

**Pau Joanpere Arruche**



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

**Eina per a simular un castell humà i determinar-ne la seva estabilitat**

**TREBALL DE FI DE GRAU**

**Dirigit per Roger Cabré Rodon**

**Grau d'Electrónica Industrial i Automàtica**

**Tarragona**

**2023**

## Contenido

1. Objectiu.....	6
2. Abast.....	6
3. Antecedents .....	6
3.1. Paràmetres.....	7
3.1.1. Paràmetres torre.....	8
3.1.2. Paràmetres acotxador i anxaeta .....	9
3.1.3. Límits.....	10
4. Programes de càlcul .....	10
5. Definicions i abreviatures.....	11
6. Eina estàtica.....	11
6.1. Inclinió al cinquè pis (dosos) .....	14
6.1.1. Inclinió simètrica.....	14
6.1.2. Inclinió asimètrica.....	19
6.1.3. Inclinió asimètrica amb diferencia constant.....	24
6.2. Inclinió al tercer pis.....	29
6.2.1. Inclinió simètrica.....	29
6.2.2. Inclinió asimètrica.....	34
6.3. Inclinió al primer pis .....	40
6.3.1. Inclinió simètrica.....	40
6.3.2. Inclinió asimètrica.....	45
7. Eina dinàmica.....	52
8. Conclusions .....	67
9. Referencies.....	68

Figura 1 Castell 2 de 7 amb pinya.....	Figura 2 Castell 2 de 7 amb pinya.
7	
Figura 3 Definició de coordenades i angles dels castellers .....	8
Figura 4 Representació de les forces a un pis del troc.....	Figura 5 Representació les components de les forces
8	
Figura 6 Imatge de l'aixecador i l'anxaneta. ....	Figura 7, i representació del conjunt de l'aixecador i l'anxaneta.
9	
Figura 8 Taula amb les forces utilitzades al sistema estàtic .....	12
Figura 9 Taula de dades de les variables .....	12
Figura 10 Matriu de les equacions de l'eina estàtica.....	13
Figura 11 Matriu dels pisos 4, 5 i 6 de les equacions de l'eina estàtica.....	13
Figura 12 Matriu de les equacions dels pisos 1, 2 i 3 de l'eina estàtica.....	13
Figura 13 Representació de l'inclinació simètrica al cinquè pis (dosos).....	14
Figura 14 Corbes força-angle del sisè pis amb inclinació simètrica al pis 5.....	15
Figura 15 Corbes força-angle del cinquè pis amb inclinació simètrica al pis 5.....	15
Figura 16 Corbes força-angle del quart pis amb inclinació simètrica al pis 5. ....	16
Figura 17 Corbes força-angle del quart pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5. ..	16
Figura 18 Corbes força-angle del tercer pis amb inclinació simètrica al pis 5.....	17
Figura 19 Corbes força-angle del tercer pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5. .	17
Figura 20 Corbes força-angle del segon pis amb inclinació simètrica al pis 5. ....	18
Figura 21 Corbes força-angle del segon pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5. .	18
Figura 22 Corbes força-angle del primer pis amb inclinació simètrica al pis 5. ....	19
Figura 23 Corbes força-angle del primer pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5.	19
Figura 24 Representació del castell amb inclinació asimètrica al pis 5 .....	20
Figura 25 Corbes força-angle del sisè pis amb inclinació asimètrica al pis 5.....	20
Figura 26 Corbes força-angle del cinquè pis amb inclinació asimètrica al pis 5. ....	21
Figura 27 Corbes força-angle del cinquè pis ampliades amb inclinació asimètrica al pis 5. ....	21
Figura 28 Corbes força-angle del quart pis amb inclinació asimètrica al pis 5.....	22
Figura 29 Corbes força-angle del quart pis ampliades amb inclinació asimètrica al pis 5.	22
Figura 30 Corbes força-angle del tercer pis amb inclinació asimètrica al pis 5.....	23
Figura 31 Corbes força-angle del tercer pis ampliat amb inclinació asimètrica al pis 5.....	23
Figura 32 Corbes força-angle del segon pis amb inclinació asimètrica al pis 5.....	24
Figura 33 Corbes força-angle del primer pis amb inclinació asimètrica al pis 5. ....	24
Figura 34 Representació del castell amb una inclinació semisimètrica amb diferència d'angles constant al sisè pis.....	25
Figura 35 Corbes força-angle del sisè pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5....	25
Figura 36 Corbes força-angle del cinquè pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5. ....	26
Figura 37 Corbes força-angle del cinquè pis ampliat amb diferència d'inclinació constant al pis 5. ....	26
Figura 38 Corbes força-angle del quart pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.	27
Figura 39 Corbes força-angle del tercer pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.	27
Figura 40 Corbes força-angle del tercer pis ampliat amb diferència d'inclinació constant al pis 5. ....	28
Figura 41 Corbes força-angle del segon pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.	28

Figura 42 Corbes força-angle del primer pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5. .....	29
Figura 43 Representació castell amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.	29
Figura 44 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	30
Figura 45 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	30
Figura 46 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	31
Figura 47 Corbes força-angle del pis 4 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	31
Figura 48 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	32
Figura 49 Corbes força-angle del pis 3 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	32
Figura 50 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	33
Figura 51 Corbes força-angle del pis 2 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	33
Figura 52 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	34
Figura 53 Representació castell amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. .....	34
Figura 54 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	35
Figura 55 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	35
Figura 56 Corbes força-angle del pis 5 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	36
Figura 57 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	36
Figura 58 Corbes força-angle del pis 4 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	37
Figura 59 Corbes força-angle del pis 4 molt ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	37
Figura 60 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	38
Figura 61 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	38
Figura 62 Corbes força-angle del pis 2 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	39
Figura 63 Corbes força-angle del pis 2 molt ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	39
Figura 64 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4. ....	40
Figura 65 Representació castell amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.	40
Figura 66 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	41

Figura 67 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	41
Figura 68 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	42
Figura 69 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	42
Figura 70 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	43
Figura 71 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	43
Figura 72 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 ampliat amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	44
Figura 73 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	44
Figura 74 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	45
Figura 75 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 ampliat amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	45
Figura 76 Representació castell amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	46
Figura 77 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	46
Figura 78 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	47
Figura 79 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	47
Figura 80 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	48
Figura 81 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	48
Figura 82 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	49
Figura 83 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	49
Figura 84 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	50
Figura 85 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	50
Figura 86 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2. ....	51
Figura 87 Circuit doble integració per transformada de Laplace. ....	52
Figura 88 Resultats de la simulació de la figura 87. ....	52
Figura 89 Diagrama de blocs d'una reacció de 0.25s. ....	53
Figura 90 Resultats de la simulació de la figura 89. ....	53
Figura 91 Sistema realimentat negativament per velocitat. ....	53
Figura 92 Simulació de la figura 91. ....	53
Figura 93 sistema realimentat negativament per velocitat i posició. ....	54
Figura 94 Simulació de la figura 95. ....	54

Figura 95 Il·lustració 1 Model dinàmic eina estabilitat .....	57
Figura 96 Model dinàmic anxaeta i acotxador .....	57
Figura 97 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	58
Figura 98 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	59
Figura 99 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	59
Figura 100 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	59
Figura 101 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	60
Figura 102 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador. ....	60
Figura 103 Retard dinàmic	60
Figura 104 Contingut model dinàmic anxaeta i acotxador, Càlcul de forces x. ....	61
Figura 105 Model dinàmic persona del tronc. ....	61
Figura 106 Contingut model dinàmic persona del tronc. ....	62
Figura 107 Contingut model dinàmic persona del tronc, Angle. ....	62
Figura 108 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc. ....	63
Figura 109 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, llaç del angle. ....	63
Figura 110 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, formula distancies .....	64
Figura 111 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, Formula By. ....	64
Figura 112 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, posició. ....	64
Figura 113 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, posició, llaç de posició. ....	65
Figura 114 Model dinàmic del càlcul de distancies. ....	65
Figura 115 Contingut model dinàmic del càlcul de distancies. ....	66
Figura 116 Simulació del l'eina dinàmica Posició sense pertorbació. ....	66
Figura 117 Simulació del l'eina dinàmica Posició amb pertorbació. ....	66
Figura 118 Senyal Tx_ie5 amb i sense desequilibri. ....	67

## 1. Objectiu

Constituir una eina interactiva, des de la qual simular l'estabilitat de un castell i/o caiguda d'un castell, del qual n'introdueixes les dades bàsiques com: pes, mida, aguant, angle d'inclinació,... del casteller que puja a casa pis.

## 2. Abast

Programar una eina que calcula les forces necessàries per complir les condicions d'estabilitat d'un castell 2 de 7 net, de 2 dimensions i en condició estàtica. Es simularà el model i s'estudiaran els resultats obtinguts per les següents condicions:

- Inclinació al cinquè pis amb inclinacions simètriques, asimètriques i simètrica amb diferència constant.
- Inclinació al tercer pis amb inclinacions simètriques i asimètriques, amb compensació d'angles al quart pis.
- Inclinació al primer pis amb inclinacions simètriques i asimètriques, amb compensació d'angles al segon pis.

A demés, es programarà una eina que simula dinàmicament les forces per mantenir-se en condició d'equilibri un castell 2 de 7 net, de dos dimensions. Es calculen:

- Les forces per mantenir l'angle desitjat de cada component del castell.
- Les forces per mantenir el centre de masses a la posició d'equilibri per cada component del castell.

## 3. Antecedents

Els Castells són estructures formades enterament per persones, es divideix en 5 grups:

- La pinya és la base del castell i és on es troba el gruix de la gent per donar suport al castell. Els castellers que formen la pinya tenen diferents posicions: baix, contrafort, primera mà, segona mà (i successives), lateral, vent, agulla, crossa, o formar part dels diferents cordons concèntrics de reforç i protecció, que tenen la doble funció d'apuntalar el tronc i de fer de coixí humà per esmorteir els impactes en cas de caiguda
- El tronc del castell és la part visible (més l'estructura central oculta que la suporta) i segons la seva estructura, nombre de persones implicades, quantitat i l'alçada de les columnes del castell es determina la dificultat. El tronc està format pels baixos, els segons, els terços, els quarts, etc. (segons alçada del castell).
- El Pom de dalt és la part superior d'un castell, que completa el tronc i té sempre la mateixa composició independentment del castell que s'estigui realitzant, està formada per un pis de dos castellers anomenats dosos més l'acotxador, que sol ser el més petit del castell i, finalment, l'enxaneta. Quan l'enxaneta col·loca els dos peus al cim i aixeca el braç fent l'aleta, es considera que el castell s'ha carregat.
- El folre se situa sobre la pinya per reforçar el tronc i aixecar-lo un pis més; quasi té la mateixa estructura que la pinya d'un castell sense folre. La seva missió és subjectar els terços i ajudar els segons en castells de més dificultat.
- Les manilles són els castellers situats sobre el folre, a nivell dels terços i que ajudin a subjectar els quarts (quarts), per reforçar el tronc. Se solen situar als castells de més altura.

Encara que no he trobat estudis previs sobre l'estabilitat dels castells si he trobat estudis interessants sobre l'energia potencial dels castells [1] d'on a més he obtingut dades representatives dels castellers a diferents pisos, o articles on mostren el pes que arriben a suportar els castells en un 4 de 10 amb folre i manilles [2] i [3] .

En el cas d'aquest treball es dissenyaran dos eines per calcular les forces d'interacció en un castell de dos de set, aquest consisteix en 5 pisos de dos persones, més l'acotxador i l'anxaneta que es recolzen sobre el cinquè pis, com es veu a les següents imatges:



Figura 1 Castell 2 de 7 amb pinya.



Figura 2 Castell 2 de 7 amb pinya.

Com es veu a les imatges només el primer pis te pinya, encara que aquesta no es veurà representada als càlculs, a més es pot apreciar que tenen una lleugera inclinació al interior del castell, això ho fan per tenir més estabilitat.

A les eines per calcular la condició d'estabilitat només es treballarà en 2 dimensions, horitzontal i vertical, per dos motius:

- Les forces d'interacció dominants entre els castellers son forces verticals amb els pisos superior e inferior, i les forces frontals amb la persona del mateix pis.
- Simplificar els càlculs, encara que els castells de dos solen caure més cap als costats, afegir una tercera dimensió i les equacions de moments angulars provocats per una distribució dispar dels pesos a les espatlles, augmenta molt la complexitat de les equacions d'estabilitat.

### 3.1. Paràmetres

Per definir els paràmetres utilitzats s'utilitzaran cossos rígids com representacions de les persones i es diferencia la representació de la torre i la representació de l'anxaneta i l'acotxador.

### 3.1.1. Paràmetres torre

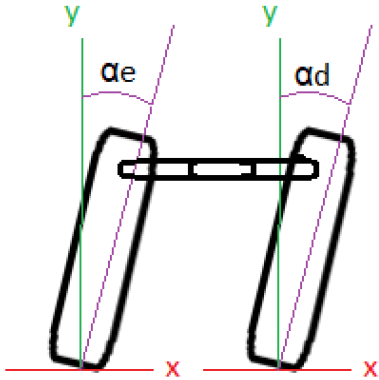


Figura 3 Definició de coordenades i angles dels castellers

En aquesta imatge es una representació d'un pis del castell constituït per 2 cossos rígids connectats, representa dos persones agafades dels braços. A la imatge es mostren les dos persones inclinades, els angles sempre son en sentit horari i respecte la vertical, l'origen de coordenada comença als peus, l'eix x positiu sempre esta a la dreta, en el cas de la persona de l'esquerra interior del castell, en el cas de la persona de la dreta exterior del castell, i l'eix y positiu es cap a dalt.

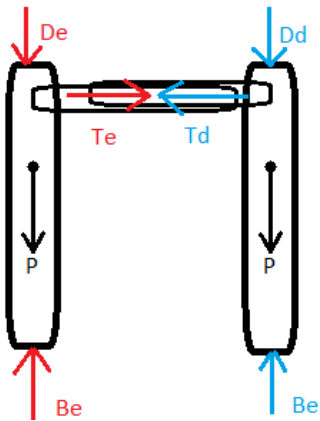


Figura 4 Representació de les forces a un pis del troc.

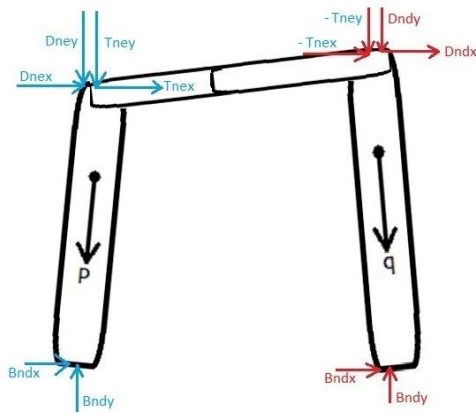


Figura 5 Representació les components de les forces

Les forces d'interacció estan representades a l'anterior imatge, la força de dalt D la força dels braços T i la força de baix B, a demés del pes del propi individu que no interactua directament. Aquestes forces son pròpies de la persona esquerra i dreta obtenint 6 forces d'interacció  $D_e$ ,  $D_d$ ,  $T_e$ ,  $T_d$ ,  $B_e$  i  $B_d$ , a demés cada força te la component horitzontal i la component vertical obtenint 12 variables per pis, però com les forces dels braços son reaccions formules (5) i (6) (representació a la figura 5) i les forces de dalt  $D_x$  i  $D_y$  son reaccions a les forces del pis superior formules (1), (2), (3) i (4), redueix el nombre de incògnites a 6:  $T_{ex}$ ,  $T_{ey}$ ,  $B_{ex}$ ,  $B_{ey}$ ,  $B_{dx}$  i  $B_{dy}$ .

Les forces de reaccions es poden definir com:

- $D_{nex} = -B_{n+1,ex}$  (1)

- $D_{ney} = -B_{n+1,ey}$  (2)

- $D_{ndx} = -B_{n+1,dx}$  (3)

- $D_{ndy} = -B_{n+1,dy}$  (4)

- $T_{nex} = -T_{ndx}$  (5)

- $T_{ney} = -T_{ndy}$  (6)

Les variables utilitzades per les equacions del tronc son:

- Massa\_xn: El pes en kg de la persona del tronc, la lletra x es substitueix per indicar el costat, e esquerra o d dreta, i la lletra n per el pis en el que es troba.
- hxn: Indica la distància entre els peus i l'espalla en metres de la persona del tronc, la lletra x es substitueix per indicar el costat, e esquerra o d dreta, i la lletra n per el pis en el que es troba.
- Inclinió\_xn: es l'angle respecte la vertical que forma la persona en graus com s'ha indicat a la figura 3, la lletra x es substitueix per indicar el costat, e esquerra o d dreta, i la lletra n per el pis en el que es troba.

Utilitzant la variable hxn i Inclinió\_xn es calcula les distàncies hx i hy per cada persona i s'utilitza per calcular els moments angulars de cada component de les forces. He considerat que el centre de masses es troba a 2/3 de la alçada dels peus a les espatlles, a conseqüència la força B s'exerceix a 2/3 de la alçada respecte el centre de masses, la força D a 1/3 de la alçada respecte el centre de masses i la força T a 0.3 vegades l'alçada respecte el centre de masses.

Aquest valors poden variar a la realitat, seria interessant mesurar-ho a les persones participants dels castells per obtenir una simulació més exacta.

### 3.1.2. Paràmetres acotxador i anxaneta

Com que l'acotxador i l'anxaneta es recolzen sobre el mateix pis es consideren un sol cos rígid amb la suma de les dos pesos i la mitjana de la alçada dels peus a l'espalla en la posició del castell.

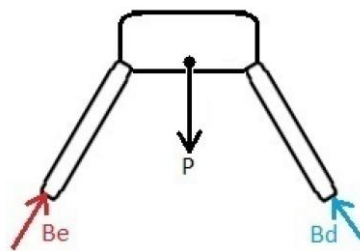


Figura 6 Imatge de l'aixecador i l'anxaneta.

Figura 7, i representació del conjunt de l'aixecador i l'anxaneta.

En la figura 6 es veu un acotxador i una anxaneta, i a la figura 7 es representa l'acotxador i l'anxaneta en un cos rígid amb la suma dels dos pesos, les forces d'interacció Be i Bd, que

es transmeten per les cames tenen les seves components  $x$  i  $y$ . Com no aguanten el pes de ningú sobre ells no hi ha força  $D$ , i com els dos es recolzen sobre l'últim pis del tronc no considerem forces  $T$  (encara que l'anxaneta si es recolza sobre l'acotxador en aquest cas no la considerem).

Resumint en el cas de l'anxaneta i l'acotxador només hi ha 4 forces:  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_{dx}$  i  $B_{dy}$ .

Les variables utilitzades per aquest cas son:

- Massa $\phi$ : suma del pes dels dos en kg.
- $H_6$ : mitjana de l'alçada de l'acotxador i l'anxaneta.
- Inclinió $\phi$ : indica la desviació del centre de gravetat del conjunt respecte el centre del castell

### 3.1.3. Límits

Per definir les condicions d'estabilitat només queda definir els valors màxims de cada força, en el cas de superar aquest límit la persona no seria capaç de mantenir l'estabilitat fent caure tot el castell.

El valors màxims de les variables independents els defineixo segons el meu criteri, seria interessant fer un estudi sobre la força límit dels castellers en diferent posicions. Els valors escollits son:

- $T_{nx}$ : és la principal component de  $T_n$  i sovint és la més dinàmica en un castell de 2, per a equilibrar un casteller pot tant empènyer a l'altre cap enrere (això és el més habitual en el castells), com pot estirar-lo, i el límit que estableixo es de 25% de la màxima força vertical de les cames  $B_{ny\_max}$ . Seria interessant que es fes un estudi o es mesurés les forces màximes en castellers.
- $T_{ny}$ : hauria de tenir valors molt limitats, per experiència pròpia i de coneguts no s'utilitza però com es necessari definir-la, li establiré un 10% de la màxima força vertical de les cames  $B_{ny\_max}$ .
- $B_y$ : el límit d'aquesta força s'hauria de mesurar per cada persona, en aquest projecte es considerarà que es al voltant del 120% del pes suportat en condicions òptimes.
- $B_x$ : el límit hauria de ser definit per la força de fricció màxima entre el peu i la camissa de coto i l'espatlla de la persona de sota. Definiré el límit com un 15% del valor de  $B_{ny}$ .

Com els límits són estimacions seria interessant que es fes un estudi o es mesurés cada cas.

## 4. Programes de càlcul

Per realitzar l'eina de càlcul d'estabilitat en condició estàtica s'ha utilitzat l'aplicació Excel 2021.

Per realitzar l'eina de càlcul d'estabilitat en condició dinàmica s'ha utilitzat l'aplicació MATLAB R2023a-acadèmic\_use/Simulink.

## 5. Definicions i abreviatures

D: força exercida per la persona de dalt en les espatlles.

Dx: component horitzontal de la força D.

Dy: component horitzontal de la força D.

T: força exercida per els braços.

Tx: component horitzontal de la força T.

Ty: component horitzontal de la força T.

B: força exercida per la persona a baix en els peus.

Bx: component horitzontal de la força B.

By: component horitzontal de la força B.

X<sub>nx</sub>: X pren el valor de qualsevol de les anteriors forces, x pren el valor e o d per indicar si es tracta de la persona esquerra o dreta i n pren el valor del pis de la persona. Per exemple By<sub>d2</sub>, força exercida per la persona a baix en els peus, component vertical de la persona de la dreta del segon pis.

## 6. Eina estàtica

Aquesta eina calcula les forces per complir les condicions d'equilibri en una configuració estàtica, es defineixen totes les variables i l'eina calcula les forces resultants. Aquesta eina ha sigut programada utilitzant Excel on es defineixen les variables, es defineix una matriu amb totes les equacions d'estabilitat i els resultats a obtindrà, es multiplica la matriu inversa de les equacions per la matriu dels resultats i s'obté la matriu de les forces que compleixen les condicions d'estabilitat.

Aquestes condicions son:

- Absència de moviment horitzontal per cada pis del tronc:

$$\sum F_{ex} = -B_{n+1ex} + T_{nex} + B_{nex} = 0 \quad (7)$$

$$\sum F_{dx} = -B_{n+1dx} - T_{nex} + B_{ndx} = 0 \quad (8)$$

- Absència de moviment vertical per cada pis del tronc:

$$\sum F_{ey} = -B_{n+1ey} + T_{ney} + B_{ney} = P_{ne} * g \quad (9)$$

$$\sum F_{dy} = -B_{n+1dy} - T_{ney} + B_{ndy} = P_{nd} * g \quad (10)$$

- Absència de moviment angular per cada pis del tronc:

$$\sum \vec{M}_e = ( - - B_{n+1ex} * h_{ney} + - B_{n+1ey} * h_{nex} ) * \frac{1}{3} + ( - T_{nex} * h_{eny} + T_{ney} * h_{nex} ) * 0.3 + ( B_{nex} * h_{ney} - B_{ney} * h_{nex} ) * \frac{2}{3} = 0 \quad (11)$$

$$\sum \vec{M}_d = ( - - B_{n+1dx} * h_{ndy} + - B_{n+1dy} * h_{ndx} ) * \frac{1}{3} + ( - - T_{nex} * h_{ndy} + - T_{ndy} * h_{nex} ) * 0.3 + ( B_{ndx} * h_{ndy} - B_{ndy} * h_{ndx} ) * \frac{2}{3} = 0 \quad (12)$$

Com s'ha explicat anteriorment per les persones del tronc hi ha 6 incògnites per pis i aplicant les equacions d'estabilitat (7), (9), (11) per la persona de l'esquerra i les equacions (8), (10) i (12) per la persona de la dreta s'obté un sistema de 6 equacions i 6 incògnites.

Recordar que les forces de dalt  $D_n$  son reaccions de les forces de baix del pis superior  $B_{n+1}$  i les forces dels braços son equivalents canviades de signe  $T_e = -T_d$

Per el cas de l'anxaneta i l'acotxadador hi ha 4 incògnites i 4 equacions:

- Absència moviment vertical:

$$\sum F_y = B_{6ey} + B_{6dy} = P_6 * g \quad (13)$$

- Absència moviment horitzontal:

$$\sum F_x = B_{6ex} + B_{6dx} = 0 \quad (14)$$

- Absència moviment angular en les dues cames:

$$\sum \vec{M}_e = B_{6ex} * h_{6ey} + -B_{6ey} * h_{6ex} = 0 \quad (15)$$

$$\sum \vec{M}_d = B_{6dx} * h_{6dy} + B_{6dy} * h_{6dx} = 0 \quad (16)$$

Les equacions (15) i (16) indiquen que les cames no variaran l'angle respecte la persona i no es considera el pes ja que el moment angular es calcula respecte el centre de masses i per conseqüència el pes no produeix moment angular.

A la formula (14) no es consideren les forces de reacció de  $B_e$  i  $B_d$  perquè s'anul·len entre si.

D'aquesta manera s'obté un sistema de 6 pisos, 34 incògnites, 34 equacions.

Pis	Dex	Dey	Tex	Tey	Bex	Bey	Ddx	Ddy	Tdx	Tdy	Bdx	Bdy
6					B6ex	B6ey					B6dx	B6dy
5	-B6ex	-B6ey	T5ex	T5ey	B5ex	B5ey	-B6dx	-B6dy	-T5ex	-T5ey	B5dx	B5dy
4	-B5ex	-B5ey	T4ex	T4ey	B4ex	B4ey	-B5dx	-B5dy	-T4ex	-T4ey	B4dx	B4dy
3	-B4ex	-B4ey	T3ex	T3ey	B3ex	B3ey	-B4dx	-B4dy	-T3ex	-T3ey	B3dx	B3dy
2	-B3ex	-B3ey	T2ex	T2ey	B2ex	B2ey	-B3dx	-B3dy	-T2ex	-T2ey	B2dx	B2dy
1	-B2ex	-B2ey	T1ex	T1ey	B1ex	B1ey	-B2dx	-B2dy	-T1ex	-T1ey	B1dx	B1dy

Figura 8 Taula amb les forces utilitzades al sistema estàtic

En aquesta taula estan representades totes les forces del sistema estàtic, en blau les forces de les persones de l'esquerra més les forces al peu esquerre del sisè pis, i en vermell les forces de les persones de la dreta més les forces al peu dret del sisè pis, com es pot observar les caselles remarcades amb un blau més fort i taronja son les forces de reacció i per tant no son incògnites.

Les variables utilitzades son les següents:

pis nº	esquerra										dreta									
	Pes (kg)	alçada(m)	alfa (o)	alfa (rad)	hx (m)	hy (m)	Pes total(kg)	Alç. Total(m)	Pes (kg)	alçada(m)	alfa (o)	alfa (rad)	hx (m)	hy (m)	Pes total(kg)	Alç. Total(m)				
6	50	0.59			0	0.25	0.59	50	7.71					0.25	0.59	50	7.71			
5	33	1.29			0	0	1.29	83	7.12				0	0	1.29	83	7.12			
4	50	1.37			0	0	1.37	133	5.85				0	0	1.37	133	5.85			
3	65	1.57			0	0	1.57	198	4.501				0	0	1.57	198	4.501			
2	75	1.5			0	0	1.5	273	2.954				0	0	1.5	273	2.954			
1	85	1.5			0	0	1.5	358	1.477				0	0	1.5	358	1.477			

Figura 9 Taula de dades de les variables

Cada fila es un pis, cada columna representa una variable i es repeteix en dos blocs segons el costat del castell. Només s'escull els valors de les columnes pes, alçada i angle en graus,



En aquesta matriu es mostren totes les equacions diferenciant cada pis amb diferents colors, els valors són els factors de cada força i els zeros representen que aquella força no afecta a l'equació de la fila en el que es troba.

