

Anna Carmona Ferrer

INTEGRACIÓN DEL MERCADO DE DINERO EN BARCELONA Y BRUJAS (S.XIV Y S.XV)

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Área temática: Análisis de datos económicos

Grado de Economía



**FACULTAT D'ECONOMIA i EMPRESA
Universitat Rovira i Virgili**

**Reus, Junio 2023
Curso 2022-2023**

Índice:

1-Resumen.....	2
2-Presentación.....	5
3-Introducción.....	7
4-Marco teórico.....	10
4.1-Conceptos	10
4.2-Contextualización histórica.....	13
4.2.1-Ferias medievales	13
4.2.2-Ciudades comerciales	14
4.2.3-Brujas	16
4.2.4-Letras de cambio.....	19
4.2.4.1-Funcionamiento de las letras de cambio.....	22
5-Metodología	25
5.1-Estacionariedad.....	25
5.2-Relaciones espurias	26
5.3-Cointegración	28
5.4-Regresión de variables temporales	31
5.4.1-Regresión de variables temporales no estacionarias.....	32
5.4.1.1- Regresión de variables temporales no estacionarias no cointegradas	34
5.4.1.2- Regresión de variables temporales no estacionarias cointegradas.....	35
6-Parte práctica: Barcelona y Brujas.....	38
6.1-Variable dependiente letras de cambio emitidas en Brujas	41
6.2-Variable dependiente letras de cambio emitidas en Barcelona	48
6.3-Análisis de los resultados	50
7-Conclusión.....	53
8-Bibliografía.....	56

INTEGRACIÓN DEL MERCADO DE DINERO EN BARCELONA Y BRUJAS (S.XIV Y S.XV)

1-Resumen

(Castellano) La aparición de las letras de cambio supuso un antes y un después en el desarrollo de la economía medieval. Su creación, en el siglo XIII, permitió el avance del capitalismo sin haberse inventado, aún, el papel moneda. Sin embargo, aparte de ese rol, también representaban el tipo de cambio entre dos divisas distintas.

Centrándonos en ese aspecto, se desprenden de él preguntas como si se llegó a ejecutar arbitraje en su comercialización en aquella época y si, como resultado de ese, se igualaron los precios a largo plazo de las letras con condiciones uniformes tanto de madurez como de riesgo vinculadas por sus lugares de emisión y compra para analizar así el estado de integración de su mercado de dinero.

Ante estos interrogantes, a partir del uso de datos mensuales de letras de cambio de Barcelona y Brujas de finales del siglo XIV y principios del siglo XV y mediante la concreción de su contexto histórico, la aplicación de conceptos econométricos y las estimaciones tanto de su relación a largo plazo (con regresiones de mínimos cuadrados ordinarios) como de su proceso de unión a corto plazo (con modelos de corrección de error), se obtuvo una respuesta para las cuestiones planteadas.

Fueron la distancia, la lentitud en la transmisión de información y la incertidumbre generada en esa espera, los motivos que provocaron que los mercados de dichas letras de cambio no llegasen a estar cointegrados y la causa de que esas variables siguieran un proceso de corrección de error con el objetivo final de alcanzar un estado de convergencia en sus valores.

Palabras clave: Letras de cambio, cointegración y modelo de corrección de error

(Catalán) L'aparició de les lletres de canvi va suposar un abans i un després en el desenvolupament de l'economia medieval. La seva creació, al segle XIII, va permetre l'avenç del capitalisme sense haver-se inventat, encara, el paper moneda. No obstant això, a part d'aquest rol, també representaven el tipus de canvi entre dues divises diferents.

Centrant-nos en aquest aspecte, es desprenen d'ell preguntes com si es va arribar a donar arbitratge en la seva comercialització en aquella època i si, com a resultat d'aquest, es van igualar els preus a llarg termini de les lletres amb condicions uniformes tant de maduresa com de risc vinculades pels seus llocs d'emissió i compra per analitzar així l'estat d'integració del seu mercat de diner.

Davant aquests interrogants, a partir de l'ús de dades mensuals de lletres de canvi de Barcelona i Bruixes de finals del segle XIV i principis del segle XV i mitjançant la concreció del seu context històric, l'aplicació de conceptes econòmics i les estimacions tant de la seva relació a llarg termini (amb regressions de mínims quadrats ordinaris) com del seu procés d'unió a curt termini (amb models de correcció de l'error), es va obtenir una resposta per a les qüestions plantejades.

Van ser la distància, la lentitud en la transmissió d'informació i la incertesa generada l'espera, els motius que van provocar que els mercats d'aquestes lletres de canvi no arribessin a estar cointegrats i la causa que aquestes variables seguissin un procés de correcció de l'error amb l'objectiu final d'aconseguir un estat de convergència en els seus valors.

Paraules clau: Lletres de canvi, cointegració i model de correcció de l'error

(Inglés) The appearance of bills of exchange set a turning point in the development of the medieval economy. Their creation in the 13th century allowed capitalism to advance without the invention of paper money. However, apart from this role, they also represented the exchange rate between two different currencies.

Focusing on this aspect, questions arise as to whether there was arbitrage in their trading at that time and if, as a result, the long-term prices of bills of exchange (with uniform conditions of both maturity and risk linked because of their places of issue and purchase) were equalised in order to analyse the state of integration of their currency market.

In response to these questions, by using monthly data on Barcelona and Bruges' bills of exchange from the late 14th and early 15th centuries, and by specifying their historical context, applying econometric concepts and estimating both their long-term relationship (with ordinary least squares regressions) and their short-term correction process (with error correction models), an answer to those questions was found.

The distance, the slowness in the transmission of information and the uncertainty generated in this wait were the reasons why the markets for these bills of exchange were not cointegrated and also the cause for these variables to follow an error correction process with the final objective of reaching a state of convergence in their values.

Key words: Bills of exchange, cointegration and error correction model

2-Presentación

Al elegir cursar el grado de Economía, en un primer momento no era consciente del alcance de sus áreas de estudio. Es decir, partiendo de los conocimientos adquiridos en bachillerato, que eran de carácter general, no podía llegar a prever el nivel de interconexión de este grado con otras ramas del saber como el derecho, las políticas de gestión públicas, la historia y el análisis de datos, entre otros.

Así pues, a medida que avanzaba en mi formación, fui incorporando a mi conocimiento aspectos distintos que me han permitido, por una parte, formarme con una visión amplia de todas las áreas de influencia de esta ciencia social, pero también perfilar mis intereses a medida que pasaba el tiempo.

En consecuencia, una vez terminados los dos primeros cursos y habiendo superado las materias de carácter introductorio, al llegar a tercero y poder aplicar ya los conocimientos teóricos acumulados en casos prácticos ampliando también su alcance, pude ver que las materias que más me interesaban eran aquellas relacionadas con las políticas públicas, la macroeconomía y el análisis de datos.

Por ese motivo, en la elección de optativas, aparte de elegir asignaturas de alcance global como finanzas internacionales, o también la asignatura de planificación y evaluación de políticas públicas, me decanté de manera clara por el análisis de datos, tanto en el ámbito microeconómico como en el macroeconómico. Y fue en la segunda de las ramas en la que, a causa de mi nivel de implicación, pude obtener durante el curso actual 2022-2023 una Beca de Colaboración con el Departamento de Economía.

Así pues, ante esa oportunidad y pudiendo trabajar con una base de datos de letras de cambio en el periodo medieval que habría sido difícil de conseguir en otro contexto, me decanté por analizar aspectos relacionados con esos datos para elaborar mi trabajo final de grado, así que esta fue mi motivación principal en la elección del tema.

A partir de su examen y centrándonos en la evolución temporal de sus valores, surgió un interrogante acerca de su desarrollo en el tiempo, cuestión que podía ser relacionada con el fenómeno económico del arbitraje, por ejemplo. Por ello, el estudio se centró en la relación a largo plazo de dos variables relativas a letras de cambio (que representaban el tipo de cambio entre divisas y, por lo tanto, el nivel de integración de su mercado monetario) uniformes en

términos de madurez y riesgo vinculadas por el hecho de compartir de manera inversa, su lugar de emisión y compra.

En consecuencia, combinando este aspecto de análisis econométrico (tanto desde un marco inicial teórico como práctico con la ejecución del estudio en base a esos datos), con la introducción de conceptos teóricos macroeconómicos y de un marco histórico de los siglos XIV y XV como punto de partida del estudio, concluí que este podía acabar siendo un tema para el trabajo final de grado muy interesante.

Además, en la primera búsqueda de información disponible acerca de la temática, pude ver que era una materia de trato no común, así que acabé decantándome por ella aplicando así las asignaturas de econometría, análisis de datos e historia económica, principalmente.

3-Introducción

Este trabajo final de grado trata la relación entre dos variables de letras de cambio en el periodo de finales del siglo XIV y principios del siglo XV con la finalidad de estudiar el estado de integración de los mercados monetarios de sus localizaciones. Dichos instrumentos financieros fueron emitidos en Barcelona y comprados en Brujas o emitidos en Brujas y comprados en Barcelona y contaban con las siguientes unidades: sueldos catalanes por unidad monetaria de Brujas “*groot flamenco*” (que serán consideradas como homogéneas al ser estas de la época medieval y no poder conocer con detalle si contaban con un valor considerablemente distinto).

La franja temporal analizada, que es cercana a la época de creación de dichos instrumentos financieros, (que se dio en el siglo XIII por parte de banqueros italianos), permite realizar un análisis acerca del comportamiento de esas letras de cambio primitivas. Dichas letras, a pesar de pertenecer a un marco temporal muy lejano al actual, disponen de una frecuencia temporal relativamente elevada (datos mensuales) y también de una muestra suficientemente grande (132 valores), que permite que puedan realizarse estudios econométricos basándose en ellas.

Su valores provienen de una gran base de datos de numerosas ciudades del libro *Money, Credit and Banking in Medieval Bruges* que me fue proporcionada como parte del trabajo en la Beca de Colaboración con el Departamento de Economía. Y, después de haber contrastado las otras alternativas que se tenían, por ser las letras de esta pareja de ciudades las que contaban con más años en común, acabaron siendo las elegidas para el trabajo.

La investigación parte del establecimiento de un marco teórico en el que se determinan los fenómenos económicos que conducen a la pregunta final que motiva la realización del estudio. La estrategia financiera del arbitraje (metodología que sería imposible aplicar en el caso de tener un mercado totalmente eficiente), que se basa en la compra de bienes o activos financieros uniformes a precios bajos para, posteriormente, ser vendidos con un precio más elevado, es el punto de partida del análisis.

Y, en la realidad presente en los mercados, que es distinta a la situación de perfecto equilibrio, la presencia de este fenómeno es latente. Así pues, mediante su ejecución y por la ley de la oferta y la demanda (que dirige a los compradores a los lugares donde los bienes uniformes comercializados son más baratos), se acaba contribuyendo a la subida de sus precios y a su igualación, en última instancia, con los de otros lugares en los que eran más elevados.

Aquellos capaces de detectar esta oportunidad, los arbitrajistas, acabarán obteniendo beneficios libres de riesgo hasta la llegada, en última instancia, a la coincidencia de sus valores. En consecuencia, la paridad de poder adquisitivo (PPA), que representa la convergencia total de los precios de bienes idénticos expresados en una moneda común, fue la semilla del trabajo.

Las letras de cambio iguales en términos de madurez y riesgo vendidas por mercaderes con un mismo nivel de prestigio (condición que se puede extraer en base al elevado desarrollo de los mercados en los que se comercializaban y a la relación estrecha existente entre sus mercaderes), intercambiadas en dos localizaciones respectivamente, Barcelona y Brujas (en el caso concreto de este estudio), deberían pues, acabar contando con los mismos precios según las ideas previamente establecidas.

Con el fin de probar esa hipótesis, se partirá de una contextualización histórica para conocer el origen y la evolución de las letras de cambio, considerando los circuitos de ferias que se llevaban a cabo, pasando a analizar las ciudades comerciales que las sustituyeron y como en concreto en una de ellas, Brujas, se llevó a cabo una relevante contribución por parte de los banqueros mercantiles italianos para su creación. Así mismo, a partir de la explicación de la metodología de su funcionamiento, distinguiéndola del actual, se acabará de establecer la base de conocimiento necesaria conceptual e histórica para poder desarrollar de forma completa el análisis posterior.

Y es que, tal y como se ha comentado con anterioridad, el objetivo perseguido en este estudio es analizar si las letras de cambio emitidas en Barcelona o Brujas y compradas en el lugar contrario tenían el mismo precio a largo plazo (alcanzando así la cointegración de sus mercados monetarios) y por otro lado, si en el caso de ser distintos, a corto plazo se dispondría de una corrección de error para solucionar dicha consideración.

La metodología usada para su ejecución arrancará con una definición teórica de conceptos econométricos centrada en el establecimiento de las bases necesarias para la regresión de variables temporales no estacionarias cointegradas, características presentes en las variables del estudio. Se detallarán, pues, los pasos a seguir para definir su relación a largo plazo mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO), cuestión que será considerada según dos alternativas distintas relacionadas con la posición de las variables en la regresión. Se perseguirá, así, el objetivo de comprobar la robustez de los resultados obtenidos, es decir, que estos no varíen

según qué variable ocupe la posición de dependiente. A partir de ellas, se determinará el estado de los mercados de ambas letras.

Así mismo, también se concretará su relación a corto plazo, cuestión que se llevará a cabo a partir de la estimación de distintos modelos de corrección de error (MCE) resultantes de los errores estimados en las dos regresiones a largo plazo. Con ellos se concretará la velocidad de convergencia entre las dos variables a partir del uso de los residuos previamente estimados combinados con los valores de lambda resultantes.

