

Adrià Sentís Fàbregas

Prototip d'un sistema ball & plate amb control PID controlat per Arduino

TREBALL DE FI DE GRAU

dirigit per José Luis Ramírez Falo i Albert Oller Pujol

Grau d'Enginyeria Electrònica Industrial i Automàtica



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Tarragona

09/2021

Índex

1. Introducció	4
1.1. Elecció de la Planta	4
1.2. Descripció del Sistema.....	6
2. Elecció de Components	7
2.1. Detecció de la Bola	7
2.1.1. Panell Tàctil Resistiu	7
2.1.2. Càmera.....	9
2.1.3. Sistema Escollit per la Detecció de la Bola.....	10
2.2. Actuadors	10
2.2.1. Motor CC.....	10
2.2.2. Servomotor	11
2.2.3. Motor Pas a Pas	12
2.2.4. Actuator Escollit	13
2.3. Controlador	13
2.3.1. Ordinador.....	13
2.3.2. Arduino.....	14
2.3.3. Raspberry Pi	14
2.3.4. Controlador Escollit.....	15
3. Disseny Mecànic	16
3.1. Plantejament de l'Estructura	16
3.2. Disseny.....	17
3.2.1. Plataforma.....	17
3.2.2. Bola.....	18
3.2.3. Columna Central i Unió a la Plataforma	18
3.2.4. Barres Articulades	20
3.2.5. Suport dels Servomotors.....	21
3.2.6. Base	22
3.2.7. Altres	22
3.3. Elaboració de les peces	23
4. Model Dinàmic del Sistema	26
5. Disseny del Control.....	30
5.1. Controlador PID Digital.....	30

5.2. Mètode Ziegler-Nichols	33
6. Implementació	34
6.1. Arquitectura del Programa	34
6.2. Obtenció de la Posició	35
6.3. Implementació del Control	41
6.4. Control dels Servomotors	42
6.5. Temps de Computació	43
7. Anàlisi Experimental	44
7.1. Sintonització del Controlador	44
7.2. Temps de Mostreig i Acció Derivativa	48
7.3. Control Anti-windup Integral	49
7.4. Especificacions en el Domini Temporal	51
7.5. Trajectòries	52
7.5.1. Rectangle	52
7.5.2. Cercle	53
7.5.3. Lemniscata	54
8. Conclusions	56
9. Annexos	57
9.1. Pressupost	57
9.2. Codi Arduino	59
Referències	63

1. Introducció

Durant els meus anys acadèmics m'he adonat que molts estudiants, inclòs jo, teníem dificultats per entendre la teoria del control. Un dels principals motius és el fet de contenir moltes matemàtiques que, per la seva naturalesa, són abstractes. Per tant, la solució és que, per descomptat, cada assignatura de control compti amb algunes sessions de laboratori permetent a l'estudiant implementar experiments i aplicar els seus coneixements de control a la vida real. Però, a vegades, l'accés als laboratoris pot ser limitat a causa de la quantitat d'alumnes i les poques hores assignades per a fer-les. O fins i tot, com va ser el nostre cas, quedar-se sense sessions de laboratori i cursar les assignatures des de casa a causa d'una pandèmia mundial.

Aquesta situació em va fer reflexionar sobre la idea de construir un sistema dinàmic el qual s'hi pugui aplicar mètodes de control, és a dir, crear una planta física. Aquesta tindria la peculiaritat que l'alumne la pogués tenir a casa, permetent experimentar en tot el que es vulgui per aprendre la teoria de control d'una manera més particular.

1.1. Elecció de la Planta

Al principi, tenia dubtes sobre quin tipus de planta escollir. El que tenia clar és que havia de ser una planta portàtil, per tant, que fos lleugera per poder-la transportar sense gaire dificultat. També hauria de ser segura en la manipulació sense que hi hagi la necessitat de dur cap equip de seguretat. En altres paraules, no hi pot haver perill per a l'alumne. A més, s'hauria de tenir en compte l'asequibilitat de la planta, ja que hauria de ser per estudiants i, per tant, no podria tenir un preu fora del seu abast. I evidentment, ha de ser controlable atès que no podríem aplicar-hi la teoria de control en un sistema que no ho fos. El propòsit és establir un sistema que és inestable i poder-lo controlar.

A banda dels requisits anomenats anteriorment, el més important és que en la planta s'hi pugui visualitzar fàcilment el comportament esdevingut per a diferents mètodes de control. De manera que sigui un dispositiu didàctic per a l'estudiant.

Així doncs, d'entre totes les plantes que tenia per escollir, em vaig interessar pels sistemes de balanceig. Aquests són dels sistemes més desafiants en el camp del control, ja que es tracten de sistemes no lineals. Alguns dels clàssics exemples de sistemes de balanceig poden ser el pèndol invertit o el ball & beam (bola i balanci).

Finalment, em vaig decidir pel sistema ball & plate (bola i plataforma). Aquesta planta consisteix a fer rodar una bola sobre una plataforma i col·locar la bola en una posició desitjada. L'objectiu de la plataforma és, mitjançant una inclinació donada, controlar la posició de la bola. A part de ser un sistema molt visual, compleix tots els requisits que havia definit, per tant, era la planta idònia.

Aquesta planta es pot dissenyar per tal que la plataforma tingui dos, tres i sis graus de llibertat. D'aquestes opcions, vaig escollir dissenyar-la amb dos graus de llibertat per la raó que només necessitaria dos actuadors i, per tant, la faria més econòmica. Una altra raó és que cada un d'aquests dos actuadors serà responsable d'inclinar la plataforma en un eix de rotació. Això significa que tindrem un actuador per moure la bola en cada direcció del sistema de coordenades cartesianes (X i Y). En canvi, en el disseny que la plataforma té tres graus de llibertat no només inclina la plataforma perquè la bola es mogui en les coordenades X i Y sinó que també pugui variar l'alçada de la bola. I per al de sis graus de llibertat permet, a més a més, una rotació a la plataforma en l'eix Z i un desplaçament en X i Y. Aquests graus de llibertat de més no són rellevants per a l'objectiu de la nostra planta i només faria més complexa la modelització i el control d'aquesta.

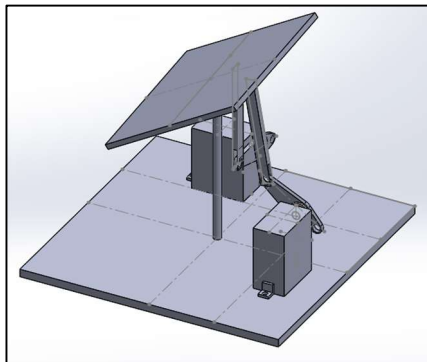


Figura 1: Disseny amb dos graus de llibertat per la plataforma

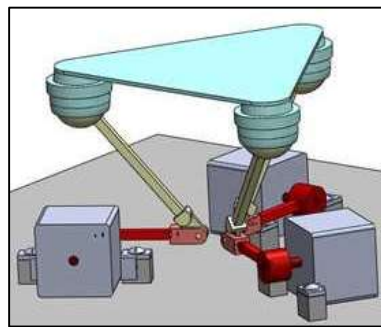


Figura 2: Disseny amb tres graus de llibertat per la plataforma

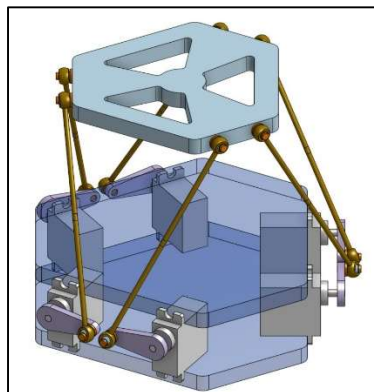


Figura 3: Disseny amb sis graus de llibertat per la plataforma

1.2. Descripció del Sistema

Com s'ha esmentat anteriorment, l'estructura de la plataforma es mourà en dos graus de llibertat, però en el sistema també s'ha de tenir en compte els graus de llibertat que té la bola. Com que la bola es mou en direcció X i Y tindrem dos graus de llibertat per aquesta. Per tant, el sistema, comptarà en total amb quatre graus de llibertat.

Convé ressaltar que el sistema ball & plate no és més que una suma de dos sistemes ball & beam, ja que en un sistema ball & beam hi tenim un actuator que fa moure la bola en una direcció. D'altra banda, al ball & plate hi ha dos actuadors, per tant, la bola es mourà en dues direccions. Aleshores, el sistema es podrà controlar mitjançant dos controls per cada direcció com si es tractés de dos sistemes ball & beam.



Figura 4: Entrades i sortides del sistema

2. Elecció de Components

Una vegada s'ha tingut clar el projecte a desenvolupar, el següent pas ha estat realitzar un estudi per cada component que forma el prototip. Remarcar que l'estudi consta de l'oferta actual dels components de més baix cost que hi ha al mercat seguint el requisit descrit al capítol anterior.

2.1. Detecció de la Bola

Perquè es produeixi la realimentació del sistema, és necessari utilitzar un dispositiu que pugui detectar la posició de la bola en tot moment. Fent una investigació els sistemes de detecció de la bola, se'n determinen dues clares millors opcions. Una opció és col·locar sobre la plataforma un panell tàctil resistiu. L'altra opció seria utilitzar una càmera i mitjançant la visió artificial poder captar la posició de la bola.

2.1.1. Panell Tàctil Resistiu

El panell tàctil resistiu és una de les opcions més utilitzades en el mercat actual per aquest tipus de projecte. Això és a causa de la facilitat de captar el senyal extern i transmetre'l en senyal elèctric. Està compost per dues làmines flexibles recobertes amb un material conductor i separades per un petit espai d'aire. Llavors, quan es fa contacte a la superfície del panell tàctil, es premen les dues làmines. Perquè capti les dues coordenades del pla, en aquestes dues làmines hi ha línies horitzontals i verticals que, en unir-les, registren la ubicació exacta del punt tocat. Hi ha diversos mètodes de detecció en la tecnologia resistiva: la matriu digital i els analògics de 4, 5 i 8 cables.



Figura 5: Representació del panell tàctil resistiu

En la tecnologia de matriu digital, les làmines superior i inferior contenen una sèrie d'elèctrodes paral·lelament. Entre les dues làmines, els elèctrodes estan perpendicularment, de manera que, quan es prem, les interseccions es posen en contacte i detecta el punt com a tocat. Dit d'una altra manera, cada intersecció dels elèctrodes de les dues làmines funciona com un interruptor independent, tenint una resolució limitada.

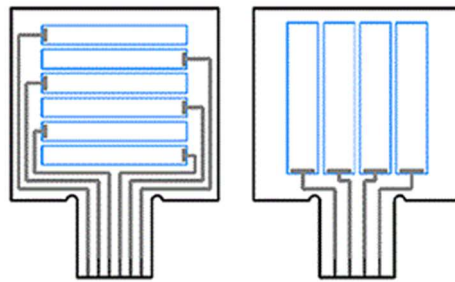


Figura 6: Panell tàtil resistiu amb matriu digital de 6 files i 4 columnes

Aquesta tecnologia va ser utilitzada abans que les tecnologies resistives analògiques. Un cop les analògiques es van començar a implementar per aplicacions que requereixen escriure o dibuixar, el mercat va passar de la matriu digital a la tecnologia resistiva analògica que compta amb una millor resolució i un cost més baix.

La tecnologia resistiva analògica de 4 cables es caracteritza en què una làmina té elèctrodes en els dos extrems per a la direcció vertical, mentre que l'altra làmina té elèctrodes per a la direcció horitzontal. El voltatge d'un punt tàtil es mesura amb l'altra làmina. D'aquesta manera, es detecta el punt tocat en les direccions X i Y.

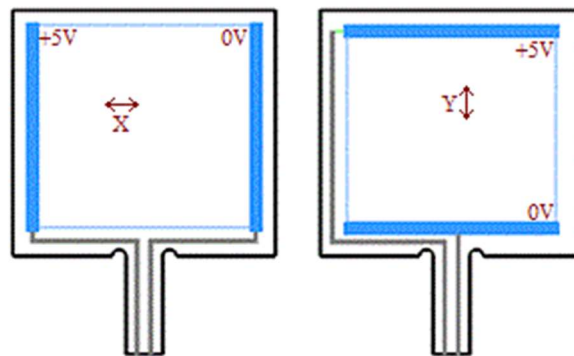


Figura 7: Panell tàtil resistiu analògic de 4 cables

Pel que fa al de 5 cables, el mètode és força semblant al de 4 cables, però a la làmina inferior s'hi col·loquen els elèctrodes a les quatre cantonades. Llavors la làmina superior només s'utilitza per a mesurar la tensió de la làmina inferior. Podríem dir que aquesta és una versió millorada del de 4 cables, ja que amb aquesta estructura augmenta la durabilitat del sensor.

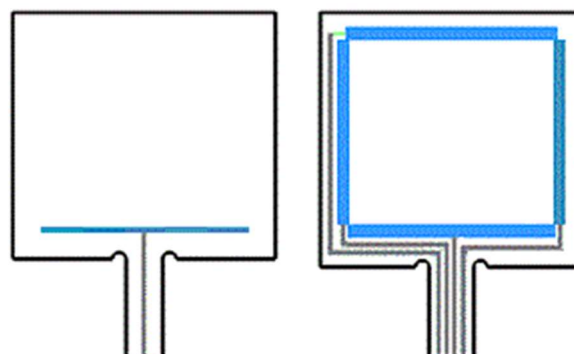


Figura 8: Panell tàtil resistiu analògic de 5 cables

El panell tàctil resistiu analògic de 8 cables també es tracta d'una versió millorada del de 4 cables, ja que l'estructura i el mètode de detecció és el mateix. La diferència és que en el de 8 cables hi ha cables addicionals connectats a cada elèctrode. Aquesta tecnologia es va implementar perquè el de 4 cables requeria un calibratge regular a causa del canvi de valor de resistència del cablejat o les peces del connector amb el pas del temps. Per tant, aquests cablejats afegits funcionen com a elèctrodes suplementaris que mesuren el voltatge en cada elèctrode automàticament i realimenten els valors mesurats al controlador. També remarcar que la demanda d'aquests sensors resistius ha anat disminuint a causa de la millora del disseny i materials dels sensors de 4 cables que es poden utilitzar prou temps sense calibrar-se en moltes aplicacions.

A més dels panells tàctils resistius, també existeixen els capacitius. Aquests són utilitzats en la majoria de dispositius tàctils del mercat actual. La diferència més característica entre aquests dos, és que els resistius detecten l'entrada del contacte amb gairebé qualsevol objecte fent-los un tipus de tecnologia passiva. En canvi, els capacitius només es poden operar amb un punter capacitiu, com podria ser un dit nu. Aquest fet ens fa descartar els panells tàctils amb la tecnologia capacitiva a causa de la impossibilitat que la bola operi com a punter.

2.1.2. Càmera

Una altra opció per la captació de la posició de la bola és la d'instal·lar una càmera a una certa distància per sobre de la plataforma. La càmera anirà captant imatges amb un període de temps definit i posteriorment s'ha de tractar per poder-ne obtenir la ubicació precisa de la bola.

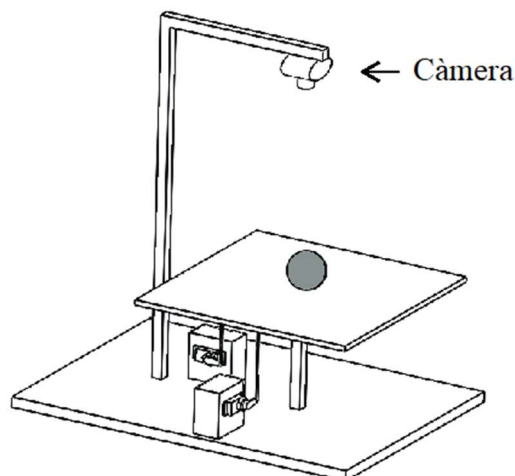


Figura 9: Estructura d'un sistema ball & plate utilitzant una càmera

El tractament de la imatge consta d'una sèrie de filtres per eliminar de la imatge tot allò que no sigui una bola i seguidament trobar el centre de la bola. La velocitat d'aquest tractament dependrà del microcontrolador utilitzat.

2.1.3. Sistema Escollit per la Detecció de la Bola

Comparant les dues opcions, podem concloure que el processament per la posició de la bola serà més ràpid en el panell tàctil envers la càmera. S'ha de tindre en compte que no tots els microcontroladors són prou potents pel tractament d'imatges, fet que ens limitaria a l'hora d'escollir el controlador.

Tot i que el preu és un factor a tenir en compte en aquest projecte i la càmera pot resultar tenir un preu més barat. Finalment, però, he escollit utilitzar el panell tàctil resistiu, ja que es tracta de l'opció més fiable per aquest projecte per les raons exposades.

Ara bé, com s'ha comentat, hi ha diversos tipus de panells tàctils resistius. El digital queda descartat perquè compta amb una resolució limitada, fet que no podrà suportar la captació de la trajectòria de la bola amb una precisió acceptable pel control. Per tant s'ha optat per un panell tàctil resistiu analògic de 8 cables.

2.2. Actuadors

Uns dels components clau del prototip són els actuadors. Aquests s'encarreguen de dur a terme el moviment per inclinar la plataforma i, per tant, si aquest component no té un bon control o precisió ens perjudicarà a l'hora controlar el sistema. A continuació s'estudiarà les diferents opcions per determinar quin actuator és el més adequat pel nostre prototip.

2.2.1. Motor CC

Un motor de corrent continu (CC) és una màquina que converteix l'energia elèctrica en mecànica. Aquesta conversió és gràcies a la generació d'un camp magnètic produint un parell motor, que provoca un moviment rotatiu. Aquest motor consta de 2 cables que corresponen a l'alimentació i a la terra que se'ls hi aplica l'electricitat necessària per correcte funcionament. Quan s'hi aplica l'alimentació, el motor comença a girar i només s'aturarà quan deixes d'alimentar-lo.



Figura 10: Motor CC

Està compost principalment de dues parts: l'estator i el rotor. L'estator és la part immòbil que conté els pols de la màquina, normalment en forma d'imants permanents. I el rotor és on es disposen espines (enrotllaments de fils de coure) al voltant d'un nucli, alimentat amb corrent continu mitjançant el col·lector que estant en contacte amb les escobretes.

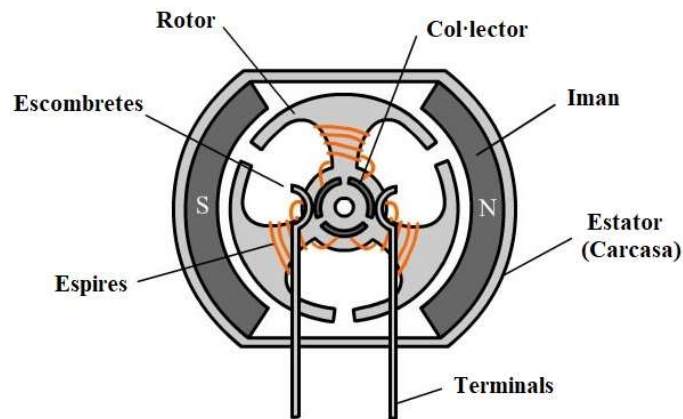


Figura 11: Diagrama de la secció transversal d'un motor CC

Els motors CC es caracteritzen per proporcionar altes velocitats i poc parell. Són utilitzats en aplicacions com les rodes d'un vehicle de ràdio control o ventiladors. És possible controlar la velocitat i el parell d'aquests motors utilitzant tècniques de control.

2.2.2. Servomotor

Un servomotor és un actuator rotatiu elèctric que té com a característica principal la capacitat de controlar la posició de l'eix de forma precisa. Està compost per un motor CC, un circuit de control, un sensor de posició i conjunt d'engranatges que actua com a caixa reductora. Aquesta caixa reductora s'utilitza per augmentar el parell del dispositiu, ja que transforma gran part de la velocitat de gir en torsió. Convé ressaltar que generalment els servomotors tenen un rang de gir de 180°, això és degut a la limitació del sensor de posició que normalment és un potenciòmetre. Un servomotor té tres terminals de connexió que corresponen a l'alimentació, la terra i el control.