L'última columna de la dreta anomenada "Resultats" es el vector on es mostren els resultats que s'haurien d'obtenir per les equacions de cada fila, dit d'una altra manera, els termes independents de les equacions, que són zeros en quasi totes, excepte en les equacions de suma de forces verticals que són els pesos de cada casteller. Per una comprensió del públic més genèric totes les forces són expressades en kilogram-força (kp) i per tant s'ha llevat el factor  $g$  que multiplicava les masses.

Per calcular les forces, primer s'obté la matriu inversa de la matriu del sistema d'equacions i es multiplica pel vector dels termes independents de les equacions, donant com a resultat el vector de les forces, com el vector dels termes independents està en kp, les forces resultants també estan en kp.

Ara que ja es pot calcular les forces per la condició d'estabilitat d'un castell humà es mesurarà i mostrarà en gràfiques la evolució de les forces respecte l'angle d'inclinació de les persones i el pis on hi ha l'inclinació.

### 6.1. Inclinació al cinquè pis (dosos)

En aquest apartat s'inclinaran les persones del cinquè pis o pis de dosos i s'observarà l'efecte que provoca als altres pisos.

#### 6.1.1. Inclinació simètrica

La persona de l'esquerra tindrà una inclinació  $\alpha$ , la persona de la dreta tindrà una inclinació  $-\alpha$ . El rang de valors es de  $-20$  a  $10$  graus per limitacions físiques (els límits d'inclinació varien al canviar els valors com altura, separació, inclinacions inferiors...), per valors inferiors a  $-20^\circ$  l'anxaneta no arribaria amb les cames a les espatlles, i per valors més grans que  $10^\circ$  la distància entre persones seria negativa, als  $10^\circ$  toquen els caps. Al següent dibuix es mostrarà el dibuix exagerat per apreciar les inclinacions:

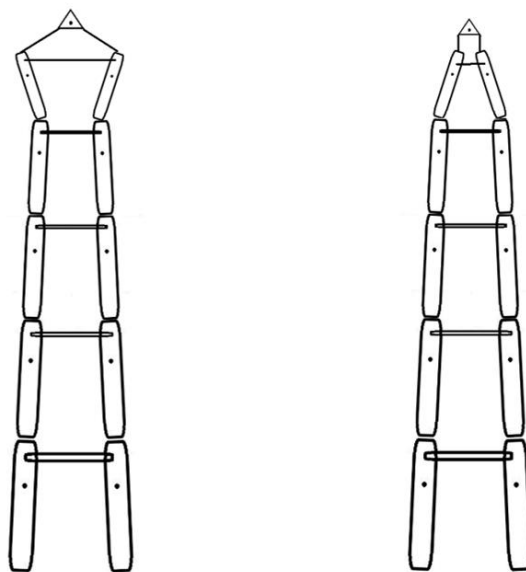


Figura 13 Representació de l'inclinació simètrica al cinquè pis (dosos).

Aquests dibuixos representen el castell amb el cinquè pis inclinat amb simetria par, la inclinació de la persona de la dreta te el mateix valor canviat de signe que la persona de la esquerra. El dibuix de l'esquerra la persona de l'esquerra te un angle negatiu i la persona de la dreta positiu, i al dibuix de la dreta la persona de l'esquerra te un angle positiu i el de la dreta negatiu.

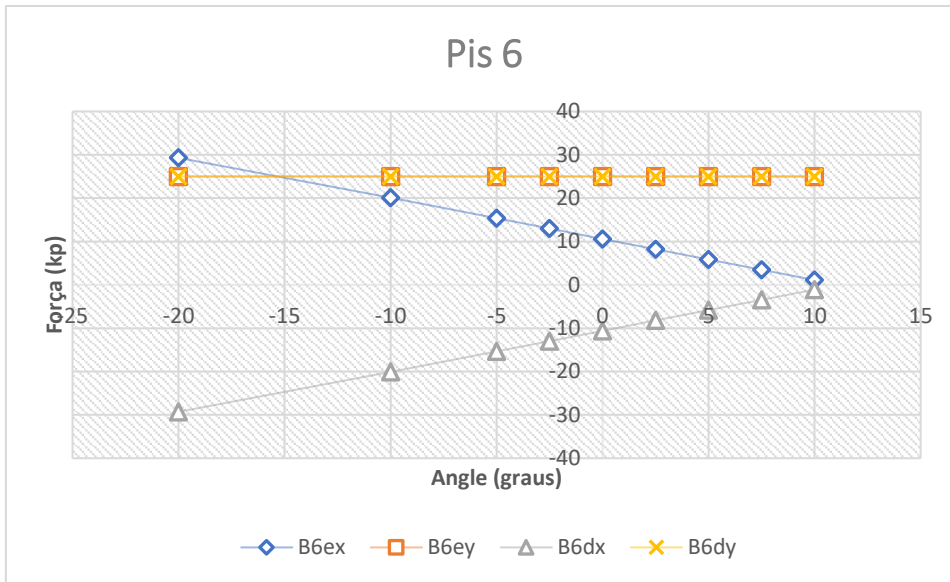


Figura 14 Corbes força-angle del sisè pis amb inclinació simètrica al pis 5.

Observem que al disminuir l'angle augmentar la distància entre persones del sisè pis i a conseqüència l'anxaneta i l'acotxadador fan més força horitzontal.

Com es pot observar als  $-15^\circ$  les forces Bx superen les forces By, aplicant les restriccions definides al punt 3.1.3 es inestable per angles inferiors a uns  $7^\circ$ .

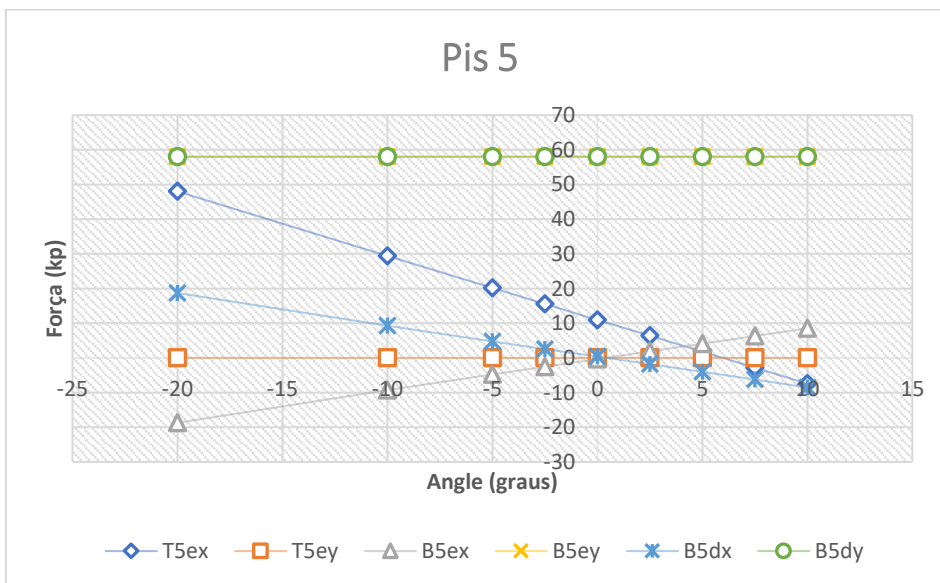


Figura 15 Corbes força-angle del cinquè pis amb inclinació simètrica al pis 5.

Observem que les forces als peus B5ey i B5dy son iguals amb el signe canviat i inferiors les forces equivalents del pis superior B6ex i B6dx, la força horitzontal dels braços es

proporcional a la força del pis superior B6ex i B6dx, a més com la inclinació es simètrica per la força vertical dels braços es 0.

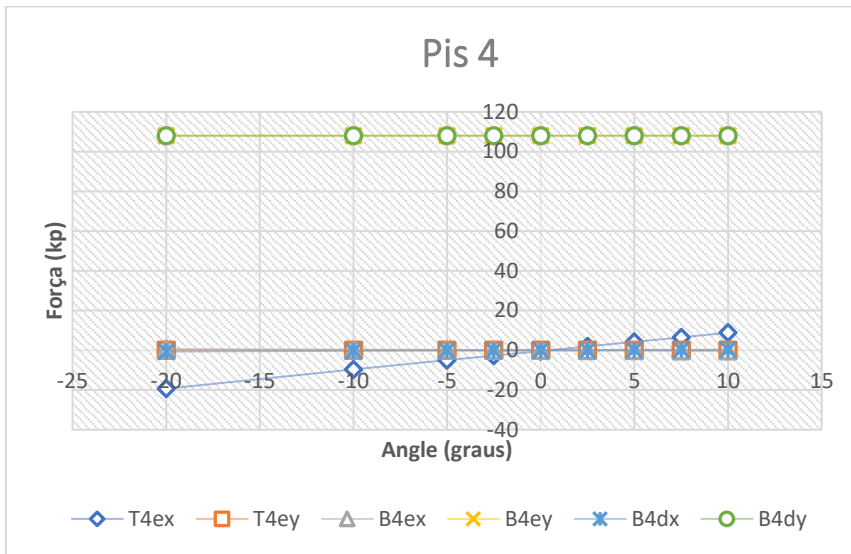


Figura 16 Corbes força-angle del quart pis amb inclinació simètrica al pis 5.

En aquesta gràfica s'aprecia com al disminuir el pis aguanten més pes, veient-se reflectit a les forces dels peus B4ey i B4dy, a més es veu reflectit a la força horitzontal dels braços la disminució de la força horitzontal als peus del pis superior. Per apreciar millor les forces més petites a la següent gràfica es mostren aquestes forces.

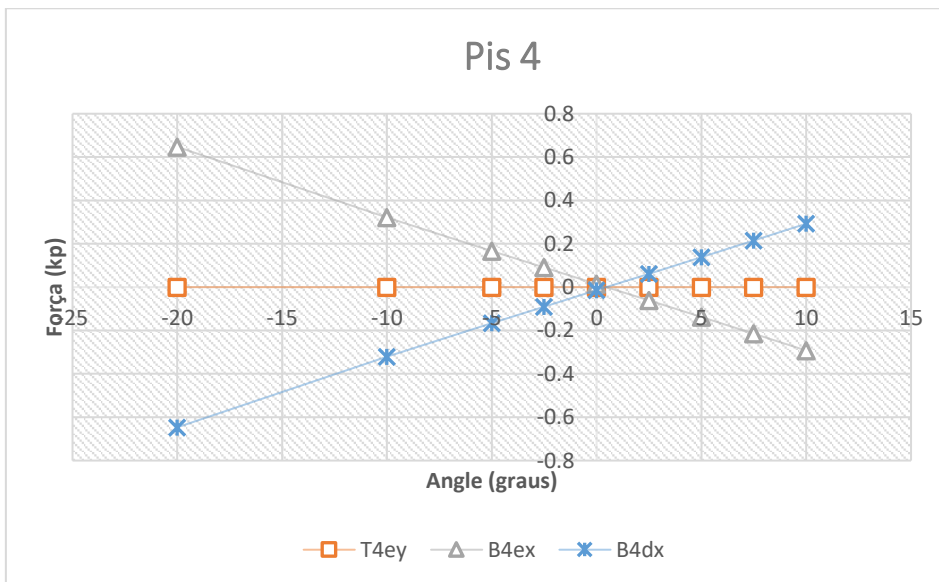


Figura 17 Corbes força-angle del quart pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5.

Aquestes forces ja son menyspreables, son proporcionals a Tx però molt reduïdes, i com el pis te simetria per la força dels braços Ty es 0.

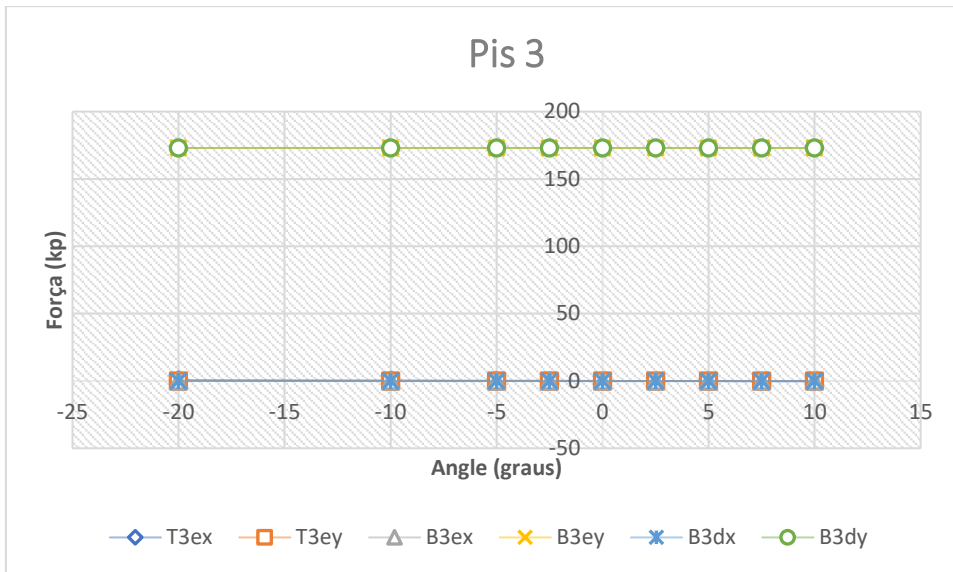


Figura 18 Corbes força-angle del tercer pis amb inclinació simètrica al pis 5.

Observem que les forces verticals dels peus augmenten al suportar el pes de ells mateixos i les demes forces horitzontals son massa petites en comparació.

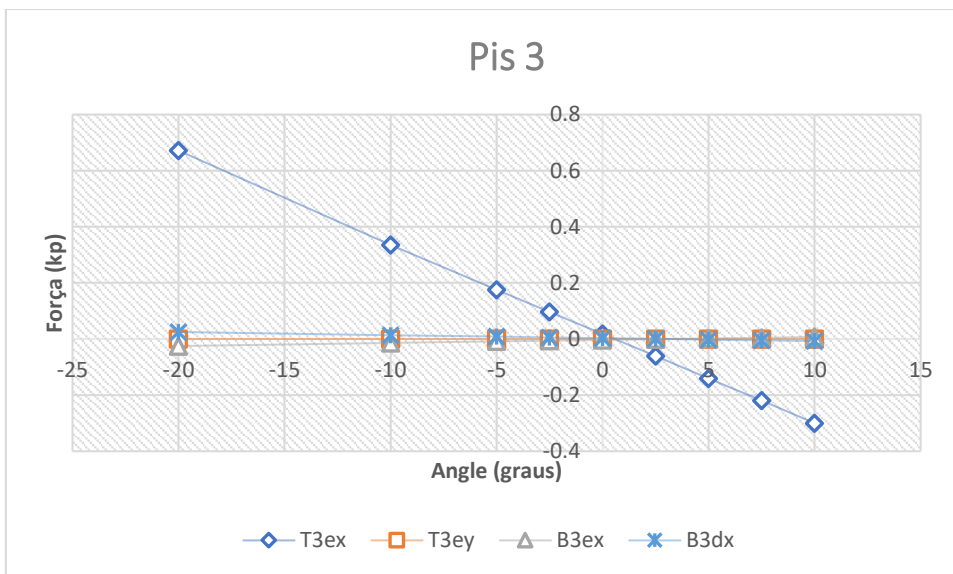


Figura 19 Corbes força-angle del tercer pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5.

Aquests valors ja son negligibles dos pisos inferiors al pis amb la variació d'angle i l'efecte ja es negligible.

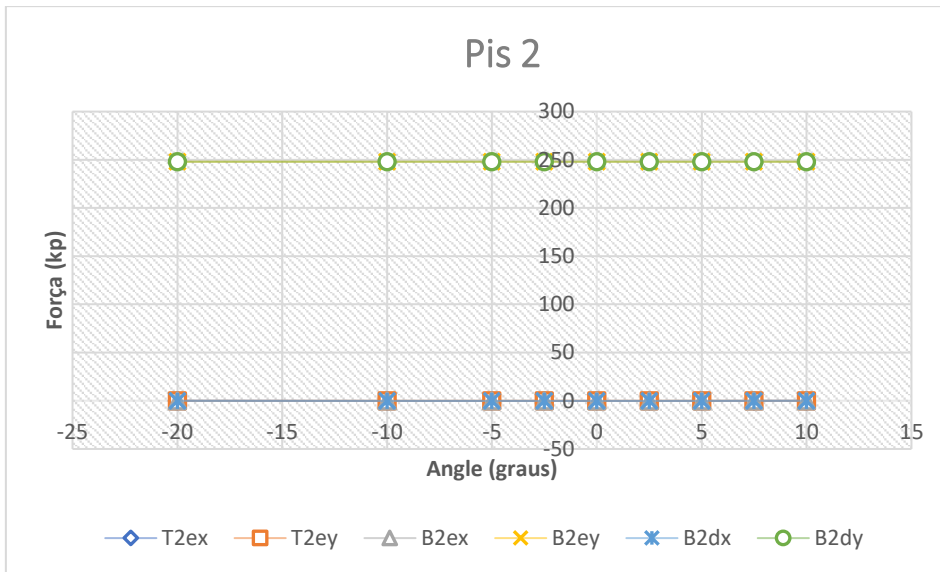


Figura 20 Corbes força-angle del segon pis amb inclinació simètrica al pis 5.

S'aprecia que aguanten més pes i al igual que a l'anterior l'efecte de la inclinació del pis 6 no es perceptible.

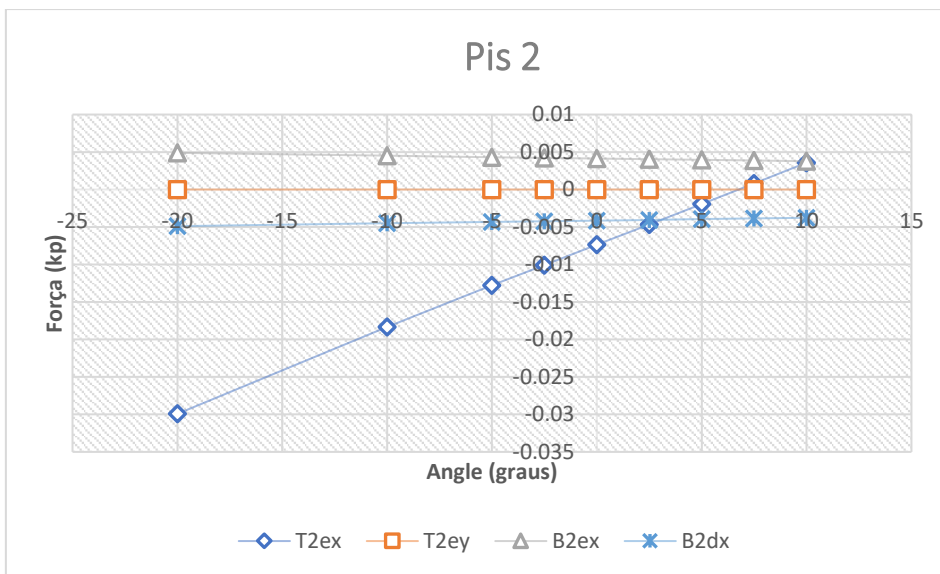


Figura 21 Corbes força-angle del segon pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5.

Observem que les forces son negligibles.

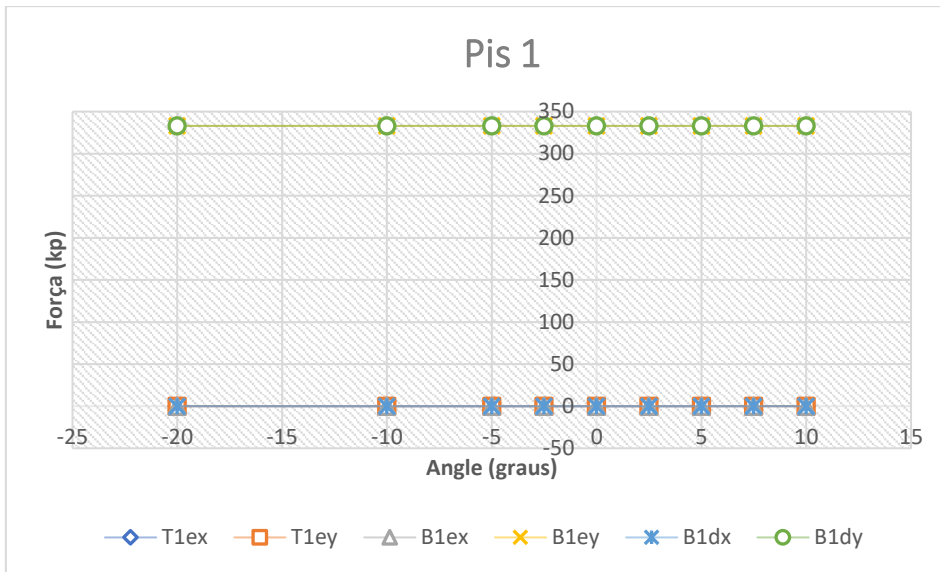


Figura 22 Corbes força-angle del primer pis amb inclinació simètrica al pis 5.

S'observa que aguanten més pes i al igual que a l'anterior l'efecte de la inclinació del pis 6 no es perceptible. El castell pesa 666 kg i a la base suporten 333 kg cadascun.

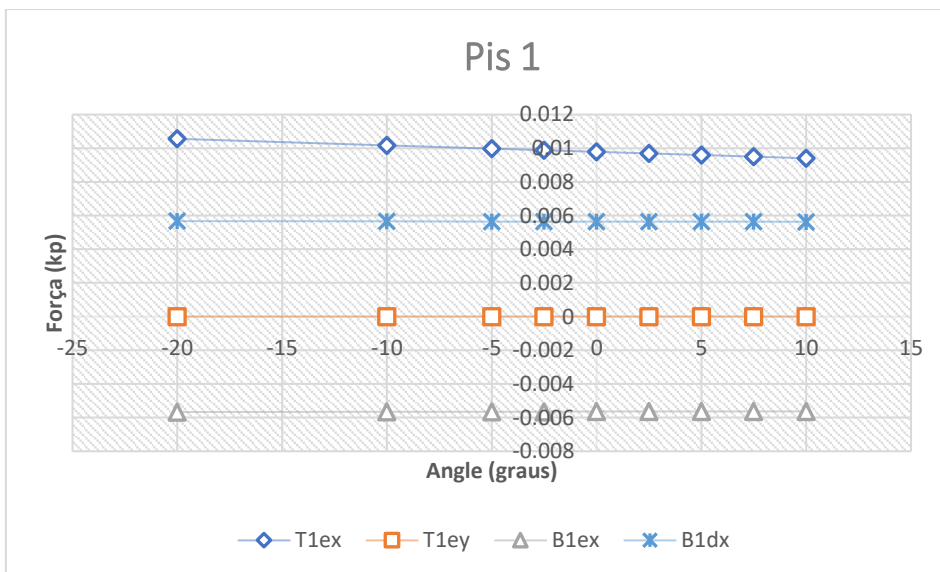


Figura 23 Corbes força-angle del primer pis ampliades amb inclinació simètrica al pis 5.

Observem que les forces son negligibles.

### 6.1.2. Inclinació asimètrica

En aquest apartat La persona de l'esquerra varia la inclinació i la persona de la dreta es queda inclinat a  $-5^\circ$  ( $5^\circ$  al interior), el rang es de  $-2^\circ$  a  $15^\circ$ , com la persona de la dreta esta fixe a  $-5^\circ$  la persona de la esquerra es por inclinar fins a  $15^\circ$  avanç de tocar-se.

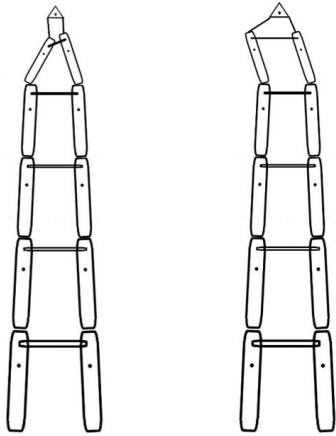


Figura 24 Representació del castell amb inclinació asimètrica al pis 5

Els dibuixos representen el castell amb la persona de la dreta del cinquè pis amb inclinació fixa de  $-5^\circ$  i la persona de l'esquerra amb un angle asimètric, el dibuix de la dreta representa el punt de simetria senar, aquesta posició s'intueix inestable i es confirma a les següents taules.

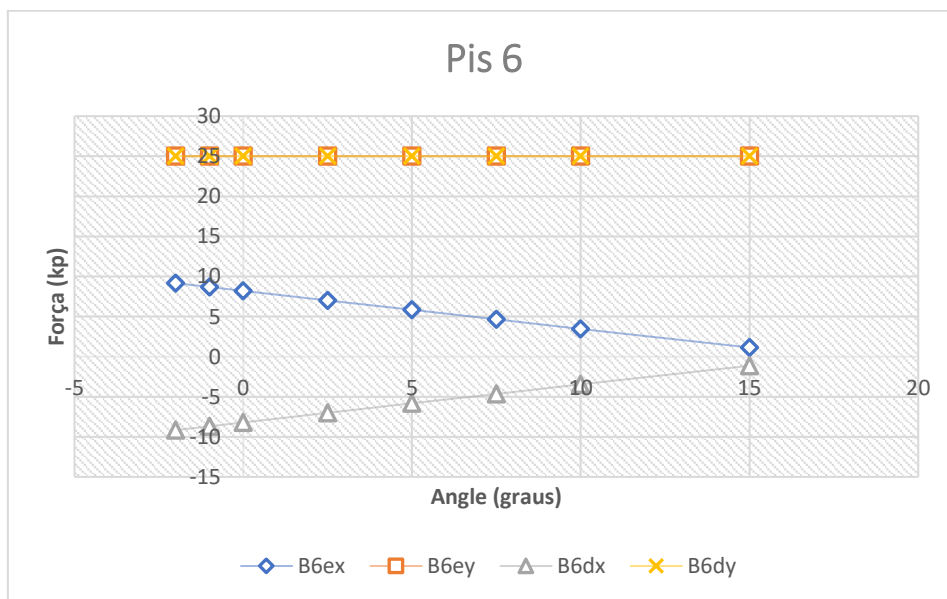


Figura 25 Corbes força-angle del sisè pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

Observem que al disminuir l'angle augmentar la distància entre persones del sisè pis i a conseqüència l'anxaneta i l'acotxadador fan més força horitzontal.