En resumen, pues, la relevancia del tema tratado en el trabajo se encuentra, por un lado, en la exclusividad de su naturaleza, al basarse en datos lejanos en el tiempo con los que no se han llevado a cabo una gran cantidad de estudios y, por otro, en la combinación de los conocimientos econométricos teóricos con su aplicación práctica situándose esta en un contexto histórico con un elevado interés informativo que permite no solo la extracción de conclusiones objetivas, sino también su conexión con la realidad del momento, cuestión que resulta sumamente atractiva.

4-Marco teóric

4.1-Conceptos

El arbitraje es una estrategia financiera que permite la obtención de beneficios mediante la ejecución de transacciones (compras o ventas) que aprovechan las diferencias de precios entre distintos mercados de un mismo elemento (que puede ser un bien o un activo financiero) (Feenstra & Taylor, 2021). Las divergencias existentes en términos de valor permiten, al arbitrajista, la obtención de una ganancia libre de riesgo. Dicho con otras palabras, la diferencia de precios entre los mercados en los que se ejecutan las compras o las ventas del bien en cuestión originan la ganancia que se obtiene con ellos, así que, en términos simples, la estrategia de arbitraje se resume en comprar a precios bajos y vender a precios altos.

La disposición de un mercado totalmente eficiente, un mercado en equilibrio, imposibilitaría la presencia de esta oportunidad de beneficio así que, consecuentemente, se puede deducir que su existencia está asociada a la presencia de ineficiencias en el mercado. Pero, así mismo, es necesario destacar que, en el caso de darse, acabará teniendo como resultado su regulación a largo plazo, es decir, la coincidencia de los precios del bien, por la ley de la oferta y la demanda. Los compradores, en el caso de ser conscientes de la existencia de una localización para la compra de bienes con un nivel de precios menor que el de otra, se dirigirán allí para realizar su transacción (elevando así los precios del lugar). En cambio, evitarán comprar en el sitio que cuente con precios altos (reduciendo allí los precios) y contribuyendo, en última instancia, a su convergencia (Feenstra & Taylor, 2021).

La paridad de poder adquisitivo (PPA), por su parte, es un indicador macroeconómico que permite comparar el nivel de vida entre países y afirma que los tipos de cambio presentes entre distintas monedas deben ser tales que permitan que una divisa tenga el mismo poder adquisitivo en cualquier parte del mundo. Es decir, los precios de bienes en distintos países expresados en una única moneda deben ser iguales, ya que la misma cantidad de un tipo de moneda debe permitir obtener la misma cantidad de bien. Puede destacarse, entonces, la presencia de arbitraje en el contexto internacional para corregir los desajustes que se puedan dar provocando la llegada final a un equilibrio a largo plazo y la obtención, durante el proceso de ajuste, de beneficios libres de riesgo para aquellos capaces de detectarlos (Feenstra & Taylor, 2021).

Por lo tanto, la paridad de poder adquisitivo es, en ausencia de costes de transacción (que provocarían fricciones que son evitadas en el análisis) y bajo el supuesto de presencia de competencia perfecta con un mercado competitivo en el que no existen barreras al comercio, se cuenta con información para consumidores y compradores y flexibilidad total en los precios (en la que ningún individuo puede manipularlos), la venta de bienes idénticos en distintos lugares a un mismo precio cuando estos están expresados en una moneda común (Feenstra & Taylor, 2021).

La ley de un solo precio comparte la misma idea que la paridad de poder adquisitivo, pero solo para un bien y no para una cesta, como es su caso. Por consiguiente, es un indicador microeconómico. Es conveniente destacar, pero, que ambos disponen de una visión a largo plazo en su consideración. Esta ley cuenta con los mismos supuestos condicionantes para su existencia que la paridad de poder adquisitivo (Feenstra & Taylor, 2021).

Existen diferentes ejemplos para apoyar las relaciones previamente establecidas y uno de los más clásicos es el de los diamantes, que, al ser bienes exactamente iguales, deberían ser vendidos al mismo precio sin considerar la localización de ejecución de la transacción. En el caso de darse esta consideración, se dispondría de un mercado integrado, un mercado en equilibrio en el que, por definición, no se dispondría de oportunidades de arbitraje. Así pues, este sería un ejemplo de la ley de un solo precio en el mercado de bienes (Feenstra & Taylor, 2021).

Otro de los referentes más célebres para ilustrar estas leyes, refiriéndose de manera específica a la paridad de poder adquisitivo, es el Index Big Mac, que usa como base la hamburguesa para tratar la tendencia de igualación a largo plazo de su precio en distintos países. Partiendo del bien uniforme mundialmente conocido, la hamburguesa, y considerando la relación de las divisas que debería existir para poder obtener la misma hamburguesa en distintos territorios, se establece una comparación con la situación real del tipo de cambio que se tiene. Se determina así en última instancia, si, con referencia al vínculo entre las monedas establecido con esa paridad, una moneda en base a otra está sobrevaluada o devaluada (Feenstra & Taylor, 2021).

Sin embargo, cabe destacar que, tal como se ha mencionado previamente, esta condición de arbitraje y dirección a una relación de equilibrio a largo plazo también se da en los mercados financieros. Un ejemplo para ilustrar esta circunstancia serían los bonos del Estado de los países periféricos de la eurozona (Grecia, Portugal, Irlanda y España) en el año 2000. Los bonos griegos

tenían el mismo precio que los alemanes y los españoles, de manera que existía un equilibrio en su mercado causado por la indiferencia en la decisión de compra de los inversores acerca del Estado en el que fueran emitidos (Feenstra & Taylor, 2021).

Ese equilibrio se reflejaba en el riesgo uniforme asociado a su adquisición y en la disposición del mismo tipo de interés en todos ellos. Se puede apreciar en el gráfico inferior que todos los países podían emitir deuda a una tasa casi igual. La llegada de la crisis financiera del 2008 supuso el fin de esta condición, teniendo como resultado el término de la ley de un solo precio, y la llegada de recesión, de estrés financiero y de elevados niveles de déficit, así como la pérdida de confianza crediticia en los gobiernos de los países previamente mencionados. La ley, por lo tanto, solamente se sostuvo durante el periodo en el que la tranquilidad era presente en la economía y, a partir de entonces, únicamente se pudo emitir deuda con niveles de interés muy elevados con respecto a Alemania (Feenstra & Taylor, 2021).

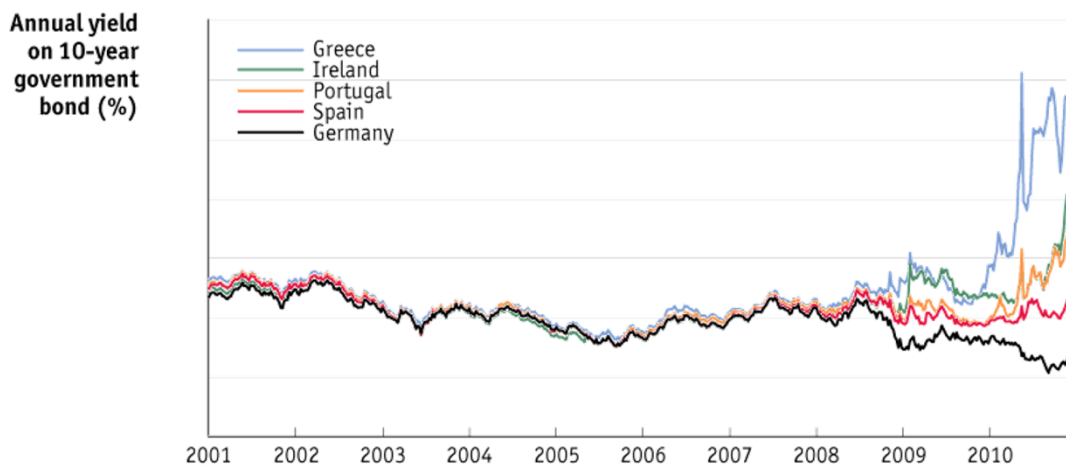


Ilustración 1: Evolución de las primas de riesgo en los países periféricos. (Feenstra & Taylor, 2021).

Así mismo, otra posible ejemplificación en el área financiera de estos principios sería la emisión de letras de cambio en Barcelona y Brujas, indistintamente, realizada bajo el cumplimiento de unas condiciones uniformes tanto en madurez como en riesgo, al ser vendidas en los dos casos (según nuestro supuesto) por mercaderes con un mismo nivel de prestigio en su altamente desarrollado mercado.

Por lo tanto, las letras de cambio emitidas en Brujas y compradas en Barcelona y las letras de cambio emitidas en Barcelona y compradas en Brujas, bajo los supuestos previamente establecidos según la ley de un solo precio (no tener en cuenta los costes de transacción, disponer de un mercado competitivo con competencia perfecta, sin barreras al comercio, con información perfecta y flexibilidad en los precios), deberían tener el mismo precio. Y, en el caso de ser distintos, estos deberían acabar igualándose a largo plazo mediante la ejecución de arbitraje.

Este será el marco teórico en el que se centrará el trabajo, partiendo del supuesto previamente establecido con el que se desarrollará el análisis de la existencia de una de relación a largo plazo entre las dos variables mencionadas, las letras de cambio emitidas en Brujas y compradas en Barcelona y las letras de cambio emitidas en Barcelona y compradas en Brujas (bienes uniformes en términos de riesgo y madurez que están expresados, según nuestro supuesto, en referencia a monedas de carácter homogéneo). Mediante la definición de esta relación a largo plazo (con mínimos cuadrados ordinarios (MCO)), en la cual una de las dos variables ocupará la posición de variable dependiente y la otra de explicativa (proceso que se llevará a cabo dos veces para contemplar todas las alternativas existentes), se analizará el estado de su mercado para detectar si estaba integrado o no con el objetivo de proseguir, seguidamente, con la determinación de la velocidad de convergencia entre las dos variables mediante el desarrollo de un modelo de corrección de error (MCE).

4.2-Contextualización histórica

Sin embargo, antes de continuar con este apartado, es relevante tomar en consideración la situación histórica de los mercados de comercialización de las letras de cambio en los siglos XIV y XV.

4.2.1-Ferias medievales

La relación entre el dinero, el banco y el crédito es estrecha en cualquier tipo de sistema económico. A causa de este elevado grado de interconexión, no es posible separarlos y la importancia de cada uno de ellos también, en la época medieval, no debe ser desconsiderada (De Roover, 1942).

La aparición de grandes ciudades como Aviñón, Barcelona, Brujas y Florencia, entre otras, como centros de actividad comercial de manera ininterrumpida con el comercio de mercancías, letras de cambio y otros bienes, fue precedida por un mecanismo de relaciones comerciales basado en la realización de circuitos de ferias anuales por Europa (Dematos, 2022).

En ellas los mercaderes, al estar reunidos, aprovechaban la proximidad con otros usuarios para comerciar con sus bienes y productos (Dematos, 2022). Las primeras ferias que se llevaron a cabo fueron las ferias de la Campaña en siglo XIII, en las que se establecían relaciones comerciales con lugares como Ginebra, Lyon y Medina del Campo, entre otros (Orlandi et al., 2021).

Estas estaban muy organizadas, tanto que se celebraban en lugares establecidos según un calendario regular en el que también se llegaba a especificar días concretos para el comercio con determinados productos, monedas, bienes inmuebles o instrumentos financieros, y otros para llevar a cabo la liquidación de las compras realizadas (Dematos, 2022).

Los tratos comerciales, que generaban créditos y débitos durante su periodo de actividad, eran coordinados por los funcionarios de la feria, que calculaban un único pago neto resultante de estos que se les efectuaba a ellos mismos (Dematos, 2022).

A partir del siglo XIV, sin embargo, se inició el declive de las ferias, que continuó durante el siglo siguiente dando paso a la aparición de las ciudades comerciales que permitían, con su existencia, el mantenimiento de la actividad comercial de manera ininterrumpida y no solo en periodos puntuales por la realización de esos acontecimientos (Dematos, 2022).

4.2.2-Ciudades comerciales

La abundancia o escasez de dinero en el contexto histórico en el que se sitúa el trabajo estaba relacionada, especialmente, con la situación de los precios de los metales preciosos, con las políticas establecidas por las casas de moneda y con el mercado de crédito (Orlandi et al., 2021).

Sin embargo, los ritmos del comercio y su efecto en el precio de las mercancías y, en última instancia, en la demanda de capital, también resultaban claves en su determinación. Por ejemplo,

con la llegada de barcos cargados de mercancías, el precio de estas disminuía, mientras que la demanda de la moneda de su país de origen aumentaba (Orlandi et al., 2021).

El crecimiento continuo de las ciudades que se inició a mediados del siglo XIV a raíz de la caída de las ferias supuso un incremento del comercio y la circulación de la moneda reemplazó a las formas tradicionales de pago en especie. Sin embargo, a pesar de esta tendencia creciente hacia la monetización de la economía, la cantidad de dinero circulante no seguía su mismo ritmo de desarrollo, de manera que se acabó generando un problema de liquidez en las ciudades más avanzadas de la Baja Edad Media (Orlandi et al., 2021).

Los mercados principales más importantes del periodo eran Aviñón, Barcelona, Brujas, Florencia, Génova, Mallorca, Milán, Montpellier, Nápoles, Palermo, París, Perpiñán, Pisa, Roma, Zaragoza, Valencia y Venecia (Orlandi et al., 2021).

En ellos, el crédito contó, pues, con un peso relevante y, aunque aún no se había inventado el papel moneda, los depósitos bancarios transferibles realizaban su misma función. No es cierto, entonces, que la tardanza en inventar el papel moneda obstaculizara el desarrollo del capitalismo en la Edad Media, que ya evolucionaba en esos puntos de concentración comercial (De Roover, 1942).

Para administrar dicha falta de liquidez, se usaron distintos mecanismos para la ejecución de los pagos como, por ejemplo, el aplazamiento de estos o la realización de anticipos en forma de materias primas o dinero, entre otros. Sin embargo, las operaciones de usura y la búsqueda de nuevas metodologías para realizarlos como las letras de cambio, por ejemplo, fueron otras de las respuestas utilizadas en la gestión de esta necesidad (Orlandi et al., 2021).