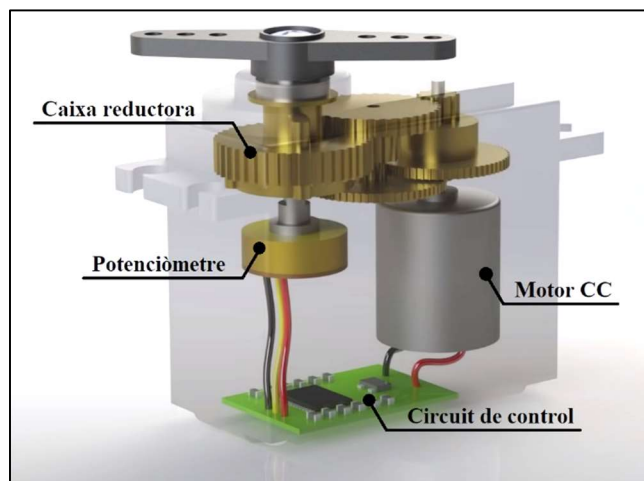


Figura 12: Parts del servomotor

El valor de posició desitjada s'envia per l'entrada del senyal de control amb una Modulació d'Ample de Pols (PWM, sigles en anglès). Com més ample siguin els polsos enviats, el servomotor es situarà en un angle major.

El circuit de control consisteix en un controlador proporcional de llaç tancat. Per saber el valor de l'error, compte amb un amplificador d'error que calcula la diferència entre la referència (posició desitjada) i la posició en què es troba el motor (mitjançant el potenciòmetre). El senyal de control PWM es converteix en un valor analògic de voltatge mitjançant un convertidor, això és degut al fet que l'amplificador treballa amb valors analògics. Per tant, una vegada obtingut l'error, s'amplifica amb un guany i s'aplica als terminals del motor CC.

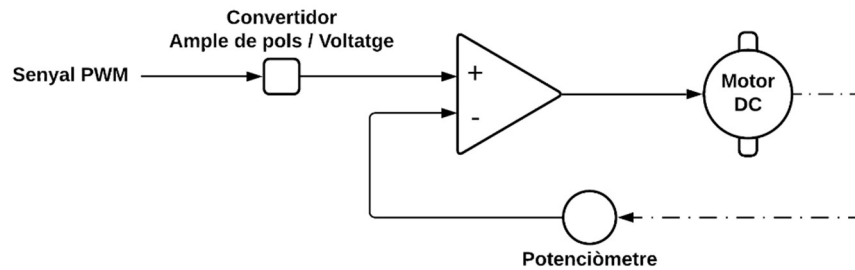


Figura 13: Diagrama de control de un servomotor

2.2.3. Motor Pas a Pas

Els motors pas a pas tenen un comportament del tot diferent dels motors CC. Es constitueixen amb un rotor amb imants permanents i un estator estacionari que conté els bobinats. Funcionen de manera que quan el corrent passa pels bobinats de l'estator, genera un flux magnètic que interactua amb el camp magnètic del rotor aplicant-hi una força de gir. Aquests motors compten amb un alt nombre de pols, de manera que el rotor gira en una sèrie d'increments o passos.



Figura 14: Motor pas a pas

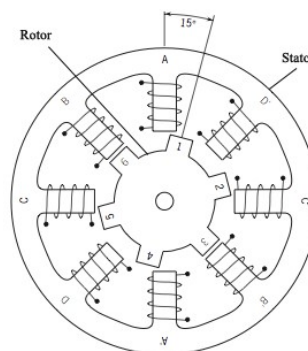


Figura 15: Diagrama d'un motor pas a pas

Els motors pas a pas necessiten un circuit de control extern o microcontrolador per poder alimentar cada bobinat i, en conseqüència, girar l'eix del motor. El factor més important a l'hora d'escollir un d'aquests motors és els graus per pas, ja que defineix la quantitat de graus que girarà l'eix per cada pas complet, en altres paraules, la resolució del motor.

2.2.4. Actuador Escollit

Per escollir l'actuador que més s'adapta a les nostres necessitats farem una comparativa entre els diferents actuadors. En primer lloc, els motors de corrent continu són motors de rotació ràpida i continua que són adequats en aplicacions que requereixen girar a una rotació elevada per minut (rpm). Per altra banda, els servomotors tenen un parell elevat, una rotació ràpida i precisa amb un rang limitat. I per últim, els motors pas a pas són de configuració lenta i senzilla amb una rotació precisa. En general, els servomotors són una alternativa millorada als motors pas a pas, però a la vegada, una configuració del control més complicada a causa de la sincronització PWM.

Finalment, posant els avantatges i inconvenients de cada motor damunt la taula, s'ha decidit utilitzar els servomotors gràcies a la rotació ràpida i el parell elevat. Els motors pas a pas tenen una millor precisió, però queden descartats a causa de la seva lentitud, ja que pot afectar el control del sistema. Els motors CC també queden descartats a causa de la dificultat de control de la posició. A més a més, el cost dels servomotors de modelatge acostumen a ser de cost més baix que els motors pas a pas de característiques semblants, fet que consolida l'elecció d'aquests actuadors.

2.3. Controlador

Una vegada elegit el sistema per detectar la bola i els actuadors pel prototip queda elegir el component més significatiu, el controlador. Aquest s'encarrega de dur tota l'estratègia de control per estabilitzar el sistema *Ball & plate*. Bàsicament haurà de tractar el senyal provinent del sensor per captar la posició real de la bola, i seguidament, es calcularà l'error comparant-ho amb la posició de referència. Aquest error es corregirà enviant un senyal als actuadors per inclinar la plataforma, i conseqüentment, moure la bola a la posició desitjada.

A continuació, s'estudiarà les diferents opcions que tenim per a la implementació del control.

2.3.1. Ordinador

Una de les opcions més utilitzades per a dur a terme la implementació del control és l'ús d'un ordinador. Aquests compten amb un potent hardware i software, els quals faciliten la implementació del control. Programaris com *Matlab/Simulink* o *LabVIEW* són eines molt poderoses amb entorn de programació gràfica que, a part de fer simulacions, permeten fàcilment controlar sistemes dinàmics.

Ara bé, per poder adquirir les dades del sensor i enviar els senyals de control als actuadors a través de l'ordinador seria necessari d'un hardware extern. Aquest inconvenient m'ha fet reflexionar en fer ús de microcontroladors, un circuit integrat programable constituïts per una unitat central de processament (CPU), unitats de memòria i perifèrics d'entrada i sortida.

2.3.2. Arduino

L'Arduino és una placa de circuit imprès basada en un microcontrolador de codi obert. L'objectiu d'aquesta placa és fer més simple i accessible el disseny de circuits electrònics amb microcontroladors. El seu hardware consisteix d'un microcontrolador integrat, en el cas de la placa Arduino UNO és el model ATmega328P, a més d'entrades i sortides tant de digitals com d'analògiques.

Utilitza un llenguatge de programació basat en C++ i es realitza la programació des d'un ordinador gràcies a un entorn de desenvolupament integrat (IDE). Un avantatge d'aquesta plataforma és la comunicació amb l'ordinador a través d'un cable USB, permetent carregar el codi sense la necessitat d'un hardware addicional.

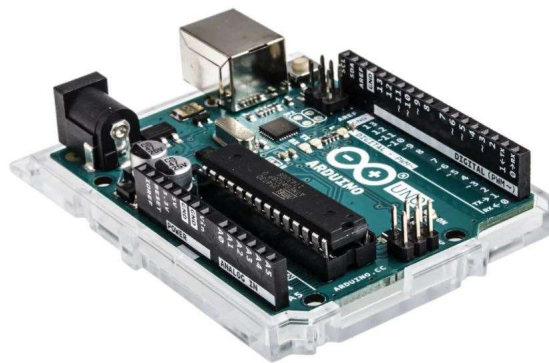


Figura 16: Arduino UNO

2.3.3. Raspberry Pi

Una altra opció seria utilitzar una Raspberry Pi que és un ordinador de baix cost i mida reduïda. Des de l'any 2012 que va sortir al mercat, les plaques Raspberry Pi s'han popularitzat molt atès que obre les portes de l'experimentació i l'aprenentatge a totes les edats. Està compost per un SoC (acrònim en anglès de *System-on-a-chip*), CPU, GPU (Unitat de Procés Gràfic), Memòria RAM, i ports USB i HDMI. A més a més, conté connexions per a perifèrics de baix nivell, podent-lo utilitzar en projectes d'electrònica.



Figura 17: Raspberry Pi 4 model B

2.3.4. Controlador Escollit

Considerant les opcions exposades, es descartarà el fet d'utilitzar l'ordinador com a controlador, ja que, tot i tractar-se de l'opció més potent en el processament, requereix un hardware addicional per poder tractar els senyals del sensor i els actuadors. Pel que fa a les altres opcions, Raspberry Pi en tractar-se d'un microcomputador disposa d'un processador més potent que Arduino. Però, en canvi, Arduino compta amb més varietat de pins d'entrada i sortida pel fet que Raspberry Pi no disposa de pins analògics. Aquesta limitació ens fa descartar Raspberry Pi perquè no podríem tractar els senyals analògics del panell tàctil resistiu sense utilitzar un hardware addicional. Per tant, el controlador escollit per controlar el sistema *ball & plate* serà l'Arduino.

3. Disseny Mecànic

En aquest capítol s'explicarà el procediment que s'ha dut a terme pel disseny i la fabricació del prototip. Prèviament s'ha realitzat una investigació per comparar les diverses opcions d'estructures amb les quals es pot plantejar el sistema per inclinar la plataforma. Seguidament s'explicaran més detalladament les diferents peces que componen l'estructura. I, per últim, es mostraran els passos seguits per passar del disseny a les peces físiques.

3.1. Plantejament de l'Estructura

Inicialment es farà un estudi de les diferents estructures que poden conformar el prototip. Aquesta estructura tindrà com a requisit fonamental permetre la inclinació de la plataforma sobre els eixos X i Y.

Un plantejament d'estructura podria ser la de realitzar la plataforma amb suports articulats, de manera que s'inclina a causa del moviment de l'actuador lligat a ell. Constaria d'un marc extern subjecte per un actuador que s'encarregarà de fer girar la plataforma en l'eix X. De la mateixa manera, la plataforma queda incrustada en un marc inferior governat per un altre actuador que el fa girar en l'eix Y. Per tant, l'estructura consta de dos graus de llibertat podent-lo controlar amb una rotació independent a cada eix. L'inconvenient d'utilitzar aquesta solució és el plantejament de la disposició dels servomotors, ja que augmentarà la dificultat de muntatge i el cost de les peces que conformen l'estructura.

Per tant, s'ha continuat la investigació pel plantejament de l'estructura. Una altra opció més utilitzada en aquests sistemes era utilitzar barres articulades. La plataforma és situada al centre d'una columna que compta amb una articulació per permetre el moviment d'inclinació a la plataforma. Les barres articulades s'encarreguen de transmetre el moviment independentment a cada eix a la plataforma. En un extrem hi ha connectat l'eix del servomotor i l'altre extrem està connectat a la plataforma.

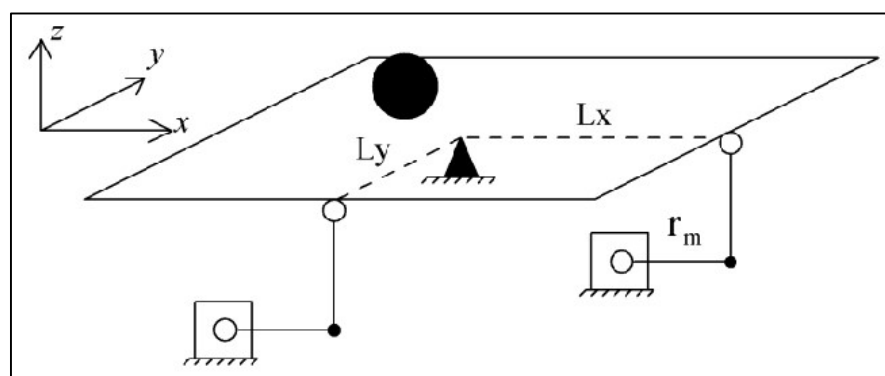


Figura 18: Estructura mecànica d'un sistema ball & plate amb barres articulades

3.2. Disseny

Un cop s'ha tingut clar la idea general del disseny i el sistema que s'utilitzarà per inclinar la plataforma, vaig començar a dissenyar les peces que formarien el prototip. Es dissenyarà amb *Tinkercad*, un programa de modelatge 3D que permet crear models complexes a partir de la combinació d'objectes més simples. Vaig escollir aquest programa perquè és fàcil d'utilitzar i ja comptava amb una certa experiència.

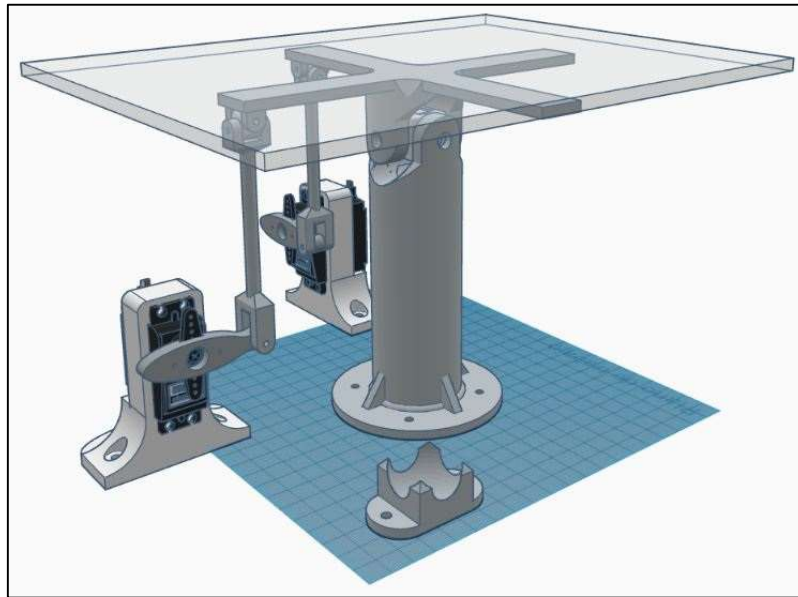


Figura 19: Disseny de l'estructura amb Tinkercad

La fabricació de les peces, excepte la base, la plataforma i la bola, es farà amb impressió 3D. Utilitzar aquesta tecnologia serà clau per passar d'un disseny CAD a un model físic precís. A continuació s'aprofundirà en cadascuna de les peces que conformen el prototip.

3.2.1. Plataforma

La plataforma on rodarà la bola estarà formada per una planxa de metacrilat i a sobre, el panell tàctil resistiu. S'ha decidit utilitzar el metacrilat gràcies a les seves propietats físiques que entre d'altres són la duresa i la lleugeresa, a part de ser llis que és un dels aspectes més importants que ha de tenir la plataforma perquè ha de comptar amb un baix coeficient de fregament. Aquestes propietats fan que sigui el material idoni per la plataforma.

Cal considerar que la superfície de la plataforma ha de ser prou gran perquè la bola pugui rodar lliurement, però a la vegada, no pot tenir unes mides excessives, ja que influirà en el pes final de la plataforma i ens podria perjudicar pel fet que els actuadors compten amb una potència limitada.

També, s'ha de tenir en compte que la planxa de metacrilat ha de tenir un gruix suficient perquè no es doblegui, ja que també és un material flexible. Però a la vegada tampoc ha de tenir un gruix excessiu per no augmentar el pes a la plataforma.

Es va escollir un panell tàctil resistiu de 12,1" (250x188mm) i una planxa de metacrilat de 268x204x5mm. La superfície de la planxa serà idèntica a la que ocupa el total de la superfície del panell tàctil, incloent-hi els marges.

3.2.2. Bola

La característica més important que haurà de tindre la bola és la de tenir suficient pes per la correcta captació de la posició. Ja que les làmines del panell tàctil resistiu no s'arribarien a unir si la bola tingués poc pes. Per tant, s'ha escollit un material d'alta densitat com ho és l'acer. Es comptarà amb una bola sòlida d'acer niquelat de 30 mm de diàmetre i d'una massa de 110 grams.



Figura 20: Bola d'acer de 30 mm

3.2.3. Columna Central i Unió a la Plataforma

La columna central és una de les peces més destacables de l'estructura. Té com a funció bàsica suportar gran part del pes de la plataforma, de manera que en estar al centre de la plataforma, estarà en equilibri quan la inclinació sigui zero. Gràcies a aquest suport, els actuadors hauran de suportar menys pes i, en conseqüència, es podran moure més àgilment.

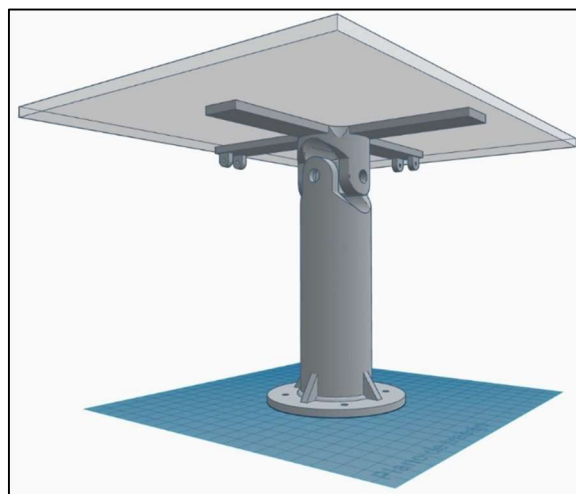


Figura 21: Disseny de la columna central amb la unió a la plataforma

Aquesta columna estarà formada per un cilindre i a la part inferior hi tindrem una base cilíndrica amb quatre forats per poder-lo unir fixament a la base. Per reforçar la part inferior de la peça s'hi ha afegit quatre esquadres de suport.

La part més crítica de la columna central és la unió entre aquesta i la plataforma, ja que ha de permetre que la plataforma es pugui inclinar en els dos eixos. Per tant, aquesta unió ha de tindre un moviment de dos graus de llibertat.

Al principi, vaig considerar utilitzar una articulació esfèrica com a unió. Aquesta articulació compta amb tres graus de llibertat (els tres angles de rotació), encara que dues d'elles amb limitació de moviment. Aquestes limitacions no ens és un inconvenient perquè la inclinació de la plataforma també serà limitada. Ara bé, aquesta tipologia d'articulacions generalment estan elaborades amb materials d'un baix coeficient de fregament a causa de la superfície de contacte de les peces que formen l'articulació. Això ens és un inconvenient, ja que el material en què fabricarem les peces no compten amb un coeficient de fregament òptim.

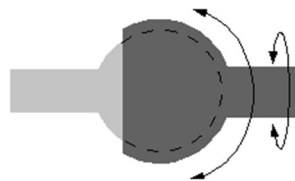


Figura 22: Articulació esfèrica

Una vegada descartada l'opció de l'articulació esfèrica, vaig optar per utilitzar una articulació universal. Aquest sistema mecànic, també conegut com a junta Cardan, generalment és utilitzat per unir dos eixos no coaxials i transmetre el moviment de rotació d'un eix a l'altre. Per tant, compta amb dos graus de llibertat amb unes certes limitacions. Ara bé, no s'utilitzarà aquesta articulació per transmetre el moviment de rotació, ja que la columna central estarà fixada a la base, s'utilitzarà perquè la plataforma pugui inclinar-se lliurement.

Aquest mecanisme està constituït per dues forquilles connectades entre si per mitjà de cargols units a una peça central, la creueta. Els quatre cargols aniran muntats sobre rodaments encaixats a pressió en uns allotjaments en les forquilles.

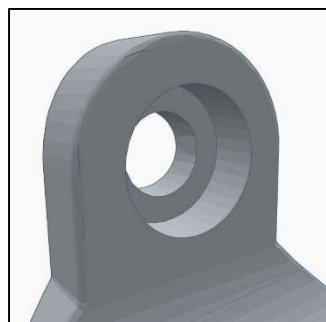


Figura 23: Disseny d'un extrem de la forquilla

La creueta és dissenyada en forma de cub i la unió dels quatre cargols serà en forma de creu, de manera que la plataforma s'inclinà sobre els eixos en el mateix punt. Aquesta distribució té com a objectiu poder modelar el sistema perquè sigui idèntic en els dos eixos. Per fixar els cargols s'han afegit unes cavitats per introduir-li les femelles hexagonals. Les cavitats tindran la mida justa per evitar que la femella no roti una vegada la femella hi ha estat dipositada.