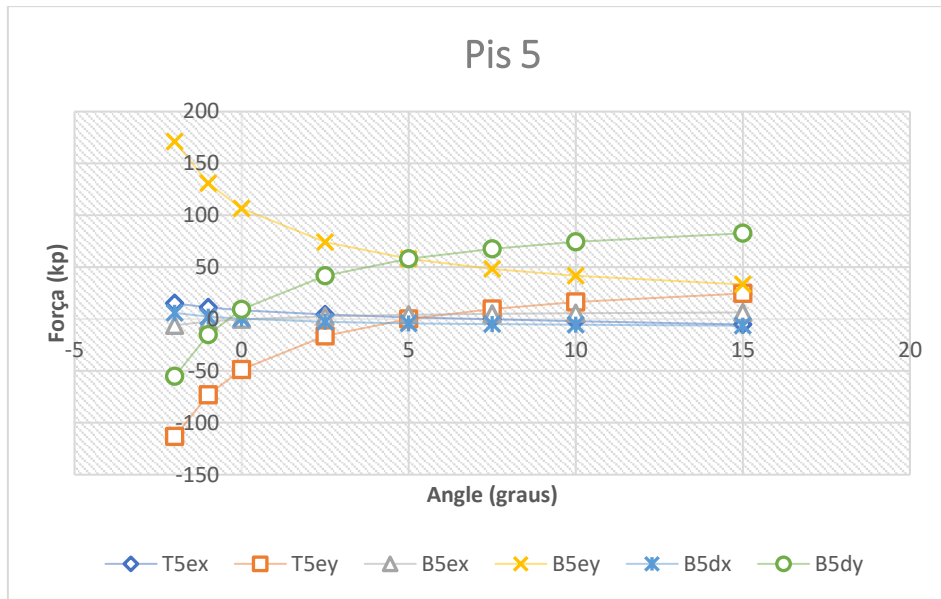


Figura 26 Corbes força-angle del cinquè pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

Com es pot observar al apropar-se la inclinació a la simetria senar la força dels braços Ty tendeix al menys infinit (estirar amb força infinita), es torna nul·la als 5 graus quan arriba a la simetria senar i al superar els 5° creix menys pronunciat, el creixement de Ty sembla un logaritme.

Si observem les forces dels peus By observem com no aguanten el mateix pes les dos persones si no estan en simetria par.

Per observar les forces més petites es mostraran aïllades al següent gràfic:

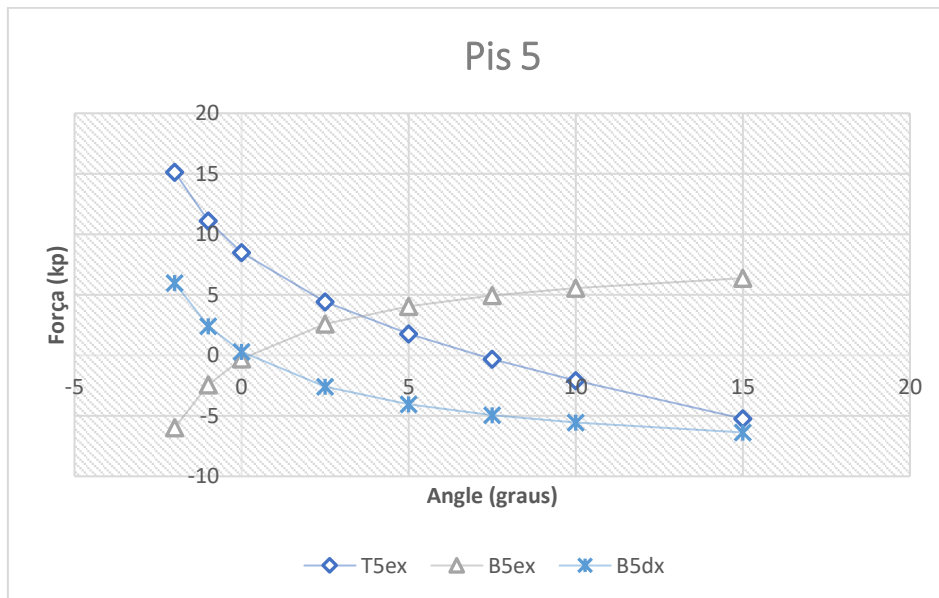


Figura 27 Corbes força-angle del cinquè pis ampliades amb inclinació asimètrica al pis 5.

Observem com afecta la diferencia d'angles a les forces horitzontals dels peus i els braços.

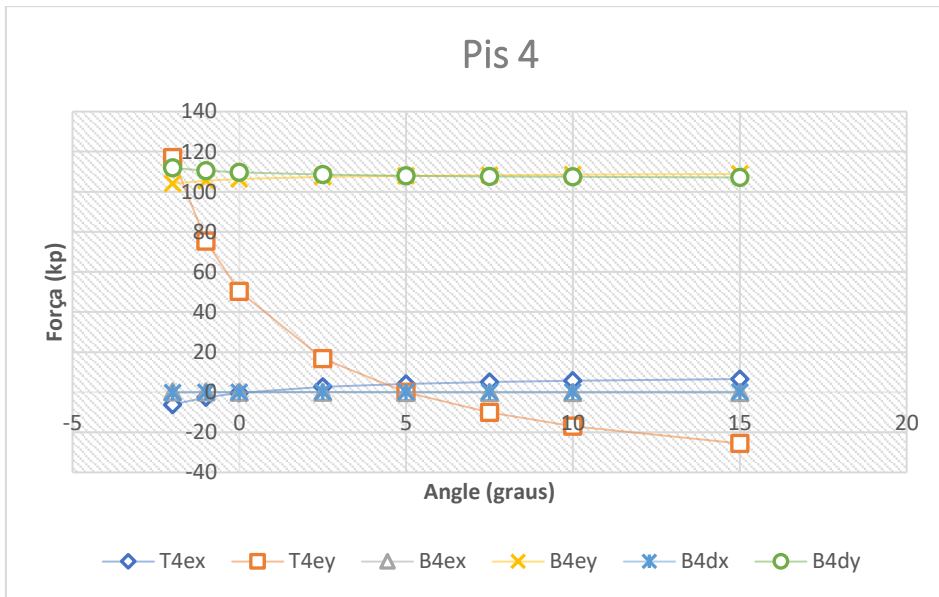


Figura 28 Corbes força-angle del quart pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

Observem que al apropar-se a la simetria senar es inestable

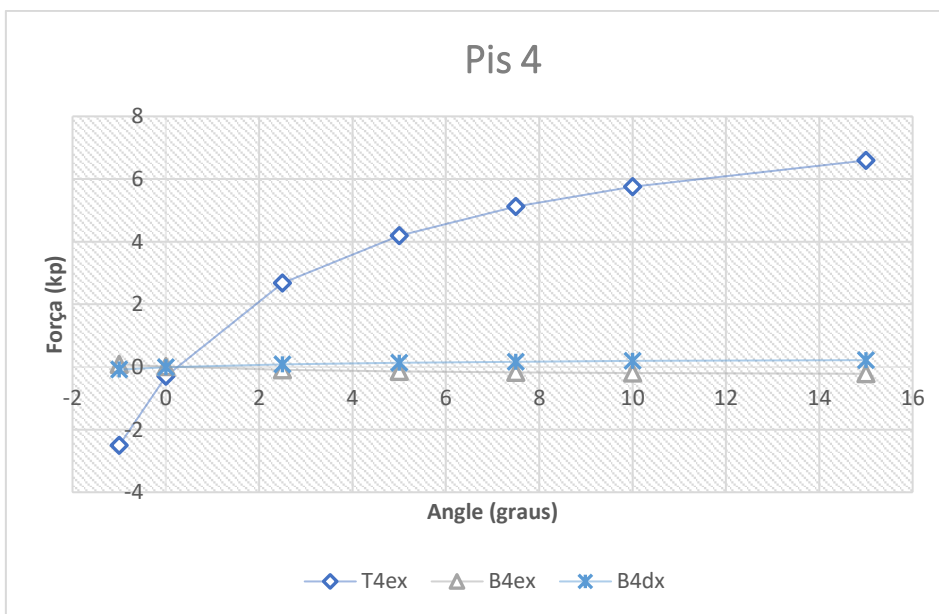


Figura 29 Corbes força-angle del quart pis ampliades amb inclinació asimètrica al pis 5.

Observem com la força horitzontal creix semblant a una funció logarítmica i les forces horitzontals als pesos son negligibles.

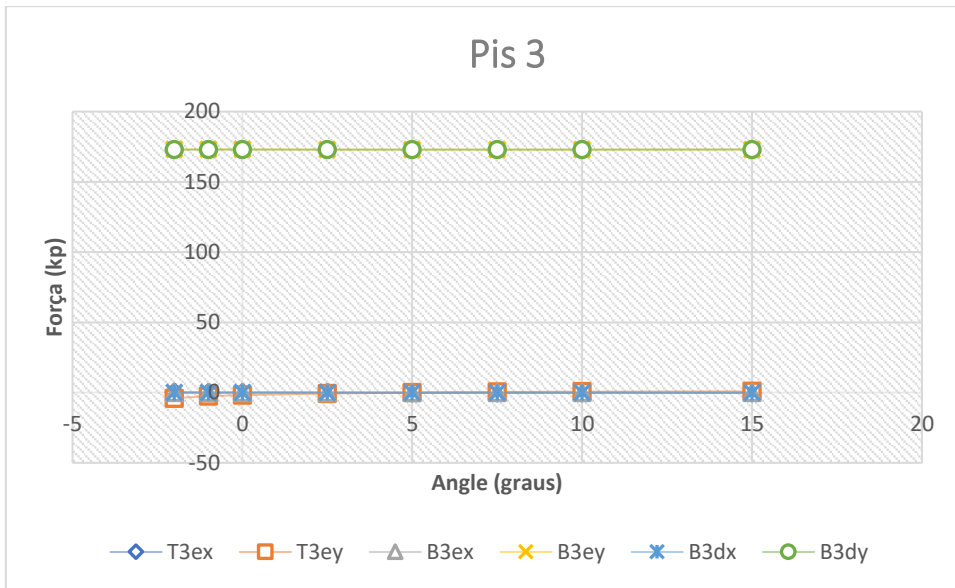


Figura 30 Corbes força-angle del tercer pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

Observem com les forces dels peus son molt grans en comparació a les altres.

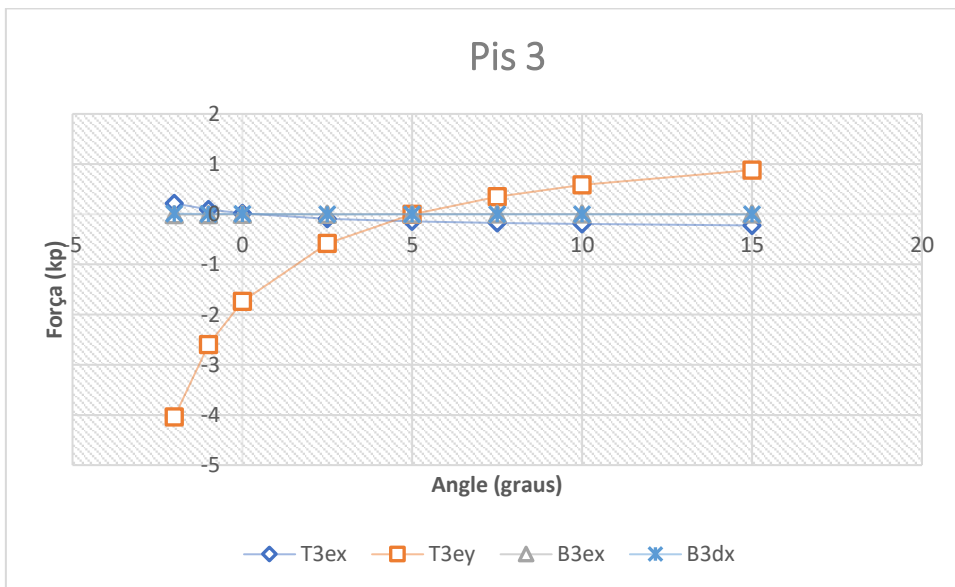


Figura 31 Corbes força-angle del tercer pis ampliat amb inclinació asimètrica al pis 5.

La força  $T_y$  segueix el mateix comportament però amb valors reduïts, les altres forces son menyspreables, dos pisos sota la pertorbació es menyspreable l'efecte del cinquè pis.

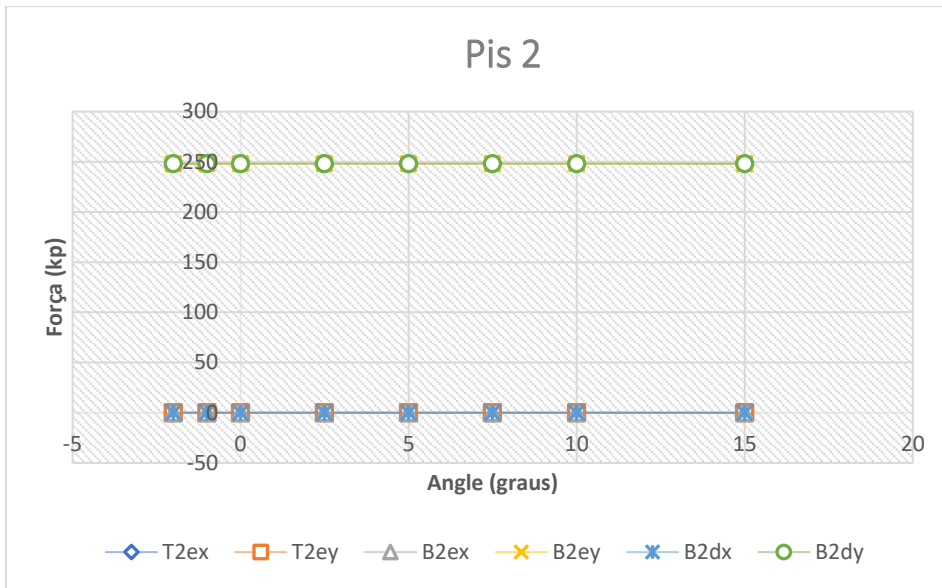


Figura 32 Corbes força-angle del segon pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

S'observa el pes que suporta cada persona, les demás forces son menyspreables.

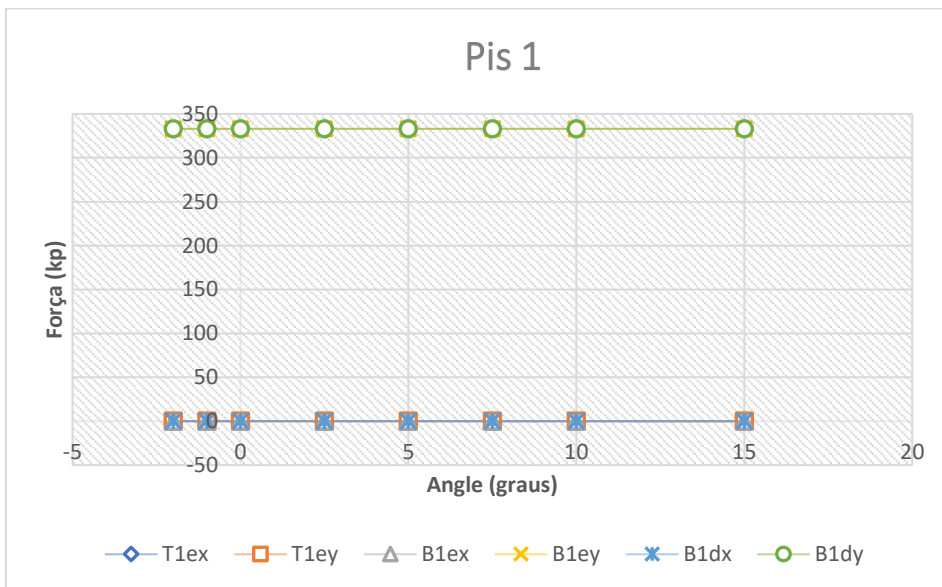


Figura 33 Corbes força-angle del primer pis amb inclinació asimètrica al pis 5.

S'observa el pes que suporta cada persona, les demás forces son menyspreables.

### 6.1.3. Inclinació asimètrica amb diferencia constant

En aquest apartat es vol comprovar com afecta la diferencia de inclinació constant per casi obtenir una simetria senar, L'angle de la dreta es l'angle de l'esquerra canviat de signe més 1 grau.

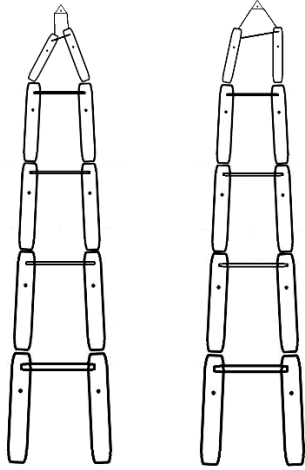


Figura 34 Representació del castell amb una inclinació semisimètrica amb diferència d'angles constant al sisé pis.

En aquests dibuixos es representa el castell amb els castellers del cinquè pis inclinats amb una diferència constant.

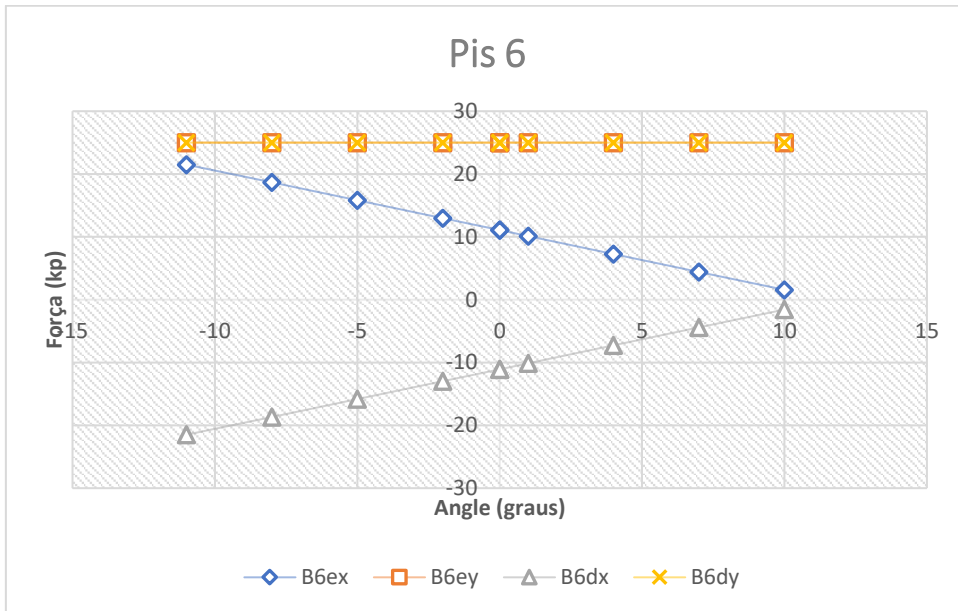


Figura 35 Corbes força-angle del sisé pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

El comportament es el mateix que en els altres casos.

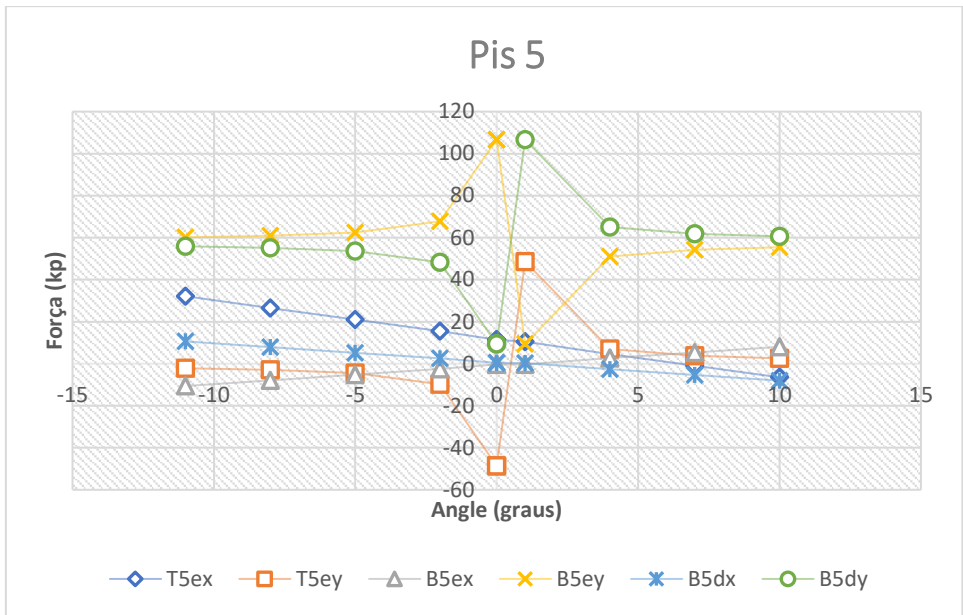


Figura 36 Corbes força-angle del cinquè pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

Observem que al apropar-se als 5° s'apropa el sistema a la simetria senar i condició de inestabilitat. La força del braç Ty te un comportament de simetria senar en torn al punt 0.5°.

Per observar millor el comportament utilitzaré la següent gràfica:

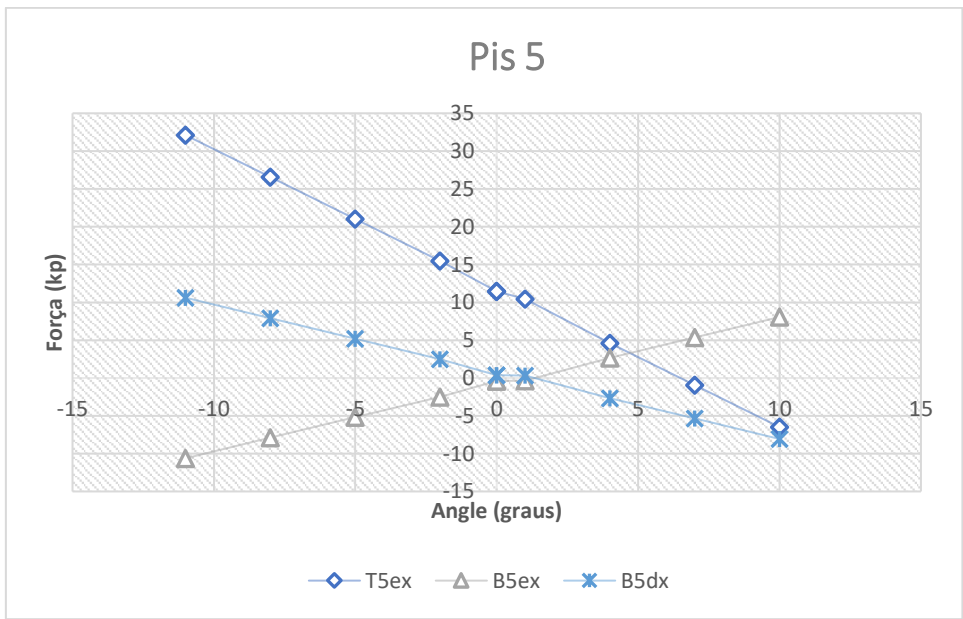


Figura 37 Corbes força-angle del cinquè pis ampliat amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

S'observa com les forces horitzontals als peus es tornen zero al punt de simetria par a 0.5, quan més s'allunyi d'aquest punt més gran seran els valors absoluts les forces Bx i By

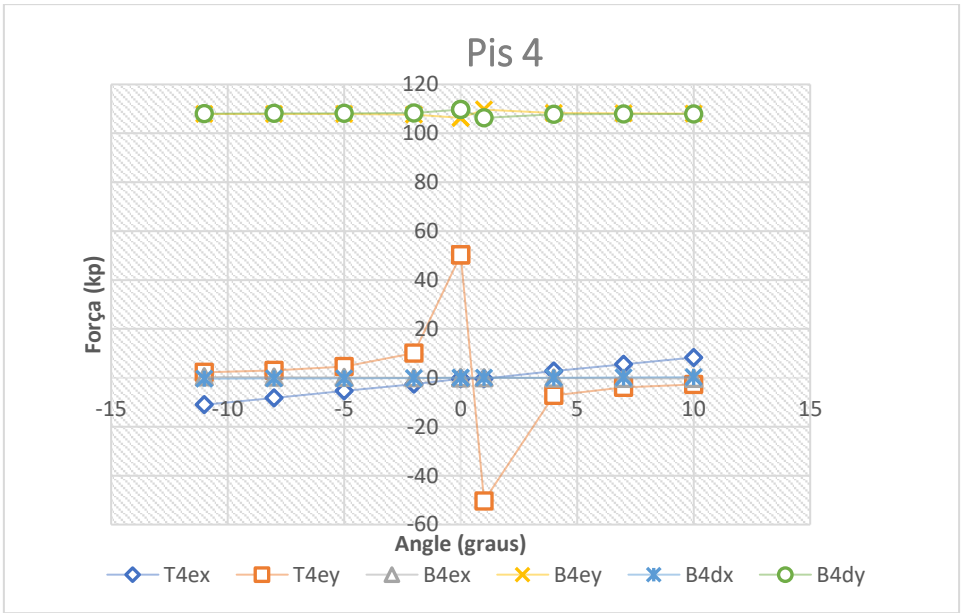


Figura 38 Corbes força-angle del quart pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

Els efectes són reduïts però no menyspreables, remarcant la força Ty.

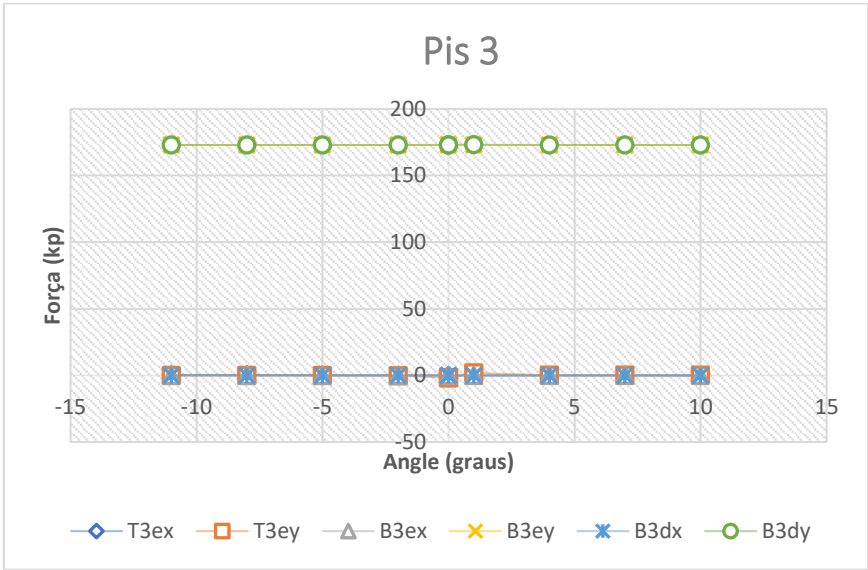


Figura 39 Corbes força-angle del tercer pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

En aquesta gràfica no s'observa un canvi notable.

