Gini

```
gini_PRTR<- Gini(df_repartiment$PRTR)
```

```
nova_fila<- data.frame(Criteri= "PRTR", Gini= gini_PRTR)
```

```
taula_gini<- rbind(taula_gini, nova_fila)
```

#Corba de Lorenz pròpia + conjunta

```
plot(Lc(df_repartiment$PRTR), col="#f1c40f", lwd=4,  
      main=paste("Corba de Lorenz PRTR\nÍndex de Gini:",  
                  round(Gini(df_repartiment$PRTR),4)),  
      xlab="Proporció acumulada CCAA", ylab="Proporció acumulada de fons")
```

```
grid()
```

```
plot(Lc(df_repartiment$Proporcional),  
      col="#4daf4a",  
      lwd=2.5,  
      main="Impacte en la Desigualtat Territorial (Corbes de Lorenz)",  
      xlab="Proporció acumulada CCAA",  
      ylab="Proporció acumulada de fons")
```

```
lines(Lc(df_repartiment$CEA), col="#e41a1c", lwd=2.5)
```

```
lines(Lc(df_repartiment$CEL), col="#377eb8", lwd= 2.5)
```

```

lines(Lc(df_repartiment$Talmud), col="#984ea3", lwd=2.5)
lines(Lc(df_repartiment$PRTR), col="#f1c40f", lwd=2.5)
legend("topleft", legend = c("PRTR", "Proporcional", "CEA", "CEL", "Talmud"),
      col = c("#f1c40f", "#4daf4a", "#e41a1c", "#377eb8", "#984ea3"),
      lty = c(1, 1, 1, 1, 1),
      lwd = 2,
      bty = "n")
grid()
#CV
df_repartiment$PI_PRTR<- df_repartiment$PRTR / df_repartiment$Proporcional
mitjana_PI_PRTR<- mean(df_repartiment$PI_PRTR)
variancia_PRTR<- sum((df_repartiment$PI_PRTR - mitjana_PI_PRTR)^2) / N
delta_PRTR<- sqrt(variancia_PRTR)
CV_PRTR<- delta_PRTR / mitjana_PI_PRTR
#IHH
df_repartiment$s_PRTR<- df_repartiment$PRTR / E
IHH_PRTR<- sum(df_repartiment$s_PRTR^2)
#Ràtio satisfacció
df_repartiment$Satis_PRTR<- (df_repartiment$PRTR / df_repartiment$Claim)*100
#Últims ajustos de decimals
df_repartiment<- df_repartiment %>% mutate(across(c(18:21, 23), \(x) round(x, 4)),
      across(24, \(x) round(x, 2)))

```