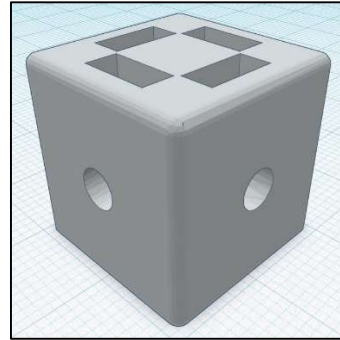


Figura 24: Disseny de la creueta

Les forquilles aniran connectades a la peça que compon a la columna central i a la peça que va unida a la plataforma. Aquesta peça serà dissenyada en forma de creu on un dels extrems de cada eix anirà connectat als braços articulats per inclinar la plataforma.

3.2.4. Barres Articulades

El disseny de les barres articulades serà exactament igual en els eixos X i Y. Per tant, en aquest apartat ens centrarem en un dels eixos. Resumint el mecanisme, cada actuador fa rotar la plataforma mitjançant dues barres formant conjuntament un mecanisme de quatre barres. Tindrem una barra connectada en l'eix del servomotor, llavors, quan el servomotor giri uns certs graus, aquesta barra també ho farà. L'altra barra serà l'encarregada de transmetre el moviment del servomotor a la plataforma, per tant, en un extrem hi tindrem connectada la barra de l'eix del servomotor i en l'altre extrem la tindrem unida a la plataforma.

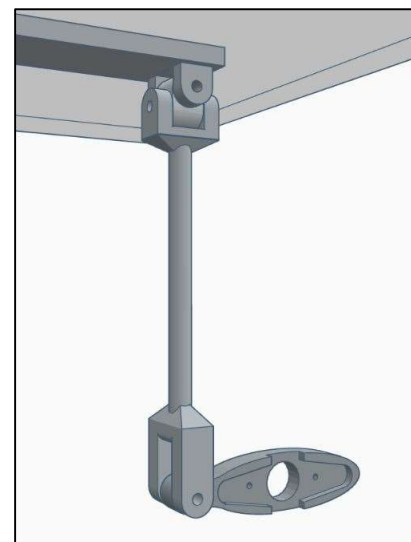


Figura 25: Disseny del braços articulats

Per unir la barra horitzontal al servomotor s'ha utilitzat una peça en forma de creu que venia incorporat amb el mateix servomotor, ja que resulta la manera més fiable d'acoblar l'eix. La barra s'ha dissenyat amb la superfície de la peça enfusa per tal que encaixi correctament aquesta peça. Per fixar-la, s'hi ha afegit dos petits forats per unir amb dos cargols. També hi tindrem un forat central en cas que es vulgui desacoblar la barra del servomotor.

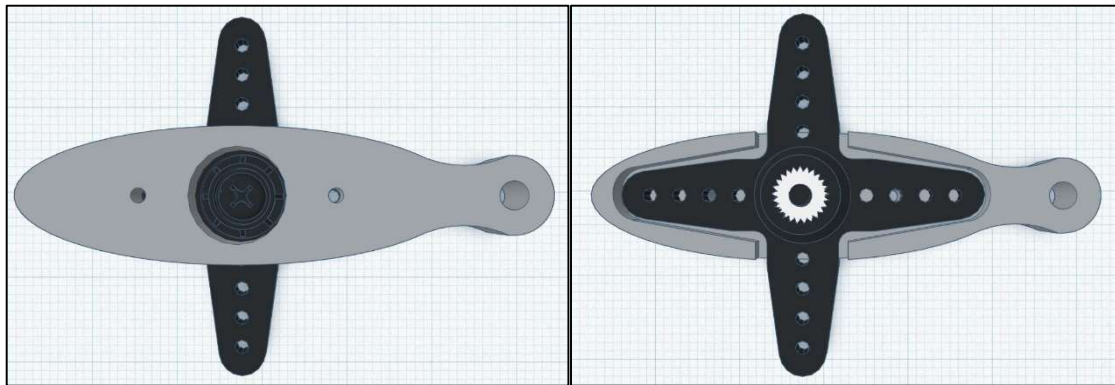


Figura 26: Disseny de la barra que va acoblada al servomotor vist des de dos punts de vista diferents

S'utilitza una articulació rotacional per unir les dues barres on utilitzaren un cargol com a eix de l'articulació. Per unir la barra vertical amb la plataforma s'ha fet ús de l'articulació universal pel fet que és necessari dos graus de llibertat pel correcte moviment de la plataforma. En aquest cas, com a creueta s'ha dissenyat una peça en dos forats per cada eix a diferents altures.

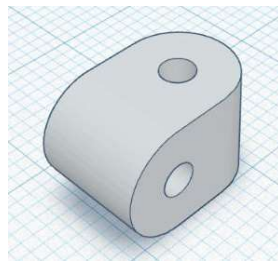


Figura 27: Disseny de la creueta per la barra articulada

3.2.5. Suport dels Servomotors

Per fixar els servomotors a la base s'ha dissenyat una peça per ubicar-los i acoblar-los amb cargols. També hi havia la necessitat d'elevat-los per evitar que la barra unida al servomotor impactés contra la base quan l'angle fos menor a l'angle límit. Aquesta peça anirà unida a la base a mitjà de 3 cargols. També compta amb dues esquadres de suport.

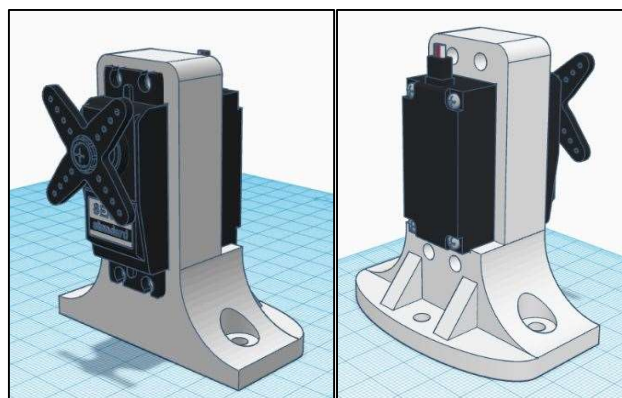


Figura 28: Disseny del suport del servomotor vist en diferents perspectives

3.2.6. Base

La base és on anirà muntat components com la columna central, els servomotors i el microcontrolador, per tant, haurà de comptar d'una mida considerable per tal que es pugui distribuir de manera adequada. Una altra cosa a tenir en compte és el gruix de la base atès que hi aniran clavats els cargols que uneixen les peces.

Per tant, considerant tot l'esmentat, es decideix utilitzar tauler de fusta de dimensions 450x350x12 mm.

3.2.7. Altres

A part de les peces esmentades que conformen l'estructura pel correcte funcionament del sistema ball & plate, es van dissenyar altres peces per millorar el prototip.

Va sorgir de la necessitat d'unir la planxa de metacrilat amb el panell tàctil resistiu. La manera més fàcil hauria sigut enganxant els dos components amb cola adhesiva instantània, però volia evitar aquesta opció per si en treballs futurs es volguessin utilitzar altres mètodes per detectar la posició de la bola. De manera que vaig dissenyar una peça en forma de cantonera que utilitzant-les als quatre cantons s'evita que el panell es desplaci.

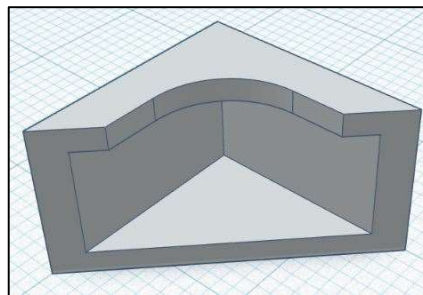


Figura 29: Disseny de la cantonera

També va aparèixer una necessitat quan es van començar a fer les primeres proves experimentals, i era la necessitat de guardar la bola quan els dispositius no estiguessin alimentats. Per tant, es va dissenyar una peça amb una concavitat esfèrica del mateix radi que la bola que va fixada a la base mitjançant dos cargols.

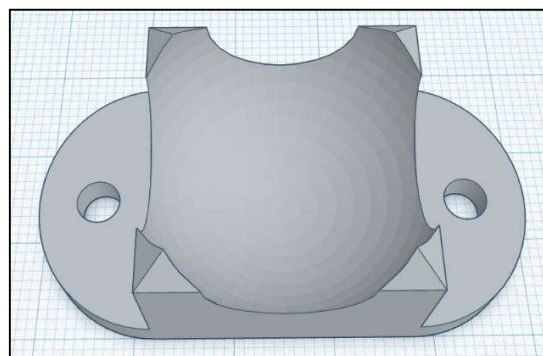


Figura 30: Disseny del suport de la bola

3.3. Elaboració de les peces

El fet de tenir una impressora 3D a casa dona total llibertat per fabricar les teves pròpies peces. Aquestes màquines tenen la capacitat de realitzar còpies de dissenys amb volums que prèviament han sigut creats amb un ordinador. Quan realitzes un disseny amb un programa CAD (Disseny Assistit per Ordinador) i ho imprimeixes amb una impressora 3D, passes d'un disseny 3D a un model físic 3D.

Per crear el model físic, el que fa la impressora 3D és anar creant capes successivament fins a la creació completa i precisa del disseny en les seves tres dimensions. Aquest procés es denomina procés additiu. El material que s'utilitza per a la impressió és el termoplàstic, ja que permet ser escalfat i modelat amb facilitat. Aquest material plàstic ve donat en forma de filament i els més utilitzats són el PLA (poliàcid làctic), l'ABS (acrilonitril butadiè estirè), el PETG (polièster glicolitzat), entre d'altres que poden contenir additius com la fusta i la goma.

La impressora 3D que s'ha utilitzat és la *Creality Ender 3*, una de les més populars que hi ha actualment al mercat gràcies a la seva relació qualitat/preu. Té un volum d'impressió de 220 x 220 x 250 mm, i compte amb una base d'impressió calefactable.

Per imprimir les peces dissenyades tenia dues opcions de materials per escollir, el PLA i l'ABS, els quals són els més usats en la impressió 3D. Per una banda, els filaments ABS garanteixen que l'objecte sigui rígid, resistent als impactes i capaç de suportar fàcilment temperatures de 20° sota zero a 80°. Gràcies a les seves propietats el fan un dels millors plàstics per imprimir peces en 3D, però un inconvenient que té és el gas nociu que genera durant la impressió. És recomanable utilitzar una impressora 3D de cambra tancada per imprimir amb aquest material.

D'altra banda, els filaments PLA són biodegradables i no emeten gasos tòxics durant la impressió. El PLA es fabrica amb matèries primeres renovables com el midó de blat de moro. Les seves propietats no són tan resistents a impactes i a temperatures tan altes com l'ABS, a partir de 60° comença a descompondre's. A diferència de l'ABS que necessita una base calefactable per la correcta impressió, el PLA és més fàcil d'imprimir.

Finalment em vaig decantar en utilitzar filament PLA gràcies a ser un material biodegradable i fàcil d'imprimir. El material ABS ens podria resultar més interessant perquè compte amb millors propietats, però les propietats del PLA són prou bones per les peces, ja que no patiran impactes ni estressos excessius.

Una vegada s'havien dissenyat totes les peces i s'havia obtingut el filament PLA, el següent pas era imprimir-les. S'ha de tenir en compte que una impressora 3D només sap desplaçar-se a la coordenada X, Y, Z i dipositar una certa quantitat de material. Per tant, hi ha un procediment a seguir des que dissenyem la peça fins que la tenim fabricada. Al següent diagrama veiem el procés seguit:

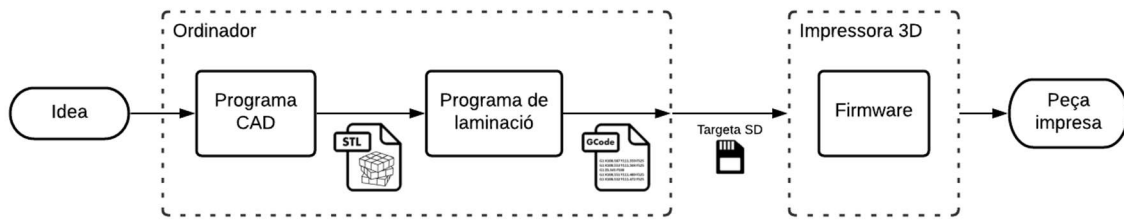


Figura 31: Diagrama del procediment per imprimir una peça

Primer de tot, s’haurà de fer processar el model 3D en un arxiu amb extensió STL. Els arxius STL defineixen la geometria dels objectes en 3D, descomponent-lo en una successió de triangles de diferents formes i mides que s’adaptin exactament a la geometria dels seus contorns, dibuixant així la seva estructura de forma tridimensional.

Perquè una impressora 3D pugui entendre un arxiu STL és necessari utilitzar un programa de laminació. Aquests programes transformen la informació continguda en l’arxiu en instruccions per a la impressora 3D. En aquest procés, el model en 3D es divideix en làmines mil·limètriques les quals es transformen en informació que la impressora 3D pot entendre, per després ser guardada en un arxiu de format GCode, el llenguatge de les impressores 3D que proporciona totes les instruccions necessàries.

Com a programa de laminació s’ha utilitzat *Cura*, un programari de codi obert, probablement el més estès en el mercat mundial per a la fabricació additiva. Permet definir paràmetres bàsics com l’altura de les diferents capes, l’adhesió, les estructures de suport, la densitat i el patró d’ompliment, etc. A més a més, una vegada configurats els paràmetres, amb el mode “vista prèvia” podem fer-nos a la idea de com *Cura* talla el model, a part d’informar-nos de la quantitat de filament necessari i el temps total d’impressió.

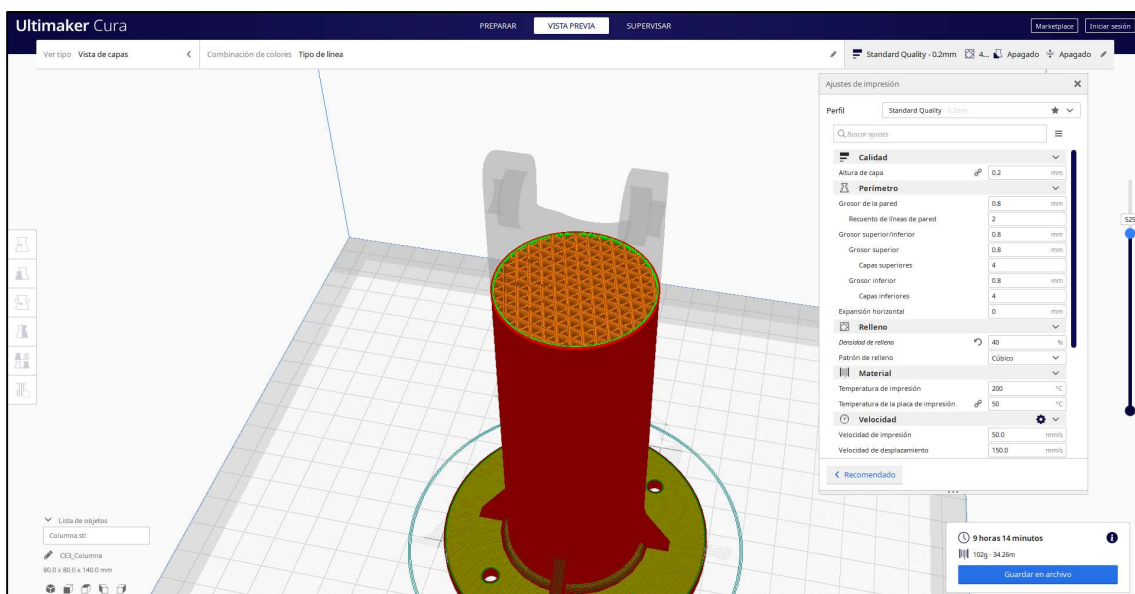


Figura 32: Interfície de Cura amb el mode "Vista Prèvia" de la columna central de l'estructura

Una vegada obtingut l'arxiu de format GCode va ser enviat a la impressora mitjançant una targeta SD. Llavors, el programa informàtic de la impressora 3D controla els circuits electrònics, executant en seqüència les accions segons les instruccions contingudes al GCode.

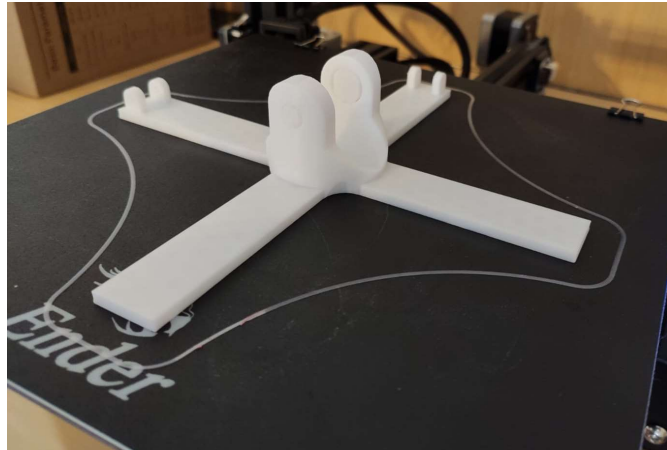


Figura 33: Peça de suport de la plataforma impresa

4. Model Dinàmic del Sistema

En aquest capítol s'estudiarà el model del nostre sistema *ball & plate*. Per fer la modelització matemàtica es farà una sèrie de suposicions per simplificar l'anàlisi:

- La bola és completament simètrica i homogènia.
- La bola no llisca sobre la plataforma.
- Negligim la fricció que hi pugui existir.
- La bola i plataforma estan en contacte tota l'estona.

A partir d'aquí, analitzarem el sistema en un dels dos eixos, en aquest cas en l'eix x:

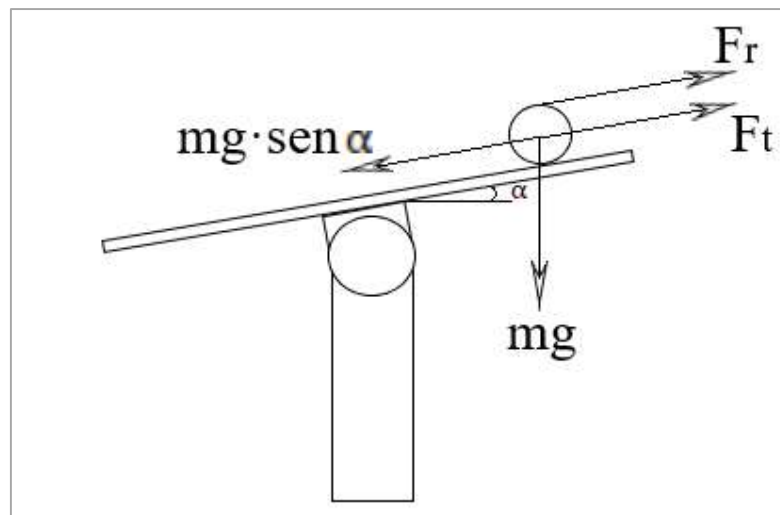


Figura 34: Esquema dels diagrames de força

On:

m	=	massa de la bola (g)
g	=	constant gravitacional ($9,81 \text{ m/s}^2$)
F_t	=	Força de translació (N)
F_r	=	Força de rotació (N)
x	=	posició de la bola respecte al centre (m)
r	=	radi de la bola (m)
α	=	angle d'inclinació de la plataforma (rad)

El sumatori de forces en l'eix paral·lel al pla serà:

$$F_{tx} + F_{rx} = mg \sin(\alpha) \quad (1)$$

Sabent que l'acceleració de la bola és la segona derivada de la posició:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad (2)$$

La força de translació ve dona per:

$$F_{tx} = m\ddot{x} \quad (3)$$

El parell que és desenvolupat a causa de la rotació de la bola es determinarà multiplicant la força de rotació pel radi:

$$T_r = F_{rx}R = I \frac{d(w_b)}{dt} \quad (4)$$

$$I \frac{d(w_b)}{dt} = I \frac{d(v_b/R)}{dt} \quad (5)$$

$$I \frac{d(v_b/R)}{dt} = I \frac{d^2(x/R)}{dt^2} \quad (6)$$

$$I \frac{d^2(x/R)}{dt^2} = \frac{I\ddot{x}}{R} \quad (7)$$

On I és el moment d'inèrcia. El moment d'inèrcia d'una esfera sòlida és:

$$I = \frac{2}{5}mR^2 \quad (8)$$

Per tant, aïllant la força rotacional de l'equació ens queda:

$$F_{rx} = \frac{T_{rx}}{R} = \frac{I\ddot{x}}{R^2} = \frac{2}{5}m\ddot{x} \quad (9)$$

Desenvolupant l'equació [1] del sumatori de forces:

$$\frac{2}{5}m\ddot{x} + m\ddot{x} = mg \sin(\alpha) \quad (10)$$

$$\frac{7}{5}\ddot{x} = g \sin(\alpha) \quad (11)$$

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}g \sin(\alpha) \quad (12)$$

Com que l'entrada del sistema és l'angle del servomotor seria convenient substituir-lo per l'angle d'inclinació de la plataforma. Cal esmentar que per tenir en compte el servomotor en el sistema s'hauria d'introduir una constant nova multiplicant i un pol nou $(s+1/T_m)$ on T_m indica el temps de resposta del motor, és a dir, el temps que necessita el motor per posicionar-se en un angle determinat. Ara bé, aquest valor és molt petit i, a la pràctica podem suposar que aquest pol està molt lluny. Així doncs, aquest model de l'actuador ens afectarà poc en la modelització del sistema i no es tindrà en compte.