Estos nuevos métodos de pago se derivaron del proceso de abstracción del concepto de dinero. El perfeccionamiento de la lingüística con la invención de terminologías específicas para la descripción de sucesos económicos, junto con la sustitución del valor intrínseco de la moneda metálica por el de un documento escrito en forma de letra de cambio, transferencia bancaria o cheque, fueron claves para el avance en su uso (Orlandi et al., 2021).

4.2.3-Brujas

El origen de las actividades bancarias en el este de Alemania y el sud de Francia fue el resultado de la caída de las ferias medievales de intercambio. Los banqueros mercantiles italianos reemplazaron el envío de sus representantes a las ferias por el establecimiento de agencias permanentes en ciudades como Brujas a finales del siglo XIII. Y, fue en lugares como ese donde las letras de cambio fueron desarrolladas por dichos banqueros mercantiles italianos en ese mismo siglo. Entonces, por ser Brujas un centro de su actividad financiera, se tratarán sus características para poder conocer el contexto en el que se crearon dichos instrumentos de pago (De Roover, 1942).

Durante la Edad Media, existían en Brujas tres clases distintas de negociantes de divisas: los banqueros mercantiles italianos, los lombardos y los cambistas, que no disponían, en todos los casos, del mismo estatus legal. El crecimiento de la profesión de estos negociantes de divisas coincidió con el desarrollo de los bancos en la región Flamenca (De Roover, 1942).

Sin embargo, no todos los tipos de comerciantes contribuyeron en un mismo grado al desarrollo de la banca. Este no fue generado, por ejemplo, por los lombardos, ya que de sus transacciones de crédito no resultó ningún tipo de nuevo poder adquisitivo, sino solo su transferencia (De Roover, 1942).

Los banqueros mercantiles italianos y los cambistas, por su parte, sí que contribuyeron a ese propósito creando poder adquisitivo adicional o substitutos monetarios. Debemos destacar, en este apartado, la actuación de los banqueros mercantiles italianos, que limitaron únicamente su actividad al comercio exterior y a las finanzas internacionales de manera especial a través de las letras de cambio (De Roover, 1942).

Analizando cada uno de ellos en detalle, los lombardos, por su parte, se especializaron en el empeño y aparecieron junto con otros italianos en Flandes a finales del siglo XIII. En esa época el préstamo de dinero no era aceptado por la Iglesia, así que su figura era tolerada como una maldad necesaria. Eran odiados, temidos y necesitados a la misma vez y no tenían ningún tipo de privilegio comercial (De Roover, 1942).

Su actividad en casas de empeños requería la concesión de licencias por parte de autoridades públicas, que también permitían la usura como ocupación pero solo bajo la condición de que esta contara con un rol secundario en la profesión del individuo. Los instrumentos crediticios que utilizaban eran similares a un boleto de empeño actual, adoptando en los casos de préstamos más cuantiosos la forma de contratos más formales. Mediante su uso se garantizaba que los propietarios no pudiesen pedir una restitución de su propiedad hasta que no se les hubiera retornado la cantidad prestada de manera completa (De Roover, 1942).

La situación de los cambistas era distinta. A ellos se les requería disponer de ciudadanía y, por lo tanto, tenían que cumplir con las ordenanzas monetarias de la zona, siendo también susceptibles de ser penalizados en el caso de no hacerlo. El número de cambistas en Brujas era limitado y sus oficinas se encontraban unas cerca de las otras (De Roover, 1942).

Los cambistas de Brujas del siglo XIV eran banqueros que combinaban el comercio de divisas con actividades de depósito bancario. Su negocio contaba con un peso relevante en la ciudad, ya que uno de cada 35 o 40 residentes en esta tenía una cuenta corriente en la época. En referencia a su actividad bancaria, esta se centraba en la provisión de crédito a los clientes permitiéndoles sobregirar sus cuentas (De Roover, 1942).

Por último, en alusión a los banqueros mercantiles italianos, es relevante comentar que cuando se establecieron en Flandes, intentaron conseguir regulaciones y privilegios comerciales de las autoridades locales al querer ser reconocidos por estas como naciones o colonias comerciales. En el caso concreto de Brujas, los mercaderes de Génova, Venecia, Florencia, Lucca y Milán representaban naciones individuales que, en caso de perseguir intereses comunes, se agrupaban como una unidad (De Roover, 1942).

Para ellos, la actividad financiera era solamente una de sus fuentes de ingresos y el comercio tenía la primera posición en sus ocupaciones, seguido por la banca y, finalmente, por las comisiones (De Roover, 1942).

El objetivo que se perseguía mediante el uso de dichas regulaciones era proteger a los mercaderes ante cualquier acción que pudieran llevar a cabo las autoridades locales mediante la fijación de la tarifa de los peajes y los pagos en el puerto y el ajuste de aspectos relacionados con la navegación. Esas reglamentaciones no tenían, pues, ninguna particularidad de carácter

financiero ya que, al ser estas transacciones realizadas internacionalmente, su regulación por parte de una autoridad local no era de gran utilidad (De Roover, 1942).

Normalmente, estas grandes compañías banqueras y comerciales tenían su sede en Italia, pero estaban representadas en distintos centros comerciales (entre los cuales se encuentra la ciudad de Brujas), por socios residentes, agentes y corresponsales (De Roover, 1942).

Así pues, desde un punto de vista legal pero no administrativo, había dos tipos de organizaciones, las centralizadas y las descentralizadas. La compañía Peruzzi era un buen ejemplo de la primera. Solo existía una compañía Peruzzi que era propiedad, mayoritariamente, de miembros de la familia hasta el año 1331. Esta disponía de distintas agencias en el extranjero, encontrándose una, concretamente, en Brujas. Cada una de ellas estaba dirigida por la figura de un gestor, que era un asalariado y, ocasionalmente, se daba el caso de que uno de los socios se trasladara a las agencias para dirigirla de primera mano, supuesto en el que aparte de los beneficios por su condición de propiedad de la firma, también recibía una compensación salarial. Giovanni Villani, que representó los Peruzzi en Brujas, era un ejemplo de esta tipología de cuestión al poseer, él, una parte del capital de la compañía (De Roover, 1942).

El caso de la casa bancaria de los Medici, por su lado, era completamente diferente al de la compañía Peruzzi siendo, pues, un ejemplo de gestión descentralizada. En vez de tener solamente una unidad, la empresa disponía de diferentes sociedades independientes siendo cada una de ellas una entidad legal separada de las otras (De Roover, 1942).

El mecanismo para conseguir unión en su gestión era alcanzado mediante el envío de un miembro de la familia Medici a cada una de ellas. Dichas agencias eran controladas por socios menores, que no eran compensados con un salario fijo, sino que recibían un pago según los beneficios de su agencia. El socio encargado de la gerencia tenía, por su parte, el título de “*governatore*”. En 1466 el personal de la agencia Medici en Brujas estaba formado por un gerente de la sucursal y socio menor, Tommaso Portinari, un subdirector, Antonio de' Medici, cinco trabajadores y un oficinista. Con el objetivo de facilitar la toma de decisiones, a los gerentes se les dotaba de libertad siguiendo una estructura administrativa general determinada en Italia. Así pues, en el caso de los Medici, el socio mayoritario era quien tomaba la responsabilidad de todas las decisiones de la política mientras que en el caso de los Peruzzi, las grandes decisiones eran trasladadas a un consejo en Florencia (De Roover, 1942).

La caída del banco de Medici, así como una gran parte de su crecimiento se debió, pues, a la personalidad de los hombres que estuvieron a su cargo. Al cambio realizado hacia una gestión más relajada, la toma de más riesgos y la existencia de ineficiencias en la gestión de distintas ramas, se le sumaron la gran recesión de la banca en Florencia en el siglo XV y la depresión económica general, también, de las últimas décadas de ese mismo siglo (Rubinstein, 1964).

Pero, a pesar de los impactos de dichas tendencias económicas generales, la combinación de su organización funcional con la distancia geográfica entre las distintas entidades fue determinante para que sus resultados dependieran en gran medida de las acciones y actitudes de sus dirigentes siendo estas, pues, claves para su destino (Rubinstein, 1964).

Además, en términos generales los banqueros mercantiles italianos hacían préstamos a gobernantes y otras autoridades públicas. Y, en el caso de los préstamos a príncipes, estos eran sumamente peligrosos a causa de las guerras que en las que participaban que, en muchos casos, provocaban un retardo en el retorno de los préstamos que podía, incluso, ser pospuesto de manera indefinida. (De Roover, 1942).

4.2.4-Letras de cambio

A causa de su considerable aportación al avance de la actividad comercial, con su contribución al incremento de la velocidad de circulación de los bienes, la evolución de las letras de cambio siempre ha contado con una relevancia destacable en los estudios histórico-económicos. El tráfico de distintos tipos de monedas a partir de ellas centró, desde finales de los años 60 del siglo pasado, los intereses de muchos estudiosos (Orlandi et al., 2021).

Situando una base histórica previa a la temporalidad de nuestro estudio, en los siglos XII y XIII se llevaban a cabo transacciones de intercambio "*cambium*" que se basaban en el establecimiento de una deuda en una moneda distinta a la usada en el momento de contraerse y en su pago posterior, también en un lugar diferente al inicial. Con estos contratos se perseguía, en términos generales, la transferencia de dinero (Fryde, 1956).

Sin embargo, a partir aproximadamente de la mitad del siglo XIII, se empezaron a utilizar contratos de intercambio establecidos por hombres de negocios italianos como método para

llevar a cabo transacciones de crédito que fueron inicialmente registradas en contratos formales ante notario o en cartas oficialmente selladas por los deudores (Fryde, 1956).

El paso previo a las letras de cambio, no obstante, no se encuentra en estos documentos, sino en las cartas informales que los prestatarios enviaban a sus agentes o corresponsales para pagar sus deudas en un lugar extranjero en las diferentes monedas que se habían estipulado en los contratos iniciales (Fryde, 1956).

Con el paso del tiempo, la redacción del acta formal para la transacción de cambio dejó de ser utilizada por los hombres de negocios y las cartas informales pasaron a ser las únicas pruebas de estos contratos. En consecuencia, las letras de cambio resultantes acabaron asumiendo un carácter tanto ejecutorio como probatorio (Fryde, 1956).

Apareció, entonces, la necesidad de tecnificar y formalizar las relaciones establecidas entre las diferentes partes de la letra, cuestión que desarrollaron de manera principal los italianos y los hombres de negocios relacionados con ellos entre los años 1275 y 1350. Los comerciantes de países del norte, por su parte, adoptaron el uso de las letras de cambio en un periodo temporal posterior (Fryde, 1956).

Así pues, recuperando las ocupaciones de los banqueros mercantiles italianos, su actividad financiera abarcaba los intercambios comerciales, el negocio asociado a las letras de cambio y la provisión de préstamos al conde de Flandes, a la ciudad de Brujas y a grandes señores (De Roover, 1942).

En consecuencia, las operaciones con letras de cambio tomaron relevancia en la actividad de las grandes empresas italianas, catalanas y francesas a finales del siglo XIV y principios del siglo XV. Y esto se debe al rol de la letra de cambio, que contaba aparte de su carácter especulativo, con un cometido esencial actuando como mecanismo de transmisión de fondos entre empresas (Orlandi et al., 2021).

En relación con las transacciones de cambio, al contener un cierto nivel de incerteza derivado de las fluctuaciones de las monedas, estas eran lícitas a los ojos de los canonistas. A pesar de ello, por entonces no se contemplaba en la mayoría de casos que los tipos de cambio entre los mercaderes contenían una pequeña cantidad de interés que permitía, en el supuesto de contar

con condiciones relativamente estables en el mercado, que los prestadores pudieran salir beneficiados con sus transacciones (Fryde, 1956).

En consecuencia, solamente en el caso de conocer de manera exacta las variaciones de los tipos se podían llevar a cabo transacciones beneficiosas. Por ese motivo, la correspondencia entre comerciales contaba con frecuentes peticiones de información para conocer las tarifas utilizadas y determinar, así, si a partir de ellas podía extraerse una ganancia (Orlandi et al., 2021).

Los tipos de cambio podían verse influidos, pues, por la liquidez de los países extranjeros con los que se comerciaba y por la especulación cambiaria, principalmente. Sin embargo, para la época en cuestión, no se dispone de información suficiente para afirmar que las actuaciones del gobierno influyeran en ellos (Orlandi et al., 2021).

Por otro lado, los comerciantes también eran conscientes de que el mercado de divisas contaba con patrones estacionales resultantes de la circulación de mercancías según los ritmos de navegación de la época. Dicho con otras palabras, los mercaderes tenían en cuenta que la oferta y la demanda del saldo exterior tenía un rol determinante en la configuración de los tipos de cambio. Por ese motivo, se fijaban en cada variación que se daba e intentaban predecir cómo y dónde se acabarían produciendo las fluctuaciones de los tipos de cambio. Tratar de establecer los patrones que se repetían año tras año en relación con las actividades comerciales de cada temporada, era un mecanismo para prever la evolución que tendrían los tipos. El objetivo final perseguido era, pues, poder ejecutar cambios con ellos en las situaciones más ventajosas posibles (Orlandi et al., 2021).

Dichas compras y ventas de las letras de cambio eran registradas en libros conocidos bajo el nombre de “libro de letras de cambio”, que se destinaban a su registro y que podrían ser catalogados como ejemplo de los métodos básicos contables de la época (Orlandi et al., 2021).

Además, las letras de cambio contaban con un considerable grado de popularidad a finales de la Edad Media a causa de la seguridad asociada a la inversión en aquellas que habían sido emitidas por mercaderes de renombre. Y, aunque los beneficios extraídos de su comercialización en ese escenario eran pequeños, compensaban sobradamente el riesgo que se evitaba soportar en su ejecución (Fryde, 1956).