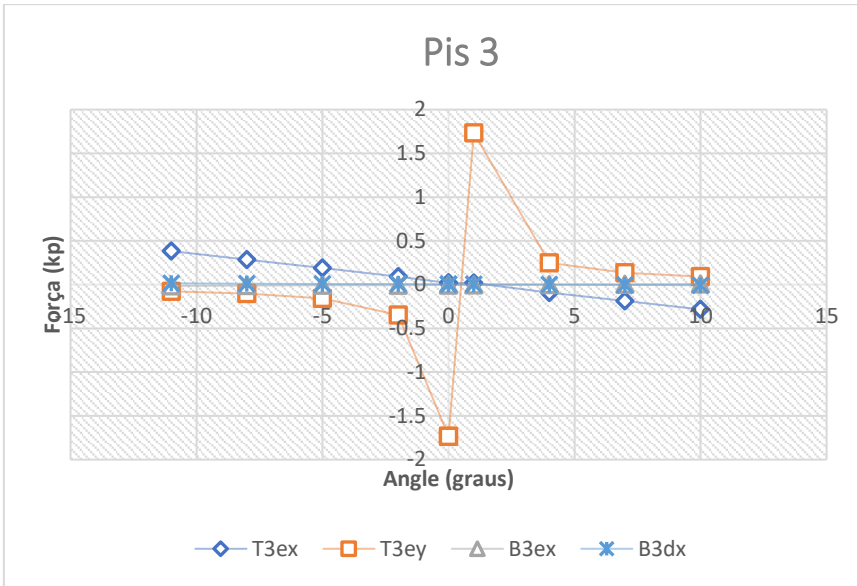


Figura 40 Corbes força-angle del tercer pis ampliat amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

En aquesta gràfica també s'observa que dos pisos sota el efecte es menyspreable.

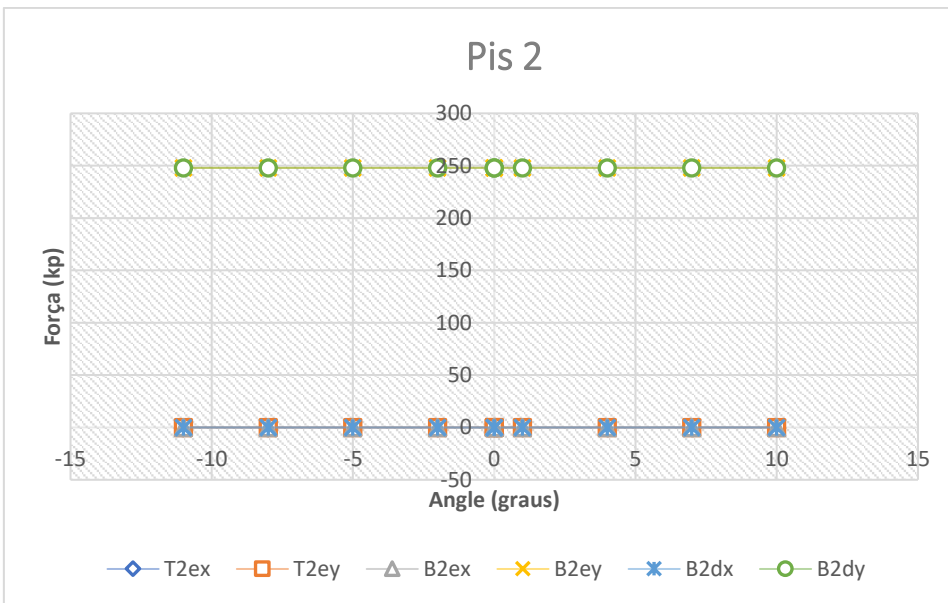


Figura 41 Corbes força-angle del segon pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

S'observa el pes que suporta cada persona, les demés forces son menyspreables.

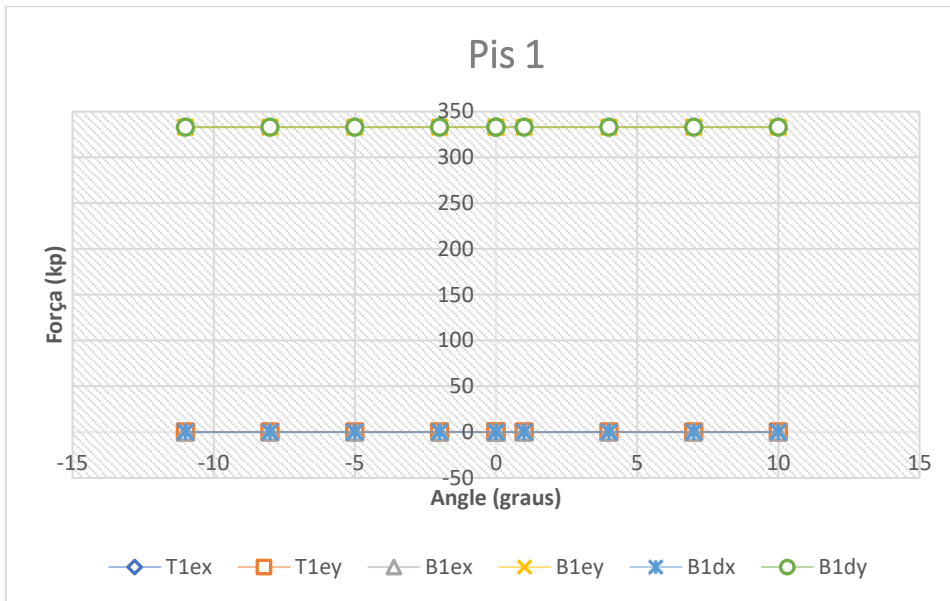


Figura 42 Corbes força-àngul del primer pis amb diferència d'inclinació constant al pis 5.

S'observa el pes que suporta cada persona, les demés forces son menyspreables.

## 6.2. Inclinació al tercer pis

En aquest apartat s'estudia com afecta a les forces d'estabilitat que el tercer pis canvi les seves inclinacions, i el quart pis compensa la inclinació de la persona del pis inferior per mantenir el centre de gravetat de tota la torre al mateix punt.

### 6.2.1. Inclinació simètrica

El tercer pis variarà les inclinacions dels dos components i el pis superior tindrà la inclinació adequada per mantenir la distància entre persones a 0.5 m. El rang es limitat físicament als 9° ja que com son persones més altes als 9° ja es toquen els dos pisos.

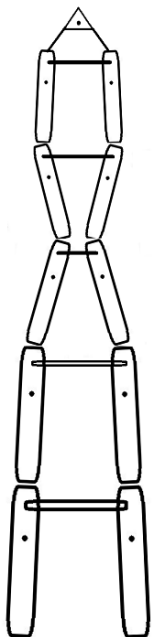


Figura 43 Representació castell amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Aquest dibuix representa el tercer pis inclinat amb simetria par i el 4 pis compensant l'inclinació de la persona de sota.

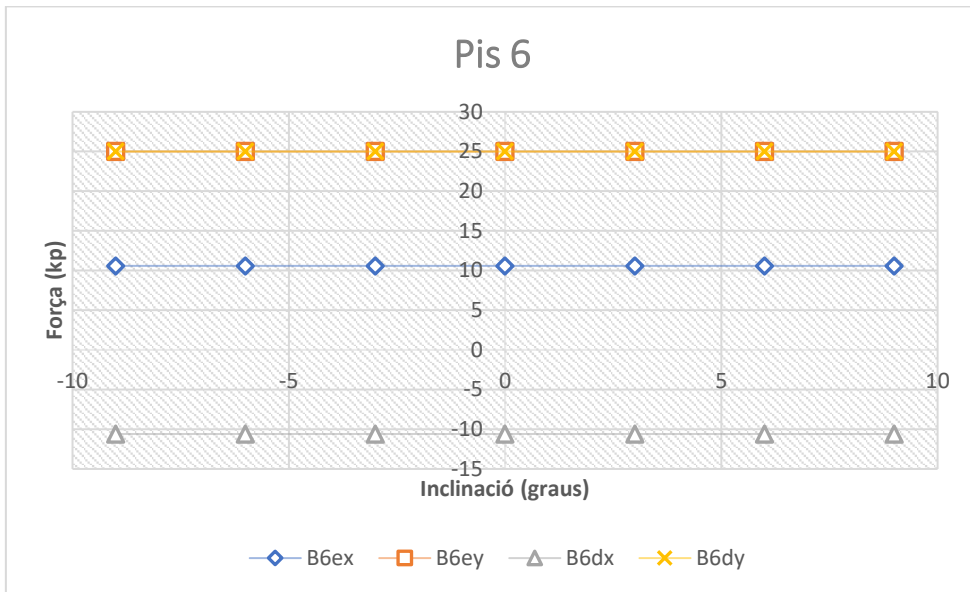


Figura 44 Corbes força-àngle del pis 6 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Com la separació entre els castellers es constant no varien les forces.

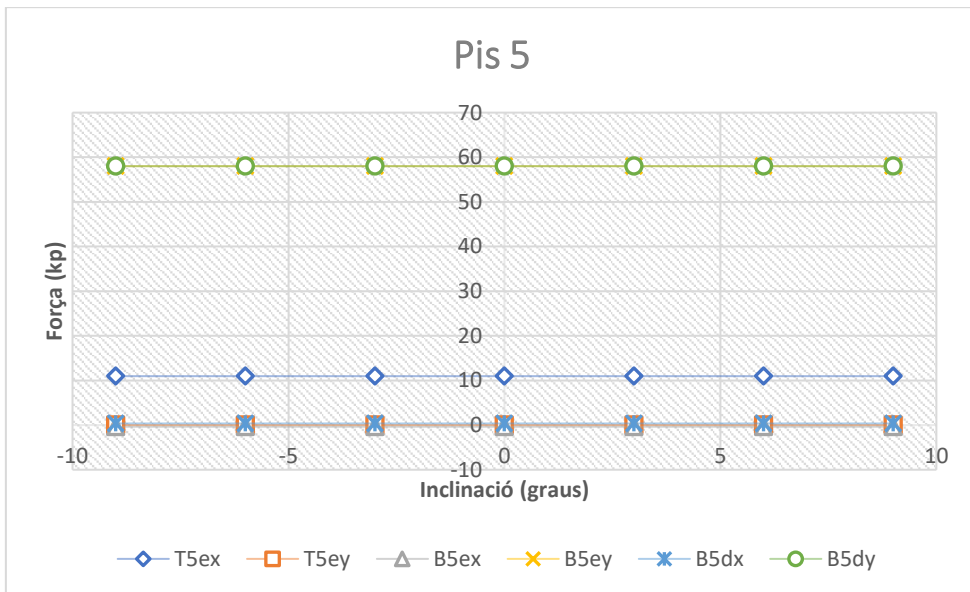


Figura 45 Corbes força-àngle del pis 5 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Encara que el pis inferior està inclinat no te cap efecte perceptible.

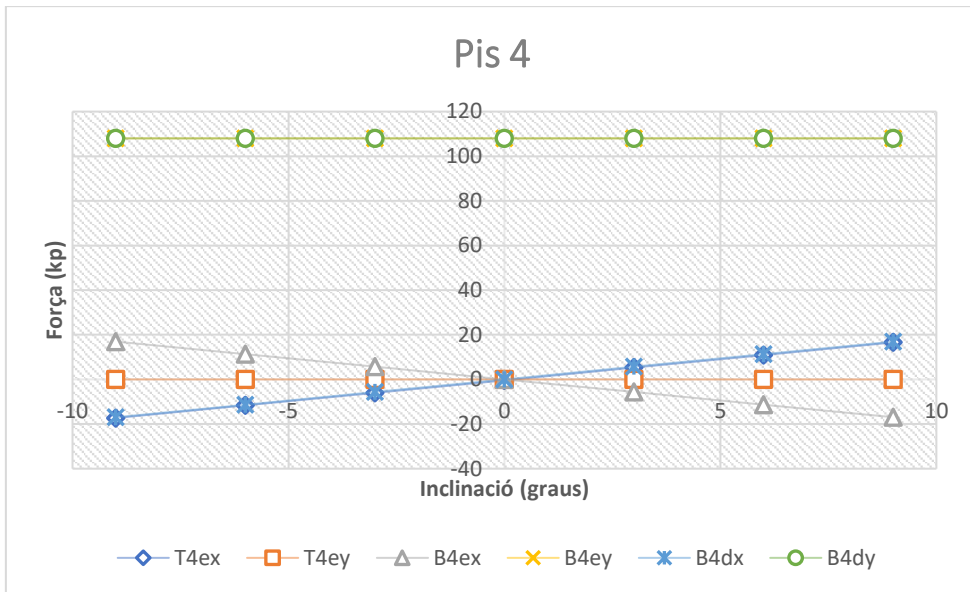


Figura 46 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Observem que com es un sistema simètric senar les forces verticals als peus son iguals, la distribució de pes es uniforme, per observar millor les altres forces les aïllem al següent gràfic:

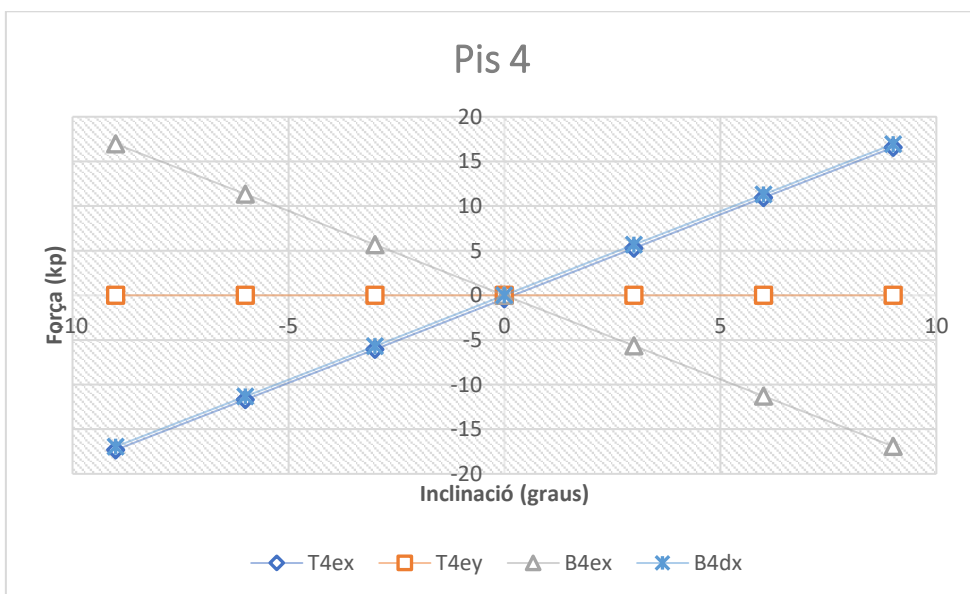


Figura 47 Corbes força-angle del pis 4 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

S'observa com s'esperava d'un sistema simètric par les forces dels peus son equivalents canviades de signe i els braços treballen a compressió per angles positius i tracció per angles negatius.

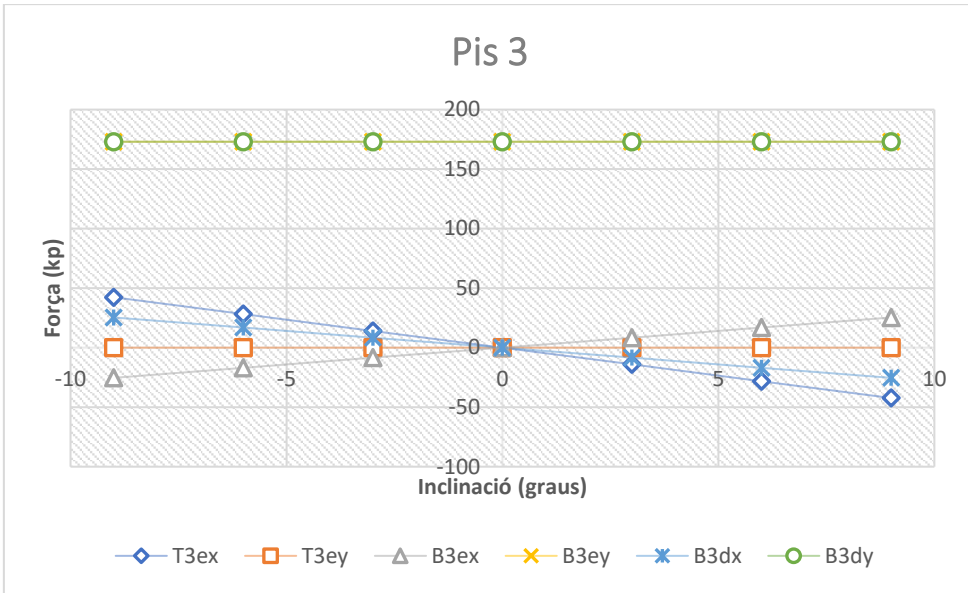


Figura 48 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Observem com el pis té simetria per les forces horitzontals són simètriques, la força dels braços no tenen component vertical i la distribució dels pesos es simètrica, per apreciar l'efecte millor aïllem les variables petites a la següent gràfic:

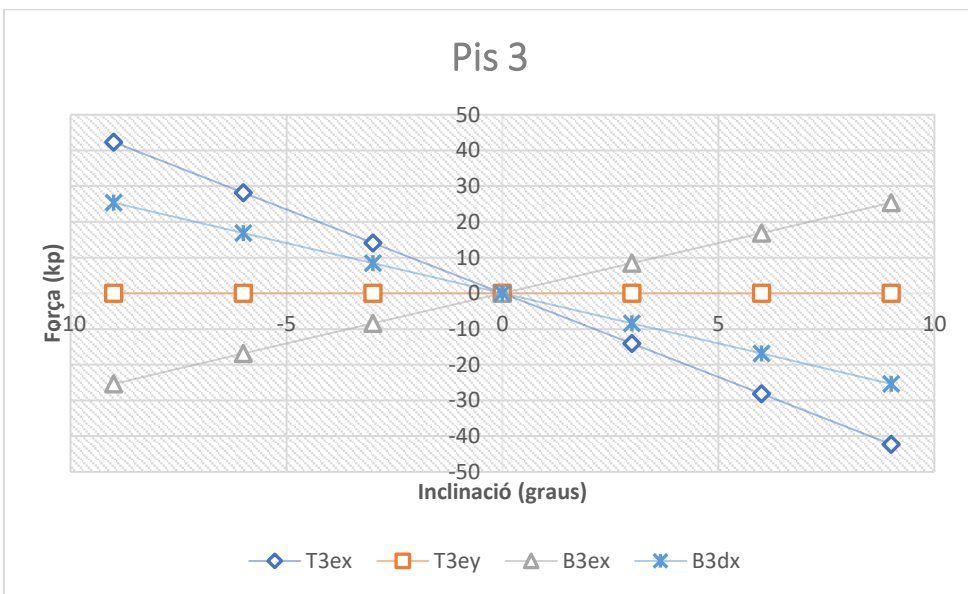


Figura 49 Corbes força-angle del pis 3 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

S'observa el comportament esperat, simetria en les forces Bx.

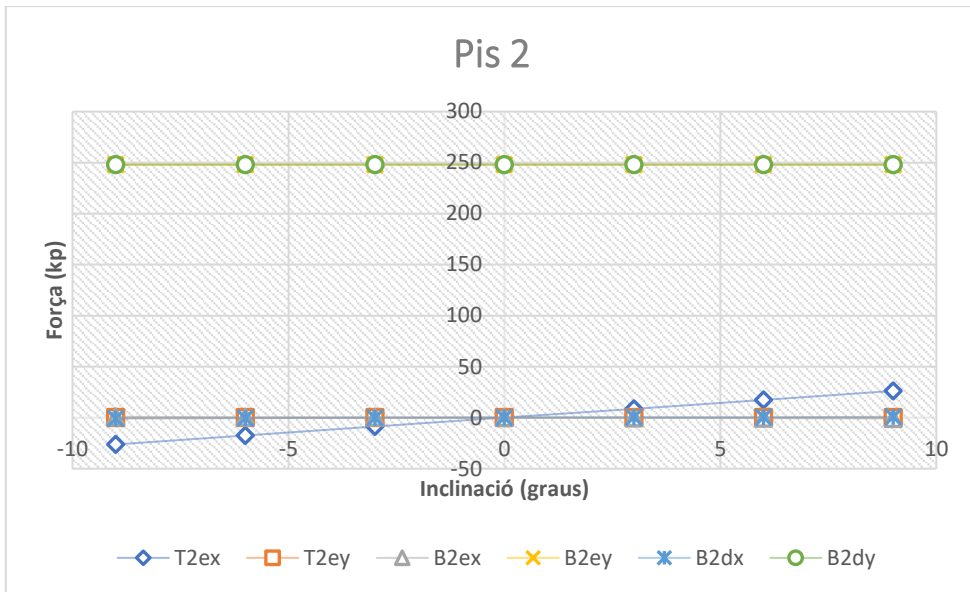


Figura 50 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Podem observar com si hi ha efectes causats per l'inclinació del pis superior, per apreciar l'efecte millor aïllem les variables petites a la següent gràfic:

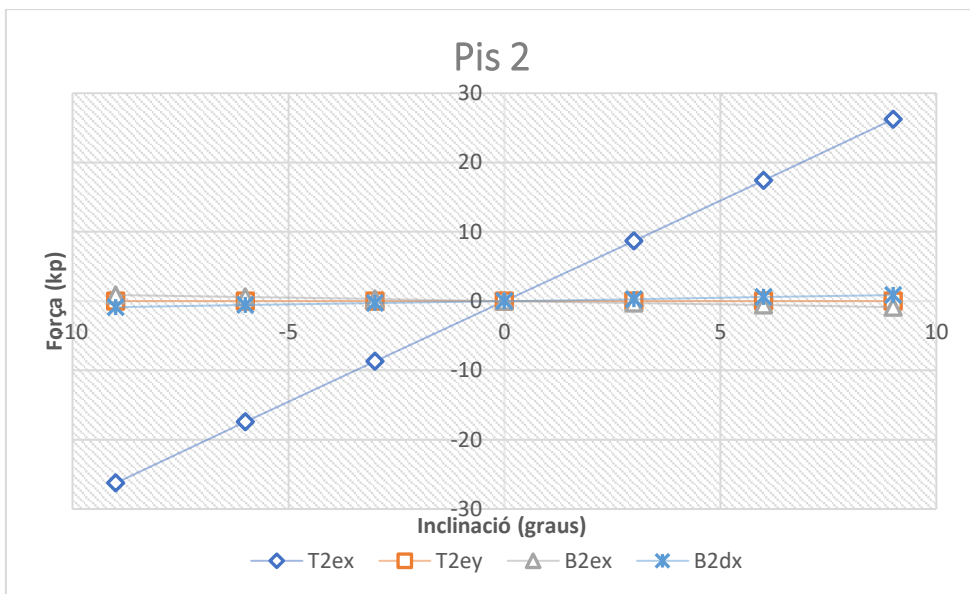


Figura 51 Corbes força-angle del pis 2 ampliat amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

La força horitzontal dels peus Bx es menyspreable però la força dels braços no, aquesta es proporcional a les forces Bx del pis superior.

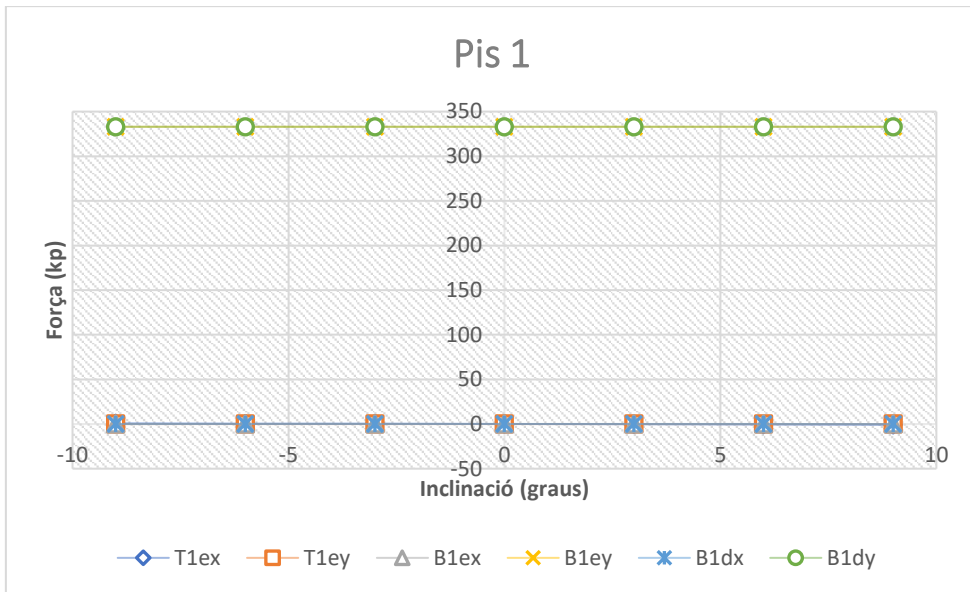


Figura 52 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació simètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Dos pisos sota la inclinació els efectes són menyspreables.

### 6.2.2. Inclinació asimètrica

La persona de la dreta sempre estarà inclinada a  $-5^\circ$  i la persona de l'esquerra variarà la seva inclinació en el rang de  $-12^\circ$  a  $10^\circ$

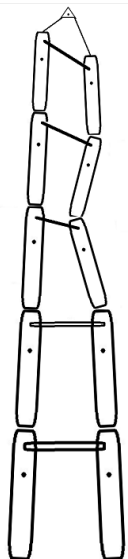


Figura 53 Representació castell amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

El dibuix representa la inclinació de tercer i quart pis, les mesures han sigut sobredimensionades per apreciar millor l'efecte sobre els pisos superiors.

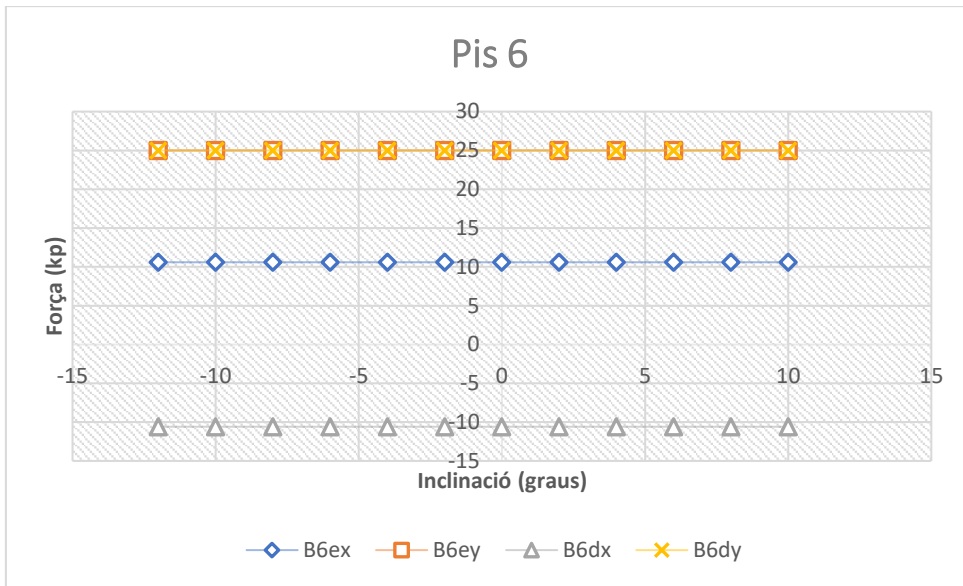


Figura 54 Corbes força-àngle del pis 6 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

No s'aprecia cap efecte degut a l'inclinació dels pisos 3 i 4, la variació d'alçada ha sigut poca, la variació es menyspreable.