La relació entre l'angle d'inclinació de la plataforma i l'angle del servomotor serà la següent:

$$l \sin(\alpha) = d \sin(\theta) \quad (13)$$

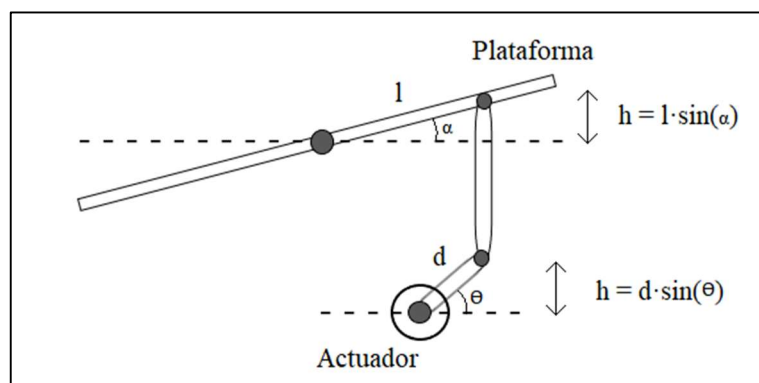


Figura 35: Mecanisme biela-biela

Substituint-ho en l'equació [12], ens queda:

$$\ddot{x} = \frac{5gd}{7l} \sin(\theta) \quad (14)$$

En aquest punt, veiem que és una equació diferencial no lineal perquè té un component sinusoidal. Desenvolupar un controlador per a aquest sistema és altament complex a causa de la no linealitat. Ara bé, aquesta equació es podria linealitzar, ja que, com es mostra a la figura 36, la funció sinusoidal es podria considerar lineal al voltant del seu encreuament per zero. Com que l'angle del servomotor no serà major a un rang de $[-50, 50]$ graus es podria validar l'aproximació lineal. Per tant, l'equació lineal del sistema ve donada a [15].

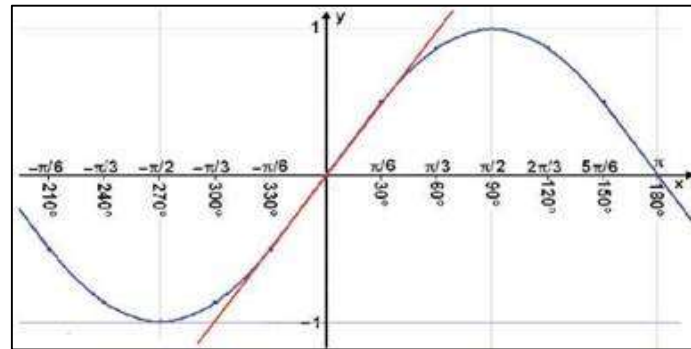


Figura 36: Zona lineal de la funció sinus

$$\ddot{x} = \frac{5gd\theta}{7l} \quad (15)$$

Utilitzant la transformada de Laplace ens queda la següent funció de transferència de la planta:

$$H(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{5gd}{7l s^2} \quad (16)$$

Finalment se substitueix les variables pels seus valor corresponents.

$$d = 0,28 \text{ m}$$

$$l = 0,83 \text{ m}$$

$$H(s) = \frac{5 \cdot 9,81 \cdot 0,28}{7 \cdot 0,83 \cdot s^2} = \frac{2,36}{s^2} \quad (17)$$

El model aproximat obtingut indica que és un sistema amb un pol doble a l'origen, per tant, es tractaria d'un sistema inestable tenint en compte que si introduïm un esglaó al sistema, la resposta serien oscil·lacions permanents. La utilitat d'aquest model ha estat el entendre més la estabilitat del sistema que no pas per fer simulacions o càlculs analítics. S'optarà per sintonitzar el control PID de manera experimental degut a la naturalesa no lineal del sistema.

5. Disseny del Control

5.1. Controlador PID Digital

El controlador PID ens permet controlar un sistema en llaç tancat perquè arribi a l'estat de sortida desitjat. Com el seu nom indica, està compost de tres elements que conforma una acció proporcional, integral i derivativa. Aquest controlador és caracteritzat per la seva senzillesa, eficàcia i robustesa.

El diagrama de blocs d'un controlador PID aplicat a un sistema és el següent:

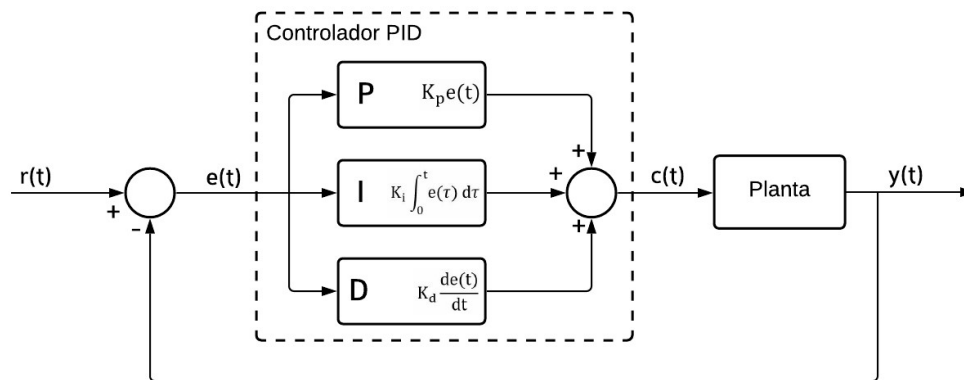


Figura 37: Diagrama de blocs d'un sistema amb controlador PID

El senyal $r(t)$ es denomina senyal de referència o consigna i indica l'estat que es vol aconseguir en la sortida del sistema, el qual és el senyal $y(t)$. L'entrada al controlador PID és el senyal $e(t)$ i informa la diferència que hi ha entre el senyal de referència i l'estat real del sistema.

A continuació s'hi profunditzarà en l'acció de control de cada element:

- **Acció de control Proporcional**

El control proporcional es basa a calcular el producte de l'error comès i una constant proporcional K_p . Aquesta acció de control intenta minimitzar l'error del sistema, ja que com més gran sigui l'error, més gran serà l'acció de control i influirà a minimitzar aquest error.

$$c(t) = K_p e(t) \quad (18)$$

L'acció proporcional pot tenir els seus avantatges i inconvenients. A mesura que anem augmentant la constant proporcional tindrem efectes positius com un augment de la velocitat de resposta del sistema i una reducció de l'error del sistema en règim permanent. Però també tindrà efectes negatius com un augment de la inestabilitat en el sistema. Per tant, no es podrà tenir una acció proporcional molt elevada per evitar la inestabilitat, però a la vegada es reduiran els efectes positius d'aquest control. En aquest punt, si es pretén millorar la resposta del sistema s'haurà d'afegir un altre tipus de control.

- **Acció de control Integral**

Com el seu nom indica, aquesta acció de control calcula la integral del senyal d'error. La integració es pot entendre com l'acumulació de l'error, de manera que a mesura que va passant el temps, petits errors es van sumant fent l'acció integral augmenti. Gràcies a aquest podem disminuir, inclús suprimir, l'error del sistema en règim permanent.

$$c(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (19)$$

La constant d'integració també es podria definir com $K_i = K_p/T_i$, sent el terme T_i el temps que tarda perquè l'acció integral es produeixi efecte a la sortida del controlador.

Un inconvenient de l'acció integral és que afegeix una certa inèrcia que fa més inestable el sistema. Amb l'ajuda de l'acció derivativa podem millorar aquest efecte negatiu.

- **Acció de control Derivativa**

Aquesta acció de control és proporcional a la derivada del senyal d'error, com el seu nom indica. Per tant, ho podríem veure com la "velocitat" de l'error. L'acció derivativa ajuda a reconèixer la velocitat a la qual el sistema s'apropa a la consigna per poder frenar-lo amb antelació i evitar que la sobrepassi.

$$c(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (20)$$

De la mateixa manera que la constant d'integració, la constant de control derivativa es pot definir com $K_d = K_p T_d$, on T_d representa el temps derivatiu.

L'acció derivativa farà augmentar l'estabilitat del sistema, en canvi disminuirà una mica la velocitat del sistema. Un inconvenient que presenta és la possible amplificació de soroll a causa de la ràpida actuació del control.

Sumant tots els elements que formen el controlador PID ens queda definit com:

$$c(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (21)$$

Passant-ho a la transformada de Laplace ens quedaria la següent funció de transferència:

$$C(s) = K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s} + K_d s E(s) \quad (22)$$

Aquesta equació està expressat en temps continu pel fet que es tractaria d'un sistema analògic. No obstant això, el controlador estarà implementat en un microcontrolador digital i els sistemes digitals treballen en temps discret. Per tant, s'haurà de discretitzar el controlador PID.

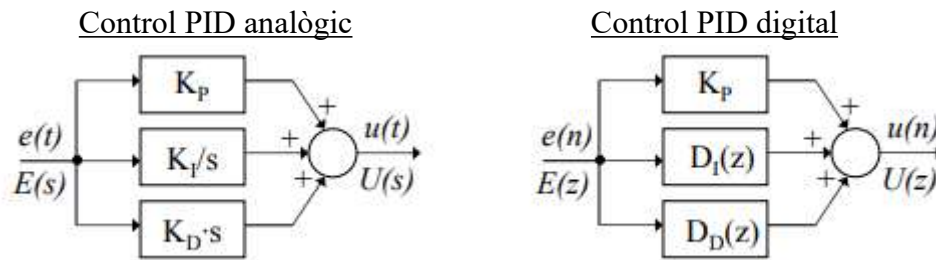


Figura 38: Diagrama de blocs d'un controlador PID analògic i d'un de digital

En temps discret, la funció de transferència del controlador PID digital l'obtidrem a partir de la transformada Z:

$$C(z) = K_p E(z) + D_I(z) E(z) + D_D(z) E(z) \quad (23)$$

Al ser un sistema digital, els valors s'avaluen i canvien cada cert període de temps. Aquest període s'anomena temps de mostreig i és representada per la lletra T. S'utilitzarà la tècnica de l'aproximació rectangular per implementar el controlador digital.

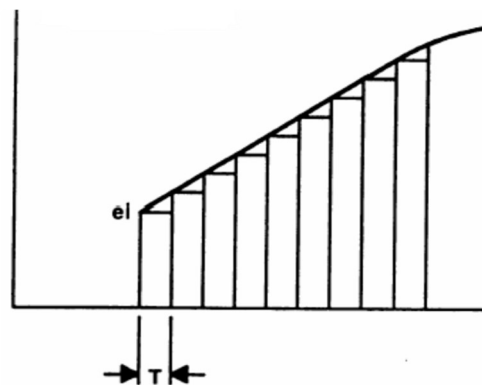


Figura 39: Representació de l'aproximació rectangular

En primer lloc, aproximant el terme integral en rectangles i discretitzant T, ens queda un sumatori de l'error on té com a expressió:

$$c(n) = K_i T \sum_{i=0}^n e(i) \quad (24)$$

L'aproximació pel terme derivatiu estarà constituït per la següent expressió:

$$c(n) = K_d \frac{e(n) - e(n-1)}{T} \quad (25)$$

Finalment, realitzant un sumatori de tots els termes, podem expressar el controlador PID discretitzat de la següent manera:

$$c(n) = K_p e(n) + K_i T \sum_{i=0}^n e(i) + \frac{K_d}{T} (e(n) - e(n-1)) \quad (26)$$

5.2. Mètode Ziegler-Nichols

Una vegada definit l'expressió del controlador per implementar-lo en un sistema digital, la següent tasca era sintonitzar les constants de cada acció de control per poder estabilitzar el sistema correctament. Uns dels mètodes més utilitzats en la sintonització de controladors PID és el mètode Ziegler-Nichols que permet ajustar el controlador de forma experimental. Els valors proposats per aquest mètode pretenen que en el sistema realimentat s'hi aconsegueixi una resposta a esglaió amb un sobrepic màxim del 25%, sent un valor robust amb bones característiques de rapidesa i estabilitat per a la majoria dels sistemes.

Amb aquest mètode es pot sintonitzar els paràmetres de dues maneres: amb llaç obert i llaç tancat. Ara bé, aquest assaig està pensat per sistemes que són estables a llaç obert. Tenint en compte que el sistema *ball & plate* no és estable en llaç obert, ja que la bola cauria de la plataforma, descartem utilitzar aquest assaig per la sintonització.

La sintonització en llaç tancat s'ha d'anul·lar l'acció integral i l'acció derivativa de manera que només ens quedarà un controlador proporcional. L'assaig consisteix a augmentar a poc a poc el guany proporcional fins que en el sistema es produeixin oscil·lacions de forma continuada. Una vegada trobat el sistema en aquestes condicions, s'haurà d'obtenir el període d'oscil·lació (T_c) i el guany proporcional, denominada guany crític (K_c).

Amb aquests dos valors mesurats, es poden calcular els paràmetres per a controladors P, PI, PD i PID mitjançant la següent taula proporcionada pel mètode:

Control	K_p	K_i	K_d
P	$0,50 \cdot K_c$		
PI	$0,45 \cdot K_c$	$0,54 \cdot K_c / T_c$	
PD	$0,80 \cdot K_c$		$0,075 \cdot K_c \cdot T_c$
PID	$0,59 \cdot K_c$	$1.18 \cdot K_c / T_c$	$0,075 \cdot K_c \cdot T_c$

Taula 1: Paràmetres del mètode Ziegler-Nichols

6. Implementació

En aquest capítol s'explicarà tota la implementació de *software* que s'ha dut a terme pel correcte funcionament del sistema, des de l'arquitectura del programa fins a la captació de la posició, desenvolupament del controlador i accionament dels servomotors.

6.1. Arquitectura del Programa

Abans de començar a programar el microcontrolador, es va dur a terme un disseny de l'estructura del programa mitjançant un diagrama de blocs. Aquesta representació ens ajudarà a definir el funcionament del programa.

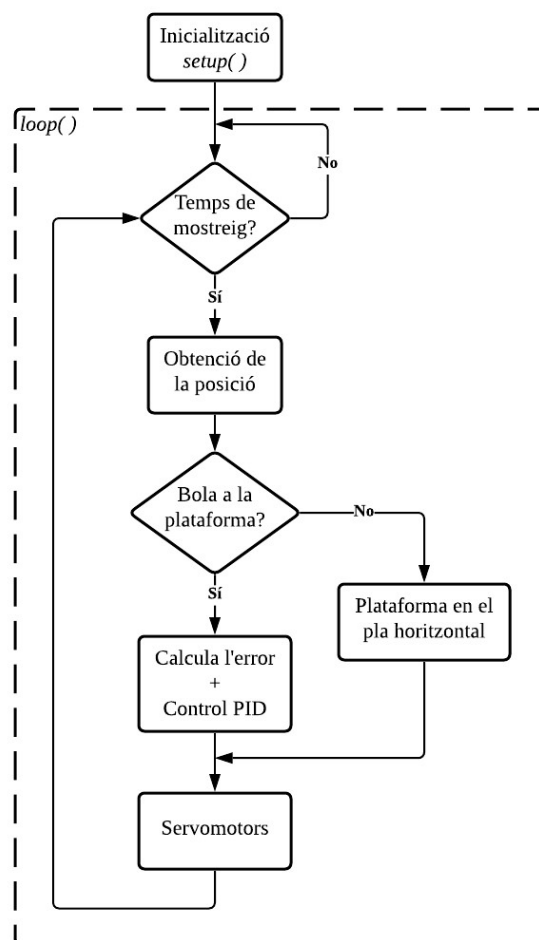


Figura 40: Diagrama de l'arquitectura del programa

Explicat en paraules, quan l'Arduino s'encengui executarà la funció *setup()* que s'encarrega d'inicialitzar alguns paràmetres necessaris. Seguidament, executarà la funció *loop()* tractant-se d'un bucle on contínuament avaluarà el temps que ha ocorregut i si coincideix amb el temps de mostreig, executarà totes les instruccions pel control del sistema. En els següents apartats s'explicarà el procés seguit per la implementació de la captació de la posició, el control, i el moviment dels servomotors.

6.2. Obtenció de la Posició

Com s'ha esmentat en capítols anteriors, s'obindrà la posició de la bola mitjançant un panell tàctil resistiu de 8 cables. El procés per captar la posició és la mateixa que un de 4 cables, però el de 8 cables compta amb cables suplementaris connectats en cada elèctrode que ajuda a la tasca de calibratge. Aquest calibratge és útil quan l'aplicació del panell és d'ús freqüent, ja que els components es van degradant. Ara bé, s'utilitzarà el panell tàctil resistiu com si es tractés d'un de 4 cables pel fet que no tindrà un ús quotidià i es farà el calibratge via software.

Per captar la coordenada on s'ubica el punt tocat hi ha un procés a seguir. Primer s'aplica tensió entre els elèctrodes de l'eix X, denominats X1 i X2. De manera que en la làmina superior es formarà una superfície equipotencial paral·lela a X1 i X2. En aquest moment, un dels elèctrodes de l'eix Y (Y2), situat a la làmina inferior, serà utilitzat com a sonda de tensió. Quan es toca el panell, les dues làmines es connecten en el punt tocat i Y2 obtindrà la tensió dividida de la capa X. Així doncs, aplicant 5 Volts en X2 i 0 Volts (terra) en X1, si es toca el punt central entre els dos elèctrodes, Y2 mesuraria 2,5 Volts. Si es toca un punt a 1/5 de distància de X1 (4/5 de distància de X2), es mesuraria 1 Volt amb la làmina inferior.

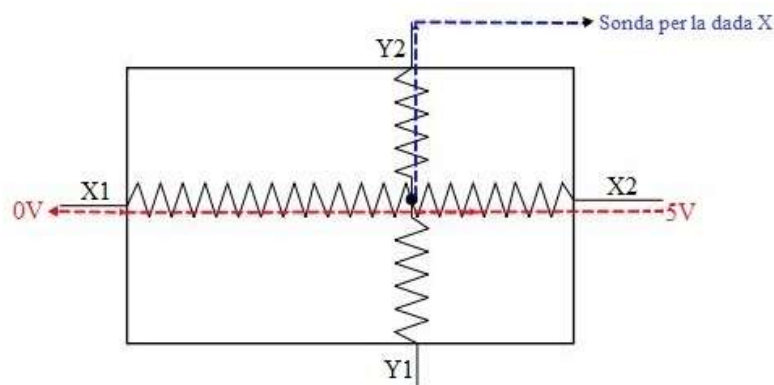


Figura 41: Representació de la mesura en l'eix X

Després de captar el punt de coordenades X, s'aplica tensió entre els elèctrodes de l'eix Y i un dels elèctrodes de l'eix X passa a utilitzar-se com a sonda de tensió mesurant la coordenada Y. Aquest procés es repeteix de manera continuada per poder seguir detectant les coordenades X i Y dels punts tocats.

Aquest procés per captar el valor analògic de cada coordenada repetidament s'implementarà al microcontrolador. Les mesures obtingudes de cada coordenada es corresponen a un valor analògic convertit a valor digital mitjançant un convertidor A/D de 10 bits. Per tant, s'obindrà un rang de valors entre 0 i 1023.