Para esa época (finales del siglo XIV y principios del siglo XV), existen opiniones contrarias acerca de la posibilidad de que las letras cambiaran de propiedad. Por una parte, la negociabilidad de documentos comerciales era de complicada aplicación en los sistemas de derecho medieval, pero en la práctica, los registros de la época apoyan la existencia de un cambio de manos bastante libre entre los comerciantes (Fryde, 1956).

Más adelante, situándonos ya fuera del contexto histórico del estudio, los avances en su configuración también se originaron en Italia, concretamente en Florencia en la segunda década del siglo XVI, con la generalización de la negociabilidad y la creación de las letras por endoso, aquellas que permitían la transmisión de los derechos de crédito derivados de ellas a distintos usuarios. A pesar de esto, su incorporación a las transacciones fuera de Italia fue también, en este caso, posterior, sin adoptarse de manera contundente antes de la primera mitad del siglo XVII (Fryde, 1956).

4.2.4.1-Funcionamiento de las letras de cambio

Las letras de cambio medievales no eran endosables ni podían ser vendidas antes de su fecha de pago a un precio inferior a su valor. Además, también debían ser pagadas de golpe (De Roover, 1942).

Comprar una letra de cambio era equivalente a comprar tipo de cambio de divisas y su ejecución requería, pues, la inversión de dinero, ya que el comprador de la letra avanzaba una cantidad monetaria al emisor con la promesa futura de que este dinero sería recuperado en un tipo de moneda y lugar distintos (De Roover, 1942).

Una típica letra de cambio medieval incluía a cuatro personas distintas y la realización de dos pagos. Estas eran el “*datore*”, remitente o librador, que quería transmitir fondos a otro mercado y para ello compraba la letra en efectivo (representando esta acción la compra de divisa extranjera) a la figura del tomador o “*prenditore*”, que la libraba (determinando con esa acción una orden de pago) a uno de sus corresponsales en el extranjero (De Roover, 1942; Orlandi et al., 2021).

Al vencimiento, el corresponsal, conocido bajo el nombre de librado o pagador, debía pagar una cantidad determinada en la moneda local de la zona al beneficiario a favor del que se había emitido la letra. El periodo de pago de estas transacciones venía determinado por el tiempo necesario para el traslado de una localización a otra. Y, de entre las cuatro figuras participantes en el comercio de las letras de cambio, dos de ellas podían ser la misma empresa o individuo (De Roover, 1942).

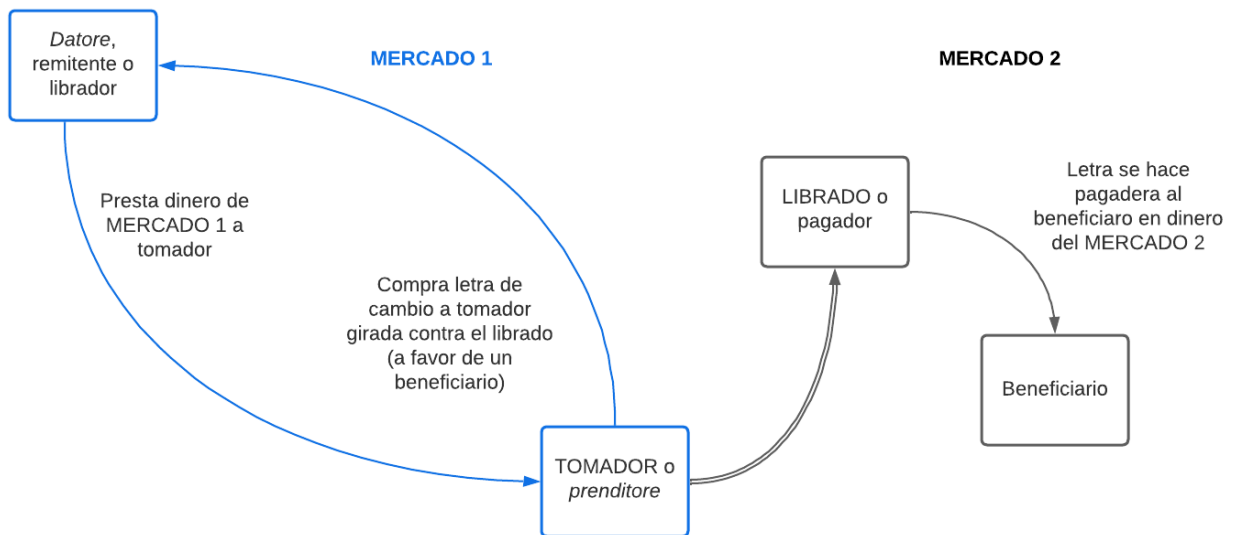


Ilustración 2: Representación del funcionamiento de las letras de cambio medievales. Elaboración propia.

Así pues, con la utilización de la letra de cambio se podían ejecutar diversos cometidos. Por una parte, tal y como se ha descrito en el caso anterior, su función típica era permitir la realización de pagos internacionales sin requerir la circulación física de dinero. El remitente transfería moneda local a un beneficiario que acababa recibiendo dinero en su unidad monetaria. Los tomadores y los librados eran los intermediarios que hacían posible la ejecución de ese cambio. Y estos, necesitaban, para poder hacerlo, mantener forzosamente una relación estrecha para materializar sus funciones como deudor o acreedor según el lugar de origen de la transacción (Orlandi et al., 2021).

Otra de las aplicaciones de las letras de cambio era su uso como instrumento de crédito y especulación. Los mercaderes florentinos, por su parte, con su amplia red de relaciones, ejecutaban préstamos o especulaciones basándose en la situación de los tipos de cambio entre

dos ciudades mediante la comercialización e intercambio de las letras de cambio. Es relevante comentar que, en el caso de ser usadas como préstamo, generalmente se garantizaba mediante un acuerdo preliminar el importe o cambio que debía ser recibido de vuelta, tipo relación financiera conocida bajo el nombre de “cambio seco” (Orlandi et al., 2021).

Fuera cual fuese el objetivo perseguido con su comercialización, todas las operaciones de cambio que se daban eran entonces, con carácter general, letras a plazo, ya que a causa de la lentitud de las comunicaciones entre los mercaderes, hasta los giros a la vista acababan siendo, en efecto, facturas de tiempo (De Roover, 1948).

La regla general que se seguía para estas, tal y como se ha mencionado con anterioridad, era la determinación de un vencimiento en relación con la distancia que separaba los puntos que se conectaban con su comercialización y el tiempo requerido para ir de uno a otro, medidas que acabaron tomando valores estándares (De Roover, 1948). En el siglo XIV, entre Brujas y Barcelona, las ciudades que protagonizan el estudio, el plazo de pago de las letras de cambio era de 30 días a la vista. Entre Brujas y la mayoría de los centros italianos, entre los cuales encontramos Florencia, Génova y Venecia, el tiempo para la ejecución del pago era de dos meses después de la fecha de su emisión y el vencimiento general entre Italia y Londres, por su parte, era de tres meses (De Roover, 1942).

A causa de esa diferencia temporal, el tipo de cambio incluía tasas de interés que rara vez se mantenían inalteradas. De manera común, los tomadores, para poder llegar a tener una cantidad determinada de moneda local, tenían que prometer el pago de más que lo equivalente en moneda extranjera en una fecha futura (De Roover, 1942).

Como ejemplo de esta consideración, se puede tomar como referencia el registro de banqueros mercantiles italianos en la ciudad de Brujas que ocupaban, generalmente, la figura de remitentes, pero que adoptaban, algunas veces, la posición de tomadores en el caso de necesitar moneda de la ciudad. En el supuesto de contar con una cantidad escasa de dinero en Brujas, esta consideración se vería reflejada en el tipo de interés de la moneda, que acabaría también, en última instancia, teniendo una repercusión en su tipo de cambio. Esta condición daría lugar a una mejor situación en el mercado para los remitentes ya que, ante un crecimiento del tipo de interés, los tomadores se verían obligados a dar a cambio una mayor cantidad de moneda extranjera por la misma cantidad de dinero del lugar (De Roover, 1942).

5-Metodología

5.1-Estacionariedad

Los precios de bienes financieros, como por ejemplo, letras de cambio, que son series temporales, no cuentan con un carácter constante en el tiempo. Esta condición se conoce bajo el nombre de no estacionariedad y se debe a la disposición de una tendencia temporal en su configuración. Dicho con otras palabras, las variables cuentan con un crecimiento o una disminución de sus valores sistemática en el tiempo que es, por lo tanto, no constante. Por ese motivo, el estudio de su comportamiento solo puede darse de y para un periodo específico, es decir, no es posible la extrapolación de los resultados obtenidos a otros periodos a causa de su variabilidad temporal (Gujarati, 2010).

Abandonando la contemplación conceptual y centrándonos en la visión teórica, las series temporales no estacionarias Y_t son aquellas que cuentan con una raíz de orden d ($Y_t \sim I(d)$) cuando Y_t se transforma en una serie estacionaria al ser diferenciada d veces (Montero R, 2013).

Esta condición se debe a que la aplicación de las primeras diferencias a las variables es una metodología de transformación de series no estacionarias a estacionarias. Más adelante, en este mismo punto se ampliará la información relativa a este aspecto.

Una vez finalizado este proceso de diferenciación, en el caso de no tener relación alguna el incremento de cada valor con el inmediato anterior, se podrá determinar que la serie será estacionaria y, por consiguiente, constante. (Montero R, 2013).

Pero si existe alguna relación y se mantiene de forma proporcional a lo largo de la serie, se dirá que la serie tiene raíz unitaria ($Y_t \sim I(1)$). Por otro lado, en el supuesto de que la relación no sea constante a lo largo de esta, la raíz será de segundo, tercer o mayor orden. Además, es destacable mencionar que, en el caso de disponer de series no estacionarias de orden distinto entre ellas, no se podrá estimar la relación existente entre ambas, punto que volveremos a abordar en el apartado específico de las estimaciones (Montero R, 2013).

Alternativamente, también deben tenerse en cuenta las series que sí son estacionarias, es decir, aquellas que disponen de un valor medio estable y que cuentan, por lo tanto, con un comportamiento probabilístico constante (Montero R, 2013).

En el caso de que la naturaleza de las variables sea esta, la estimación de la relación entre series mediante el uso de los procedimientos habituales de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) o del modelo lineal generalizado (GLM) tendrá como fruto, resultados consistentes (Montero R, 2013).

Se dice, pues, que una serie temporal Y_t es estacionaria si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos solo cambia en relación con la variación de la distancia que separe los periodos que se consideren. Este tipo de proceso estocástico se conoce bajo el nombre de proceso estocástico de segundo orden (Gujarati, 2010).

$$\mathbb{E}(Y_t) = cte \quad \forall t$$

$$\text{Var}(Y_t) = cte \quad \forall t$$

$$\text{Cov}(Y_t Y_{t-k}) = cte \quad \forall t \quad \forall k$$

Sin embargo, las series temporales y, por lo tanto, los bienes financieros y las letras de cambio, se caracterizan por tener, de manera general, una evolución no constante de sus valores (Gujarati, 2010). Este hecho cuenta con una relevancia considerable ya que, sin su disposición, no se puede garantizar que las pautas que rigen las probabilidades en el pasado se mantengan en el futuro.

Además, es relevante destacar en este mismo punto que los métodos econométricos tradicionales generalmente ignoran que las series temporales económicas son no estacionarias. Por lo tanto, la no estacionariedad acostumbra a invalidar los resultados obtenidos en la distribución de los estimadores y provoca problemas como, por ejemplo, las relaciones espurias, punto se tratará a continuación (Otero & Moreno, 1993).

5.2-Relaciones espurias

Los precios de los bienes reales y financieros, a pesar de no contar con un carácter constante en el tiempo, a largo plazo sí que pueden llegar a disponer de una tendencia evolutiva común. No obstante, por mucho que esta exista y esté presente en ambas variables, no será estacionaria.

Por lo tanto, se puede deducir en este contexto la importancia que tiene el estudio de variables temporales no estacionarias, ya que el valor informativo de la relación común a largo plazo entre las variables es elevado.

El problema principal de esta situación se halla, entonces, en la obtención de resultados incorrectos en el caso de no tratar las variables acorde con su verdadera naturaleza. Dicho con otras palabras, en el caso de estimar una regresión entre variables no estacionarias considerando que sí lo son, se corre el peligro de obtener resultados aparentemente significativos cuando verdaderamente se trata de variables que no están relacionadas entre sí (Hill et al., 2007).

Por lo tanto, en el supuesto de estimar la relación entre variables temporales no estacionarias que cuenten con tendencias comunes a partir de los procedimientos tradicionales previamente mencionados (mínimos cuadrados ordinarios y modelo lineal generalizado), es decir, aquellos usados para aquellas que sí lo son, es comprensible que las predicciones resultantes puedan estar sesgadas (Hill et al., 2007; Montero. R, 2013).

A pesar de ello, lo que es sorprendente en este caso es que se obtengan, también, errores estándares muy bajos y un ajuste de la bondad de la estimación R^2 muy elevado, resultado que, a simple vista, no es congruente (Gujarati, 2010).

La consecuencia de este escenario es que se pueden llegar a catalogar relaciones entre series como directas y significativas sin que verdaderamente lo sean. Es decir, que la existente relación aparentemente significativa entre las variables de una regresión sea, realmente, falsa (Hill et al., 2007).

La anterior idea es recogida por el concepto de relación espuria, que hace referencia a aquellos casos en que las variables no están relacionadas en sentido alguno y disponen, pues, de una unión inexistente a pesar de contar con resultados que den apoyo al supuesto contrario (Hill et al., 2007).

Un ejemplo clásico de esta condición podría encontrarse en el supuesto de tratar con variables con una tendencia común. Una de ellas podría ser el número de televisiones en los hogares y otra el precio del oro, ya que ambas han contado, en los últimos años, con una evolución positiva. Y, a pesar de que aparentemente no exista una relación directa entre ellas, su regresión daría

apoyo al supuesto opuesto. Esa situación se debería al hecho de que los estadísticos t resultantes no estarían distribuidos como la distribución t (de Student) siendo, por lo tanto, engañosos e inútiles en el proceso de contraste de la hipótesis sobre los parámetros (Gujarati, 2010).