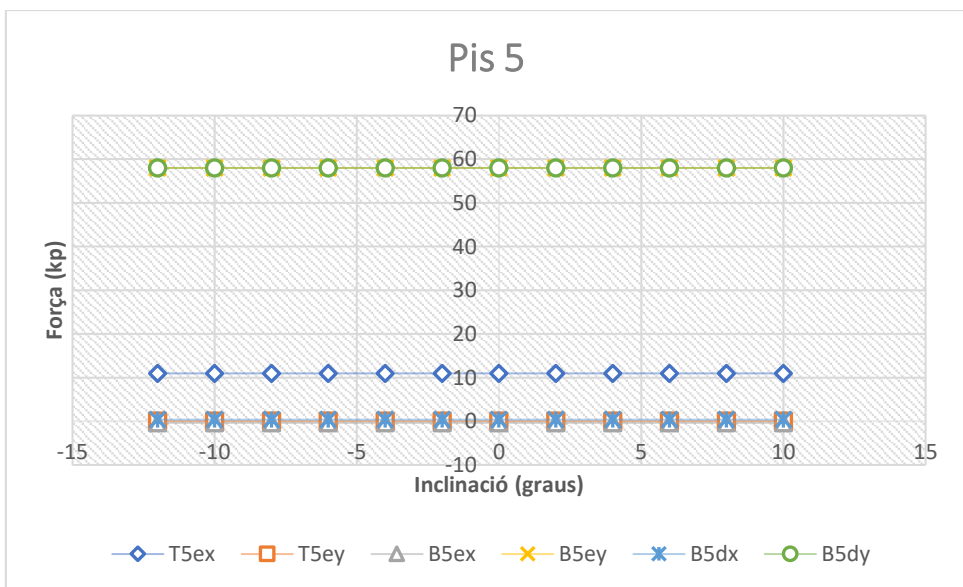


Figura 55 Corbes força-àngle del pis 5 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

No s'aprecia cap efecte degut a l'inclinació dels pisos 3 i 4, les forces més petites es mostraran en la següent gràfica:

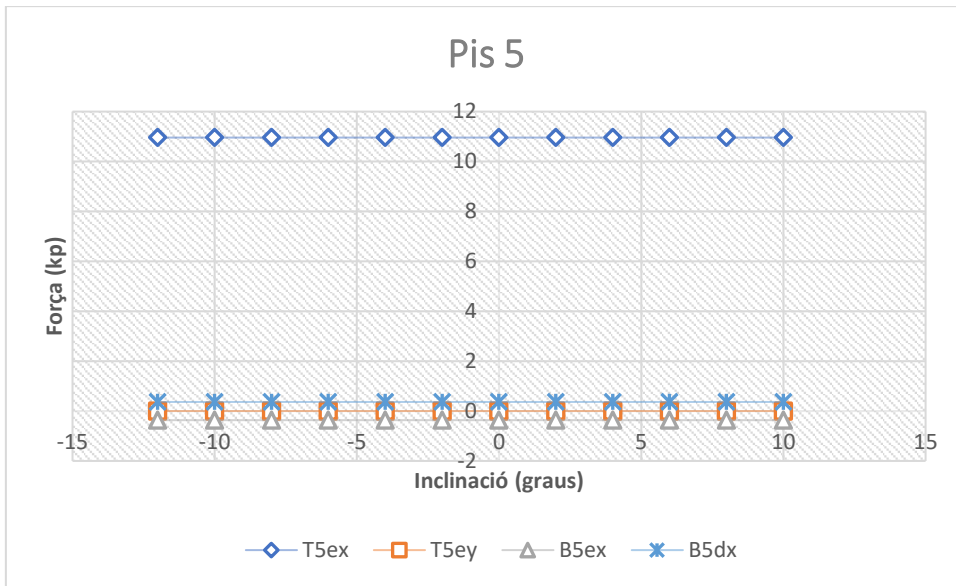


Figura 56 Corbes força-angle del pis 5 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

La força dels braços es deguda al l'efecte del pis superior, no es apreciable cap efecte dels pisos inferiors.

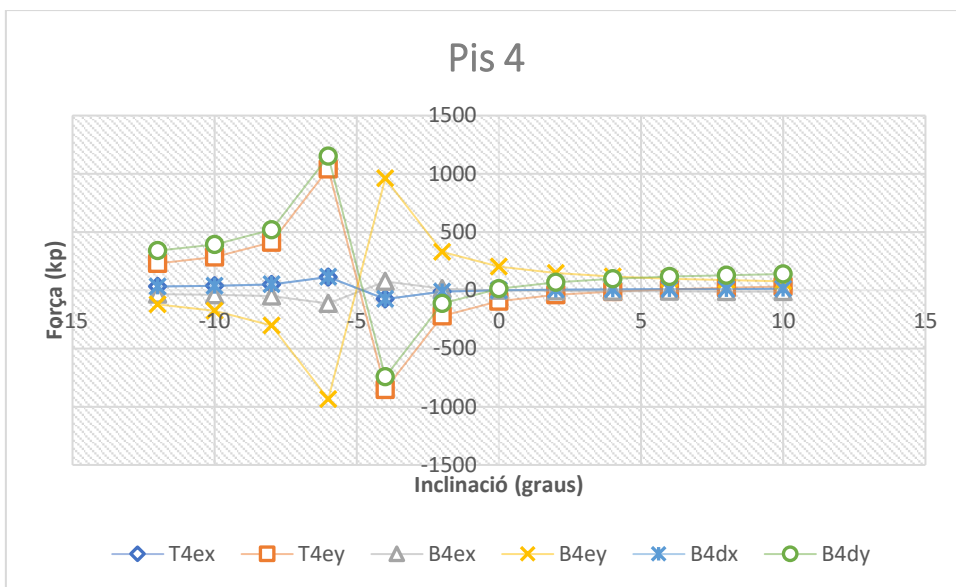


Figura 57 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Observem que al punt de simetria senar es inestable, les forces verticals dels braços tendeixen al infinit i per conseqüència la distribució de forces verticals als peus també tendeixen al infinit. Per apreciar les forces amb més detall la següent gràfica te un rang més reduït:

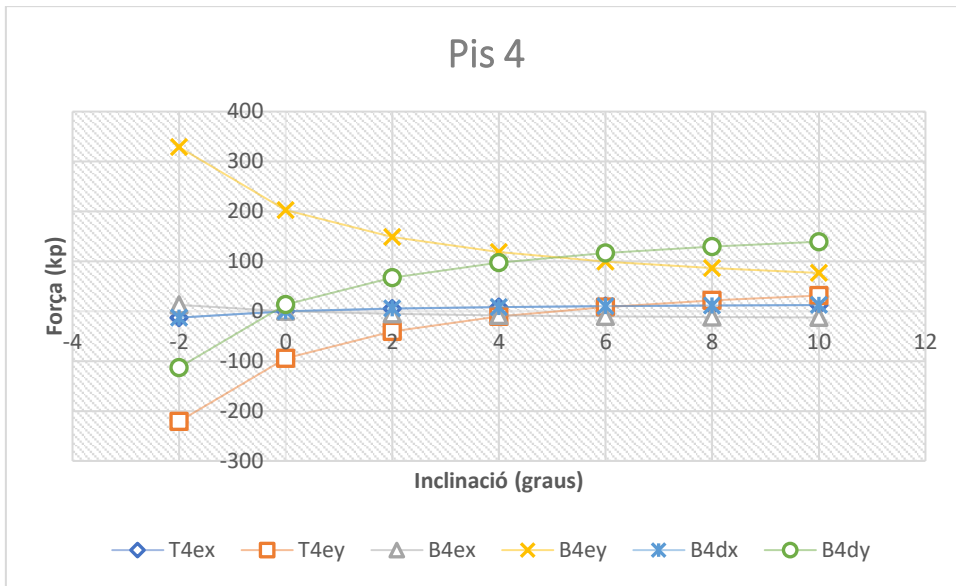


Figura 58 Corbes força-angle del pis 4 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

S'aprecia com als 5° el sistema es simètric la distribució de pesos es simètrica. Per apreciar les forces més petites es mostren en la següent gràfica:

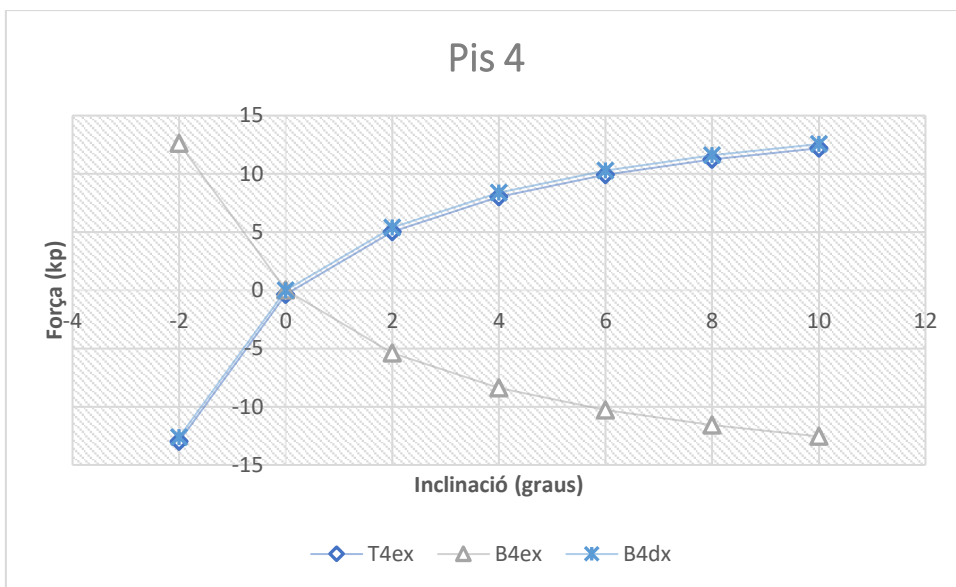


Figura 59 Corbes força-angle del pis 4 molt ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Observem que les forces horitzontals als peus son simètriques i augmenten al augmentar l'angle.

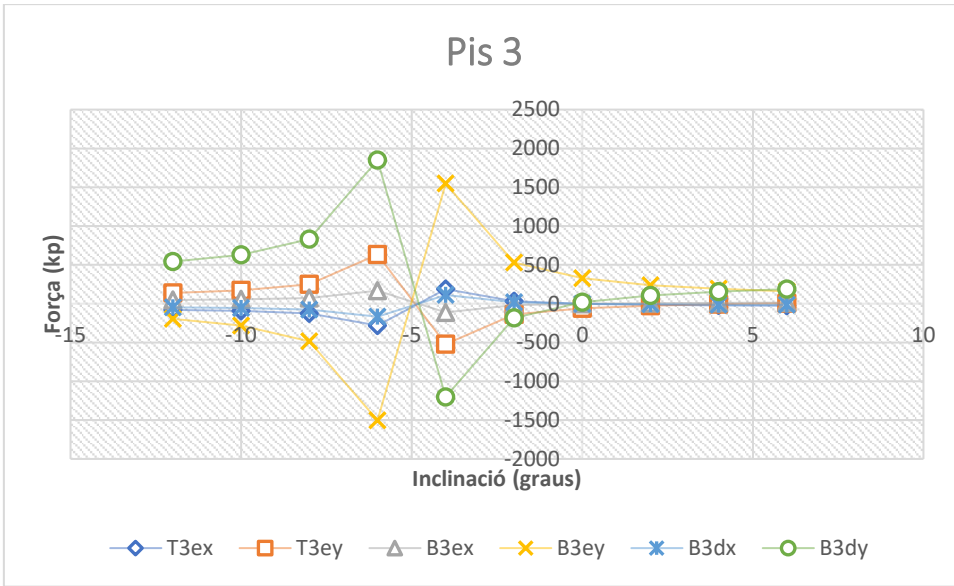


Figura 60 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

En aquest pis passa el mateix que a l'anterior.

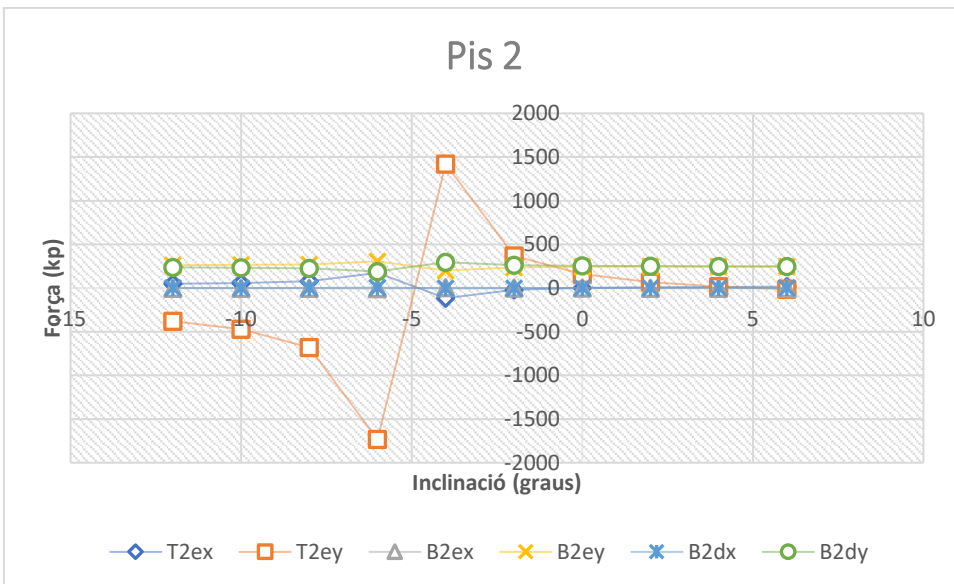


Figura 61 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

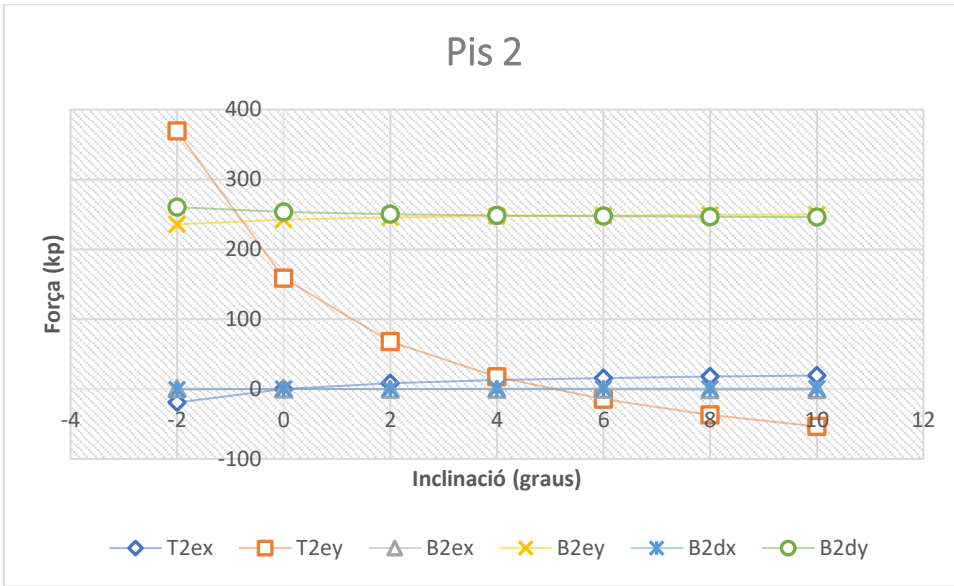


Figura 62 Corbes força-angle del pis 2 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Per observar millor les forces més petites es mostren al següent gràfic:

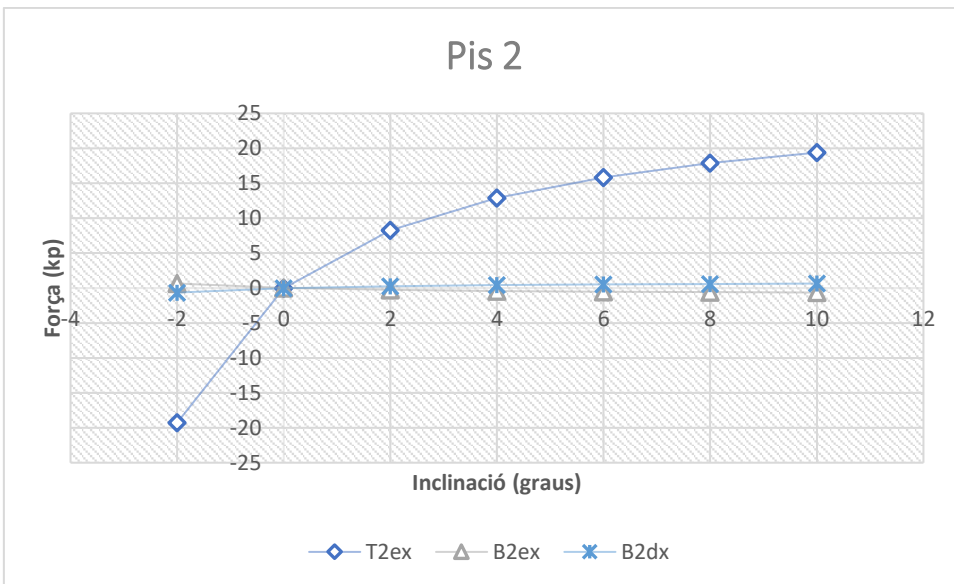


Figura 63 Corbes força-angle del pis 2 molt ampliat amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

Les forces horitzontals als peus es menyspreable.

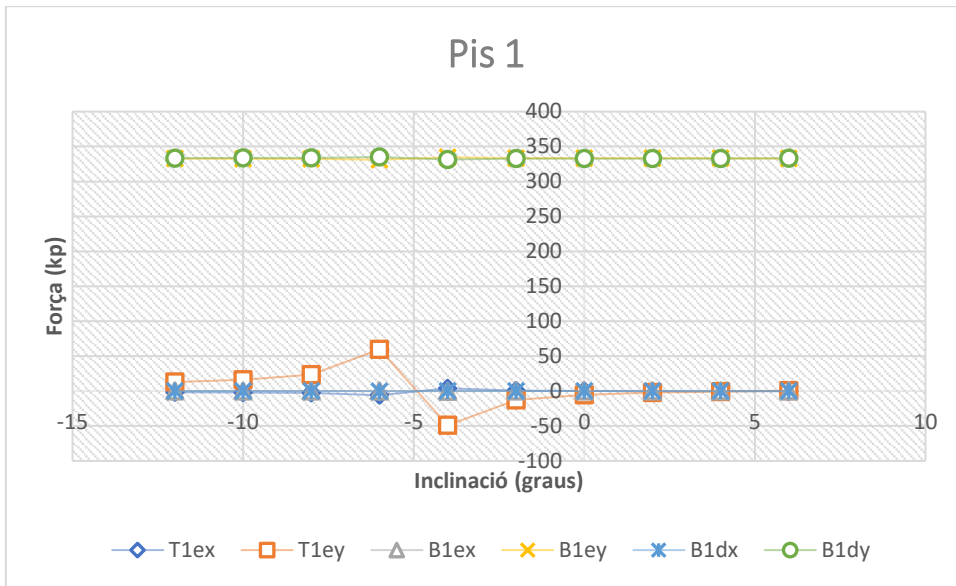


Figura 64 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació asimètrica al pis 3 i compensació al pis 4.

### 6.3. Inclinació al primer pis

El tercer pis variarà les inclinacions dels dos components i el pis superior tindrà la inclinació adequada per mantenir la distància entre persones a 0.5 m. El rang es limitat físicament als 9° ja que com son persones més altes als 9° ja es toquen els dos pisos.

#### 6.3.1. Inclinació simètrica

El tercer pis variarà les inclinacions dels dos components i el pis superior tindrà la inclinació adequada per mantenir la distància entre persones a 0.5 m. El rang es limitat físicament als 9° ja que com son persones més altes als 9° ja es toquen els dos pisos.

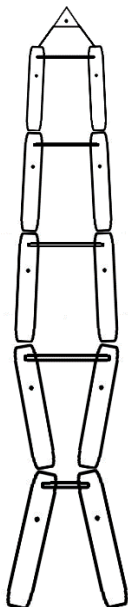


Figura 65 Representació castell amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Representació del castell amb el primer i segon pis amb inclinació simètrica par.

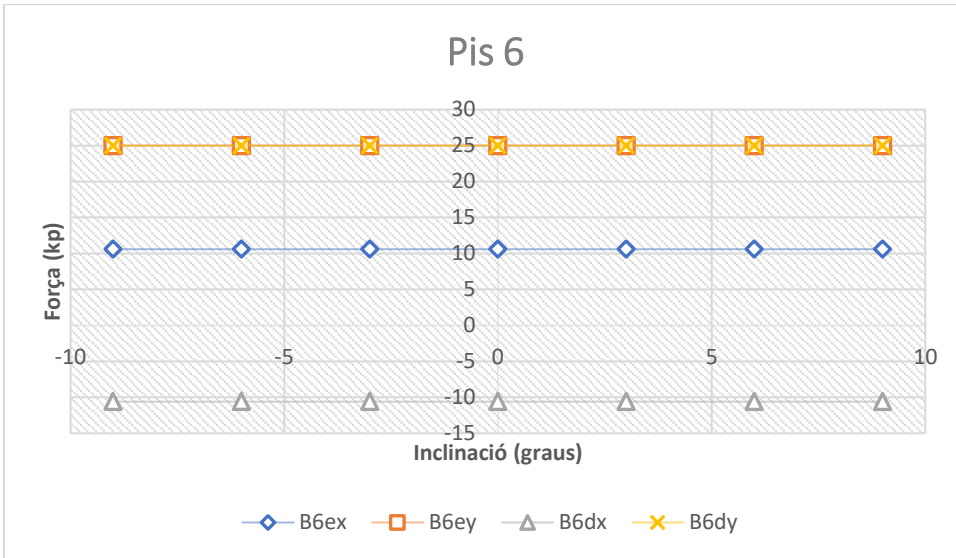


Figura 66 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Son els resultats esperats.

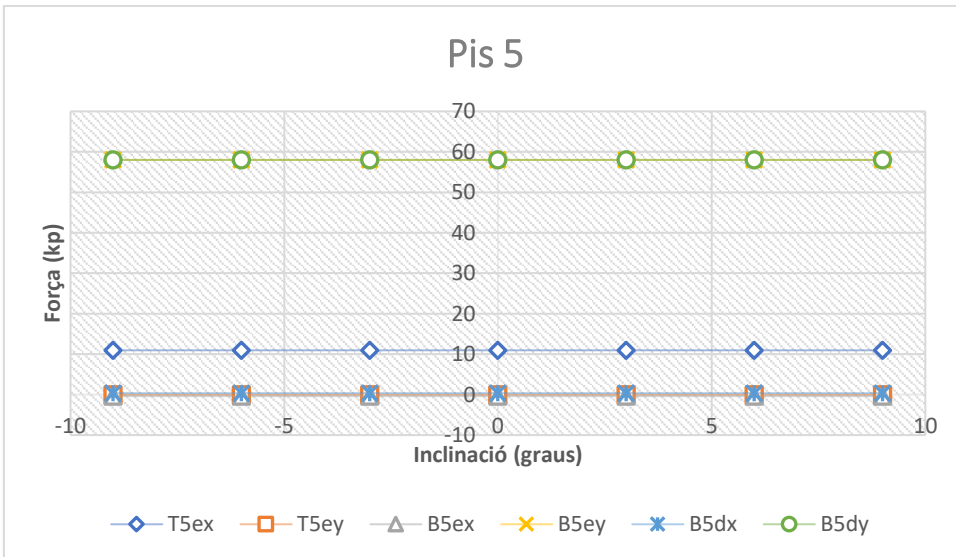


Figura 67 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Son els resultats esperats.

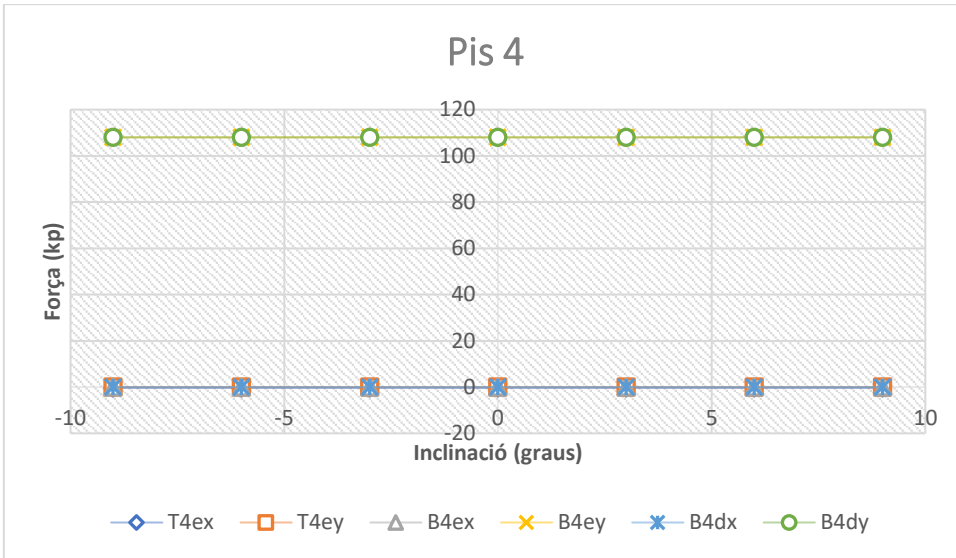


Figura 68 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Son els resultats esperats.