Executant la primera versió de codi per la detecció de la bola i representant els valors en un gràfic, s'observa que el senyal conté molt soroll. En aquest punt ens fa impossible controlar el sistema pel fet que no ens detecta la posició de la bola correctament.

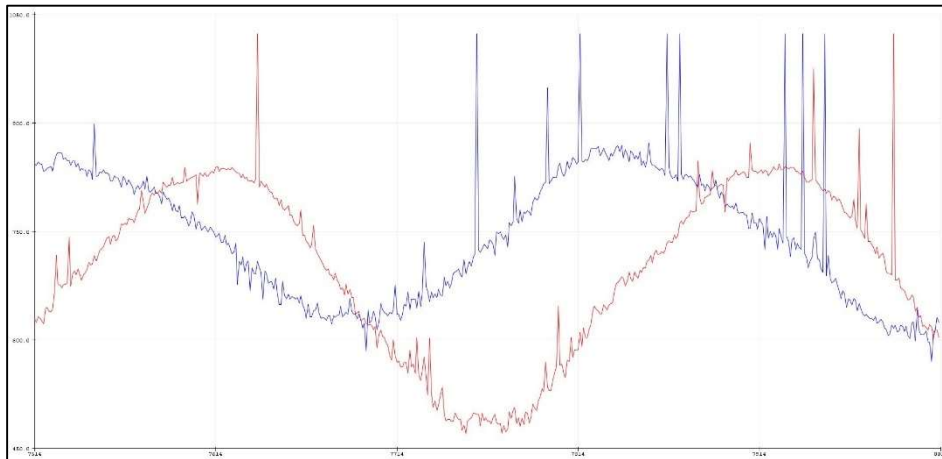


Figura 42: Gràfic de les coordenades X (en blau) i Y (en vermell) movent la bola circularment

Aquest fet és a causa de la capacitat paràsita que té el sistema del panell tàctil. La capacitat total es pot modelar a partir de dos condensadors paral·lels, un en cada làmina. De manera que junts formen una constant de temps que és responsable de retards en canviar l'excitació de les dues làmines. Dit d'una altra manera, quan s'aplica tensió en una de les làmines, la tensió en l'altra làmina (la de detecció) incrementarà seguint la forma d'on exponencial dictaminada per la constant de temps. Per tant, si la tensió no ha tingut temps a establir-se, causa un error de mesura.

La solució va ser imposar una espera abans de llegir el senyal analògic, així es deixa prou temps per establir la tensió. S'ha establert un temps d'espera de 3 mil·lisegons sent totalment assumible pel control, fet que el temps de mostreig és major.

Les funcions implementades per detectar la coordenada X i Y quedaran de la següent manera:

```
int captarX() {
  pinMode(X1, OUTPUT);
  pinMode(X2, OUTPUT);
  pinMode(Y1, INPUT);
  pinMode(Y2, INPUT);
  digitalWrite(X1, LOW);
  digitalWrite(X2, HIGH);
  delay(3);
  return (analogRead(Y2));
}
```

```
int captarY() {
  pinMode(Y1, OUTPUT);
  pinMode(Y2, OUTPUT);
  pinMode(X1, INPUT);
  pinMode(X2, INPUT);
  digitalWrite(Y1, LOW);
  digitalWrite(Y2, HIGH);
  delay(3);
  return (analogRead(X2));
}
```

Implementant la nova estratègia pel procés de sensat, observem que el senyal casi no s'hi aprecia soroll i correspon a valors coherents amb el moviment de la bola. Ara bé, també s'aprecien pics no desitjats en el senyal.

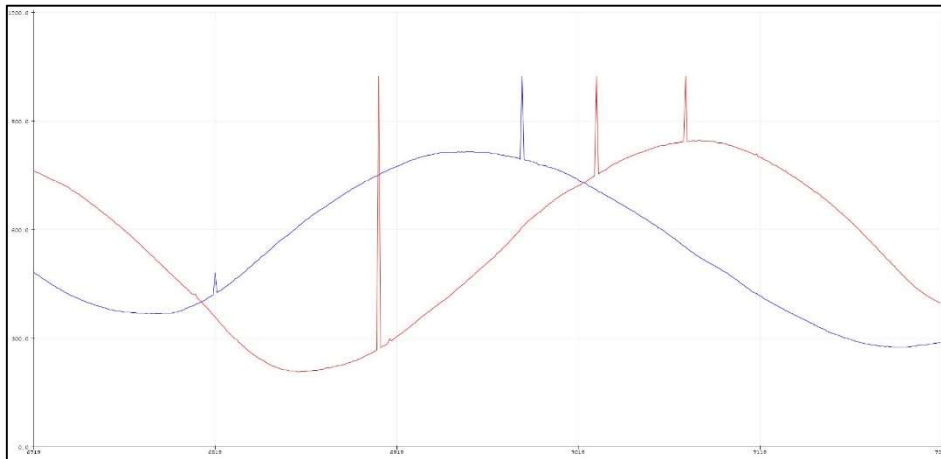


Figura 43: Gràfic de les coordenades X (en blau) i Y (en vermell) incorporant l'espera

Aquests pics generalment estan formats per una o dues mesures errònies. La principal causa d'aquests pics és que en aquella mesura no s'arriba a fer un contacte apropiat en les dues làmines. Al ser pics puntuals, s'implementarà un algoritme per eliminar-los digitalment. En l'algoritme també s'ha implementat que una variable canvi el seu valor quan la bola està en contacte amb el panell. Aquesta informació és essencial per evitar controlar el sistema quan la bola no estigui situada sobre la plataforma.

Abans d'implementar l'algoritme es buscarà experimentalment quins són els valors límits del panell, és a dir, els valors de les arestes. Aquests valors són significants, fet que si una mesura d'una un valor fora del rang, sabrem que serà una mesura errònia. Per altra banda, posteriorment aquests valors seran determinants per fer el calibratge i convertir-ho en valors de desplaçament en unitats del sistema internacional.

X_{ADCmin}	$X_{ADCmàx}$	Y_{ADCmin}	$Y_{ADCmàx}$
84	962	85	935

Taula 2: Valors límits de l'àrea de mostreig del panell tàctil

En l'algoritme es detectarà que la bola no està en contacte amb la plataforma quan es mesurin dos valors consecutius per sobre del límit de cada eix, pel fet que quan no hi hagi contacte al panell, el convertidor A/D captarà el valor màxim.

La majoria de pics captats són valors per sobre del límit. Aquests pics són fàcils d'eliminar, ja que quan apareixen, se substitueixen pels valors de la mesura anterior (serà el valor més aproximat a la mesura real). Ara bé, també han aparegut pics puntuals on el valor del pic no superava el valor límit. Aquests s'han pogut eliminar implementant una condició on la diferència entre la mesura actual i l'anterior no fos major d'un cert valor. El valor s'ha determinat experimentalment per no influir quan la bola es mou a una velocitat alta.

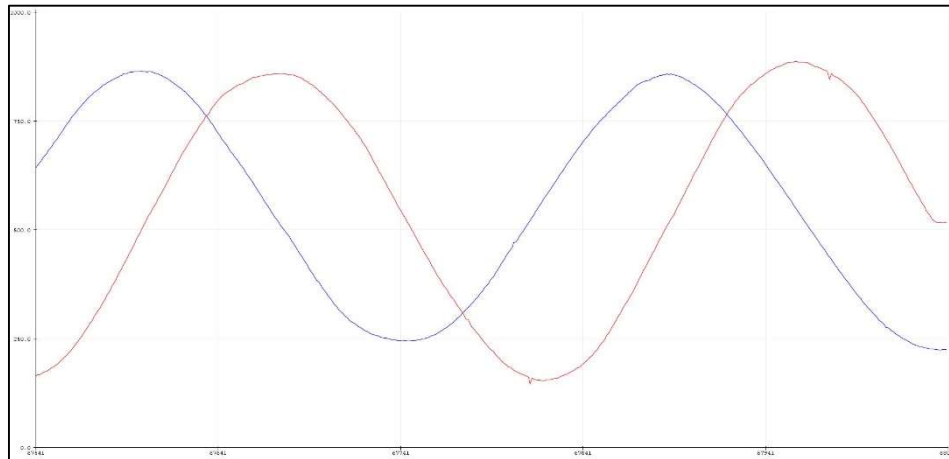


Figura 44: Gràfic de les coordenades X (en blau) i Y (en vermell) incorporant l'algorisme per eliminar els pics

Una vegada s'ha obtingut uns senyals de posició acceptables per poder realimentar el sistema, s'intenta millorar el soroll d'aquests. Cal remarcar que els senyals obtinguts contenen un soroll força insignificant a primer cop d'ull, però quan el sistema estigui en règim permanent, el soroll pot incrementar les accions de control produint un moviment dels actuadors erroni.

Per suavitzar els senyals de mesura es farà ús d'un filtre exponencial actuant com a filtre passa baixes de primer orde que elimina el soroll d'alta freqüència. En concret, es tractarà d'un filtre exponencial EMA (sigles en anglès de "Exponential Moving Average"), un dels més usats en electrònica digital gràcies als bons resultats i la fàcil implementació d'aquest. Consisteix a obtenir un valor filtrat a partir d'una mesura mitjançant la següent expressió:

$$A_n = \alpha M + (1 - \alpha) A_{n-1}$$

Sent A_n el valor filtrat, A_{n-1} el valor filtrat anterior, M és el valor mostrejat del senyal a filtrar i alfa (α) és un factor entre 1 i 0.

Aquest filtre es basa en la memòria que aporta el valor filtrat anterior i com a resultat ofereix un senyal suavitzat on la quantitat de suavitzat depèn del factor alfa. Cal remarcar l'eficiència computacional del filtre, ja que el càlcul requereix una única instrucció senzilla.

El valor del factor alfa és clau pel comportament del filtre fet que està relacionat amb la freqüència de tall. Disminuir aquest valor fa augmentar el suavitzat del senyal tenint en compte que eliminarà components freqüencials que no ens interessin. En canvi, en disminuir alfa, també augmentarà el temps de resposta del sistema traduint-se en un retard entre el senyal original i el senyal filtrat. En conseqüència, s'ha optat per un valor d'alfa de 0,7 que ens proporciona un senyal filtrat força suavitzat i un retard poc significatiu pel sistema.

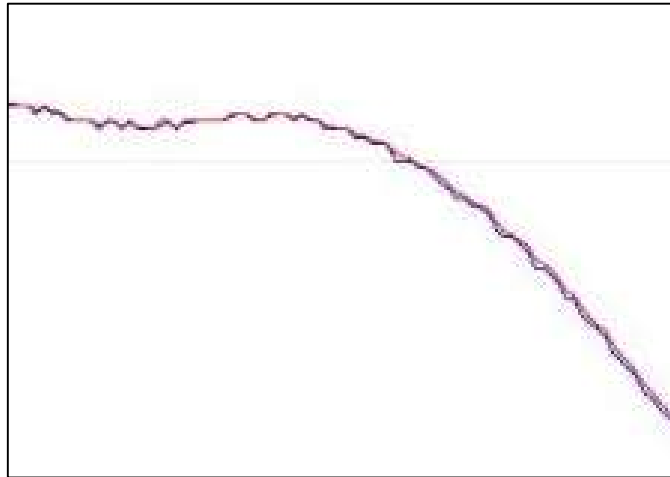


Figura 45: Zoom d'un gràfic de la coordenades X sense filtre (en blau) i amb filtre EMA (en vermell)

A simple vista no es pot apreciar molta diferència aplicant-hi el filtre EMA, però en el pròxim capítol es veurà els diferents comportaments del control aplicant-hi o no el filtre al sensat.

Les mesures obtingudes de cada coordenada es corresponen a valors de la lectura del convertidor A/D. Ara bé, passarem aquests valors a unitats de desplaçament del sistema internacional. Una altra opció hauria pogut ser la de passar els valor de referència (mm) a valors del rang del convertidor A/D i d'aquesta manera no caldria fer les operacions en cada bucle. Però aquesta opció va quedar descartada a causa que si s'utilitza una entrada que varia en el temps, les operacions també s'haurien de fer en cada bucle. A més, a l'hora de representar les respostes del sistema és més entenedor utilitzar unitats del sistema internacional.

Sabent les mesures de l'àrea de captació del panell tàctil (250x188 mm) i els valors de la lectura del sensor dins del rang de captació, es procedeix a fer una interpolació de les dades per implementar-ho al codi:

$$X_{mm} = (X_{ADC} - 84) \cdot \frac{250}{962 - 84} = (X_{ADC} - 84) \cdot 0,285$$

$$Y_{mm} = (Y_{ADC} - 85) \cdot \frac{188}{935 - 85} = (Y_{ADC} - 85) \cdot 0,221$$

La funció implementada per obtenir la posició de la bola ens queda de la següent manera:

```
void posicio_bola() {
    measX[1] = measX[0];
    measY[1] = measY[0]; //Guarda les mesures anteriors
    measX[0] = captarX();
    measY[0] = captarY(); //Capta les mesures actuals
    //Si dues mesures consecutives fora de rang
    if ((measX[0]>962 && measX[1]>962) || (measY[0]>935 && measY[1]>935)) {
        if (bola) {
            bola = 0; //Bola fora de la plataforma
            x_cord = 0;
            y_cord = 0;
        }
    }
}
```

```

    alpha = 1; //Anul·larà el filtre EMA a les primeres mesures
    cont = 0;
  }
}else{
  if(measX[0] < 962){ //Guarda la mesura actual de X si està dins
del rang
    x_act = measX[0];
    if(measX[1] > 962) x_ant = x_act; //Si la mesura anterior està
fora de rang, s'agafa l'actual com a valor anterior
    if(abs(measX[0] - measX[1]) > 60) x_act = x_ant; //Si la
diferència entre mesures és alta, descarta el valor
    x_s = (alpha*x_act)+((1-alpha)*x_s); //Filtre EMA
    x_cord = (x_s-84)*0.285; //Conversió a mm
    x_ant = x_act;
  }
//Mateix procés per Y
  if(measY[0] < 935){
    y_act = measY[0];
    if(measY[1] > 935) y_ant = y_act;
    if(abs(measY[0] - measY[1]) > 60) y_act = y_ant;
    y_s = (alpha*y_act)+((1-alpha)*y_s);
    y_cord = (y_s-85)*0.221;
    y_ant = y_act;
  }
  if (!bola) bola=1; //Bola en contacte amb la plataforma
  if(cont>3){ //El filtre EMA es posarà en marxa després de les 3
mesures després de posar la bola
    alpha = 0.7;
  }else cont++;
}
}
}

```

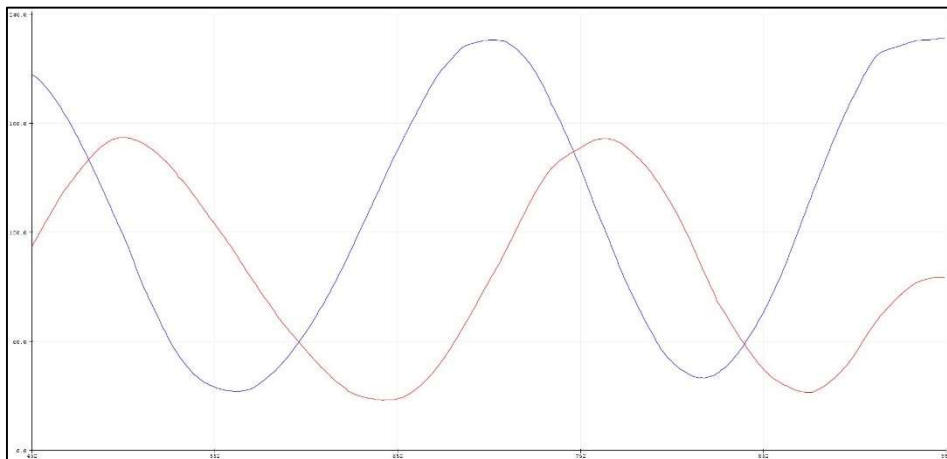


Figura 46: Gràfic de les coordenades X (en blau) i Y (en vermell) amb l'algorisme final

6.3. Implementació del Control

Un cop s'ha obtingut de les coordenades de posició de la bola, es va implementar l'algoritme de control en temps discret tal com s'ha descrit en l'equació [26]. Primerament, s'escollirà com a punt de referència el centre de la plataforma, implicant que la bola s'hagi de mantenir en aquesta posició. Més endavant, s'implementarà un algoritme que impliqui anar canviant aquesta posició de referència.

Per trobar l'error del sistema, s'utilitza la funció ja implementada *posicio_bola()* que trobarà la posició de la bola en el moment actual. L'error serà la diferència entre la posició actual i la posició de referència.

```
errorX = x_cord - refX;
errorY = y_cord - refY;
```

Llavors en aquests errors se'ls hi aplica el control PID en temps discret. S'implementarà una funció pel control de cada eix, de manera que tenen com a paràmetre d'entrada l'error de la posició i retornaran la posició que ha d'aconseguir el servomotor. Dins de les funcions hi anirà desenvolupat els càlculs del controlador segons l'equació [26] desenvolupada en el capítol anterior. També s'ha implementat que el valor donat pel control no excedeixi del valor límit màxim i mínim de la posició del servomotor, fet que els malmetria intentant assolir un angle inassolible.

La funció queda de la següent forma:

```
float PIDX(float eX) {
    proporcionalX = KpX*eX;           //Càlcul de la part proporcional
    integralX += KiX*eX*T;           //Càlcul de la part integral
    derivatiuX = KdX*(eX-eX_ant)/T; //Càlcul de la part derivativa
    eX_ant = eX;                     //Es guarda el valor de l'error actual
    cX=proporcionalX+integralX+derivatiuX; //Suma de les tres parts
    if(cX>max_cX) cX=max_cX;         //Límit màxim
    if(cX<min_cX) cX=min_cX;         //Límit mínim
    return (cX);                     //Es retorna el valor del control
}
```

Cal remarcar que la funció de control per la coordenada Y denominada *PIDY(float eY)*, el procediment és exactament igual que en X.

El valor de control retornat per les funcions indica la posició que ha d'assolir el servomotor, però referenciat a 0 graus. Per tant, la posició del servomotor serà l'angle que manté la plataforma en el pla horitzontal en aquell eix (offset) més el valor de control.

```
angleX = offsetX - PIDX(errorX);
angleY = offsetY + PIDY(errorY);
```

6.4. Control dels Servomotors

Un cop calculat l'angle de sortida, s'ha d'imposar aquest angle als servomotors. Com s'ha explicat en el capítol 2.2.2, el servomotor es controla mitjançant un senyal de modulació d'ample de pols, de manera que la posició de l'eix dependrà de l'amplada d'aquest pols.

Aquest senyal PWM s'envia amb una freqüència de 50 Hz i el rang de la duració del pols és d'entre 1 ms i 2 ms. És a dir, amb un pols d'1 ms, el servomotor es mantindrà a 0°, mentre que si s'envia un pols de 2 ms, l'angle canviarà a 180°.

Perquè el servomotor es quedi en la posició desitjada és necessari enviar-ho amb una freqüència de 50 Hz, ja que si ho deixéssim d'enviar i existís una força externa, el servomotor no mantindria la posició.

Per enviar el senyal PWM contínuament als servomotors s'ha utilitzat la llibreria *Servo.h* que és una llibreria pròpia d'Arduino dissenyada pel control d'aquests actuadors. La llibreria es compon d'una classe on el constructor no rep arguments sinó que només es declara l'objecte:

```
Servo servoY, servoX;
```

El cable de control dels servomotors aniran connectats en pins del microcontrolador que permeten generar senyals PWM. Aquests seran els pins 9 i 10, i s'utilitzarà el mètode *attach()* de la llibreria per establir els pins. Aquest mètode només s'executarà una vegada a l'inici del programa.

```
servoY.attach(9);  
servoX.attach(10);
```

Per ubicar l'eix dels servomotors en l'angle desitjat s'utilitzarà el mètode de la llibreria *write()*. Aquest mètode rep com a argument el valor de l'angle (entre 0° i 180°) i envia el senyal PWM corresponent per ubicar en l'angle indicat. Perquè quedi més net el codi, s'ha implementat una funció on es passa per paràmetre els angles per cada servomotor per ubicar-los en la posició indicada.

```
void posicio_servos(int grausX, int grausY){  
    servoX.write(grausX);  
    servoY.write(grausY);  
}
```

Cal destacar que es va trobar un problema relacionat en l'alimentació dels servomotors. Inicialment es van alimentar els servomotors amb la sortida de 5 Volts que proporciona un pin de la placa Arduino, però vam observar que aquest pin no comptava amb prou potència per alimentar els dos servomotors. Per tant, es va haver d'utilitzar una font externa per alimentar-los.