Por otro lado, el resultado del indicador de bondad del ajuste R^2 , también indicaría de manera errónea la adecuación del modelo a los datos que considera. Y, por último, los errores, al contar el modelo con un supuesto grado de adecuación tan elevado, también serían relativamente pequeños (Otero & Moreno, 1993).

5.3-Cointegración

Con el objetivo de unir la explicación teórica previamente realizada con la realidad, seguiremos tratando los mismos ejemplos de series temporales no estacionarias que ya se han mencionado en este apartado; los bienes financieros y, de manera concreta, las letras de cambio.

La divergencia inicial en sus valores seguida por la llegada a una tendencia común final puede deberse, siguiendo el supuesto específico planteado en la hipótesis del trabajo, a la disposición de localizaciones distintas en la ejecución de la transacción. A pesar de esto, en el caso de nuestro estudio en el que las localizaciones de emisión y compra coinciden de manera inversa para dos series de carácter uniforme, se espera que mediante la realización de arbitraje por parte de los agentes se acabe teniendo como resultado su convergencia.

Por lo tanto, para estimar la relación entre dos variables no estacionarias que tienen una elevada probabilidad de compartir una tendencia común (y, por consiguiente, de no contar con una regresión con resultados necesariamente espurios), se requiere la aplicación de una metodología que considere esta puntualización para no decantar de manera directa, el resultado, a la invalidez asociada a la condición de espuriedad.

En este punto, es necesario recordar que es muy probable tener como resultado regresiones espurias cuando se estima la relación entre series temporales ya que, tal y como hemos mencionado, estas son, generalmente, no estacionarias. Por esta razón, dicha metodología debe ser capaz de obtener estimaciones correctas de los parámetros que definen la relaciones entre dos o más series temporales no estacionarias. En consecuencia, su objetivo es determinar si

realmente existe una relación que una a las variables y concretarla tanto a largo, como a corto plazo (Otero & Moreno, 1993).

Los requerimientos necesarios para la materialización de esta afirmación son, por una parte, el cumplimiento del supuesto de ser variables no estacionarias del mismo orden, punto introducido en el inicio del apartado, y, por otra, el hecho de que estas estén cointegradas ya que, en el caso de no estarlo, cualquier regresión aparente que las pueda llegar a relacionar será espuria (Montero. R, 2013).

El concepto de cointegración, no introducido hasta el momento, hace referencia a la asunción de que variables temporales no estacionarias (los precios de los bienes financieros en el caso específico que estamos considerando), cuenten con un equilibrio o tendencia común a largo plazo y que las desviaciones con referencia a esta se deban, únicamente, a ineficiencias temporales que acabarán corrigiéndose para llegar, en última instancia, a un valor común. Dicho con otras palabras, la cointegración entre variables implica que estas tengan una tendencia similar a largo plazo y que las diferencias que puedan darse entre ellas sean, solamente, de carácter no duradero (Hill et al., 2007; Otero & Moreno, 1993).

Por consiguiente, la cointegración supone un caso un tanto especial en la práctica econométrica, ya que permite obtener la estimación de relaciones correctas entre variables no estacionarias, tanto a corto plazo; con las correcciones temporales no duraderas, como a largo plazo; en la prosecución de convergencia (Greene, 2012; Otero & Moreno, 1993).

Por lo tanto, la cointegración engloba la relación a largo plazo no constante pero sí común de las variables temporales no estacionarias que se había definido con anterioridad y cuenta con un amplio uso en la teoría económica, como, por ejemplo, en la paridad de poder adquisitivo (Gujarati, 2010).

Además, el efecto que pueden llegar a tener los shocks en las variables también depende de esta consideración según como sea su afectación a la dinámica probabilística de la serie. En el caso de disponer de series cointegradas, el shock no afectará a la evolución probabilística de las variables y será, por lo tanto, temporal. En cambio, en el caso de que las series no estén cointegradas, un shock, al afectar a la dinámica de estas, acabará suponiendo un efecto permanente en su evolución.

En referencia a su vertiente teórica, se dice que dos series $(X_t, Y_t \sim I(1))$ están cointegradas cuando las perturbaciones de su regresión (o cualquier resultado de una combinación lineal entre ellas) es estacionaria (Hill et al., 2007). Sin embargo, la tendencia general es que las distintas composiciones lineales que las puedan llegar a unir sean, también, no estacionarias (Gujarati, 2010).

Por lo tanto, en el caso de que su diferencia sea estacionaria, se puede deducir que la disparidad entre las dos series no estacionarias habrá acabado siendo estable cerca de un valor medio. Esta condición se debe al hecho de que las variables, al estar cointegradas, tendrán una tendencia similar que impedirá que diverjan mucho la una de la otra al contar con un factor común en su gobierno (Greene, 2012).

Unas variables útiles para la ejemplificación de esta casuística serían el consumo y el ingreso, que podrían ser consideradas como dos variables $(X_t, Y_t \sim I(1))$. Y el ahorro, por su parte, que sería el resultado de la substracción del consumo a la variable ingreso, podría ser $(Z_t \sim I(0))$. Por esa razón, una regresión del consumo sobre el ingreso podría ser, significativa y, por consiguiente, no espuria (Gujarati, 2010).

Por otro lado, la obtención de residuos estacionarios de su regresión, es un caso concreto en el que se puede afirmar que la combinación lineal ha cancelado las tendencias estocásticas de las dos series (Gujarati, 2010).

En resumen, la verificación de la naturaleza de los residuos de la regresión entre dos series temporales no estacionarias para contrastar si las variables están cointegradas, permite, en el caso de que lo estén, utilizar la metodología tradicional de regresión (mínimos cuadrados ordinarios y modelo lineal generalizado) obteniendo, con ella, resultados consistentes (Montero. R, 2013). Por consiguiente, la realización de un contraste de cointegración una vez conocido el trato con series temporales no estacionarias será una prueba previa útil para evitar situaciones de regresiones espurias (Hill et al., 2007).

5.4-Regresión de variables temporales

El primer paso que se debe llevar a cabo antes de iniciar el análisis de la relación entre variables temporales es el conocimiento de su naturaleza, que sirve para constatar si estas son, o no, series estacionarias. De esta manera se puede proseguir, de acuerdo con los resultados obtenidos, con el proceso de estimación usando la metodología más adecuada para cada uno de los casos (Gujarati, 2010).

El estudio de la presencia de raíces unitarias en las series temporales, expresión que también es usada para hacer referencia a la condición de no estacionariedad, será la metodología usada para su ejecución (Gujarati, 2010). Mediante ella se pretende constatar, por consiguiente, si se dispone de series que cuenten con la forma $(Y_t \sim I(1))$ o, en cambio, con la forma $(Y_t \sim I(0))$.

Para conseguir este objetivo, existen diversos tests conocidos bajo el nombre de “tests de raíces unitarias”. De entre ellos, destacan el test Dickey-Fuller (DF) y el test Dickey-Fuller ampliado (DFA), que generalmente es el más usado por el hecho de contrastar, aparte de la disposición o no de raíces unitarias (estacionariedad), si los errores están o no correlacionados. Además, también cuenta con la característica de evitar que el test se complique sensiblemente en el caso de cubrir un proceso autorregresivo de orden p (Otero & Moreno, 1993).

Así pues, el test Dickey-Fuller ampliado prueba estadísticamente si las series temporales tienen tendencia mediante un contraste de hipótesis. Entrando en detalles acerca de sus características, la hipótesis nula hace referencia a las series temporales no estacionarias con tendencia y, por lo tanto, raíz unitaria. Por otro lado, la hipótesis alternativa se refiere al caso opuesto, es decir, a cuando la serie es estacionaria y no tiene ni tendencia ni raíz unitaria (Gujarati, 2010).

Además, en cuanto a su ejecución, existen tres criterios distintos que consideran, en todos los casos, las características de la variable en términos presencia o no de tendencia y de constante. Estos son, el criterio de Akaike (AIC), el criterio de información Bayesiano (BIC) y el estadístico t . Entonces, con distintos niveles de significación (1%, 5% y 10%), se persigue la obtención de un resultado robusto, es decir, aquel que se obtiene cuando las conclusiones extraídas coinciden con el mayor número de metodologías posible.

5.4.1-Regresión de variables temporales no estacionarias

Los métodos econométricos tradicionales, tal y como se ha mencionado con anterioridad, ignoran que las series temporales económicas son, generalmente, no estacionarias. A pesar de esto, la mayoría de ellas son de esa naturaleza. Por ese motivo, obviaremos el proceso de estimación para las variables temporales estacionarias (que se lleva a cabo a partir de métodos tradicionales) y nos centraremos en el análisis de la estimación en el caso contrario, es decir, la regresión de variables temporales no estacionarias.

Entonces, una vez realizado el análisis correspondiente al estudio de la estacionariedad de las series y tratando ya con variables temporales no estacionarias de un mismo orden, se debe examinar si estas están cointegradas o no. Ya que, mediante esta consideración, se podrá verificar si realmente existe la supuesta relación de equilibrio a largo plazo entre las series (Otero & Moreno, 1993).

Mediante el uso de los *tests de raíces unitarias* Dickey-Fuller o Dickey-Fuller ampliado, se conseguirá analizar si los residuos de la regresión de las variables son estacionarios o no (Gujarati, 2010) bajo el contraste de las siguientes hipótesis (Hill et al., 2007):

- Hipótesis nula (H_0): las series no están cointegradas y los residuos son no estacionarios.
- Hipótesis alternativa (H_1): las series están cointegradas y los residuos son estacionarios.

En el caso de rechazar la hipótesis nula, pues, existirá una relación fundamental entre ambas variables. Pero, por otro lado, en el caso de aceptarla, la relación entre las variables será espuria (Hill et al., 2007).

Sin embargo, se debe tomar una precaución en este procedimiento, ya que la necesidad de estimar los errores de la relación entre las variables para contrastar su cointegración provoca que los residuos con los que se trabaja no sean los originales (Gujarati, 2010). Y esta puntualización relativa a la originalidad o no de la variable toma relevancia en la realización del contraste de hipótesis del test de cointegración.

El motivo de este hecho es el tipo de distribución seguido por el estadístico t , que provoca que los valores críticos de significancia de Dickey-Fuller y de Dickey-Fuller ampliado no sean del todo

apropiados, ya que estos fueron tabulados para tratar con los valores reales de la variable y en este caso solo se tienen sus estimaciones. En este contexto, los valores críticos que se deberán considerar son los de Engle y Granger, que tuvieron en cuenta esta cuestión y establecieron unos más adecuados (Gujarati, 2010; Otero & Moreno, 1993).

Centrémonos ahora en el estudio del siguiente ejemplo ilustrativo acerca la estacionariedad de una serie para ampliar esta consideración. En él se parte de dos escenarios distintos. Por un lado, se conocen las primeras diferencias de la variable Y_t mientras que por el otro, estas deben ser estimadas. En el primer de los casos, al tener una serie conocida, el estadístico t para el contraste de estacionariedad seguirá una distribución Dickey-Fuller. Así pues, los valores críticos de significancia serán los del test Dickey-Fuller.

$$\Delta Y_t = \hat{\lambda} Y_{t-1} + \mathcal{E}_t$$

$$H_0 : \lambda = 0 \text{ (no estacionaria)}$$

$$H_a : \lambda < 0 \text{ (estacionaria)}$$

$$t_{\hat{\lambda}} = \frac{\hat{\lambda}}{s.e.(\hat{\lambda})} \sim DF$$

$$\Delta \hat{Y}_t = \hat{\lambda} \hat{Y}_{t-1} + \mathcal{E}_t$$

$$t_{\hat{\lambda}} = \frac{\hat{\lambda}}{s.e.(\hat{\lambda})} \sim EG$$

Alternativamente, en el caso de que las primeras diferencias de la variable Y_t sean desconocidas, en primer lugar será necesario estimarlas. Y este hecho, provocará que se disponga de un error en la propia configuración de la variable así que, al realizar un contraste con ella, la distribución que seguirá el estadístico t será distinta a la del caso anterior. Se dirá, en esta casuística, que la distribución seguida será la de Engle y Granger, que sí que tiene en cuenta este aspecto.

Así pues, el uso de unos valores críticos u otros en los contrastes está asociado al conocimiento de la serie y considerar este punto es clave para evitar tener resultados erróneos en los contrastes.

Cabe destacar, además, que el programa econométrico GRETl dispone de un test de cointegración Engle y Granger que realiza de manera directa los contrastes tomando como referencia los valores críticos de esta distribución.

Así pues, en esta parte del análisis se debe introducir, según los resultados obtenidos en el contraste, otra vertiente a considerar: el tratamiento de series temporales no estacionarias cointegradas, por una parte, y el de no cointegradas, por la otra.

En el primer caso, se podrá obtener con las metodologías de estimación tradicionales (mínimos cuadrados ordinarios y modelo lineal generalizado), la relación a largo plazo entre las variables, así como el estudio de la relación dinámica a corto plazo mediante el modelo de corrección de error (MCE), que será tratado con posterioridad en este mismo punto (Otero & Moreno, 1993).

El carácter informativo de la relación de estas variables económicas, al no estar modificadas en ningún aspecto, será muy elevado. En cambio, el segundo requerirá una transformación de las series para superar la no estacionariedad y poder, así, ser estudiadas (aunque solamente en un horizonte temporal de corto plazo).

5.4.1.1- Regresión de variables temporales no estacionarias no cointegradas

Las series temporales no estacionarias no cointegradas, requieren, para poder llevar a cabo un análisis con ellas sin obtener resultados espurios, pasar a ser estacionarias. Para conseguir este objetivo, se deben tomar las primeras diferencias de las variables ya que, mediante ellas, se consigue eliminar la tendencia temporal siendo así constantes y, por lo tanto, estacionarias (Hill et al., 2007).