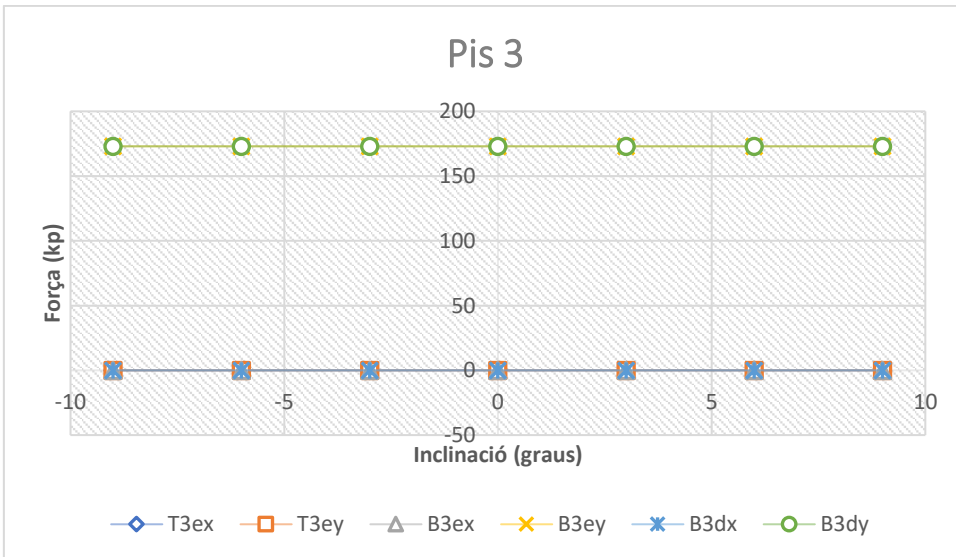


Figura 69 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem que les forces no es veuen afectades per l'inclinació del pis interior

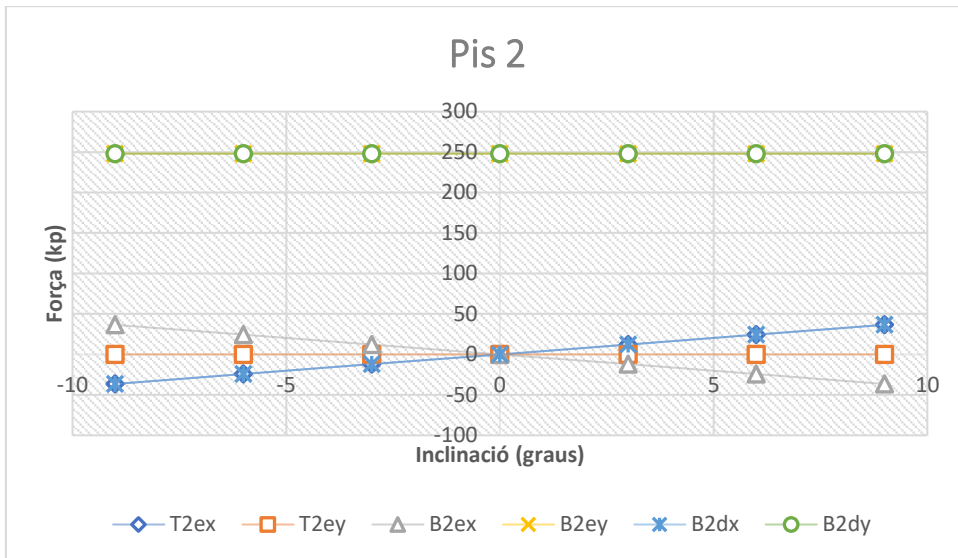


Figura 70 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem que el comportament es l'esperat, com es un pis amb inclinació simètrica per la distribució de forces es igual.

Per apreciar la diferencia de l'efecte de l'inclinació en funció del pes, a la següent gràfica es mostren el pis 2 i el pis 4:

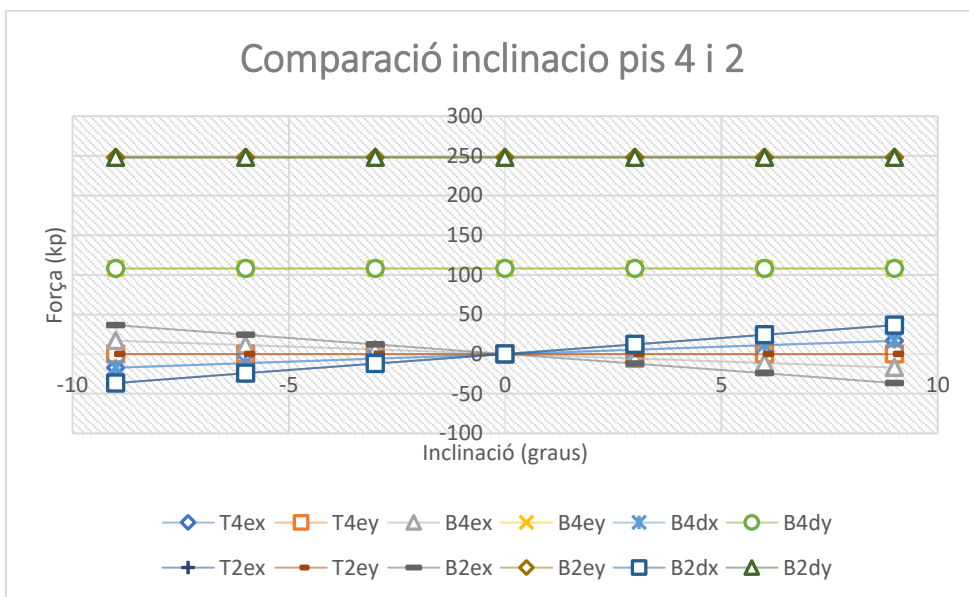


Figura 71 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

En aquesta gràfica es mostren les forces dels pisos 4 i 2 per al mateix rang de inclinació de dels pisos 3 i 1 respectivament. Apreciem que el comportament es el mateix, però el pis 2 aguanta més del doble que el pis 4. Per apreciar les forces més petites es mostren al següent gràfic.

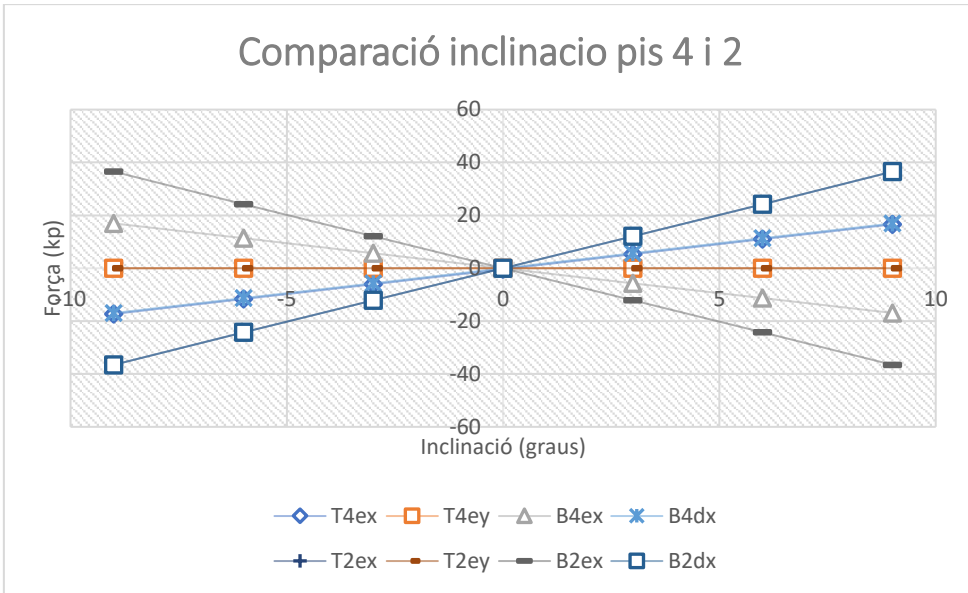


Figura 72 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 ampliat amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem que el pis 2 que suporta més pes presenta un major creixement de les forces horitzontals dels peus i braços, com el pis es simètric par no hi ha força vertical als braços.

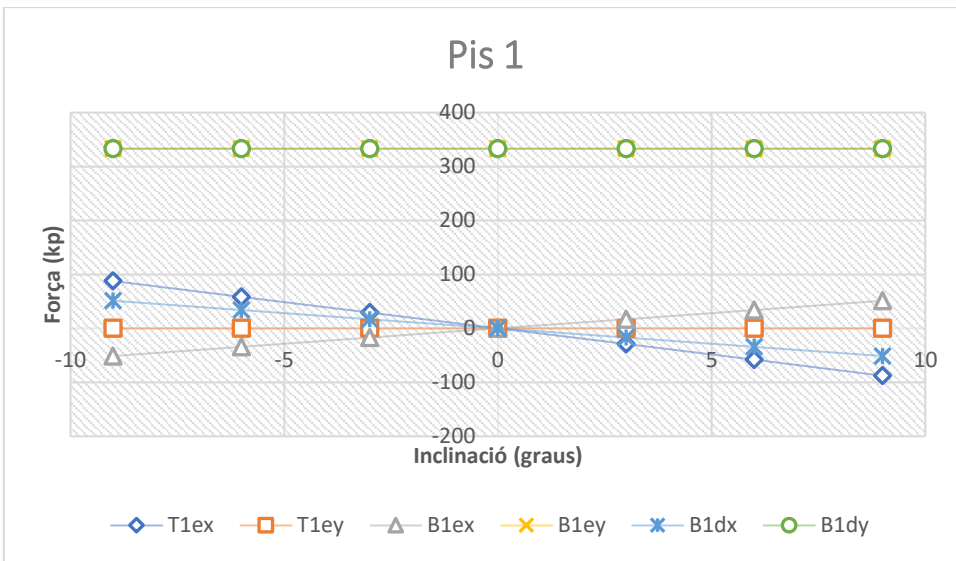


Figura 73 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem el comportament esperat. I si comparem les forces amb el pis 3 amb les mateixes inclinacions obtenim:

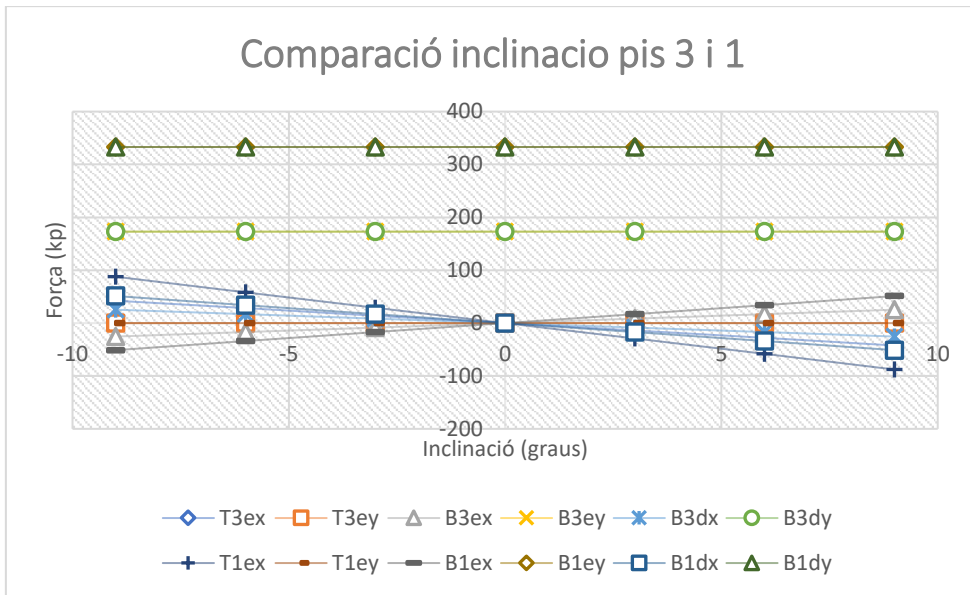


Figura 74 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Com hem fet avanç es motra les forces dels pisos 3 i 1 per el mateix rang d'inclinació del pis respectiu.

Per apreciar les forces més petites es mostrarán a la següent gràfica:

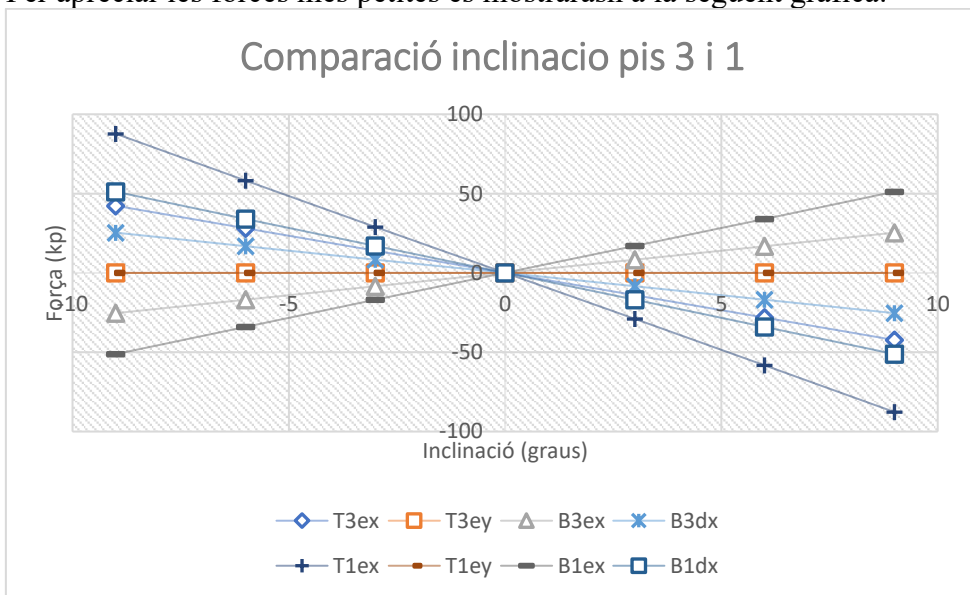


Figura 75 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 ampliat amb inclinació simètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem com que al pis 2 hi habien forces horitzontals als peus més grans, per aixó la força horitzontal dels braços es més gran al pis 1 que al 3, les demás observacions son les mateixes que el cas del segon i quart pis.

### 6.3.2. Inclinació asimètrica

El primer pis variarà les inclinacions dels dos components i el segon pis tindrà la inclinació adequada per mantenir la distancia entre persones a 0.5 m. El rang es limitat físicament als 9° ja que als 9° ja es toquen els dos pisos.

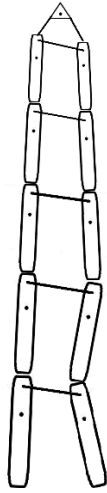


Figura 76 Representació castell amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Representació del castell amb inclinació asimètrica al primer pis i compensació de la inclinació al segon pis.

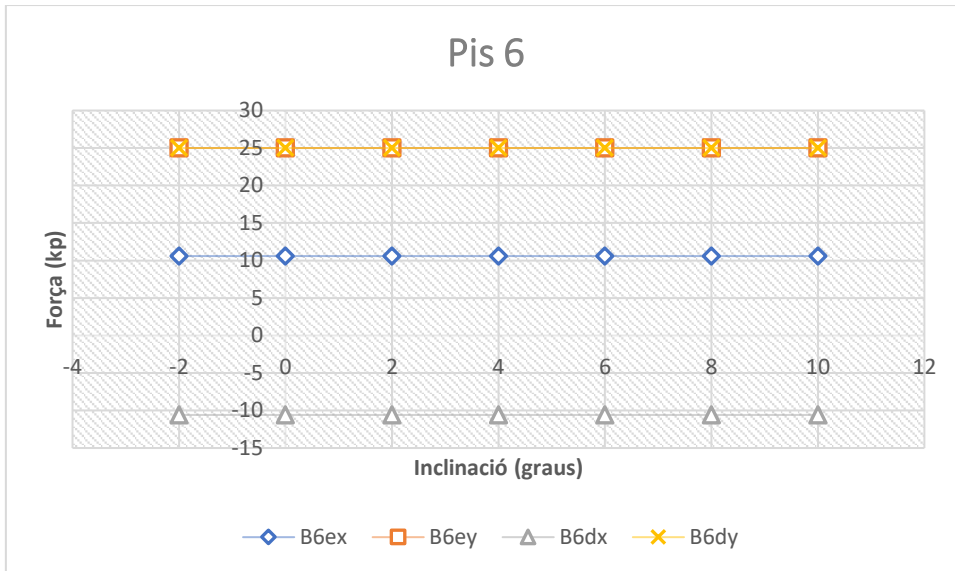


Figura 77 Corbes força-angle del pis 6 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Es el comportament esperat.

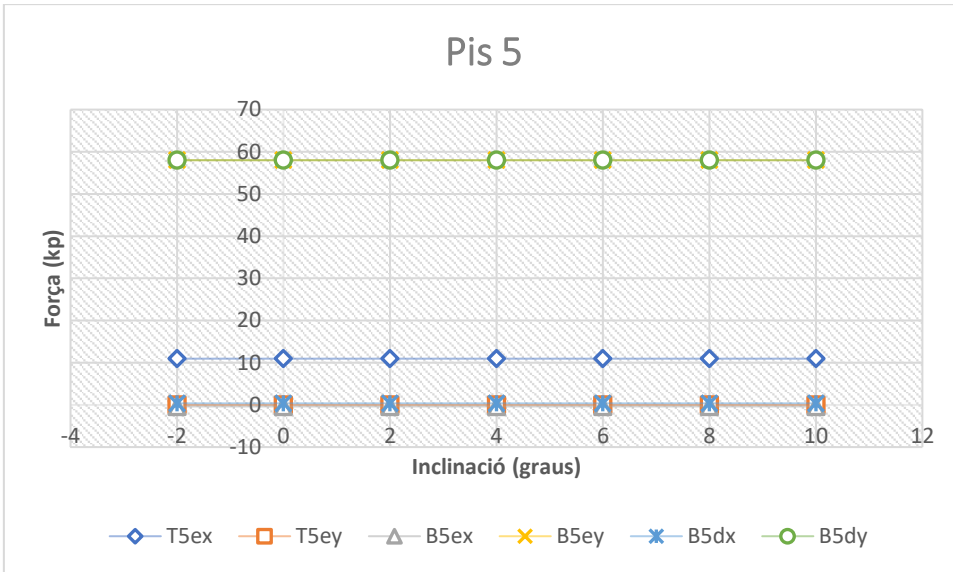


Figura 78 Corbes força-angle del pis 5 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Es el comportament esperat.

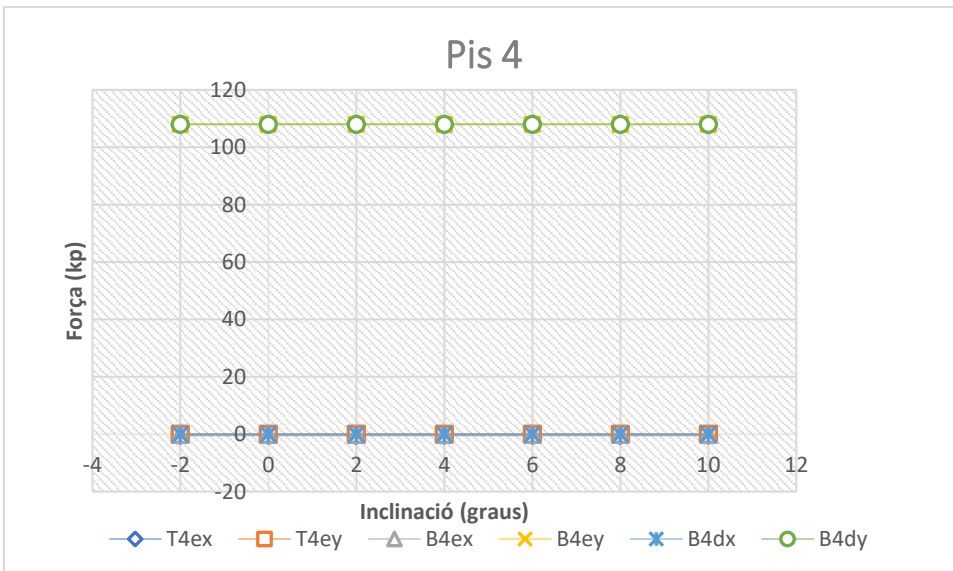


Figura 79 Corbes força-angle del pis 4 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Es el comportament esperat.

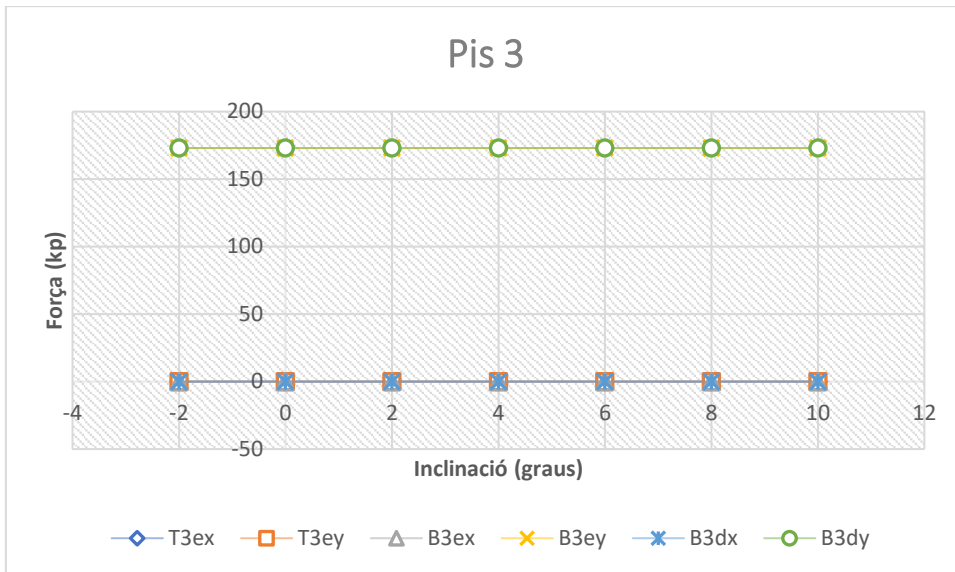


Figura 80 Corbes força-angle del pis 3 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Es el comportament esperat.

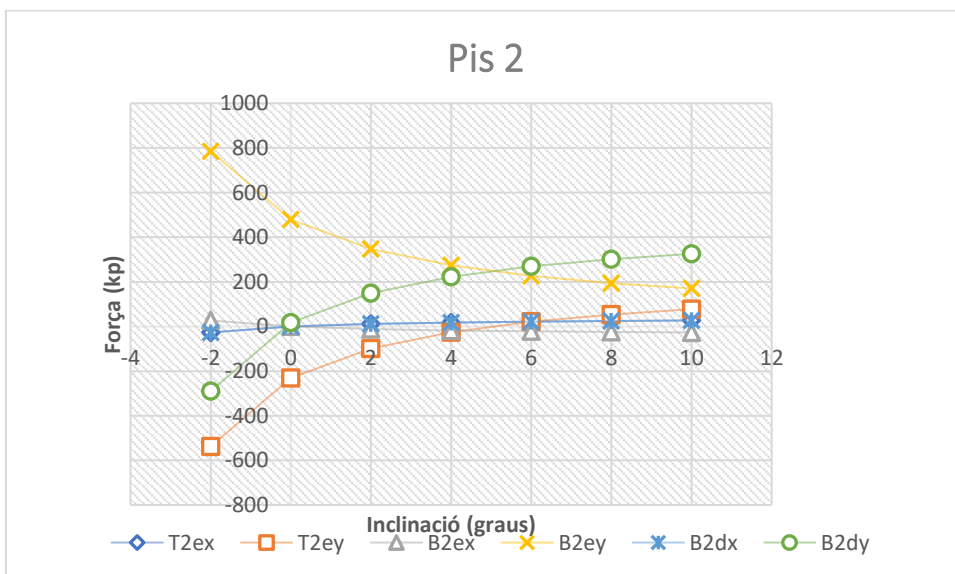


Figura 81 Corbes força-angle del pis 2 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Observem que als  $-5^\circ$  es inestable, als  $5^\circ$  la distribució de pesos es simetric. A continuació es comparà les forces del segon pis amb el quart pis per l'inclinació dels pisos 1 i 3 respectivament:

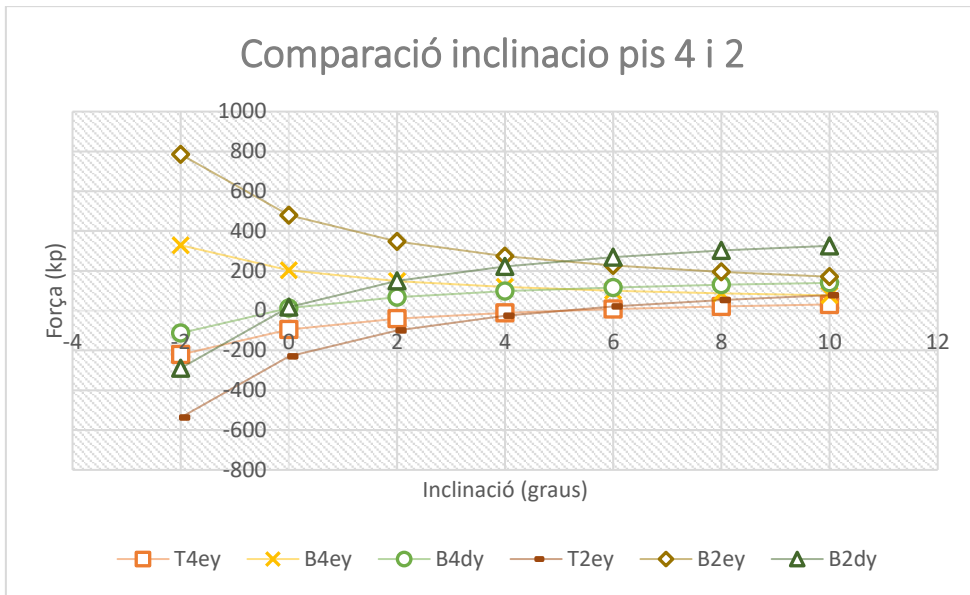


Figura 82 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

El comportament es el mateix, a  $-5^\circ$  es inestable a  $5^\circ$  el pes es distribueix simetricament la diferencia és que al pis dos totes les forces tenen un modul més gran ja que aguanten més pes.

Per comparar les forces més petites s'han separat al següent gràfic:

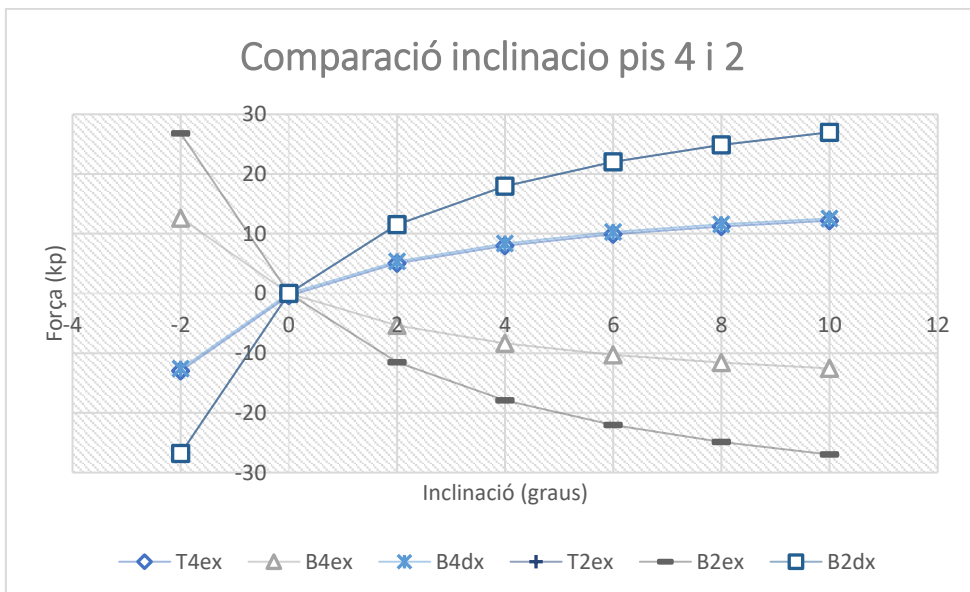


Figura 83 Comparació corbes força-angle del pis 4 i 2 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Es el comportament esperat, al allunyar-se dels  $0^\circ$  creixen les forces horitzontals als peus proporcionalment al pes suportat.