6.5. Temps de Computació

Per poder estabilitzar el sistema és necessari comptar amb una baix temps de mostreig. Aquest temps de mostreig també pot estar condicionat pel temps de que tarda en executar tot el codi per controlar el sistema, és a dir, el temps de computació. Una vegada implementat tot el codi, es va analitzar el temps de computació en els pitjors dels casos i aquest es va trobar a 10 mil·lisegons. En el pròxim capítol es veurà com aquest temps és totalment vàlid degut que el temps de mostreig serà major.

7. Anàlisi Experimental

En aquest capítol s'exposarà la sintonització del control per obtenir una resposta del sistema desitjable així com l'anàlisi per millorar el controlador PID digital. Finalment, es posarà a prova el nostre sistema afegint-hi trajectòries com a entrades del sistema.

7.1. Sintonització del Controlador

Es durà a terme la sintonització mitjançant el mètode Ziegler-Nichols, exposat en el capítol 5. Com s'ha explicat, el control del sistema *ball & plate* estarà format per dos controls PID, un per cada eix de coordenades de la plataforma. Així que, per simplificar, es sintonitzarà un dels dos controls i posteriorment s'aplicaran els paràmetres en els dos controls, ja que es tracten de dos sistemes idèntics.

Per fer que la bola es mogués lliurement en un eix de coordenades (en X), es va utilitzar una goma elàstica subjectada a la plataforma. D'aquesta manera, que anul·lant el control de l'altre eix i inclinant-lo permanentment aconseguim que la bola estigui recolzada al llarg de la goma elàstica podent-se moure en un sol eix. Ara bé, aquest material conté força coeficient de fregament, de manera que causen una força externa la qual pot influir a què el moviment de la bola tingui un comportament diferent del esperat. Per disminuir aquest efecte s'hi ha afegit un paper llis al voltant de la goma elàstica.

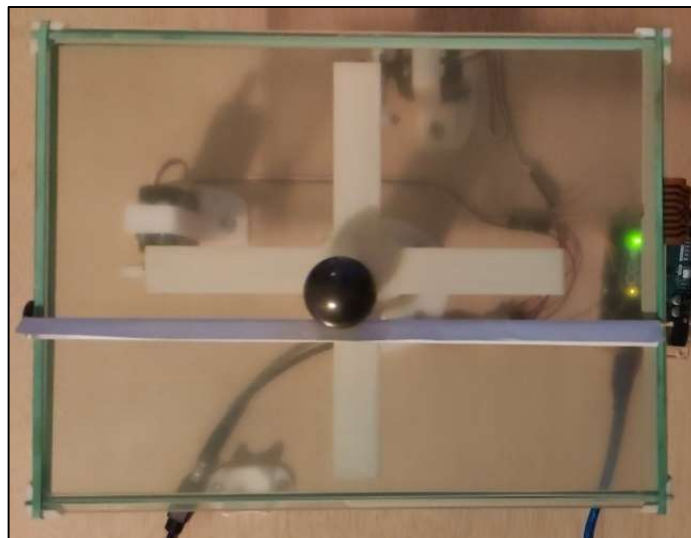


Figura 47: Modificació perquè la bola només es mogui en l'eix X

El primer pas per sintonitzar el PID en X serà anul·lar el guany integral i derivatiu:

$$K_i = 0, \quad K_d = 0$$

Lavors s'imposa el centre de l'eix X com a punt de referència i s'anirà augmentant el guany proporcional fins a aconseguir una resposta oscil·latòria mantinguda. El temps de mostreig serà de 40 mil·lisegons.

Amb un guany proporcional $K_p = 0,048$ s'obté una resposta esmorteïda:

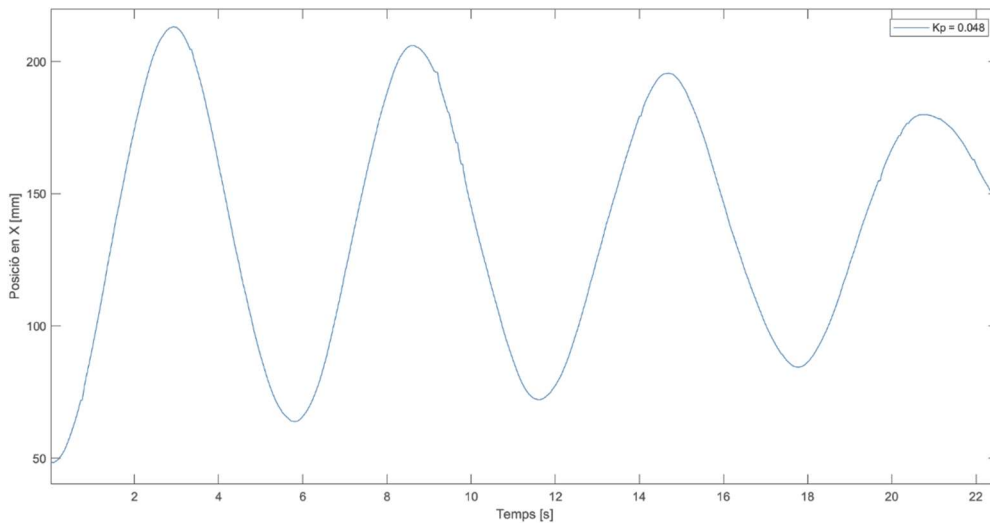


Figura 48: Resposta al esglaió del controlador P amb oscil·lacions que es van esmorteint

Ara bé, augmentant el guany a $K_p = 0,05$ s'obté una resposta amb oscil·lacions mantingudes:

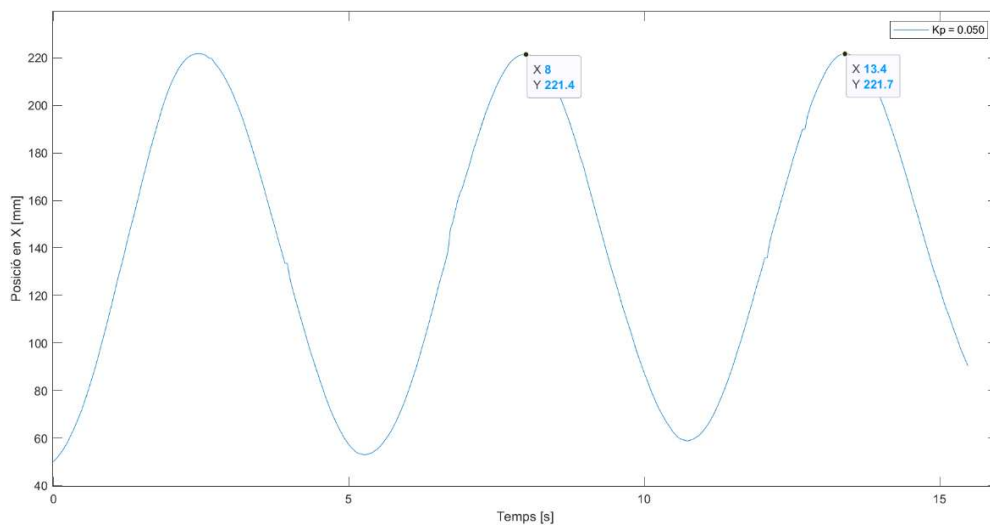


Figura 49: Resposta al esglaió del controlador P amb oscil·lacions mantingudes

A partir d'aquí, si anem augmentant el guany proporcional (en aquest cas $K_p = 0,052$), les oscil·lacions es van augmentant fent que el sistema sigui inestable:

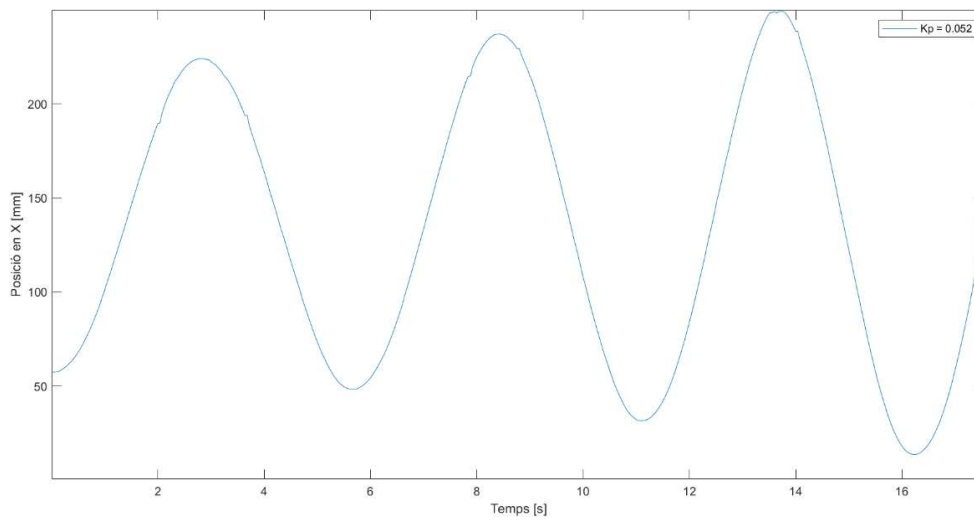


Figura 50: Resposta al esglaió del controlador P amb oscil·lacions que van creixent

Per tant, s'ha trobat el guany crític i el període que són:

$$K_c = 0,05$$

$$T_c = 13,4 s - 8 s = 5,4 s$$

A partir d'aquests valors es calculen els paràmetres del controlador PID mitjançant la *taula 1*:

Control	K_p	K_i	K_d
PID	0,029	0,011	0,020

Taula 3: Constants del controlador PID amb el mètode Z-N

Aplicant les constants en els controladors PID de X i Y amb el centre (128, 94) com a punt de referència, s'obté la següent resposta del sistema:

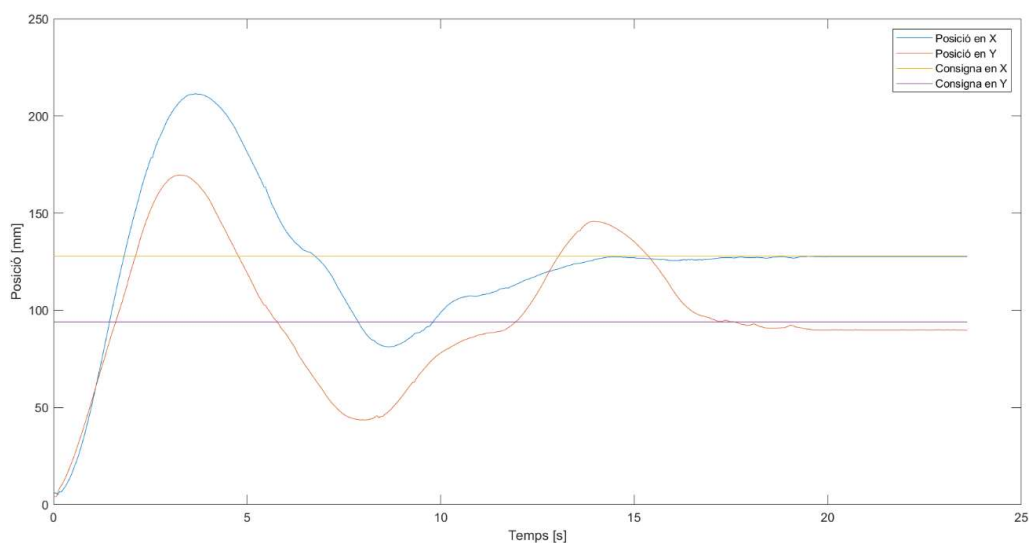


Figura 51: Resposta al esglaió amb els paràmetres del controlador PID obtingudes del mètode Z-N

Observem que la resposta del sistema és estable, però poc esmorteïda atès que es produeixen oscil·lacions amb una amplitud considerable. L'oscil·lació finalitza quan s'acosta al valor de la consigna, mantenint-se estable en aquesta posició. També s'observa una resposta lenta pel fet que el temps d'establiment és de l'eix X és de 14 segons i, en el cas de l'eix Y, s'estén al cap de 17 segons. S'hi troba uns sobrepics de 69% i 81% respecte als eixos X i Y.

A partida aquí, es fa un ajust manual en els paràmetres del PID per aconseguir una resposta més estable i més ràpida. S'incrementarà les constants mantenint una certa relació amb els paràmetres obtinguts del mètode Ziegler-Nichols, sobretot s'ha incrementat la constant proporcional per augmentar la velocitat al sistema. Els millors resultats han sigut amb els següents paràmetres:

Control	K_p	K_i	K_d
PID	0,15	0,063	0,078

Taula 4 Constants del controlador PID amb l'ajust manual

Una vegada dut a terme l'ajust necessari, s'obté la següent resposta a l'esglaió:

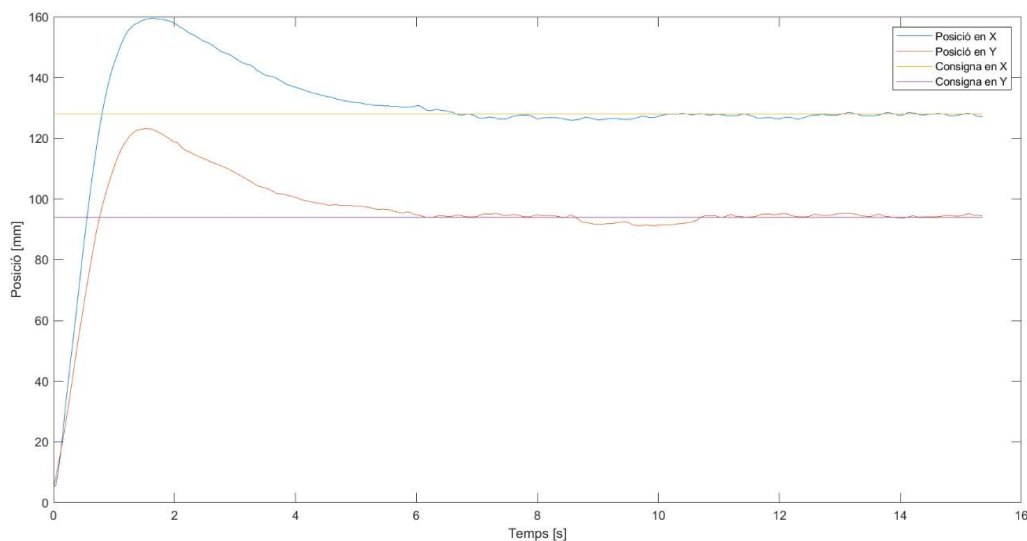


Figura 52: Resposta a esglaió amb el paràmetres del controlador PID obtingudes del ajust manual

Amb aquests paràmetres s'obté una resposta subesmorteïda que s'estabilitza amb més rapidesa, aconseguint un temps d'establiment d'uns 6 segons en ambdós eixos. Comptem amb uns sobrepics de menys del 30% abans d'assolir el règim permanent. En comparació amb l'anterior resposta aconseguim grans millores fent el controlador elegit pel sistema.

7.2. Temps de Mostreig i Acció Derivativa

En l'apartat anterior s'ha establert un temps de mostreig de 40 mil·lisegons, però inicialment es va començar a sintonitzar el controlador amb un temps de mostreig de 20 mil·lisegons. És convenient tenir un temps de mostreig baix atès que si és massa alt, l'estabilitat del sistema serà menor podent arribar a ser inestable i no controlable. Ara bé, reduir massa el temps de mostreig també té conseqüències negatives associades amb l'acció derivativa. I és que, amb temps molt petits és més difícil calcular el terme derivatiu a causa que la variació entre d'entrada tan petita entre dues mostres.

Llavors, afecta l'acció derivativa en forma de soroll d'alta freqüència i, conseqüentment, imposa aquest soroll a l'eix del servomotor.

Per tant, es va doblar en temps de mostreig per aconseguir una resposta acceptable en el sistema. En les següents figures s'hi pot observar aquest efecte comparant el mateix sistema amb els diferents temps de mostreig:

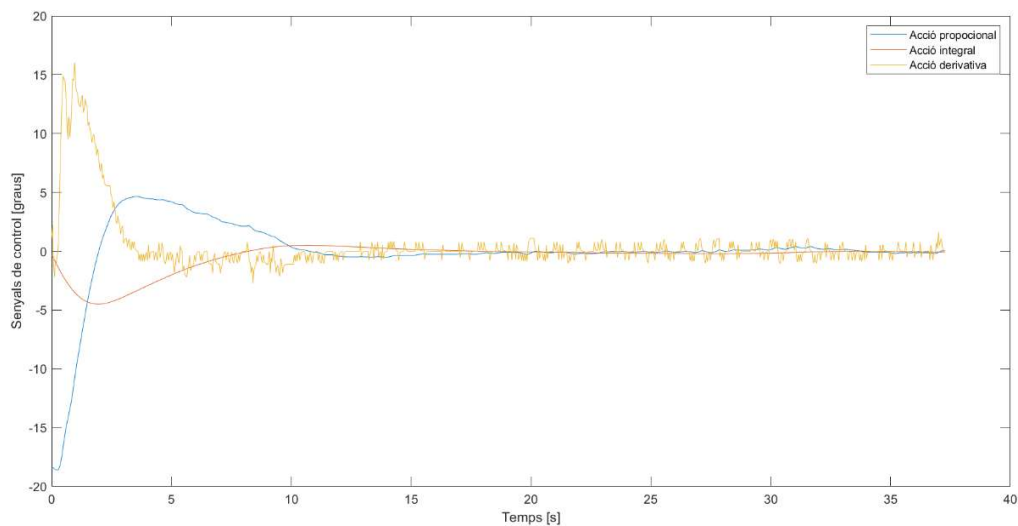


Figura 53: Resposta al esglaió amb un temps de mostreig de 20 ms

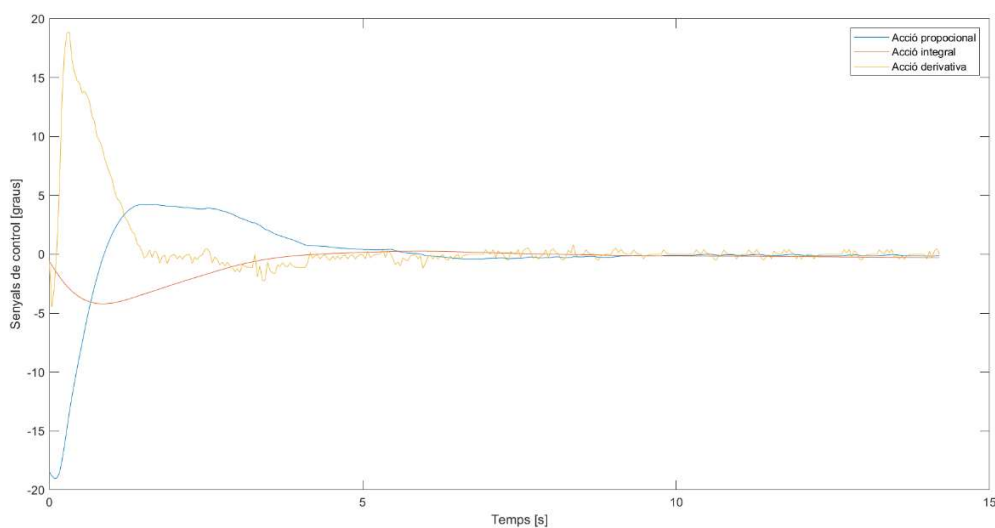


Figura 54: Resposta al esglaió amb un temps de mostreig de 40 ms

Arribat aquest punt, tot i pujar el temps de mostreig, encara s'hi percep una mica de soroll. Per reduir aquest efecte, s'implementarà un filtre passa-baixes per suavitzar el senyal i, per tant, disminuir la tremolor en els eixos dels servomotors. En la *figura 55* es pot observar la comparativa del filtratge de l'acció derivativa.