De esta forma se abandona el trabajo en niveles y se pasa a tener regresiones con primeras diferencias de las variables reduciendo sensiblemente la posibilidad de obtener resultados espurios y, en consecuencia, conclusiones erróneas (Otero & Moreno, 1993).

Es necesario subrayar que esta metodología resuelve la problemática en el ámbito estadístico. Sin embargo, con ella se renuncia, también, al vertiente informativo económico que podían llegar a tener las variables. Con todo, considerando que se dispone de una elevada probabilidad de que la relación entre las variables sea espuria, la pérdida de información de su evolución a largo plazo asociada a su transformación es soportable. La forma del modelo resultante, que representará la relación a corto plazo entre las variables, es la siguiente:

$$Y_t \sim I(1)$$

$$X_t \sim I(1)$$

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + v_t$$

$$\hat{v}_t \sim I(1)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} VAR(1) \Delta Y_t &= \Delta X_t \Delta Y_{t-1} \Delta X_{t-1} + \mathcal{E}_{\Delta y,t} \\ \Delta X_t &= \Delta Y_t \Delta Y_{t-1} \Delta X_{t-1} + \mathcal{E}_{\Delta x,t} \end{aligned}$$

5.4.1.2- Regresión de variables temporales no estacionarias cointegradas

Centrándonos ahora en las variables temporales no estacionarias cointegradas, se detallará tanto el análisis de la relación a largo plazo entre las series como el estudio de su interacción dinámica a corto plazo ya que, en este marco, es posible definir los parámetros de sus relaciones tanto en un periodo temporal lejano como cercano (Otero & Moreno, 1993).

- **Relación a largo plazo**

La relación a largo plazo entre dos variables detalla el proceso de convergencia entre dos series a medida que pasa el tiempo (Greene, 2012). Así pues, tal y como se ha mencionado con anterioridad, su configuración se lleva a cabo a partir de la estimación de una regresión con los

procesos habituales (mínimos cuadrados ordinarios y modelo lineal generalizado) (Montero. R, 2013).

El vínculo entre dos variables temporales no estacionarias cointegradas a largo plazo se basa, por lo tanto, en la llegada final a una relación de equilibrio entre ambas series que cuenta con la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + v_t$$

$$X_t, Y_t = I(1)$$

De entre todos los resultados que se pueden llegar a obtener, se comentarán, en términos generales, dos escenarios distintos. Por una parte, en el caso de tener un mercado totalmente integrado en el que es imposible la ejecución de arbitraje, el valor de la constante debería ser 0 y el de la beta, 1. No obstante, el error de la regresión representaría una posible diferencia mínima entre ambas variables.

Con todo, en la práctica generalmente se dan ineficiencias en el funcionamiento del mercado que estarían reflejadas por valores distintos de 0 en el caso de la constante y diferentes de 1 en la beta. Estas podrían estar provocadas, por ejemplo, por una posición desigual en términos de información entre el comprador y el vendedor (información asimétrica) provocando que no se llegase a alcanzar la convergencia perfecta previamente definida.

- **Relación a corto plazo**

La dinámica a corto plazo entre variables temporales no estacionarias cointegradas recoge las desviaciones que toman las variables con respecto a su tendencia común a largo plazo. Y, el modelo de corrección de error (MCE), que fue popularizado por Engle y Granger, representa la conciliación de esta casuística (Gujarati, 2010).

La cointegración, aparte de ser un requisito para su aplicación, también debe ser contemplada desde la vertiente cualitativa en este tipo de modelos. Un supuesto que permite representar esta cuestión es el siguiente. En el caso de disponer de dos series no estacionarias cointegradas, (X_t ,

$Y_t \sim CI(1,1)$, v_t representará los errores o desviaciones en referencia al equilibrio final que se acabará alcanzando, ya que la variable proviene de la regresión de las series a largo plazo. Los modelos de corrección de error, pues, serán los encargados de establecer que los errores de equilibrio de un periodo operen como mecanismo para corregir el desequilibrio del siguiente, promoviendo, así, la desviación de la variable dependiente en una cantidad proporcional a los mismos que es determinada por el valor de lambda (Otero & Moreno, 1993).

Así pues, dado que las variables cointegradas no cuentan con una gran desviación con respecto al término medio de sus niveles de equilibrio, se puede detectar, en este hecho, la presencia de la cointegración en el mecanismo de los modelos de corrección de error. En el caso de no contar con ella, las variables, al ser no estacionarias, tenderían a seguir una evolución libre que las acabaría separando cada vez más a medida que pasara el tiempo (Otero & Moreno, 1993).

En consecuencia, se puede afirmar que los errores de la relación a largo plazo v_t y la **lambda** determinan la evolución que deben seguir las variables, reduciendo o incrementando su valor en el periodo siguiente con el objetivo de converger, corrigiendo así los errores, para llegar a un equilibrio común final (Gujarati, 2010).

La forma del modelo es la siguiente. Este está compuesto, por una parte, por un único retardo de los errores v_t , que permiten tener una referencia cercana de la situación de la variable con respecto al equilibrio (Gujarati, 2010). El sumatorio del retardo de las primeras diferencias de ambas series consideradas y el error y la constante, por su lado, forman el resto de la regresión. Cabe destacar en este punto, la necesidad de determinar el número de retardos óptimo de las primeras diferencias de las series, cuestión que se abordará con más profundidad en la parte práctica del trabajo.

$$\Delta Y_t = \alpha_y + \lambda_y v_{t-1} + \sum_{i=1}^{p_y} \beta_{i,y} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{p_x} \beta_{i,x} \Delta X_{t-i} + \mathcal{E}_{t,y}$$

$$\Delta X_t = \alpha_x + \lambda_x v_{t-1} + \sum_{i=1}^{p_y^*} \gamma_{i,y} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{p_x^*} \gamma_{i,x} \Delta X_{t-i} + \mathcal{E}_{t,x}$$

6-Parte práctica: Barcelona y Brujas

Después de haber introducido los conceptos teóricos de las variables temporales, en este apartado se relacionarán los datos del estudio con ellos. Concretamente, se trabajará con las variables de carácter mensual de las letras de cambio emitidas en Brujas y compradas en Barcelona y las letras de cambio emitidas en Barcelona y compradas en Brujas de finales del siglo XIV y principios del siglo XV (con sus datos expresados en distintas monedas asumidas iguales por no poder constatar su relación real en términos de valor (sueldos y dinero catalán por unidad monetaria de Brujas “*groot flamenco*”)).

Además, también se partirá del supuesto de que los mercaderes que emitían las letras en ambas ciudades eran del mismo prestigio a causa del elevado nivel de desarrollo de sus mercados y de la estrecha relación existente entre las partes intermedias participes en su intercambio, los tomadores y los librados, que, para aceptar entablar una relación comercial, debían confiar suficientemente el uno en el otro.

Es destacable comentar, por una parte, la elevada frecuencia disponible en su registro y la relevancia de esta consideración dada la precariedad del transporte de la época y la considerable cantidad de tiempo que se tenía que invertir para trasladarse de una ciudad a la otra.

Por esa razón, el hecho de tener datos mensuales que coinciden en términos de periodicidad con el valor estándar establecido para el pago de las letras entre dichas ciudades dota a las variables de un notable grado de adecuación para el estudio. Y, por otro lado, el factor de disponer de 132 valores totales en la muestra, provoca, también, que esta resulte completa y útil para el análisis.

Por consiguiente, se realizarán con ellas todos los pasos previamente comentados para determinar, en última instancia, las características de su relación, tanto a corto como a largo plazo.

El objetivo perseguido será, pues, precisar si existe una convergencia final en sus valores y, por lo tanto, si se dispone de un mercado monetario eficiente resultante del aprovechamiento de las oportunidades de arbitraje por parte de los comerciantes.

El primer de los pasos que se debe llevar a cabo es considerar la naturaleza de ambas variables que, al ser temporales, según la literatura utilizada en el marco teórico, serán seguramente no estacionarias. Por ese motivo, se omitirá ese paso del estudio, y se supondrá que tendrán un carácter no constante en su evolución a lo largo del tiempo.

$$BCN_t, Br_t = I(1)$$

Nos dirigiremos, por lo tanto, al segundo paso del proceso, es decir, al análisis de la cointegración de las series. Para ello, al tener que examinar la presencia o no de raíz unitaria en los errores estimados de la regresión de las variables, se tomarán como referencia los valores críticos de la distribución Engle y Granger en la realización del contraste.

La única diferencia entre este proceso y el contraste de estacionariedad de las series son los valores críticos que se tienen en cuenta. Por consiguiente, en el estudio de la cointegración de las variables, también se valorarán los resultados obtenidos sobre la base de tres criterios distintos: el criterio de Akaike, el criterio de información Bayesiano y el estadístico t . Con ellos y mediante distintos niveles de significación (1%, 5% y 10%), se perseguirá la obtención de un resultado lo más robusto posible.

Las condiciones del proceso de estimación con las tres pautas distintas en el programa econométrico GRETl serán uniformes. Se determinará, en todos los casos, la realización del contraste desde el máximo orden de retardos hacia abajo y la omisión de los contrastes iniciales Dickey-Fuller (al ser estos innecesarios por haber concretado ya la condición de no estacionariedad de las variables). Además, otra de las condiciones que se tendrá en cuenta será la elaboración del el contraste con constante.

Los estadísticos resultantes de la aplicación de cada una de las metodologías están recogidos en la siguiente tabla:

Tabla 1: Estadísticos del contraste de cointegración según los tres criterios considerados. Elaboración propia.

Akaike	Información Bayesiano	Estadístico- t
-6,44565	-6,44565	-3,67994

Así pues, de acuerdo con ellos, el siguiente paso que se ejecutará será el contraste de hipótesis, haciendo la nula referencia a la ausencia de cointegración y la alternativa al caso contrario. En conformidad con los valores críticos negativos obtenidos, el contraste resultante será unilateral izquierdo y se realizará bajo un nivel de significación del 5%.

Este último punto, en conjunto con la información relativa a la cantidad de datos disponibles (132, que se redondearon a 100), fue usado para determinar el valor crítico de referencia del contraste (-3,4), según la tabla de valores de Engle y Granger.

Los resultados obtenidos según todos los criterios (Akaike, Información Bayesiano y estadístico t) se situaron en la región de rechazo de la hipótesis nula. En consecuencia, y, de acuerdo con el significado de esta consideración, se concluyó la presencia de cointegración entre las variables al ser, los residuos resultantes de su regresión, estacionarios.

Una vez esclarecida ya esta consideración y sabiendo que el trabajo de estimación se va a llevar a cabo con series temporales no estacionarias cointegradas, se pasará a determinar la relación entre las variables tanto a largo como a corto plazo.

En este apartado, sin embargo, se debe tener en cuenta una cuestión, la posición de las variables en la regresión de su unión a largo plazo. El hecho de situar una u otra como variable dependiente tiene como resultado la estimación de unos residuos distintos en cada caso, y, en consecuencia, las estimaciones realizadas con el modelo de corrección de error también varían.

Por ese motivo, y para demostrar la robustez de la metodología utilizada en el trabajo, se ejecutarán las dos alternativas posibles. Es decir, se determinarán las dos regresiones con mínimos cuadrados ordinarios para detallar su relación a largo plazo y se estimarán los modelos de corrección de error resultantes de cada uno de los casos considerados.

El análisis de los resultados obtenidos, sin embargo, será más completo y detallado en la primera alternativa, que será usada como base para la explicación del estudio. En la segunda, por lo tanto, el comentario de los resultados será más superficial y solo se contemplará su aportación en términos de robustez para, posteriormente, dar por terminado el punto con una valoración global de ambos.

6.1-Variable dependiente letras de cambio emitidas en Brujas

- **Relación a largo plazo**

La relación a largo plazo entre las variables del estudio es recogida por la regresión del estimador de mínimos cuadrados ordinarios. En este caso, al ocupar la serie de las letras de cambio emitidas en Brujas la posición de variable dependiente y la de las letras de cambio emitidas en Barcelona el rol de variable explicativa, la regresión ha adoptado la siguiente forma:

$$Br_t = \alpha + \beta BCN_t + v_t$$

El análisis de los valores obtenidos, tanto para la constante como para la beta, permitirá juzgar el grado de unión entre ambos mercados y la cercanía o lejanía de estos con respecto a la situación de máxima relación, es decir, cuando los mercados están totalmente integrados.

Los valores de la regresión (significativos a un nivel de un 1% en todos los casos), con 3,65 para la constante y 0,66 para la beta, indican, pues, la existencia de algún tipo de obstáculo en la prosecución de ese objetivo.

$$Br_t = 3,65 + 0,66BCN_t + v_t$$

En los siglos XIV y XV, época de las letras de cambio del estudio, la transmisión de la información no era tan rápida como en la actualidad. La celeridad en el intercambio de datos es, pues, una comodidad de reciente incorporación a las transacciones económicas que ha facilitado la ejecución de arbitraje en los mercados.

Por lo tanto, una posible causa de la diferencia de precios entre los mercados de las letras de cambio de Barcelona y Brujas podría encontrarse en el ritmo de transmisión de la información entre ambas localizaciones. Ya que, al ser este lento, pudo acabar afectando a la eficiencia de la ejecución del arbitraje a causa de la incertidumbre generada en la espera, cuestión que podía

acabar reflejándose en la ejecución de transacciones y, en última instancia, en la tendencia de unión de las variables.

Por ello, a pesar de la existencia de ciudades comerciales para el intercambio de letras de cambio, la distancia geográfica entre ellas era taxativa porque afectaba negativamente a la posibilidad de ejecutar arbitraje por parte de los usuarios, punto que motiva que esta pueda ser una de las causas de la falta de convergencia que se dio entre ambos mercados. La distancia entre las ciudades del estudio, como se ha mencionado con anterioridad, era en el siglo XIV de 30 días. Por ello, la conclusión previamente tratada se adecuaría a la realidad de las variables analizadas.