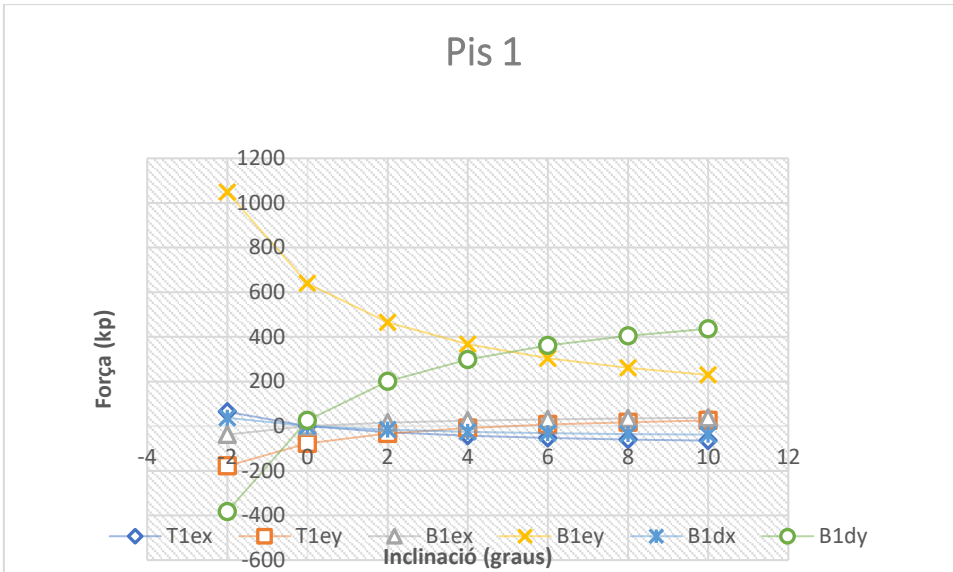


Figura 84 Corbes força-angle del pis 1 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

Per observar com afecta el pes es compara amb el pis 3 per al mateix rang d'inclinacions:

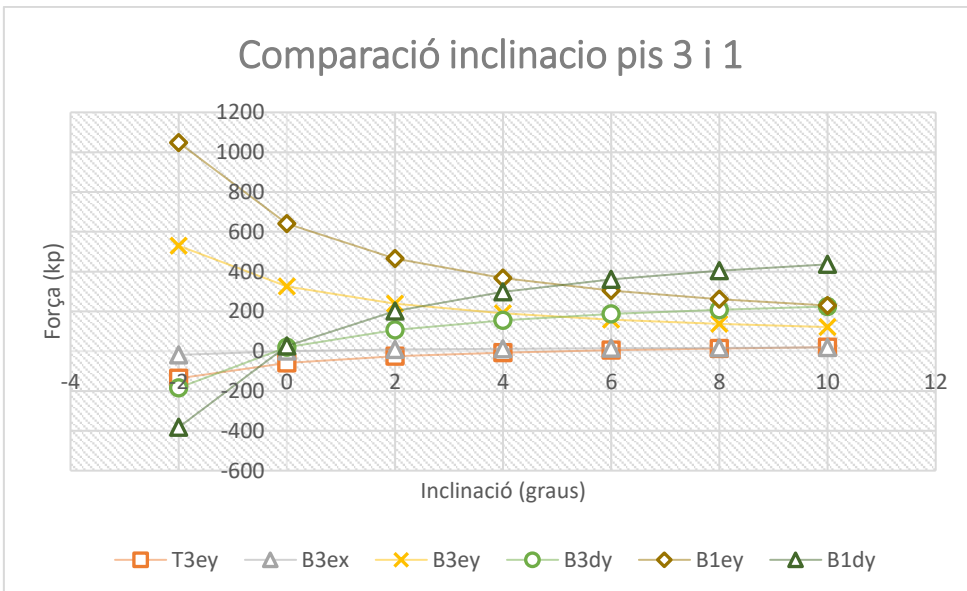


Figura 85 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

En aquesta gràfica s'observen les forces més grans on al pis 1 com aguanta més pes els moduls de les forces són més grans.

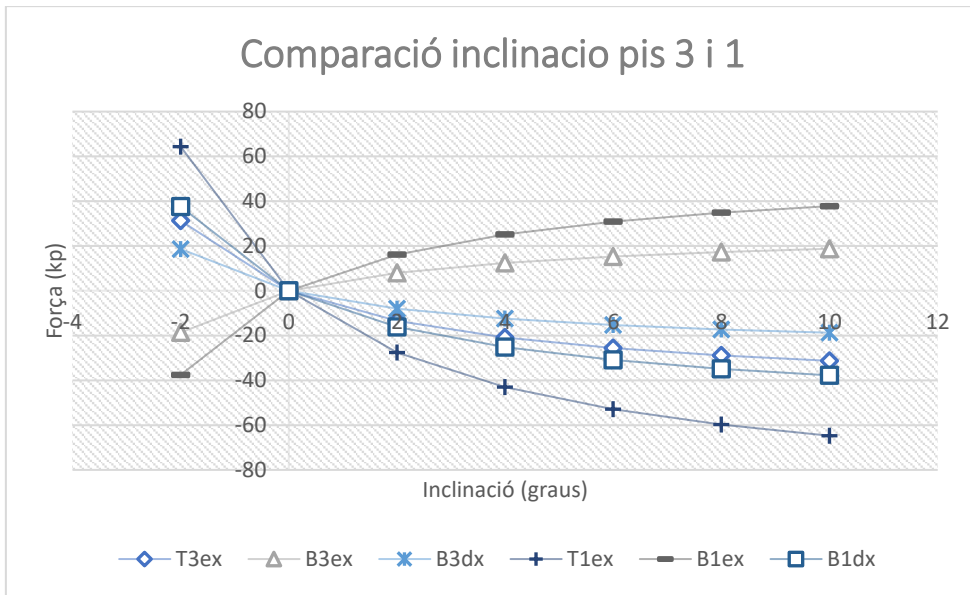


Figura 86 Comparació corbes força-angle del pis 3 i 1 ampliat amb inclinació asimètrica al pis 1 i compensació al pis 2.

En aquesta gràfica s'observen les forces més petites on al pis 1 com aguanta més pes els moduls de les forces són més grans.

## 7. Eina dinàmica

Per dissenyar l'eina de càlcul d'estabilitat amb un model dinàmic he utilitzat l'aplicació Simulink de MATLAB, aquest programa permet crear un model dinàmic on defineixes les interaccions de les variables definides i les organitzes en blocs per una fàcil comprensió visual.

Les equacions utilitzades en aquesta eina dinàmica son les mateixes que a l'eina estàtica, al adaptar-les al sistema dinàmic es pot observar com interactuen les forces en funció del temps per mantenir-se en la condició d'estabilitat.

L'adaptació de les formules comença per transformar les forces a velocitats i aquestes a posició, mitjançant la transformada de Laplace (17) descrita a [4].

$$L\left\{\int_0^t f(u) * du\right\} = \frac{1}{s} * L\{f(t)\} = F(s) * \frac{1}{s} \quad (17)$$

Al multiplicar una acceleració pel bloc 1/s s'integra l'equació obtenint velocitat, al integrar un altre cop s'obté posició.

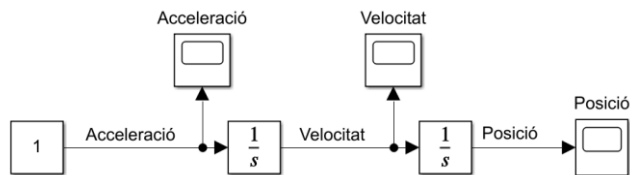


Figura 87 Circuit doble integració per transformada de Laplace.

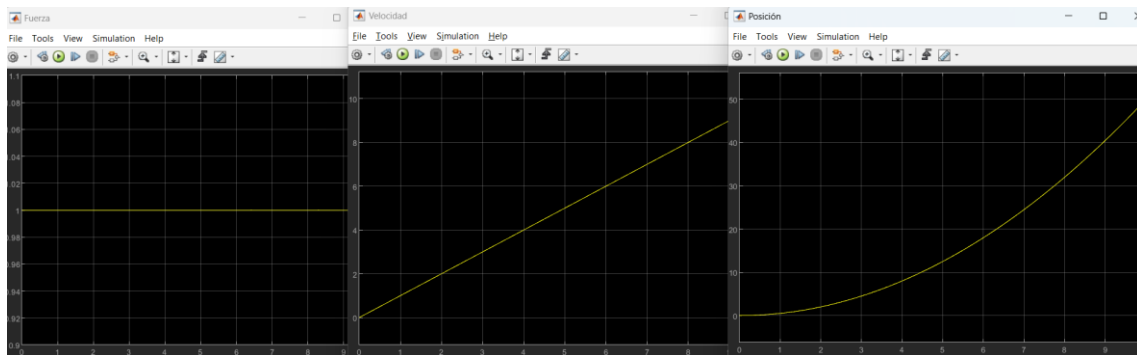


Figura 88 Resultats de la simulació de la figura 87.

A la imatge es veu les tres gràfiques en funció del temps, acceleració, velocitat i posició respectivament.

Una persona al rebre una força externa en forma de esglaió unitari, després d'un temps de reacció aplicarà una força igual però en sentit contrari anul·lant aquella força, aquest efecte l'aconsegueixo multiplicant a l'esglaió unitari la transformada de Laplace (18).

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s} * \frac{k/\tau}{s+1/\tau}\right\} = k(1 - e^{-t/\tau}) \quad (18)$$

Si considero que una persona entrenada com un casteller reacciona a un impuls en 0.25 s amb una força equivalent en sentit contrari al multiplicar l'entrada que es un esglaió unitari per la transformada de Laplace amb  $\tau=0.25$  obtinc el següent circuit:

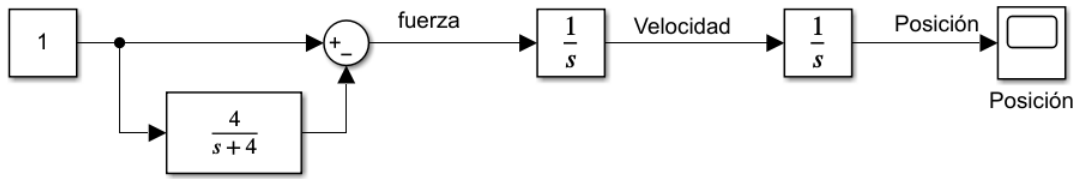


Figura 89 Diagrama de blocs d'una reacció de 0.25s.

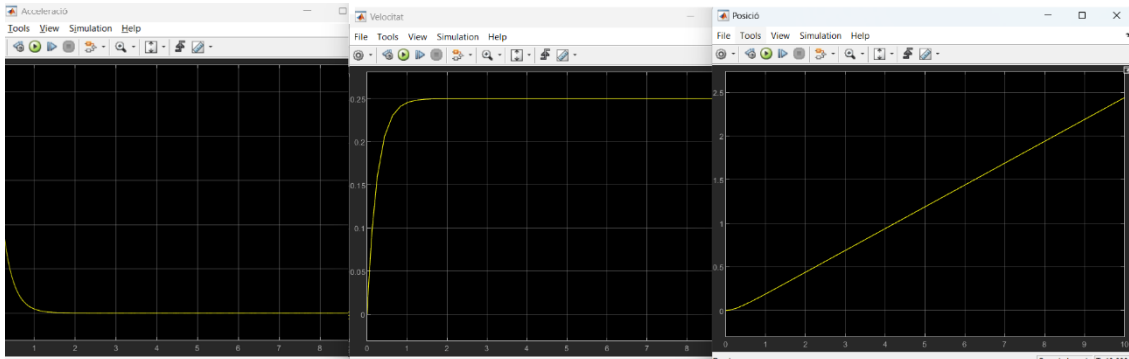


Figura 90 Resultats de la simulació de la figura 89.

En aquest punt ha deixat d'accelerar però ara es necessita frenar el sistema, aplicant una retroalimentació negativa.

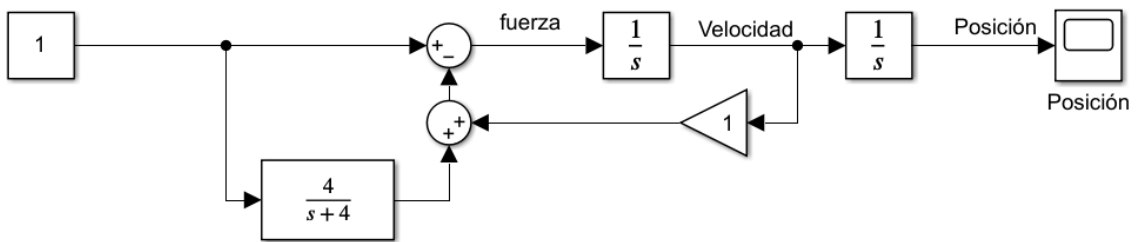


Figura 91 Sistema realimentat negativament per velocitat.

Al aplicar una realimentació negativa de  $velocitat \geq 0$  es un sistema amortit, si la realimentació  $= 0$  es un sistema oscil·lant i si la realimentació es  $\leq 0$  es un sistema oscil·lant inestable.

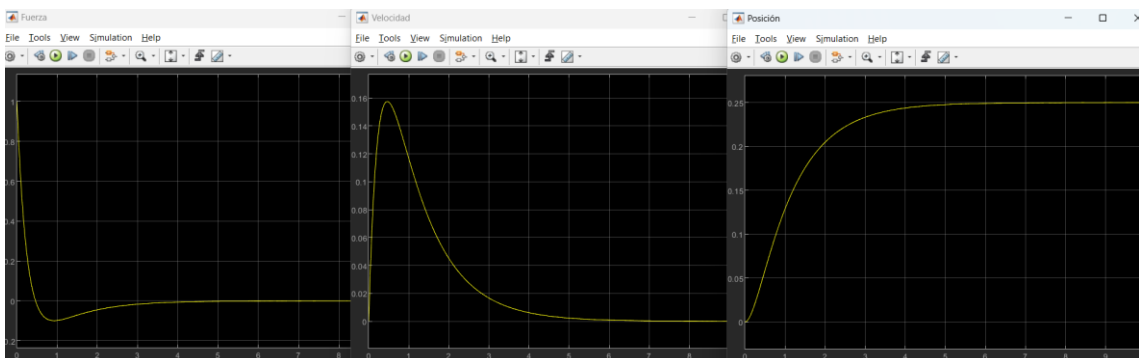


Figura 92 Simulació de la figura 91.

En la simulació observem que el sistema amb una realimentació de 1 la velocitat es torna zero als 4 segons, però la posició es queda a 0,25 m, a més apareix un sobrepic a l'acceleració produït per la realimentació negativa.

Per últim ha de tornar a la posició original aplicant una realimentació negativa de posició, obtenint el següent sistema:

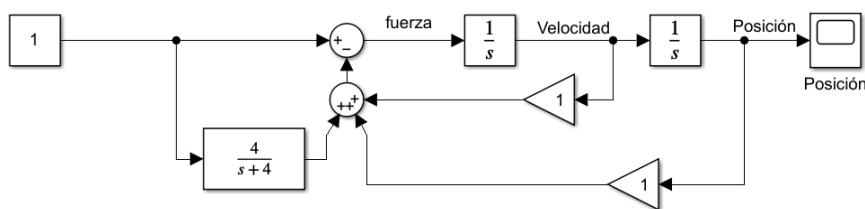


Figura 93 sistema realimentat negativament per velocitat i posició.

Aplicant una realimentació de posició negatiu de valor 1 s'obté el següent comportament:

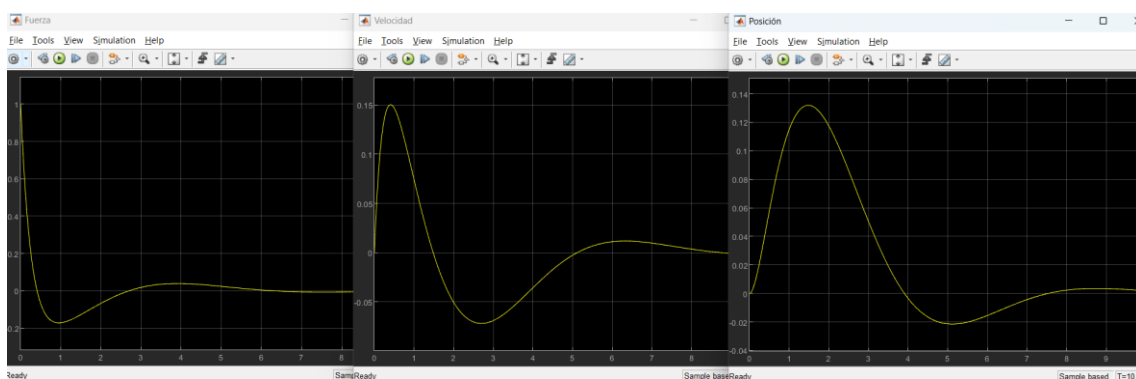


Figura 94 Simulació de la figura 95.

S'observa com el sistema tendeix a acceleració zero, velocitat zero i posició zero. A més a més s'observa com les tres senyals son ones amb un coeficient d'esmoreïment inferior a 1.

Les variables utilitzades s'han de definir al MATLAB per poder utilitzar-les a Simulink, per exemple escrivint el següent codi:

```

he1=1.5
massa_e1=85
hd1=1.5
massa_d1=85

he2=1.5
massa_e2=75
hd2=1.5
massa_d2=75

he3=1.57
massa_e3=65
hd3=1.57
massa_d3=65

he4=1.37
massa_e4=50
hd4=1.37
massa_d4=50
    
```

he5=1.29  
massa\_e5=33  
hd5=1.29  
massa\_d5=33

h6=0.59  
massa6=50

Fe5=60  
Fd5=60

Fe4=120  
Fd4=120

Fe3=190  
Fd3=190

Fe2=260  
Fd2=260

Fe1=340  
Fd1=340

A demés també defineixo els límits a definits a l'apartat 3.1.3:

B5ey\_max= Fe5  
B4ey\_max= Fe4  
B3ey\_max= Fe3  
B2ey\_max= Fe2  
B1ey\_max= Fe1

B5dy\_max= Fd5  
B4dy\_max= Fd4  
B3dy\_max= Fd3  
B2dy\_max= Fd2  
B1dy\_max= Fd1

T5ex\_max= Fe5\*0.25  
T4ex\_max= Fe4\*0.25  
T3ex\_max= Fe3\*0.25  
T2ex\_max= Fe2\*0.25  
T1ex\_max= Fe1\*0.25

T5dx\_max= Fd5\*0.25  
T4dx\_max= Fd4\*0.25  
T3dx\_max= Fd3\*0.25  
T2dx\_max= Fd2\*0.25  
T1dx\_max= Fd1\*0.25

Pe6=massa6/2  
Pe5=Pe6+massa\_e5  
Pe4=Pe5+massa\_e4  
Pe3=Pe4+massa\_e3

$$\begin{aligned}Pe_2 &= Pe_3 + massa\_e2 \\ Pe_1 &= Pe_2 + massa\_e1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Pd_6 &= massa6/2 \\ Pd_5 &= Pd_6 + massa\_d5 \\ Pd_4 &= Pd_5 + massa\_d4 \\ Pd_3 &= Pd_4 + massa\_d3 \\ Pd_2 &= Pd_3 + massa\_d2 \\ Pd_1 &= Pd_2 + massa\_d1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B6ex\_max &= Pe * 0.15 \\ B5ex\_max &= Pe * 0.15 \\ B4ex\_max &= Pe * 0.15 \\ B3ex\_max &= Pe * 0.15 \\ B2ex\_max &= Pe * 0.15 \\ B1ex\_max &= Pe * 0.15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B5dx\_max &= Pd * 0.15 \\ B4dx\_max &= Pd * 0.15 \\ B3dx\_max &= Pd * 0.15 \\ B2dx\_max &= Pd * 0.15 \\ B1dx\_max &= Pd * 0.15\end{aligned}$$

-----

El model proposat consisteix en 3 blocs diferents, El més gran d'alt de tot representa el comportament de l'anxaneta i l'acotxador com un sol bloc, cada persona del tronc es representa amb el mateix tipus de bloc variant del entrades i el tercer bloc calcula la distància horitzontal entre les persones del mateix pis i l'alçada acumulada a cada pis.

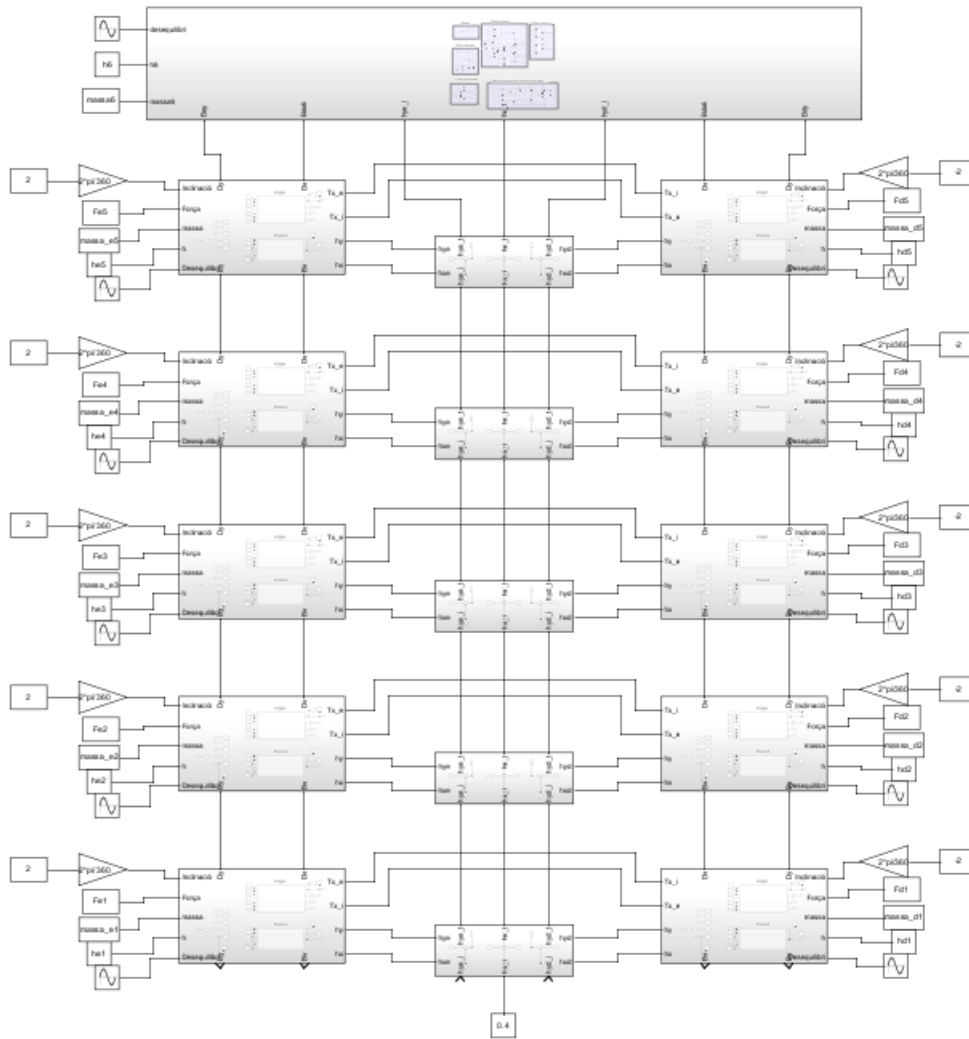


Figura 95 Il·lustració 1 Model dinàmic eina estabilitat

Aquest es el model proposat, consisteix en 3 blocs diferents, El més gran d'alt de tot representa el comportament de l'anxaneta i l'acotxador com un sol bloc, cada persona del tronc es representa amb el mateix tipus de bloc variant del entrades i el tercer bloc calcula la distància horitzontal entre les persones del mateix pis i la diferència d'alçada acumulada.

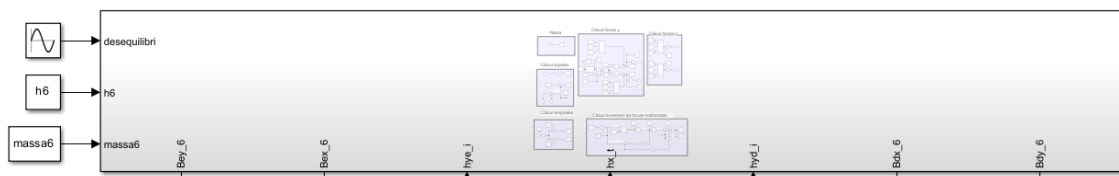


Figura 96 Model dinàmic anxaneta i acotxador

Aquest bloc representa l'anxaneta i l'acotxador, te 6 entrades i 4 sortides.

Les entrades són:

- Desequilibri: a aquesta entrada es connecta una font de senyal alterna la qual representa el moviment horitzontal que fa una persona en equilibri, l'amplitud es de 0.02

m i la freqüència de 6 rad/s aquest valor es una estimació, per un resultat més realista seria interessant mesurar l'amplitud i freqüència (Simulink treballa amb rad/s) de les oscil·lacions de les persones participants en un castell.

- h6: es el valor mitjà de les alçades de l'acotxador i l'anxaneta.
- massa6: es la suma de la massa de l'acotxador i l'anxaneta.
- hye\_i: es l'alçada a la que es troba l'espatlla de la persona de l'esquerra del pis inferior.
- hyd\_i: es l'alçada a la que es troba l'espatlla de la persona de la dreta del pis inferior.
- hx\_t: es la distància entre les espatlles del pis inferior

I les sortides són:

- Bey\_6: es la força vertical exercida en el peu esquerre de l'acotxador i l'anxaneta.
- Bex\_6: es la força horitzontal exercida en el peu dret de l'acotxador i l'anxaneta.
- Bdy\_6: es la força vertical exercida en el peu esquerre de l'acotxador i l'anxaneta.
- Bdx\_6: es la força horitzontal exercida en el peu dret de l'acotxador i l'anxaneta.

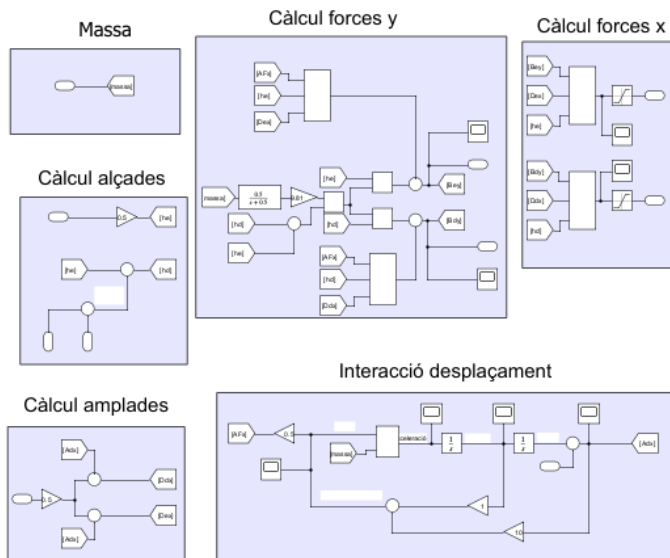


Figura 97 Contingut model dinàmic anxaneta i acotxador.

Aquest es el contingut del bloc que representa l'acotxador i l'anxaneta, està ordenat en 6 grups:

- Massa
- Càlcul alçades
- Càlcul amplades
- Càlcul forces y
- Càlcul forces x

- Càlcul increment forces horitzontals

### Massa

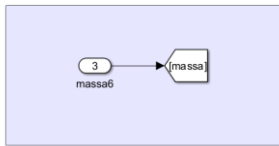


Figura 98 Contingut model dinàmic anخانeta i acotxador.