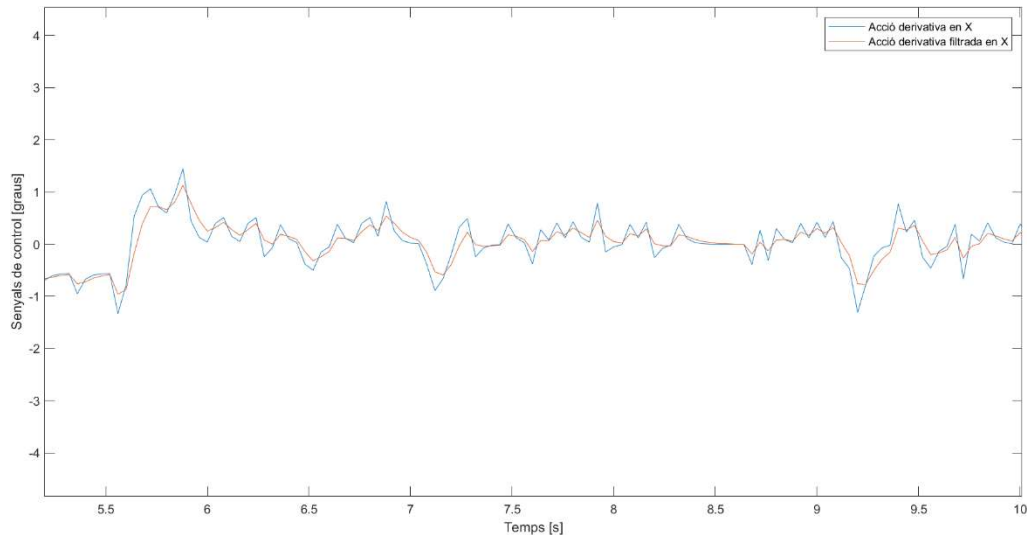


Figura 55: Règim estacionari on s'hi aprecia el filtrat del terme derivatiu

7.3. Control Anti-windup Integral

Com s'ha esmentat en capítols anteriors, el control integral afavoreix a disminuir l'error en règim permanent. Per altra banda, en ser un sumatori de l'error, pot arribar a acumular valors molt alts. Aquest cas s'esdevindrà quan els errors siguin grans implicant que la resposta del sistema contingui sobrepics excessius. Per evitar-ho, s'ha implementat un control anti-windup.

El control anti-windup s'implementarà desactivant el control integral mentre l'error no sigui superior a un valor determinat. S'afegirà la següent línia a les funcions del PID de codi:

```
if (abs(eX) > MaxIntegralError) integralX = 0;
```

En les següents figures s'hi poden observar les respostes del sistema amb el control anti-windup. L'error màxim perquè actuï el control integral s'ha establert a 100, 30 i 5 mm.

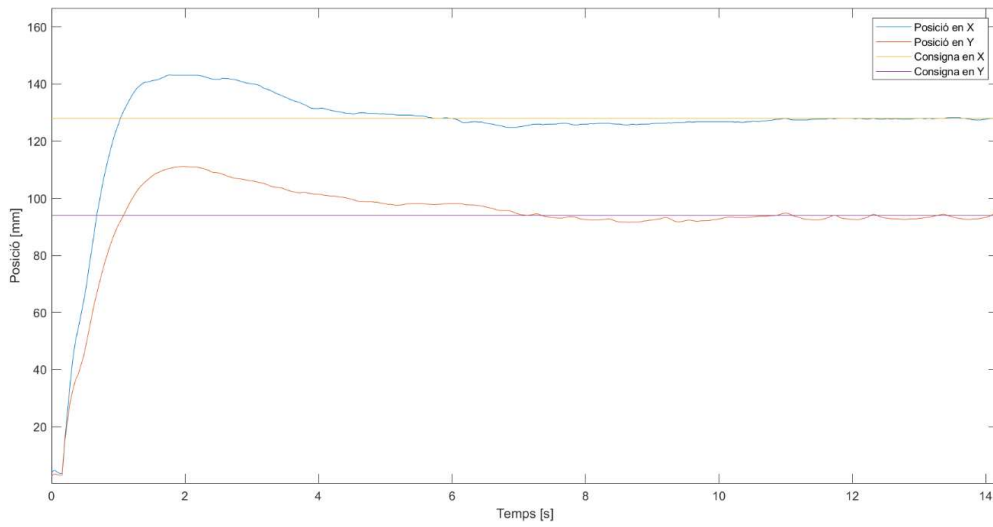


Figura 56: Resposta a esglaó aplicant el control anti-windup d'un un error màxim de 100 mm

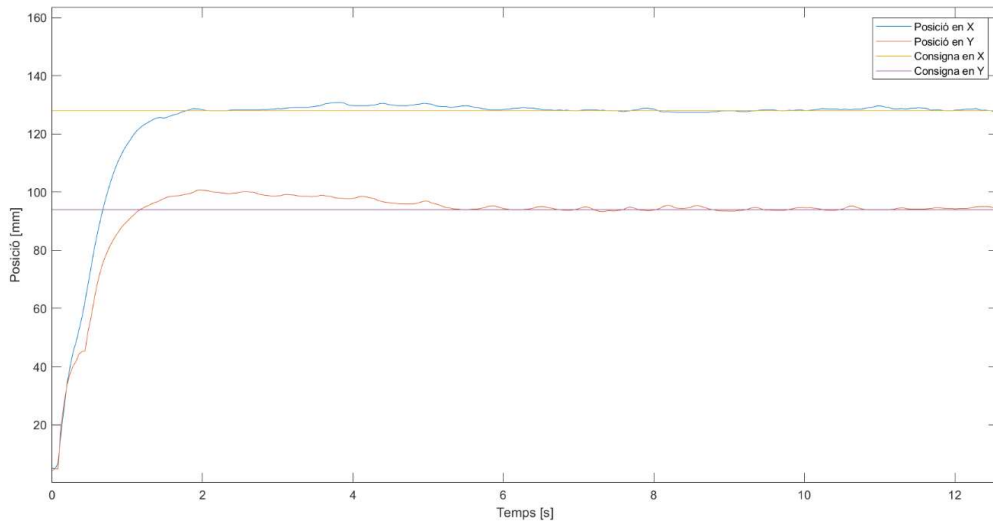


Figura 57: Resposta a esglaó aplicant el control anti-windup d'un un error màxim de 30 mm

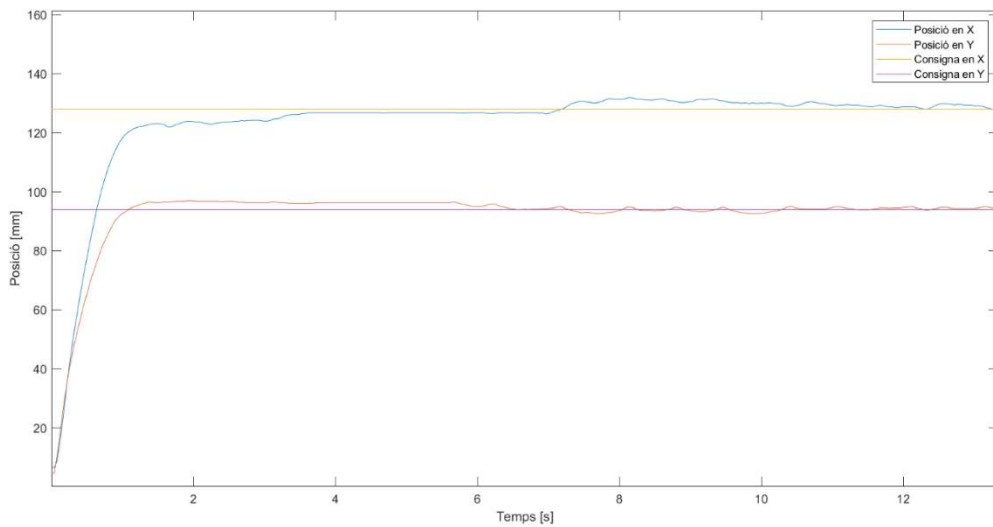


Figura 58: Resposta a esglaó aplicant el control anti-windup d'un un error màxim de 5 mm

En el primer cas, s'ha establert l'error límit a 100 mil·límetres (*figura 56*) i es pot observar uns sobrepics de menys del 18%, és a dir, un 12% menys que la resposta sense implementar el control anti-windup (*figura 52*). Pel segon cas, el control anti-windup s'ha establert amb l'error màxim a 30 mil·límetres (*figura 57*) i s'ha observat un sobrepic d'un 7% per l'eix Y i en l'eix X gairebé no s'aprecia sobrepic.

Finalment, si es disminueix l'error màxim a 5 mil·límetres (*figura 58*), s'hi aprecia una resposta sobreesmorteïda. En aquest cas, no hi ha sobrepic perquè l'acció integral intervé massa tard a corregir l'error. El problema de disminuir massa el màxim error anti-windup és que pot no arribar a corregir-se en cap moment l'error en estat estacionari és més gran del límit o que la reducció de l'error sigui massa lenta (com és el cas de l'eix X).

Per tant, el valor límit del control anti-windup que més bons resultats ens dona és amb 30 mil·límetres.

7.4. Especificacions en el Domini Temporal

A continuació s'analitzarà la resposta temporal del sistema movent la bola d'extrem a extrem mitjançant una resposta al esglaó a les dues coordenades:

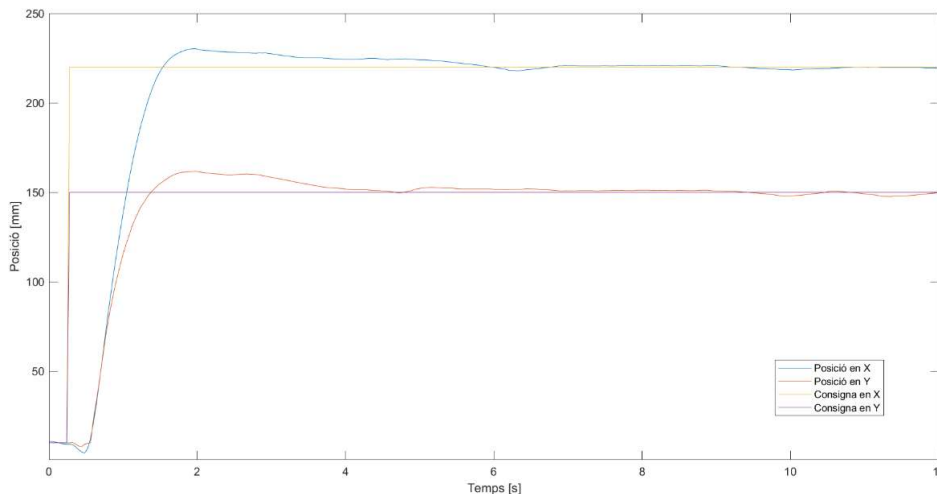


Figura 59: Resposta a esglaó de les coordenades (10,10) a (220, 150)

	X	Y
Temps de pujada	0,64 s	0,56 s
Temps d'establiment	3,88 s	3,32 s
Sobrepic	7,6%	4,45%
Temps de pic	1,6 s	1,6 s

Taula 5: Especificacions en el domini temporal de cada eix

7.5. Trajectòries

Una vegada s'ha obtingut un control idoni, s'ha dut a terme una sèrie de proves experimentals per posar a prova el control del sistema. Fins ara, en el programa del microcontrolador hi teníem fixat un sol punt com a consigna del sistema fent que la bola sempre es quedés en aquella posició. Així doncs, s'ha implementat en el codi perquè des de l'ordinador es pugui enviar un caràcter específic a l'Arduino a través de la comunicació UART. Aquest caràcter farà canviar el "mode" sent 'p' per fixar el centre com a punt de referència, 'r' per realitzar una trajectòria rectangular, 'c' per una trajectòria circular i 'l' per una trajectòria en forma de lemniscata. Els càlculs per realitzar les trajectòries i la comunicació farà augmentar el temps de commutació del programa, tot i així ens hem assegurat que aquest increment no afecta al temps de mostreig.

7.5.1. Rectangle

La trajectòria del rectangle s'ha aconseguit amb la variació del punt de consigna cada 4 segons en cada extrem del rectangle. Per tant, la trajectòria està formada per quatre respostes a l'esglaó. Les coordenades rectangulars són (55, 135), (195, 135), (195, 55) i (55, 55). Les següents figures mostren el seguiment de trajectòria rectangular del sistema real.

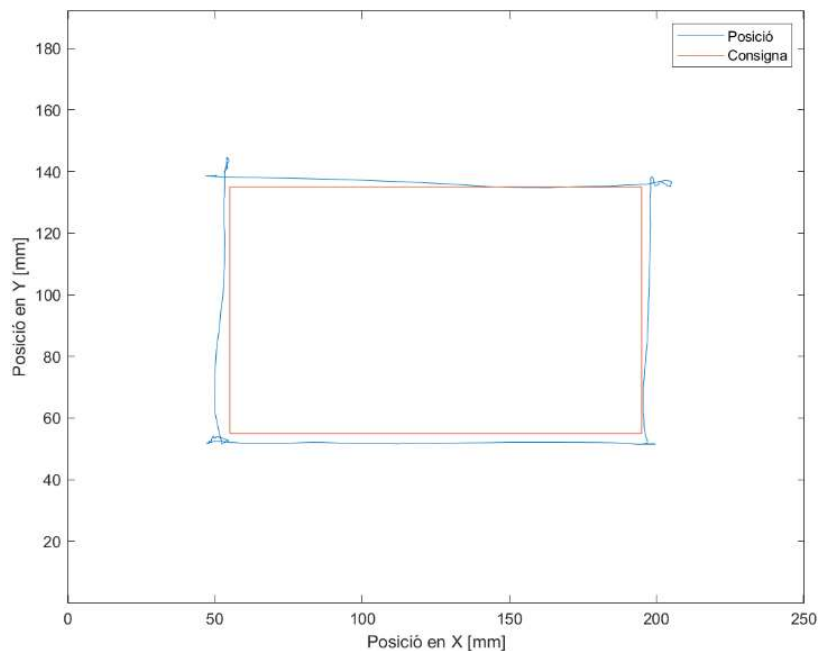


Figura 60: Trajectòria rectangular representada en els eixos X i Y

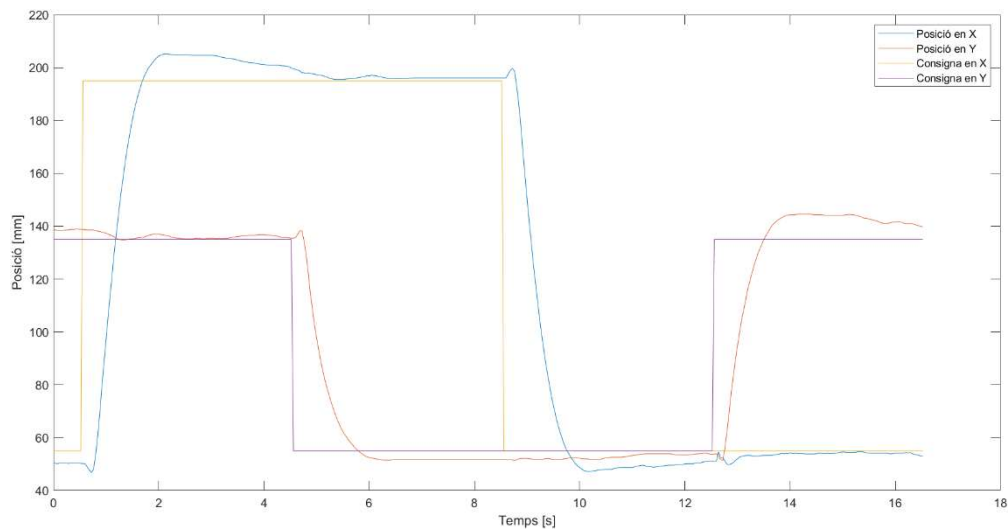


Figura 61: Trajectòria rectangular representada respecte el temps

7.5.2. Cercle

La trajectòria del cercle s'ha aconseguit canviant els punts de referència a través de 80 punts d'un moviment circular canviant cada posició a cada temps de mostreig. Les equacions per implementar la trajectòria són:

$$x(t) = 50 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{1000}t\right) + 125 \quad (27)$$

$$y(t) = 50 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{1000}t\right) + 94 \quad (28)$$

El cercle es completa en 3,2 segons, aproximadament 112,5 graus/seg. Les figures següents mostren el seguiment de trajectòria en temps real d'un cercle.

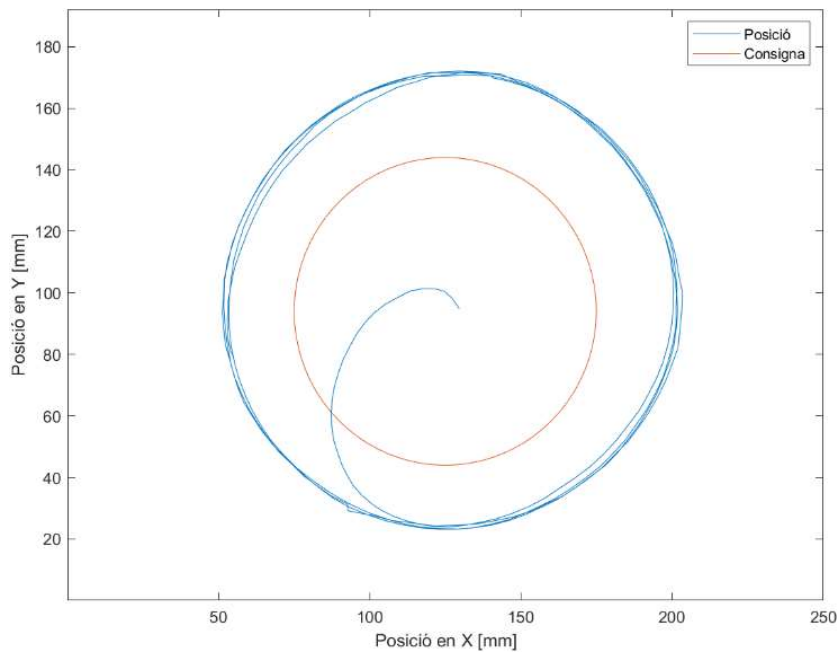


Figura 62: Trajectòria circular representada en els eixos X i Y

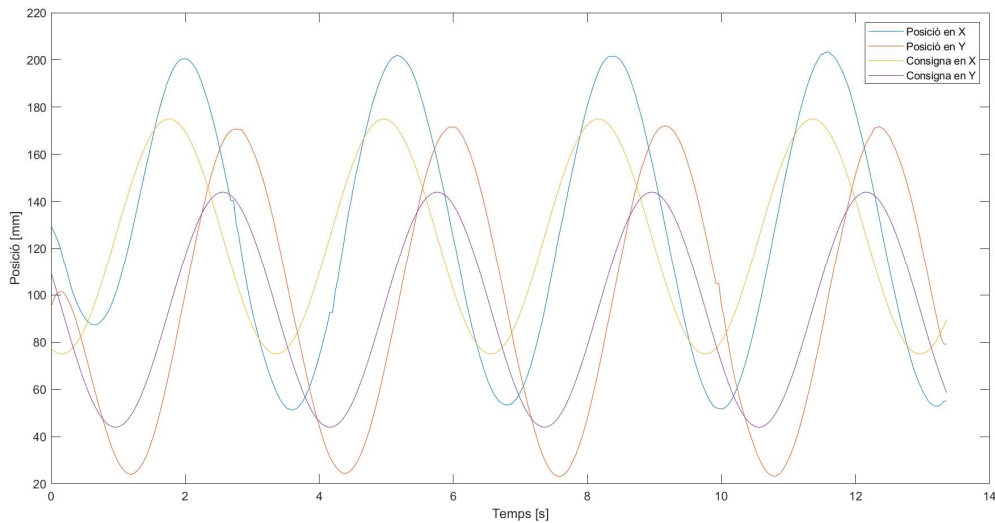


Figura 63: Trajectòria circular representada respecte el temps

Es pot observar com la trajectòria real de la bola té un radi major al de referència, això és a causa de ser unes entrades que varien amb el temps amb una velocitat considerable. Així doncs, les respostes del sistema no s'arriben a establir pel fet que no tenen temps per fer-ho i a causa de la inèrcia s'allunyen de la posició de consigna. Si es volgués reduir aquesta diferència s'haurà de disminuir la velocitat de la trajectòria.