- **Relación a corto plazo**

La relación a corto plazo entre las variables del estudio es recogida por el modelo de corrección de error. De la misma forma que en el caso genérico, las perturbaciones solamente se han retardado un periodo para tener un elevado peso informativo que, combinado con el valor de lambda, será usado como mecanismo para corregir los errores y promover, así, el proceso de convergencia entre las variables.

En el proceso de selección del número de retardos óptimo para las primeras diferencias de las series de las letras de cambio, solamente se han analizado los modelos con un número máximo de retardos igual a seis. Esta consideración se ha reflejado en la configuración del modelo genérico, que solamente dispondrá de un rango comprendido entre uno y seis en las dos regresiones, tal y como se ha señalado en las siguientes fórmulas.

$$\Delta Y_t = \alpha_y + \lambda_y v_{t-1} + \sum_{i=1}^{p_y} \beta_{i,y} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{p_x} \beta_{i,x} \Delta X_{t-i} + \mathcal{E}_{t,y}$$

$$\Delta X_t = \alpha_x + \lambda_x v_{t-1} + \sum_{i=1}^{p_y^*} \gamma_{i,y} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{p_x^*} \gamma_{i,x} \Delta X_{t-i} + \mathcal{E}_{t,x}$$

con $p_y = p_x$, $p_y^* = p_x^*$ y $p_y, p_y^*, p_x, p_x^* \in \{1, \dots, 6\}$.

El modelo de corrección de error resultante de la introducción de las variables de nuestro estudio al formato genérico habiendo definido, también, el número máximo de retardos para el análisis de optimalidad en seis, es el siguiente:

$$\Delta Br_t = \alpha_{Br} + \lambda_{Br} v_{t-1} + \sum_{i=1}^6 \beta_{i,Br} \Delta Br_{t-i} + \sum_{i=1}^6 \beta_{i,BCN} \Delta BCN_{t-i} + \mathcal{E}_{t,Br}$$

$$\Delta BCN_t = \alpha_{BCN} + \lambda_{BCN} v_{t-1} + \sum_{i=1}^6 \gamma_{i,Br} \Delta Br_{t-i} + \sum_{i=1}^6 \gamma_{i,BCN} \Delta BCN_{t-i} + \mathcal{E}_{t,BCN}$$

Con el fin de concretar los valores específicos que lo definirán, sin embargo, es necesario determinar el número de retardos óptimo que deberán tener las variables. Para ello, se considerarán tres criterios distintos: el de Akaike, el de Hannan-Quinn y, por último, el de Schwartz.

A partir de la estimación de modelos de corrección de error con un número distinto de retardos para las primeras diferencias de las series, se compararán los valores obtenidos con los tres criterios. La regla de elección es la misma para todos los casos. Los valores pequeños hacen referencia a modelos más adecuados, mientras que cuanto más grandes sean, peor será la estimación obtenida. El resultado perseguido es, pues, que haya la mayor robustez posible entre ellos, es decir, que coincidan en la determinación del número de retardos óptimo para cada regresión estableciendo así, la forma que adoptará el modelo de corrección de error.

Además, existen otras dos condiciones que también deben ser consideradas en este apartado. Estas son, por una parte, el valor de lambda y, por la otra, su significación (puntos que también recogen las tablas comparativas del estudio).

La primera de ellas hace referencia a la primera regresión del modelo de corrección de error, es decir, aquella en la que los valores de la variable dependiente son las letras de cambio emitidas en Brujas. En cambio, la segunda recoge los resultados del caso opuesto.

Brujas

Tabla 2: Modelo de corrección de error: selección de retardos. Elaboración propia.

Retardo	Akaike	Hannan-Quinn	Schwarz	Lambda
1	-58,12	-53,76	-47,36	-0,38***
2	-50,46	-44,08	-34,71	-0,34***
3	-47,31	-38,98	-26,71	-0,34***
4	-44,14	-33,96	-18,92	-0,29**
5	-38,30	-26,39	-8,71	-0,38**
6	-31,65	-18,12	2,05	-0,36*

Notas: (***), (**), (*) indican nivel de significación al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Barcelona

Tabla 3: Modelo de corrección de error: selección de retardos. Elaboración propia.

Retardo	Akaike	Hannan-Quinn	Schwarz	Lambda
1	-48,07	-43,76	-37,45	0,15
2	-42,82	-36,55	-27,32	0,21*
3	-35,45	-27,31	-15,28	0,26*
4	-47,61	-37,68	-22,95	0,33**
5	-45,51	-33,92	-16,63	0,25
6	-39,27	-26,07	-6,28	0,17

Notas: (***), (**), (*) indican nivel de significación al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

En las tablas se han subrayado los valores más pequeños para cada uno de los criterios, que han coincidido en la determinación del número óptimo de retardos en todos los marcos posibles en ambos casos. Se ha determinado, pues, que la solución óptima es aplicar solamente un retardo a las primeras diferencias de las variables en ambas regresiones del modelo de corrección de error.

En relación con los valores y la significación de las lambdas, en la primera tabla estos han contado con una pequeña variación que los ha situado alrededor del valor medio de 0,35. En cuanto a la significación de las estimaciones obtenidas, esta se ha ido reduciendo a medida que se añadían retardos en el modelo, partiendo de un nivel del 1% (en el caso del modelo escogido) hasta llegar a un 10%.

En el caso de la segunda tabla, la significación de las estimaciones de lambda ha sido mucho menor que en la regresión anterior, solamente llegando a alcanzar en un caso el 5%. Por otra parte, es destacable comentar que en el resultado del modelo óptimo, esta era no significativa.

Una vez conocido el número óptimo de retardos para cada una de las regresiones, podemos obtener sus valores y analizar, así, su significado.

$$\Delta Br_t = 0,0009 - 0,3819v_{t-1} + 0,2968\Delta Br_{t-1} + 0,0155\Delta BCN_{t-1} + \mathcal{E}_{t,Br}$$

$$\Delta BCN_t = -0,0069 + 0,1495v_{t-1} + 0,3229\Delta Br_{t-1} - 0,1131\Delta BCN_{t-1} + \mathcal{E}_{t,BCN}$$

Para ello, se debe tener en cuenta que las dos regresiones resultantes del modelo de corrección de error para las variables de Brujas y Barcelona se basan, tal y como se ha comentado en el marco teórico del modelo, en los valores de los residuos de su relación a largo plazo v_t . Por lo tanto, estos son claves para la realización del análisis sobre las estimaciones obtenidas.

En primer lugar, entonces, debe determinarse a partir de la regresión de las variables a largo plazo, el origen de la variable de los residuos, que se obtiene a partir de la substracción, a la variable real de las letras de cambio emitidas en Brujas, de sus valores estimados.

Por consiguiente, su valor en el periodo previo al considerado en el modelo de corrección de error determinará el efecto que tendrá la lambda de sus dos regresiones a causa de las distintas combinaciones de signos que pueden llegar a darse.

$$Br_t = 3,65 + 0,66BCN_t + v_t = \hat{B}r_t + v_t$$

$$v_{t-1} = Br_{t-1} - \hat{B}r_{t-1}$$

Con el objetivo de interpretar los resultados, estudiaremos dos escenarios distintos, uno en el que el valor de los errores sea positivo ($v_{t-1} > 0$), que catalogaremos con el nombre de “Escenario 1” y otro en el que sea negativo ($v_{t-1} < 0$), al que nos referiremos como “Escenario 2”.

A partir de ellos, y mediante el uso de un ejemplo numérico para conseguir una clara interpretación de los coeficientes (adoptando los errores en el primer caso un valor igual a 1 y en el segundo caso, -1), analizaremos el efecto de las lambdas en el proceso de igualación de los valores de las variables.

Para llevar a cabo este análisis, recuperaremos el valor de lambda obtenido en la regresión en la que las primeras diferencias de Brujas ocupan la posición de variable dependiente que es, concretamente, -0,3819.

$$\text{Cuando } v_{t-1} > 0 \implies Br_{t-1} > \hat{B}r_{t-1}$$

$$\text{Cuando } v_{t-1} < 0 \implies Br_{t-1} < \hat{B}r_{t-1}$$

Ejemplo numérico:

$$v_{t-1} = 1 (v_{t-1} > 0) \implies \Delta Br_t = -0,38$$

$$v_{t-1} = -1 (v_{t-1} < 0) \implies \Delta Br_t = +0,38$$

Escenario 1 ($v_{t-1} > 0$)

En este primer marco, al ser el error positivo, la variable de las letras de cambio emitidas en Brujas es superior a su valor estimado y el modelo de corrección de error pretenderá corregir esta diferencia entre las variables. El comportamiento esperado en este caso es, pues, que en el siguiente periodo, el valor de la variable decrezca y que, por lo tanto, las primeras diferencias de la serie sean negativas.

Relacionando esta consideración con los ejemplos numéricos, que han sido redondeados adoptando solamente dos decimales, al tomar los residuos en el periodo anterior un valor igual a 1 y ser combinados con el valor de lambda, el resultado de las primeras diferencias de la variable será negativo, concretamente -0,38, cifra que resulta congruente con la previsión establecida.

En este supuesto, la variación esperada para la variable de Barcelona sería que aumentase y, combinando el valor de su lambda (0,1495) con los residuos, vemos que las primeras diferencias de la variable tendrían un signo positivo, resultado también coherente con el pronóstico realizado.

Escenario 2 ($v_{t-1} < 0$)

En este segundo caso, al adoptar los errores valores negativos, se concluye que la variable estimada será mayor a la real. Por ese motivo se deduce que la evolución para el siguiente periodo temporal de la variable real será el crecimiento, causando, pues, que las primeras diferencias de las variables tomen valores positivos.

La cifra adoptada para la ejemplificación de esta casuística es que los errores del periodo anterior cuenten con un valor igual a -1. La combinación del signo de los residuos con el signo de lambda provoca que el resultado obtenido sea positivo, concretamente de 0,38.

En el caso de Barcelona, alternativamente, la tendencia esperada es la obtención de una evolución contraria a la de Brujas. Por lo tanto, en su caso, al ser los errores negativos y el valor de lambda positivo (0,1495), las primeras diferencias de la variable serán negativas, resultado también coherente con la base establecida.

Así mismo, una vez contemplados estos aspectos, es necesario comentar otra consideración de los coeficientes relativa a su valor absoluto y al efecto de este en el ritmo de convergencia de las variables.

El proceso de corrección de error para la serie de Brujas (0,3819), al tener un valor de lambda superior al de Barcelona (0,1495), será más rápido, contando con un ritmo de convergencia mayor que el de su pareja. Es decir, para Brujas se necesitaría un poco más de dos meses y medio para llegar a la corrección de sus valores, mientras que para Barcelona se emplearían casi siete meses hasta conseguir ese estado.

6.2-Variable dependiente letras de cambio emitidas en Barcelona

- **Relación a largo plazo**

La relación a largo plazo entre las series de las letras de cambio de Barcelona y Brujas, obtenida a partir del estimador de mínimos cuadrados ordinarios con la variable de Barcelona ocupando la posición de dependiente, es la siguiente:

$$BCN_t = \alpha + \beta Br_t + v_t$$

Los valores resultantes de la regresión, significativos todos a un nivel de un 1%, siendo 1,94 en el caso de la constante y 0,77 en el caso de la beta constatan, como en el caso anterior, la existencia de dificultades en la igualación de los precios de las letras de cambio en ambos mercados.

$$BCN_t = 1,94 + 0,77Br_t + v_t$$

- **Relación a corto plazo**

La relación a corto plazo entre las series del estudio es recogida por el modelo de corrección de error. En este caso se ha partido de las mismas consideraciones que en el apartado anterior, incluyendo únicamente un retardo en las perturbaciones y utilizando el mismo análisis para la determinación del número de retardos óptimo para las primeras diferencias de las variables (considerando solamente la posibilidad de tener hasta seis retardos como máximo).

Por consiguiente, al adoptar la misma forma genérica que en el anterior apartado del trabajo, nos dirigiremos directamente a la determinación del número de retardos más adecuado para las variables según el criterio de Akaike, Hannan-Quinn y Schwartz.

Buscando la máxima robustez en los resultados e incluyendo también en las tablas del análisis las lambdas y su significación en cada uno de los casos, se han obtenido los siguientes valores para la regresión de Brujas y Barcelona.

Brujas

Tabla 3: Modelo de corrección de error: selección de retardos. Elaboración propia.

Retardo	Akaike	Hannan-Quinn	Schwarz	Lambda
1	-45,14	-40,77	-34,37	0,13
2	-42,63	-36,25	-26,88	0,11
3	-42,07	-33,74	-21,47	0,18
4	-41,92	-31,74	-16,7	0,21
5	-38,41	-26,5	-8,82	0,40**
6	-30,62	-17,09	3,077	0,32

Notas: (***), (**), (*) indican nivel de significación al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Barcelona

Tabla 4: Modelo de corrección de error: selección de retardos. Elaboración propia.

Retardo	Akaike	Hannan-Quinn	Schwarz	Lambda
1	-57,5	-53,2	-46,88	-0,33***
2	-56,03	-49,76	-40,52	-0,44***
3	-50,05	-41,91	-29,88	-0,52***
4	-59,1	-49,17	-34,44	-0,55***
5	-53,89	-42,3	-25,01	-0,49***
6	-45,26	-32,06	-12,27	-0,45**

Notas: (***), (**), (*) indican nivel de significación al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

En ambos casos se ha resuelto que la opción más adecuada es aplicar únicamente un retardo a las primeras diferencias de las variables del estudio. Sin embargo cabe destacar que, a diferencia del caso anterior en el que en ambas regresiones la conclusión se extraía con una robustez máxima, en el caso de la variable de las letras de cambio emitidas en Barcelona, el resultado según el criterio de Akaike (con un número óptimo de cuatro retardos) difería de los otros dos.