Massa: només assigna el valor de entrada de massa6 a l'etiqueta massa, aquesta permet connectar l'entrada a altres punts sense fils visibles. Només hi ha una etiqueta d'entrada i poden haver-hi varies de sortida.

### Càlcul alçades

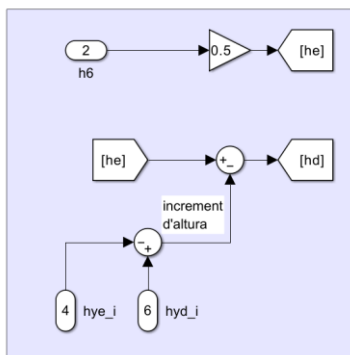


Figura 99 Contingut model dinàmic anخانeta i acotxador.

Càlcul d'alçades: utilitzant el valor de l'alçada mitjana de l'acotxador i l'anخانeta i les alçades totals dels pisos inferiors s'estableix l'alçada relativa entre els peus i el centre de masses de l'acotxador i l'anخانeta, he alçada relativa de l'esquerra i hd alçada relativa de la dreta.

### Càlcul amplades

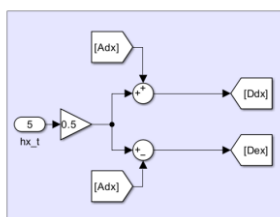


Figura 100 Contingut model dinàmic anخانeta i acotxador.

Càlcul amplades: utilitzant la distància entre persones del pis inferior i la variació de posició del centre de masses calcula la distància horitzontal entre el centre de masses i els peus.

## Interacció desplaçament

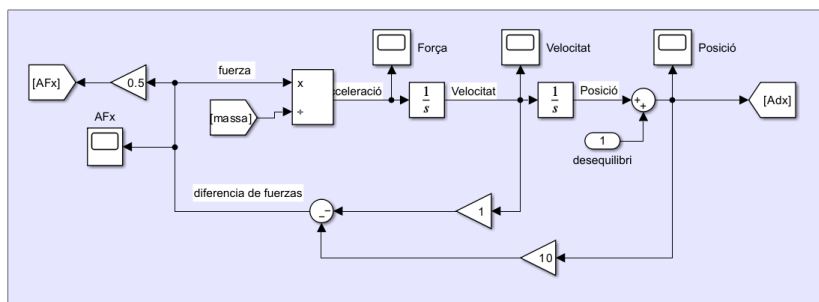


Figura 101 Contingut model dinàmic anxneta i acotxadador.

Interacció desplaçament: l'única entrada es desequilibri, i de sortides s'obté la variació de posició del centre de masses i l'increment de forces horitzontals per tornar a la posició d'equilibri, multiplicat per 0.5 per distribuït equitativament a les dos cames. Els valors de realimentació son una estimació.

## Càlcul forces y

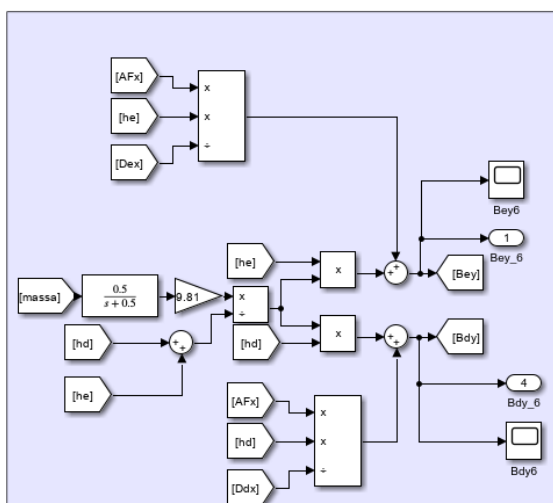


Figura 102 Contingut model dinàmic anxneta i acotxadador.

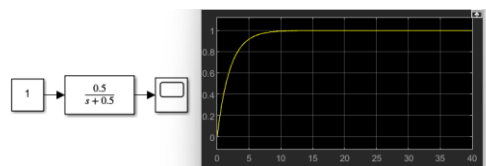


Figura 103 Retard dinàmic

Càlcul forces y: a la variable massa d'esglao unitari se li multiplica la transformada de Laplace (18) per simular que el pes no apareix sobtadament, ja que provoca un transitori que no es realista i disminueixo el valor pic d'aquest amb la implementació de la figura 103, es multiplica per la gravetat i s'obté el pes que al dividir-ho entre la alçada relativa dels dos peus i multiplicar per la alçada respectiva s'obté la distribució de pesos si el centre de masses no estigués desplaçat horitzontalment. A aquests valors se'ls hi suma i resta a les forces verticals de l'esquerra i dreta respectivament l'increment de força multiplicat per el factor de conversió, obtenint les forces verticals a cada peu.

## Càlcul forces x

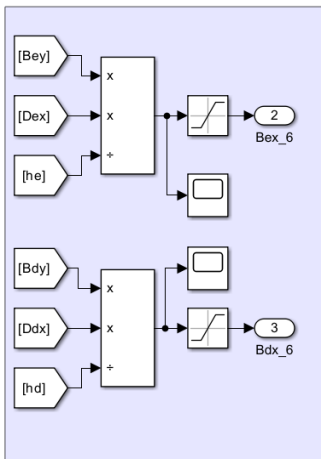


Figura 104 Contingut model dinàmic anxneta i acotxador; Càlcul de forces x.

Càlcul de forces x: aplicant la conversió de forces verticals a horitzontals s'obté les forces horitzontals a cada peu, a demés s'afegeix el bloc de saturació on s'estableix els valors mínim i màxims de la força horitzontal que es pot aplicar.

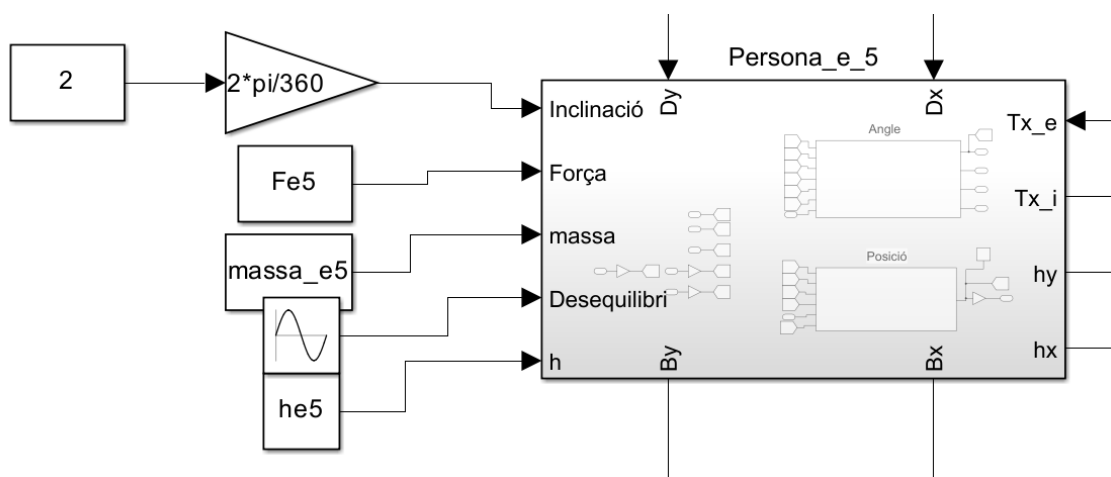


Figura 105 Model dinàmic persona del tronc.

Aquest bloc representa el comportament de una persona del tronc, te 8 entrades i 5 sortides.

Entrades:

- Inclinió: com entrada s'estableix la inclinió vertical que es desitja que tingui la persona multiplicada per el factor de conversió graus-radiants.
- Força: es la força que suporta la persona en kg.
- massa: la massa de la persona en kg.
- Desequilibri: a aquesta entrada es connecta una font de senyal alterna la qual representa el moviment horitzontal que fa una persona en equilibri.
- h: altura de la persona en m.
- Dy: força vertical que rep de la persona de dalt.

- Dx: força horitzontal que rep de la persona de dalt.
- Tx\_e: força horitzontal que rep de la persona del costat per els braços.

Sortides:

- Tx\_i: Força dels braços exercida per la persona a l'altre persona del mateix pis.
- hy: alçada vertical de la persona
- hx: distància horitzontal degut a l'inclinació de la persona.
- By: força vertical exercida als peus.
- Bx: força horitzontal exercida als peus.

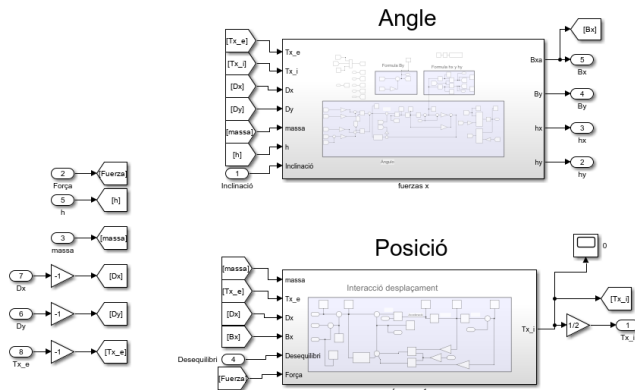


Figura 106 Contingut model dinàmic persona del tronc.

Es divideix en dos blocs i les entrades, les entrades de les forces externes s'inverteixen els signes. Cada bloc representa les equacions d'estabilitat utilitzades a l'eina d'estabilitat estàtica.

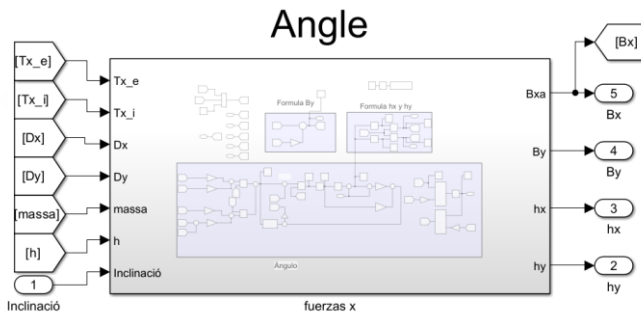


Figura 107 Contingut model dinàmic persona del tronc, Angle.

Te 7 entrades i 4 sortides, les entrades son: Tx\_e, Tx\_i, Dx, Dy, massa, h i inclinació i de sortides Bx, By, hx i hy.

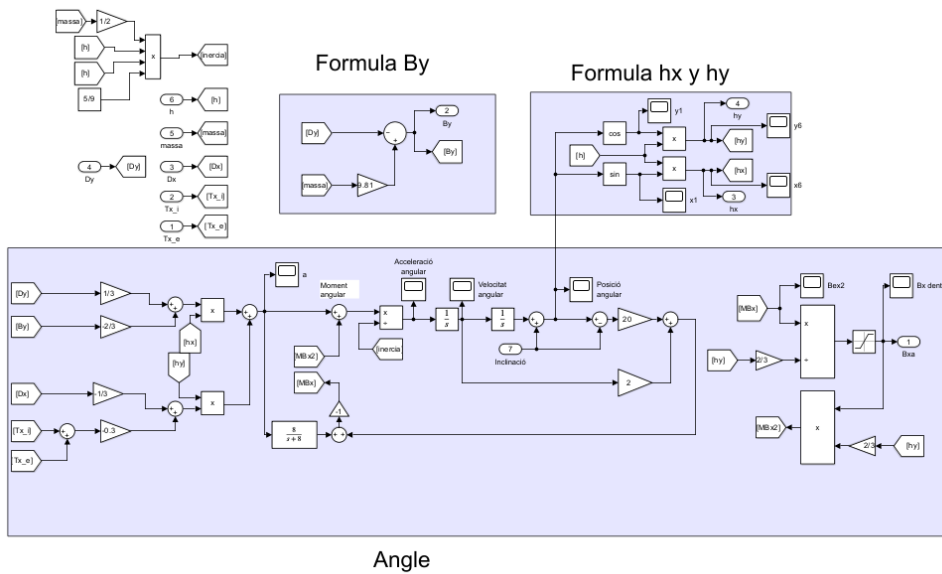


Figura 108 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc.

I es divideix en tres grups més les entrades assignades a etiquetes i el càlcul de la inèrcia d'una persona formula ():

$$I = \sum M * r^2 = \frac{M}{2} * \left(\frac{h}{3}\right)^2 + \frac{M}{2} * \left(\frac{2h}{3}\right)^2 = \frac{M}{2} * h^2 * \frac{5}{9}$$

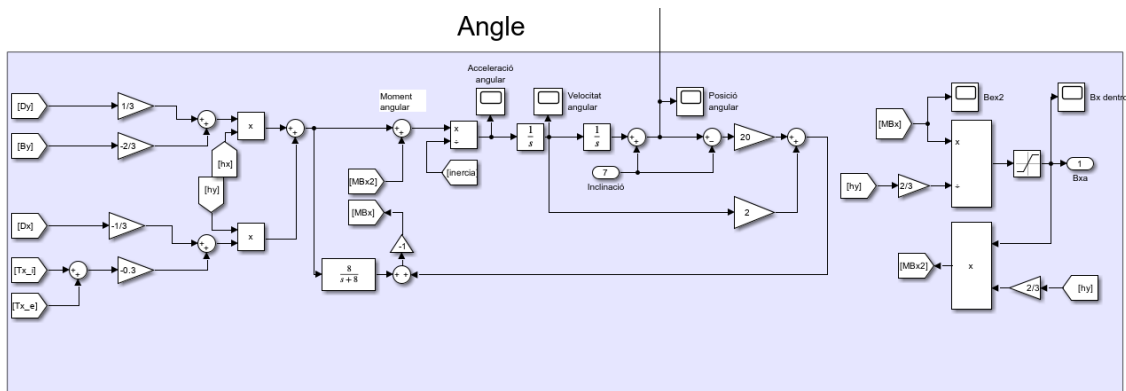


Figura 109 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, llaç del angle.

Al grup Angle es defineix la interacció de el moment produït per les forces horitzontals i verticals més el moment produït per la força Bx, el moment resultant es divideix entre la inèrcia obtenint l'acceleració angular, aquesta funció s'integra multiplicant per la transformada de Laplace (17) obtenint velocitat angular, es torna a integrar i se li suma la posició inicial donat per l'entrada inclinació, obtenint la posició, a aquesta se li resta la inclinació desitjada i s'obté la variació de l'angle. Amb la realimentació de la diferència de inclinació i velocitat angular mes la suma dels moments angulars de les demés forces per l'equació de Laplace (18) s'obté el moment produït per la força Bx amb el factor de conversió sobte Bx que es limita amb el bloc de saturació i es torna a calcular el moment angular. Si la força Bx es veu limitada pel saturador el sistema pot no serà capaç de tornar a la posició desitjada tornant-se un sistema inestable

## Formula hx y hy

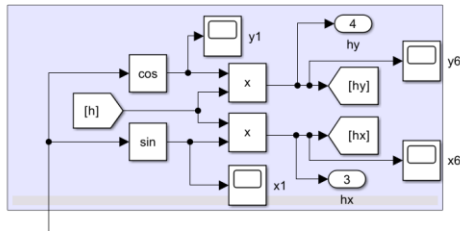


Figura 110 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, formula distancies

A partir de l'angle i l'alçada de la persona es calcula la distancia vertical i horitzontal produïda per l'inclinació.

## Formula By

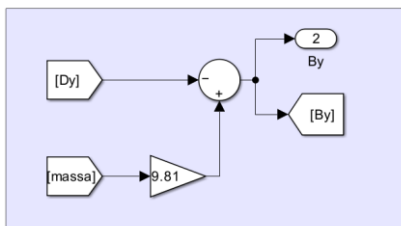


Figura 111 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, bloc angle, Formula By.

A partir es calcula la força vertical als peus sumant la força vertical de dalt mes el pes.

## Posició

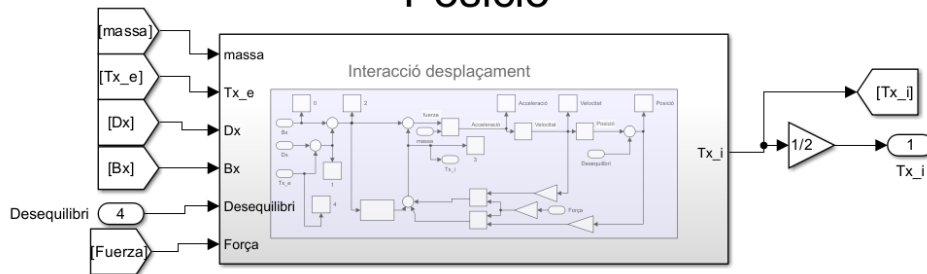


Figura 112 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, posició.

Al bloc Posició hi ha 6 entrades i una sortida, les entrades son massa, Tx\_e, Dx, Bx, Desequilibri i Força, i de sortida hi ha Tx\_i la qual considero que la meitat es produeix per empènyer l'altre persona i l'altra meitat de la força amb moviments del propi cos.

## Interacció desplaçament

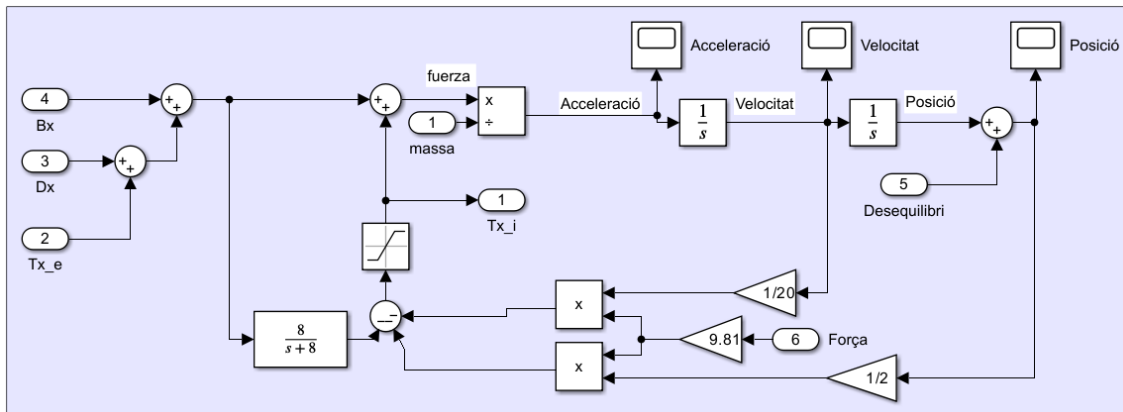


Figura 113 Contingut de angle del model dinàmic persona del tronc, posició, llaç de posició.

Aquest bloc només té un grup on al sumar totes les forces horitzontals es divideix entre la massa obtenint la acceleració lineal, al integrar dos vegades multiplicant per l'operació de Laplace ( $\frac{1}{s}$ ) sobte la posició horitzontal a la qual se li suma el desequilibri, mitjançant la realimentació negativa de la velocitat i posició més les forces  $x$  multiplicades per la transformada de Laplace ( $\frac{1}{s}$ ), després de limitar la senyal amb el saturador s'obté la força  $Tx_i$  exercida.

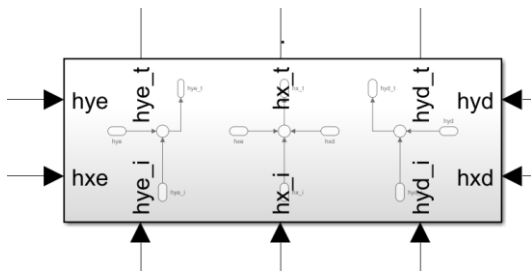


Figura 114 Model dinàmic del càlcul de distàncies.

Per últim queda el bloc de les distàncies el qual té 7 entrades i 3 sortides.

Entrades:

- hye: alçada de la persona inclinada de l'esquerra.
- hxe: distància horitzontal de la persona de l'esquerra
- hyd: alçada de la persona inclinada de la dreta.
- hxd: distància horitzontal de la persona de la dreta.
- hye\_i: distància entre el terra i l'espatlla de la persona de sota a l'esquerra.
- hyd\_i: distància entre el terra i l'espatlla de la persona des sota a la dreta.
- hx\_i: separació de les espatlles del pis inferior.

Sortides:

- hye\_t: distància entre el terra i l'espatlla de la persona de l'esquerra.
- hyd\_t: distància entre el terra i l'espatlla de la persona de la dreta.
- hx\_i: separació de les espatlles del mateix pis.

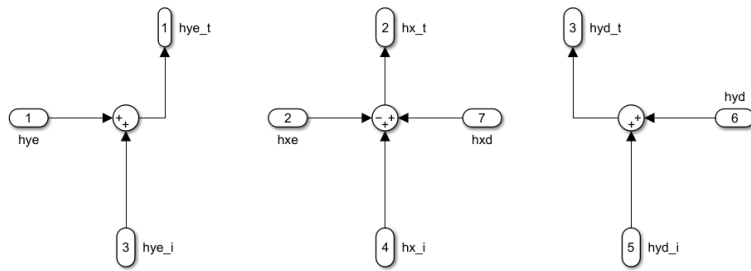


Figura 115 Contingut model dinàmic del càlcul de distàncies.

El bloc suma la distància vertical acumulada al bloc anterior a distància vertical del pis actual i el resultat l'envia al següent bloc, per l'esquerra i la dreta, i calcula la distància entre castellers assignant aquesta distància en metres a l'entrada del bloc del primer pis  $hx_i$ , a aquest valor se li restarà la distància horitzontal de l'esquerra i se li sumarà la de la dreta.

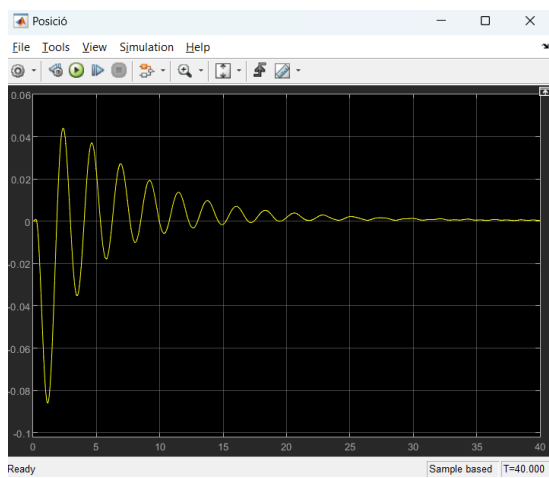


Figura 116 Simulació del l'eina dinàmica Posició sense pertorbació.

Observem el resultat de la simulació dinàmica de posició del pis 5 esquerra sense pertorbació, apreciem als primers 20 segons hi ha un transitori d'una ona sinusoidal esmorteïda, després s'arriba a la posició d'equilibri.

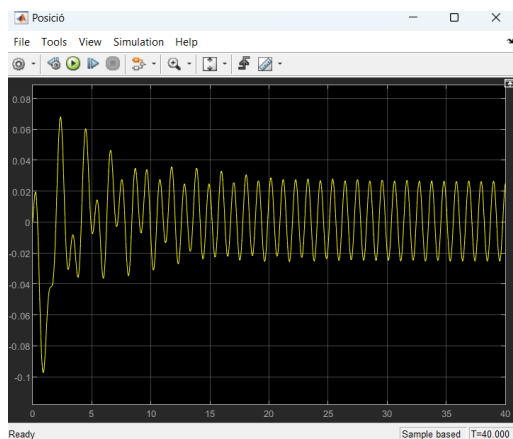


Figura 117 Simulació del l'eina dinàmica Posició amb pertorbació.

Al introduir la pertorbació pròpia de les persones, la senyal transitòria acaba als 15 s, la senyal permanent es una ona sinusoidal de 6 cm de valor pic a pic.

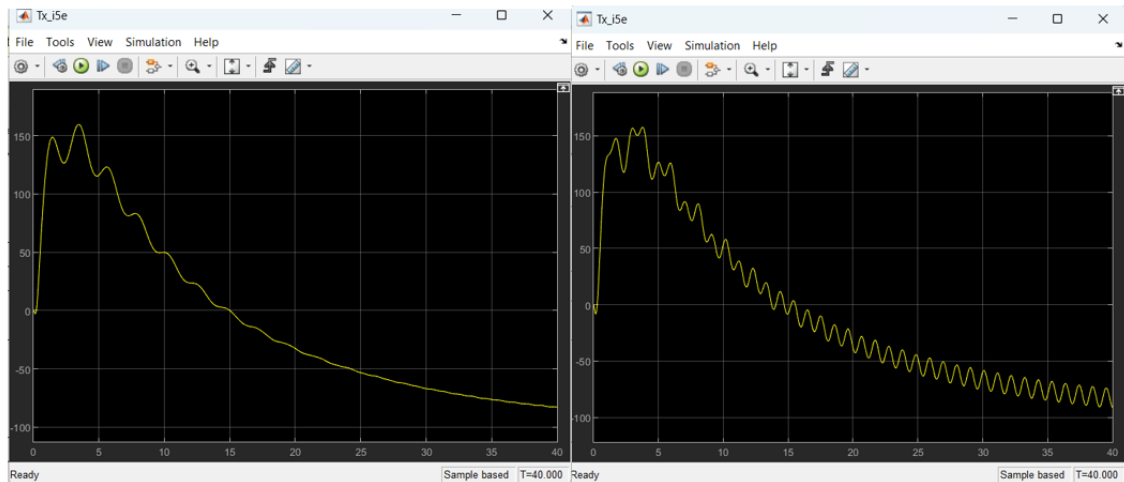


Figura 118 Senyal Tx<sub>ie5</sub> amb i sense desequilibri.

Observem que al ser la força Tx directament proporcional a la posició la senyal de desequilibri produeix que la senyal permanent sigui una ona sinusoidal. Aquesta senyal em sembla que es més realista ja que a la realitat les persones tremolen al aguantar pes.

## 8. Conclusions

En aquest projecte s'ha aconseguit crear dos eines per estudiar l'estabilitat de un castell humà dos de set net, una eina per calcular les forces estàtiques necessàries per mantenir la posició d'equilibri, i una eina basada en la anterior on s'observa l'evolució dinàmica de les forces per arribar a la posició d'equilibri escollida, a més a més es poden limitar les forces exercides, i afegir perturbacions personalitzades a qualssevol paràmetre del sistema per observar si el sistema pot mantenir la posició d'equilibri.

Encara que les eines son funcionals, tenen limitacions: el sistema calculat es de dos dimensions, hi han paràmetres que he definit però que poden variar de la realitat com la ubicació del centre de gravetat i distància dels punts d'aplicació, o els valors de realimentació dels controladors PID de l'eina dinàmica.

Seria interessant que es fes un estudi sobre aquests paràmetres i s'adaptés el programa per simular amb tres dimensions.

## 9. Referenciacs

[1] Roger Cabré. “L’energia potencial dels Castells” Departament d’Enginyeria, Electrònica, Elèctrica i Automàtica de la URV, (2/9/2023)

[2] [Què pesa un castell de 10? | RevistaCastells.cat](#) [2/9/2023]

[3] [Las torres humanas que desafian a la física \(lavanguardia.com\)](#)[2/9/2023]

[4] [Microsoft PowerPoint - 2 Resposta temporal 1er 2on ordre - Mode de compatibilitat \(urv.cat\)](#)[2/9/2023]