7.5.3. Lemniscata

La trajectòria de la lemniscata (forma del símbol de l'infinit) s'ha aconseguit canviant els punts de referència a través de 156 punts canviant cada posició a cada temps de mostreig. Les equacions per implementar la trajectòria són:

$$x(t) = 50 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \cos(t)}{\sin^2(t) + 1} + 125 \tag{29}$$

$$y(t) = 50 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \cos(t) \cdot \sin(t)}{\sin^2(t) + 1} + 94 \tag{30}$$

La trajectòria de la lemniscata tarda a completar-se 6,24 segons. En les següents figures es mostra el seguiment de trajectòria en temps real, les quals s'hi pot apreciar el mateix efecte que passa en la trajectòria del cercle.

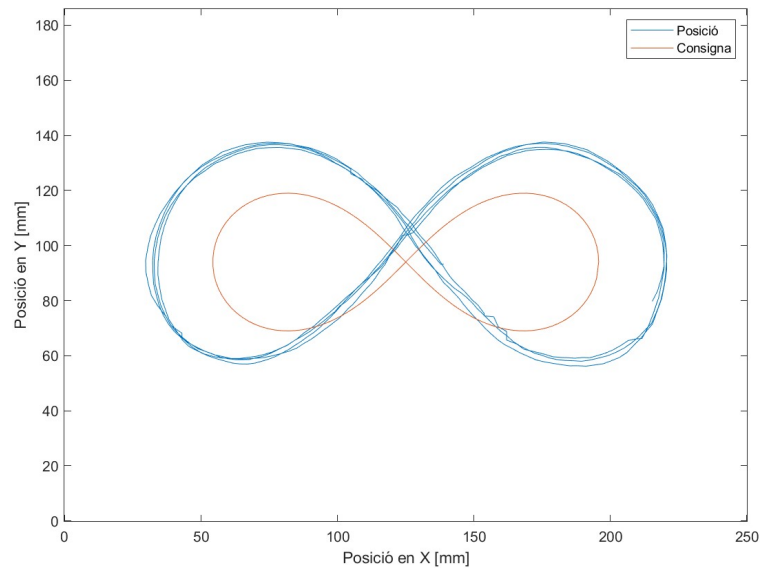


Figura 64: Trajectòria de la lemniscata representada en els eixos X i Y

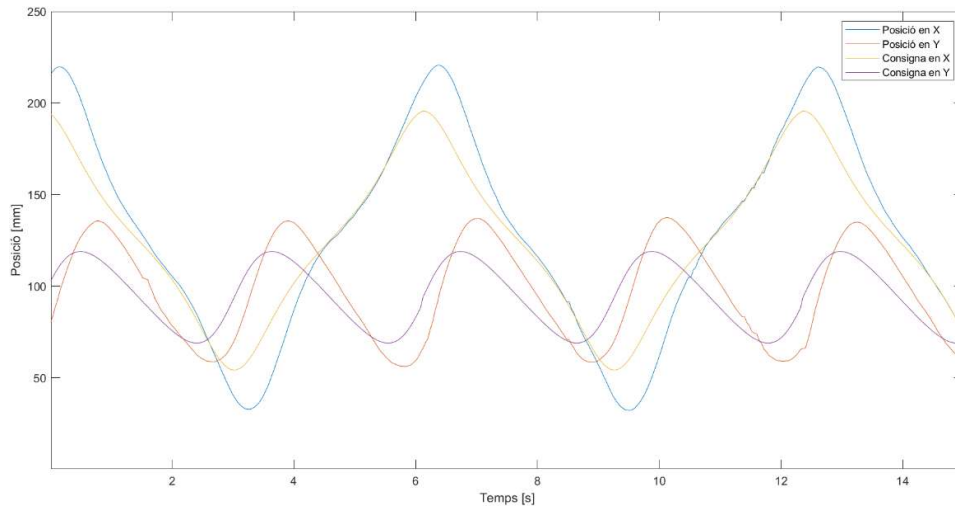


Figura 65: Trajectòria de la lemniscata representada respecte el temps

8. Conclusions

En aquest projecte, s'ha dissenyat i construït una planta experimental del sistema *ball & plate* complint els requisits plantejats inicialment amb un cost considerablement inferior a les altres opcions que hi ha al mercat. S'ha demostrat que el prototip és vàlid per la demostració dels conceptes. Mitjançant la implementació d'un control PID digital s'han aconseguit resultats satisfactoris. S'ha demostrat que mitjançant el mètode Ziegler-Nichols en llaç tancat s'ha pogut sintonitzar el control per estabilitzar el sistema, tot i que s'han obtingut millors respostes acabant d'ajustar manualment els paràmetres del controlador. A més, s'ha pogut analitzar experimentalment la relació entre el terme derivatiu i el temps de mostreig, així com millorar el control incorporant un control anti-windup integral.

La construcció de l'estructura s'ha desenvolupat mitjançant la impressió 3D, permetent una bona resistència en els mecanismes de rotació. Utilitzar aquesta tecnologia permet construir més prototips amb les mateixes propietats físiques.



Figura 66: Estructura final del sistema ball & plate

Pel que fa a la implementació, una opció per optimitzar la detecció de la posició hagués estat la d'utilitzar un controlador per a panells tàctils resistius, de manera proporcionaria una lectura precisa i estable comunicant-se amb el microcontrolador amb busos com I2C i SPI.

Com a treball futur, es podria crear una interfície gràfica el qual l'usuari fos capaç de canviar els punts de referència i crear noves trajectòries, així com variar-ne la velocitat, podent representar les dades en temps real a través de diferents gràfics. A més a més, seria interessant poder canviar les constants del controlador PID des de la interfície per poder estudiar la influència que té en el sistema cada acció de control. Remarcant que aquesta interfície faria augmentar les dades que s'han d'enviar i rebre a través de la comunicació UART, per tant, podria posar en perill el temps de mostreig del sistema.

9. Annexos

9.1. Pressupost

CAPÍTOL 1. CONSTRUCCIÓ DEL PROTOTIP

CAPÍTOL 1.1. ELECTRÒNICA

Codi RS	Ut.	Descripció	Quantitat	Preu ut.	Import
769-7409	Ut	Arduino Uno Rev 3 SMD	1,00	17,72	17,72 €
710-5238	Ut	Panell Tàctil Resistiu 8 Cables AMT, 12.1plg, 250 x 188mm	1,00	98,42	98,42 €
781-3058	Ut	Servomotor Parallax Inc 900-00005, 4-6 V	2,00	18,55	37,10 €
791-6463	Ut	Kit 10 cables jumper Mascle-Mascle de20 cm de llargada	1,00	2,79	2,79 €
206-4913	Ut	Connexió de font d'alimentació 90 → 264V ac, 5V dc, Font d'alimentació, 1.5A	1,00	15,02	15,02 €
182-8864	Ut	Cable USB 2.0, 0.8m, USB A mascle a USB B mascle	1,00	1,81	1,81 €
TOTAL CAPÍTOL 1.1. ELECTRÒNICA.....					172,86 €

CAPÍTOL 1.2. ESTRUCTURA MECÀNICA

Codi	Ut.	Descripció	Quantitat	Preu ut.	Import
	Ut	Bola d'acer de 30 mm de diàmetre	1,00	6,10	6,10 €
	dm2	Planxa de metacrilat transparent de 5mm de gruix, dimensions 268 x 204 mm	5,47	1,45	7,93 €
	Kg	Filament PLA 1,75mm, Precisió Dimensional +/- 0.02 mm, color Blanc	1,00	20,49	20,49 €
	dm2	Taulell de fusta de 12 mm de gruix, dimensions 450 x 350 mm	15,75	0,40	6,30 €
	Ut	Lot de 10 rodaments radials de boles 624ZZ, blindats amb ranura profunda, de 4 mm x 13 mm x 5 mm	4,00	1,16	4,64 €
	Ut	Lot de 20 cargols, femelles i volanderes, xapat en zinc Acer, 20mm, mètrica 4mm	1,00	2,29	2,29 €
	Ut	Lot de 25 cargols per a fusta passivat, xapat en zinc Acer, Cap avellanat 12mm, mètrica 3.5mm	1,00	2,40	2,40 €
	Ut	Lot de 30 cargols, femelles i volanderes, xapat en zinc Acer, 20mm, mètrica 2.5mm	1,00	1,79	1,79 €
TOTAL CAPÍTOL 1.2. ESTRUCTURA MECÀNICA.....					45,84 €

TOTAL CAPÍTOL 1. CONSTRUCCIÓ DEL PROTOTIP..... 218,70 €

CAPÍTOL 2. MÀ D'OBRA

Codi	Ut.	Descripció	Quantitat	Preu ut.	Import
	h	Estudis previs	20,00	15,00 €	300,00 €
	h	Disseny mecànic	40,00	15,00 €	600,00 €
	h	Disseny de software	40,00	15,00 €	600,00 €
	h	Disseny de control	30,00	15,00 €	450,00 €
	h	Documentació	50,00	15,00 €	750,00 €
	h	Montatge i elaboració de peces	20,00	15,00 €	300,00 €
TOTAL CAPÍTOL 2. MÀ D'OBRA.....					3.000,00 €

RESUM PRESSUPOST

Capítol	Resum	Import	%
C.01	CONSTRUCCIÓ DEL PROTOTIP.....	218,70 €	6,79
C.02	MÀ D'OBRA.....	3.000,00 €	93,21
TOTAL EXECUCIÓ		3.218,70 €	
	13,00 % Despeses Generals.....	418,43 €	
	6,00 % Benefici Industrial.....	193,12 €	
SUMA DE D.G. i B.I.		611,55 €	
PRESSUPOST D'EXECUCIÓ PER CONTRACTE		3.830,25 €	
	21,00 % I.V.A.	804,35 €	
TOTAL PRESSUPOST GENERAL		4.634,60 €	

9.2. Codi Arduino

```

#include <Servo.h>

Servo servoY, servoX;

const char Y1=A0, Y2=A1, X2=A2, X1=A3;

//Angles per inclinació 0°
const float offsetX = 96, offsetY = 86;

//Variables per la posició de referència
float refX=128, refY=94; //Inicia la consigna al centre
int i=0, j=0;

//Posició dels servomotors
float angleX=0, angleY=0;

//Error en X i Y
float errorX=0.0, errorY=0.0;

//Variables per trobar la posició
float alpha = 1;
float x_cord=0,y_cord=0, x_ant=1000, y_ant=1000, x_act, y_act, x_s=0,
y_s=0;
int bola=0, cont=0;
int measX[2]={1000,1000};
int measY[2]={1000,1000};

//Variables pel càlcul del temps
unsigned long currentTime=0, timeInterval=40;
unsigned long previousTime = millis();

//Variables pel canvi de mode
char caracter = 0, mode = 0;

//Variables PID en X
const float KpX=0.15, KiX=0.063, KdX=0.078, T=0.04, max_c=55, min_c=-55;
float proporcionalX=0, integralX=0, derivatiuX=0, eX_ant=0, cX=0,
filtre_dX=0;
const float MaxIntegralError = 30;

//Variables PID en Y
const float KpY=0.15, KiY=0.063, KdY=0.078;
float proporcionalY=0, integralY=0, derivatiuY=0, eY_ant=0, cY=0,
filtre_dY=0;

int captarY(){
  pinMode(Y1,OUTPUT);
  pinMode(Y2,OUTPUT);
  pinMode(X1,INPUT);
  pinMode(X2,INPUT);
  digitalWrite(Y1,LOW);
  digitalWrite(Y2,HIGH);
  delay(3);
  return(analogRead(X2));
}

```

```

int captarX(){
  pinMode(X1,OUTPUT);
  pinMode(X2,OUTPUT);
  pinMode(Y1,INPUT);
  pinMode(Y2,INPUT);
  digitalWrite(X1,LOW);
  digitalWrite(X2,HIGH);
  delay(3);
  return(analogRead(Y2));
}

void posicio_bola(){
  measX[1] = measX[0];
  measY[1] = measY[0]; //Guarda les mesures anteriors
  measX[0] = captarX();
  measY[0] = captarY(); //Capta les mesures actuals
  if ((measX[0]>962 && measX[1]>962)|| (measY[0]>935 && measY[1]>935)){
//Si dues mesures consecutives fora de rang
    if (bola) {
      bola = 0; //Bola fora de la plataforma
      x_cord = 0;
      y_cord = 0;
      alpha = 1; //Anul·larà el filtre EMA a les primeres mesures
      cont = 0;
    }
  }else{
    if(measX[0] < 962){ //Guarda la mesura actual si està dins del rang
      x_act = measX[0];
      if(measX[1] > 962) x_ant = x_act; //Si la mesura anterior és fora
de rang, s'agafa l'actual com a valor anterior
      if(abs(measX[0] - measX[1]) > 60) x_act = x_ant; //Si la
diferencia entre mesures és alta, descarta el valor
      x_s = (alpha*x_act)+((1-alpha)*x_s); //Filtre EMA
      x_cord = (x_s-84)*0.285; //Conversió a mm
      x_ant = x_act;
    }
    //Mateix procés per Y
    if(measY[0] < 935){
      y_act = measY[0];
      if(measY[1] > 935) y_ant = y_act;
      if(abs(measY[0] - measY[1]) > 60) y_act = y_ant;
      y_s = (alpha*y_act)+((1-alpha)*y_s);
      y_cord = (y_s-85)*0.221;
      y_ant = y_act;
    }
    if (!bola) bola=1; //Bola en contacte amb la plataforma
    if(cont>3){ //El filtre EMA es posarà en marxa després de les 3
mesures després de posar la bola
      alpha = 0.7;
    }else cont++;
  }
}
}

```

```

float PIDX(float eX){
    proporcionalX = KpX*eX;           //Càlcul de la part proporcional
    integralX += KiX*eX*T;           //Càlcul de la part integral
    derivatiuX = KdX*(eX - eX_ant)/T; //Càlcul de la part derivativa
    filtre_dX = (0.7*derivatiuX)+((1-0.7)*filtre_dX); //Filtre EMA derivatiu
    if (abs(eX) > MaxIntegralError) integralX = 0; //Control Anti-windup
    eX_ant = eX;                       //Es guarda el valor de l'error anterior
    cX=proporcionalX+integralX+filtre_dX; //Suma de les tres parts
    if(cX>max_c) cX=max_c;             //Límit màxim
    if(cX<min_c) cX=min_c;           //Límit mínim
    return (cX);                     //Es retorna el valor del control
}

float PIDY(float eY){
    proporcionalY = KpY*eY;           //Càlcul de la part proporcional
    integralY += KiY*eY*T;           //Càlcul de la part integral
    derivatiuY = KdY*(eY - eY_ant)/T; //Càlcul de la part derivativa
    filtre_dY = (0.7*derivatiuY)+((1-0.7)*filtre_dY); //Filtre EMA derivatiu
    if (abs(eY) > MaxIntegralError) integralY = 0; //Control Anti-windup
    eY_ant = eY;                       //Es guarda el valor de l'error anterior
    cY=proporcionalY+integralY+filtre_dY; //Suma de les tres parts
    if(cY>max_c) cY=max_c;           //Límit màxim
    if(cY<min_c) cY=min_c;         //Límit mínim
    return (cY);                     //Es retorna el valor del control
}

void posicio_servos(int grausX, int grausY){
    servoX.write(grausX);
    servoY.write(grausY);
}

void setup() {
    Serial.begin(9600);
    servoY.attach(9);
    servoX.attach(10);
    posicio_servos(offsetX, offsetY);
}

void loop() {
    currentTime = millis();
    if(currentTime - previousTime >= timeInterval){
        previousTime = currentTime;
        posicio_bola();
        if(bola){
            errorX = x_cord - refX;
            errorY = y_cord - refY;
            angleX = offsetX - PIDX(errorX);
            angleY = offsetY + PIDY(errorY);
            posicio_servos(angleX, angleY);
            Serial.print(x_cord);
            Serial.print(",");
            Serial.print(y_cord);
            Serial.print(",");
            Serial.print(refX);
            Serial.print(",");
            Serial.println(refY);
        }else{

```

```
    posicio_servos(offsetX, offsetY);
    integralX=0;
    integralY=0;
    eX_ant=0;
    eY_ant=0;
}
if(mode==0) {
    refX=128;
    refY=94;
}else if(mode==1) {
    if(bola) i++;
    if (i==100){ //Cada 4seg canvia la consigna (rectangle)
        switch (j) {
            case 0:
                refX=55;
                refY=135;
                break;
            case 1:
                refX=195;
                refY=135;
                break;
            case 2:
                refX=195;
                refY=55;
                break;
            case 3:
                refX=55;
                refY=55;
                break;
            default:
                break;
        }
        j++;
        if(j>=4) j=0;
        i=0;
    }
}else if(mode==2) { //Cercle
    refX = 50*cos(6.2832*0.0125*j) + 125;
    refY = 50*sin(6.2832*0.0125*j) + 94;
    j++;
    if(j>=80) j=0;
}else if(mode==3) { //Lemniscata
    refX = ((50*sqrt(2)*cos(j*0.04))/(pow(sin(j*0.04),2)+1))+125;
    refY=((50*sqrt(2)*cos(j*0.04)*sin(j*0.04))/(pow(sin(j*0.04),2)+1))+94;
    j++;
    if(j>=156) j=0;
}
}
}
caracter = Serial.read();
if(caracter == 'P' || caracter == 'p') {
    mode = 0;
}else if(caracter == 'R' || caracter == 'r') {
    mode = 1;
}else if(caracter == 'C' || caracter == 'c') {
    mode = 2;
}else if(caracter == 'L' || caracter == 'l') {
    mode = 3;
}
}
```

Referències

- Kumar, Joselin & Showme, N. & Aravind, M. & Akshay, R.. (2016). Design and control of ball on plate system. 9. 765-778.
- Wendy, X. F. (2006, marzo). How to Use TI's 4-Wire TSC to Control an 8-Wire Resistive Touch Screen. Texas Instruments. https://www.ti.com/lit/an/slaa298/slaa298.pdf?ts=1629139149915&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F
- Ogata, Katsuhiko. (1996) Sistemas de control en tiempo discreto. Segunda edición. Editorial Prentice Hall.
- Llamas, L. (2017, març). Filtro paso bajo y paso alto exponencial (EMA) en Arduino. Luis Llamas. <https://www.luisllamas.es/arduino-paso-bajo-exponencial/>

Figura 1: Ehsan, A. (2015, desembre). [Il·lustració]. https://www.researchgate.net/figure/CAD-design-AU-ball-on-plate-balancing-robot-isometric-view_fig1_301443148

Figura 2: Cali, O. (2011, desembre). [Il·lustració]. https://www.researchgate.net/figure/3D-model-of-the-parallel-topology-guiding-device-a-initial-position-b-final-position_fig2_259741872

Figura 3: [Il·lustració]. (2019, abril). <https://github.com/NicHub/stewart-platform-esp32>

Figura 5, 6 i 7: [Il·lustracions]. (s. d.). <https://www.pannam.com/resistive-touch/>

Figura 9: Kaplan, K. (2016, desembre). [Il·lustració]. https://www.researchgate.net/figure/The-general-structure-of-ball-balancing-system_fig4_314171917

Figura 10: [Fotografia]. (s. d.). <https://es.rs-online.com/web/p/motores-dc/2389759>

Figura 11: [Il·lustració]. (2011, març). <https://experimentalev.files.wordpress.com/2011/03/dc-motor-parts-6.jpg>

Figura 12: [Il·lustració]. (2018, març). <https://www.youtube.com/watch?v=LXURLvga8bQ>

Figura 14: [Fotografia]. (s. d.). <https://es.rs-online.com/web/p/motores-dc/5350467/>

Figura 15: [Il·lustració]. (2018, octubre). <https://circuitdigest.com/tutorial/what-is-stepper-motor-and-how-it-works>

Figura 16: [Fotografia]. (s. d.). <https://es.rs-online.com/web/p/arduino/7154081>

Figura 17: [Fotografia]. (s. d.). <https://es.rs-online.com/web/p/raspberry-pi/1822096>

Figura 19: [Fotografia]. (s. d.). <https://www.superimanes.com/otros-productos/bolas-acero-rodamientos/bola-acero-30>

Figura 21: [Fotografia]. (2021, juny). [https://ca.wikipedia.org/wiki/R%C3%B2tula_\(mec%C3%A0nica\)](https://ca.wikipedia.org/wiki/R%C3%B2tula_(mec%C3%A0nica))