En referencia a los valores de las lambdas y a su nivel de significación, en la primera de las tablas, la de Brujas como variable dependiente, esta no ha superado un nivel máximo del 5% que ha sido alcanzado únicamente en uno de los casos. En el modelo óptimo resultante, pues, esta ha sido no significativa.

Para la segunda, la significación de los valores de lambda ha sido mucho mayor alcanzando, en la mayoría de los casos, hasta un nivel de un 1% siendo, en el modelo óptimo, significativa en ese grado.

Las regresiones del modelo de corrección de error para ambas variables una vez conocidos los resultados relativos a sus retardos han sido las siguientes:

$$\Delta Br_t = 0,0015 + 0,1258v_{t-1} + 0,1612\Delta Br_{t-1} + 0,0709\Delta BCN_{t-1} + \mathcal{E}_{t,Br}$$

$$\Delta BCN_t = -0,0056 - 0,3267v_{t-1} + 0,2798\Delta Br_{t-1} + 0,0074\Delta BCN_{t-1} + \mathcal{E}_{t,BCN}$$

Es relevante comentar el ritmo de convergencia del proceso de corrección que seguirán ambas variables, cuestión determinada por el valor de la lambda. En el caso de Brujas (0,1258), al contar con un valor menor que el de Barcelona (0,3276), se puede afirmar que tendrá una corrección más lenta que la de su pareja. Para esta primera variable, pues, se necesitarán aproximadamente ocho meses para converger, mientras que para Barcelona el tiempo requerido será menor, concretamente de casi tres meses.

6.3-Análisis de los resultados

El objetivo perseguido con la doble ejecución del análisis era claro, se pretendía, mediante este proceso, valorar la robustez de los resultados obtenidos con la metodología usada en el estudio. Se quería analizar, pues, si la modificación de la posición de las variables en las regresiones era determinante en la obtención de resultados.

Para examinar esta consideración una vez desarrollados ambos casos trataremos, por una parte, los signos de las resoluciones y, por otra, su significación, partiendo de la base de haber obtenido valores similares para las parejas de regresiones en el modelo de corrección de error. Es decir, en el caso de que la serie ocupara la posición de variable dependiente en este y en la regresión de la relación a largo plazo, el valor medio de lambda ha sido de 0,3543. Y en este mismo contexto, en el supuesto de actuar como variable explicativa, el valor medio se ha situado cerca de 0,1377.

Dejando apartada esta puntualización, el marco de resultados perfectos se habría conseguido en el caso de tener resultados complementarios entre ellos, siendo todos estos significativos. Por lo tanto, tomaremos en consideración ambas cuestiones en este apartado.

Los valores de lambda resultantes de las cuatro regresiones de los dos modelos de corrección de error, que están recogidos en la siguiente tabla, demuestran la congruencia de los resultados obtenidos en relación con su signo, al ser estos positivos en una de las regresiones y negativos en la otra.

Tabla 5: Lambdas de los modelos de corrección de error. Elaboración propia.

Primer modelo de corrección de error		Segundo modelo de corrección de error	
R. de Brujas	R. de Barcelona	R. de Brujas	R. de Barcelona
-0,3819	0,1495	0,1258	-0,3267

En el primer modelo de corrección de error, que fue elaborado a partir de los errores de la regresión a largo plazo en los que la serie de las letras de cambio de Brujas se encontraba como variable dependiente, se obtuvo un valor de lambda negativo para dicha variable, mientras que para la otra el resultado fue positivo.

Y, tal y como se analizó en los dos escenarios planteados para ejemplificar la congruencia del modelo, en el caso de ser la variable real de Brujas mayor a su estimación (errores positivos), el resultado pronosticado para las primeras diferencias es que fueran negativas, ya que se esperaba decrecimiento en la variable. Y, en el caso contrario, al ser la variable real menor a su estimación (errores negativos), se preveía su crecimiento y, por lo tanto, contar con unas primeras diferencias de signo positivo.

En ambos casos se cumplió este supuesto y se obtuvieron resultados acorde con ellos para la variable de Barcelona (en el primer escenario, esta crecería y en el segundo disminuiría).

En el segundo modelo de corrección de error, aquel elaborado a partir de los residuos de la regresión a largo plazo con las letras emitidas en Barcelona como variable dependiente, se puede llevar a cabo el mismo análisis que en el caso anterior.

En el supuesto de tener errores positivos y, por lo tanto, contar con la variable real de Barcelona siendo superior a su estimación, la evolución esperada de las primeras diferencias de la serie era que fuesen negativas, cuestión que se cumple.

Por otra parte, en el caso contrario, con la variable real de Barcelona siendo inferior a su estimación (errores negativos), se preveía un crecimiento de la variable con sus primeras diferencias adoptando valores positivos, punto que también se da.

Además, así como en el caso anterior, la evolución de la serie contraria, la de Brujas, también se adecuaba a los resultados esperados, contando esta con una tendencia contraria a la de la otra variable, creciendo en el primer caso y decreciendo en el segundo.

Por consiguiente, en términos generales, se puede destacar la consistencia de los resultados obtenidos para ambos casos no siendo, pues, determinante, la posición de las variables en ellos.

En segundo lugar, en referencia a su significación, analizando de manera específica la de las lambdas, ha existido un patrón común en ambos modelos de corrección de error. En cada uno de ellos, las regresiones en las que la variable dependiente era la misma que en la regresión de su relación a largo plazo, la lambda de la regresión del modelo era significativa hasta el nivel de un 1%. En cambio, en el caso contrario, esta era no significativa. En consecuencia, en términos de significación, los resultados obtenidos no han sido perfectos.

Así pues, su robustez en sentido cualitativo ha sido máxima ya que, partiendo de los resultados a largo plazo que indicaban su lejanía con respecto a ser un mercado totalmente integrado, en ambos casos los modelos de corrección de error han apoyado la presencia de un proceso de corrección en dichos mercados.

En resumen, pues, los resultados obtenidos han sido consistentes pero no perfectos. Consistentes por su congruencia, pero no perfectos por la falta de significación en una de las dos regresiones del modelo de corrección de error de ambas alternativas contempladas.

7-Conclusión

Una vez ejecutado el análisis tanto de la vertiente histórica, como de la teórica y la práctica acerca de las letras de cambio emitidas en Brujas y compradas en Barcelona y las letras de cambio emitidas en Barcelona y compradas en Brujas de finales del siglo XIV y principios del siglo XV, nos situamos, por último, en el apartado de las conclusiones. En referencia a los objetivos iniciales del trabajo, se perseguía mediante él analizar si se llevó a cabo arbitraje en la comercialización de las letras de cambio medievales de dichas ciudades para deducir así el estado de unión de su mercado monetario. Además, también se valoraba el ritmo de corrección de las posibles divergencias que pudieran existir entre las series.

Su naturaleza común, partiendo del supuesto de ser bienes homogéneos tanto en madurez como en riesgo y el hecho de que contasen también con monedas consideradas homogéneas, los hacía candidatos para analizar, con ellos, si se cumplía la paridad de poder adquisitivo, es decir, la venta de bienes idénticos en distintos lugares con un mismo precio estando estos expresados en una moneda común. En el caso de darse esta consideración, se dispondría de un mercado integrado, un mercado que se encontraría en equilibrio y en el que, por lo tanto, no existiría la posibilidad de llevar a cabo esta estrategia financiera beneficiosa para aquellos capaces de detectarla.

La contextualización histórica inicial resultó clave, tanto para conocer el funcionamiento de dichas letras de cambio en el siglo XIII, como para comprender las características presentes en su comercialización en relación con la distancia que separaba las ciudades principales que trataban con ellas y el efecto de esta en los plazos de ejecución de sus pagos.

La determinación de la relación a largo plazo entre las series mediante la estimación de dos regresiones de mínimos cuadrados ordinarios distintas (significativas hasta un nivel del 1%) resultó en la obtención de resultados robustos que determinaban la falta de cointegración entre ambos mercados. En los dos casos considerados, los valores de las constantes eran superiores a 0 y, en el caso de las betas, tampoco llegaron a 1. Aparte, el término de error también contribuía a la divergencia entre los valores de ambas series.

La lentitud en los desplazamientos entre las ciudades fue determinada como la causa principal de esta dificultad en el aprovechamiento de las oportunidades de arbitraje, idea que se comentó

en el apartado de la contextualización histórica, en el que se destacó la tardanza en la comunicación entre los mercaderes (De Roover, 1948).

Cabe destacar en este apartado la optimalidad de los datos del estudio que, al ser de carácter mensual, se correspondían de manera exacta con el tiempo requerido para el pago entre para las letras emitidas o compradas en Brujas y Barcelona. Pero, a pesar de ello, la capacidad de ejecución de arbitraje en un contexto medieval, en el que los desplazamientos eran lentos, era más dificultosa que en la actualidad. Es relevante comentar, sin embargo, el interés existente entre los tomadores o librados de mantener una relación activa y constante para salir beneficiados de los tratos realizados. Pero, a pesar de ello, comparar la frecuencia en su comunicación con la actual, en la que el traspaso de datos es inmediato, permite justificar la presencia de ineficiencias en su mercado.

Por ello, el segundo paso a realizar se centraba en ver, una vez determinada la situación de ineficiencia en su mercado, con qué ritmo convergían las variables en la prosecución de llegar a un equilibrio final común. La estimación de los modelos de corrección de error relativos a los dos errores resultantes de la relación a largo plazo, permitió ver la velocidad con la que las variables corregirían sus diferencias.

Es notorio comentar, en este apartado otra vez, la idoneidad de la frecuencia de los datos usados, que permitió que la definición de la corrección, de carácter mensual, se adecuara a la realidad de la época. Además, los resultados obtenidos fueron consistentes, obteniendo signos coherentes para ambas variables en referencia a su crecimiento o decrecimiento (cuando una crecía la otra decrecía) y también en relación con la situación de sus errores (según la posición de la variable real en cuanto a su estimada y su necesidad de evolucionar en el periodo posterior de manera positiva o negativa). La única cuestión mejorable era el nivel de significación de las estimaciones obtenidas, ya que solo una de las dos regresiones del modelo de corrección de error era significativa (con un nivel de un 1%).

Así pues, a pesar de contar con resultados consistentes (en relación con la coherencia obtenida en cada una de las dos alternativas), robustos (por haber sido coincidentes a pesar de haber cambiado el orden) y parecidos en ambos modelos según cual fuese la variable dependiente en la estimación de los errores, estos no han sido perfectos porque ha fallado la significación en la mitad de ellos.

En términos generales, con todo, se ha podido obtener una respuesta acerca de los interrogantes que motivaron la realización de este trabajo. Por una parte, se ha desestimado la cointegración de los mercados de las letras de cambio medievales de Brujas y Barcelona (de sus mercados de dinero) y por la otra, se ha podido establecer, también, el ritmo de corrección para esta cuestión.

Así pues, este estudio, que he podido llevar a cabo gracias a la rica base de datos que me fue proporcionada por participar en la Beca de Colaboración con el Departamento de Economía (como ya se ha comentado con anterioridad), cuenta con un gran carácter informativo, ya que en él se han establecido las bases del funcionamiento primitivo de las letras de cambio. A pesar de ello, habría sido también interesante repetir el análisis con otros datos de letras de ciudades más cercanas entre ellas para contrastar si los resultados obtenidos variaban con una mejora de su arbitraje y si, por lo tanto, la conclusión extraída acerca de la distancia como factor determinante para poder ejecutar o no la estrategia era correcta.

A pesar de que intentamos hacerlo, la escasa coincidencia entre los años disponibles de la muestra de otras ciudades cercanas impidieron poder llevar a cabo este estudio. Por ello, resultaría interesante, partiendo de la base histórica, teórica y práctica (en la que se ha determinado la adecuación de la metodología utilizada para tratar la idea que se pretendía contrastar), ampliar el estudio, con otro caso práctico más cercano en términos de localización para contrastar así, la coherencia global de los resultados obtenidos.

8-Bibliografia

De Roover, R. A. (1942). Money, Banking, and Credit in Medieval Bruges. In *Source: The Journal of Economic History* (Vol. 2).

<https://about.jstor.org/terms>

De Roover, R. A. (1948). Money, Credit and Banking in Medieval Bruges. Cambridge: Massachusetts: *The Mediaeval Academy of America*

De Roover, R. A. (1948). The Medici Bank, Its Organization, Management, Operations, and Decline.

<https://play.google.com/books/reader?id=7tsuDwAAQBAJ&pg=GBS.PA1&hl=ca>

Dematos, D. (17 de octubre de 2022). Finance and Medieval Fairs - The Tontine Coffee-House.

<https://tontinecoffeehouse.com/2022/10/17/finance-and-medieval-fairs/>

Feenstra, R., & Taylor, A. M. (2021). *International Economics*. Worth.

Fryde, E. B. (1956). [Review of L'Evolution de la Lettre de Change. XIVE-XVIIIe siècles, by R. de Roover]. In *The English Historical Review* (Vol. 71, Issue 280, pp. 455–457).

Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis*.

Gujarati, D. N. (2010). *Econometria*.

Hill, R. E., Griffiths, W. J., & Lim, G. (2007). *Principles of Econometrics*.

Montero, R. (2013). *Variables no estacionarias y cointegración*.

Orlandi, A., Toscano, G., Superiore, S. N., & Dei Cavalieri, P. (2021). The foreign exchange market in Barcelona at the beginning of the fifteenth century.

<https://www.cambridge.org/core>.

Otero, J. M., & Moreno, J. M. O. (1993). *Econometría: Series temporales y predicción*.

Rubinstein, N. (1964). [Review of *The Rise and Decline of the Medici Bank, 1397-1494.*, by R. de Roover]. In *Renaissance News* (Vol. 17, Issue 3, pp. 251–253).