

**Xuyi Chen**

**Determinació del pes d'un dinosaure a partir de les seves petjades utilitzant un model d'elements finits**

**Treball Fi de Màster  
dirigit pel Dr. Jordi Marcé Nogué**

**Màster en Enginyeria Industrial**



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

**Tarragona  
2021**



# Índex

## Document 1: Memòria

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 1       | Introducció.....   | 1  |
| 1.1     | Antecedents.....   | 1  |
| 1.2     | Rellevàncies.....  | 4  |
| 1.3     | Objectius.....   | 5  |
| 2       | Base teòrica .....   | 7  |
| 2.1     | Anàlisi per elements finits .....  | 7  |
| 2.2     | Mètode dels elements finits.....   | 9  |
| 2.3     | Elasticitat.....   | 14 |
| 2.4     | Plasticitat.....   | 15 |
| 2.4.1   | Deformació plàstica metàl·lica.....  | 16 |
| 2.4.2   | Deformació plàstica del sòlid amorf .....                                    | 16 |
| 2.4.3   | Deformació plàstica de martensita.....                                       | 16 |
| 2.4.4   | Deformació plàstica del sòl .....  | 16 |
| 2.5     | Model del sòl .....  | 16 |
| 2.5.1   | Elasticitat lineal.....  | 17 |
| 2.5.2   | Model <i>Cam Clay</i> .....  | 19 |
| 2.5.3   | El model <i>Hardening Soil</i> .....   | 21 |
| 3       | Modelització del sòl.....  | 22 |
| 3.1     | Estudi del model del sòl .....   | 22 |
| 3.1.1   | Obtenció de les dades en camp.....   | 27 |
| 3.1.2   | Obtenció dels resultats en el simulador i la comparació dels resultats ..... | 29 |
| 3.2     | Replicació del model del sòl en ANSYS .....                                  | 31 |
| 3.2.1   | La geometria del model del sòl.....  | 31 |
| 3.2.2   | Parametrització del model <i>Cam Clay</i> .....                              | 33 |
| 3.2.2.1 | El coeficient de Poisson .....   | 33 |
| 3.2.2.2 | El pendent de CSL .....  | 33 |
| 3.2.2.3 | El coeficient de buit inicial .....  | 34 |
| 3.2.2.4 | L'índex d'inflor i l'índex de compressió .....                               | 34 |
| 3.2.2.5 | Altres paràmetres .....  | 35 |
| 3.2.3   | Simulació del model en ANSYS.....  | 35 |
| 4       | Determinació del pes del dinosaure .....                                     | 37 |
| 4.1     | Mesura de la mida de la mostra.....  | 37 |
| 4.2     | Replicació de la mostra en ANSYS.....  | 38 |
| 4.3     | L'animal existent de referencia .....  | 39 |

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.4 | Determinació del pes del <i>Sillimanius tetradactylus</i> ..... | 40 |
| 5   | Conclusions.....  | 44 |
| 6   | Referències .....   | 45 |

## Resum

L'estudi de la determinació del pes del dinosaure es va iniciar al segle XIX i les metodologies més utilitzades requereixen restes òssies de l'animal per reconstruir-lo o comparar-lo amb les espècies semblants que existeixen en l'actualitat. La finalitat d'aquest treball és desenvolupar un nou mètode per determinar el pes del dinosaure a partir de les restes no òssies, en aquest cas d'una petjada fossilitzada, utilitzant un model d'elements finits. El procediment per desenvolupar el treball es basa en l'obtenció dels paràmetres del model *Hardening Soil* a partir de proves de compressió unidimensional, de rebot i triaxial edomètric. Adaptar els paràmetres del model *Hardening Soil* al model *Cam Clay* per poder utilitzar el programa ANSYS. Comprovar el bon funcionament del model *Cam Clay* comparant resultats d'ambdós models i finalment, replicar la petjada aplicant el model *Cam Clay* generant la deformació de la petjada estudiada per esbrinar la pressió necessària que pugui generar, d'aquesta forma es calcula el pes del dinosaure (*Sillimanius Tetradactylus*) a partir de la pressió obtinguda.

## 1 Introducció

Fa milers d'anys, els humans van descobrir els fòssils de dinosaures, però en aquell moment no coneixien les característiques reals d'aquestes pedres estranyes. Antigament, es considera que els fòssils de dinosaures són les restes de gegants de la mitologia o d'animals voluminosos que vivien en la Terra abans del Diluvi universal. A l'Àsia Central poden haver descrit els fòssils de *protoceratops* de la zona com a restes òssies dels monstres amb cos de lleó amb grans urpes i cap d'àguila que es converteix en la font de la imatge dels grifons<sup>[1]</sup>. En l'antiga Xina, els xinesos de l'època pensaven que aquests fòssils eren ossos de drac de la mitologia xinesa, aquests es consideraven com materials benignes i poden ser utilitzats com a materials medicinals per la medicina tradicional<sup>[2]</sup>.



Figura 1. Il·lustració de *protoceratops* de *Carnegie Museum of Natural History*, Pittsburgh, Pennsilvanià, USA

### 1.1 Antecedents

El 1676, es va trobar un os fòssil en una pedrera situada a Cornwell, prop de la ciutat d'Oxford, Anglaterra. Després de la investigació pel doctor Robert Plot de la Universitat d'Oxford, va pensar que era la part inferior del fèmur d'un animal de grans dimensions. Plot va deduir que els ossos descoberts haurien de pertànyer a una espècie desconeguda, ja que aquests eren massa grans per tal de ser d'un animal existent en aquells moments. Posteriorment, aquests ossos van desaparèixer, però, per sort es va deixar un relat detallat sobre aquests<sup>[3]</sup>. Més tard, el 1824, el doctor William Buckland, geòleg de la Universitat d'Oxford, el va anomenar *Macrosaurus* (Megalosaure)<sup>[4]</sup>.

---

<sup>1</sup> Mayor, Adrienne. *The First Fossil Hunters: Paleontology in Greek and Roman Times*. Princeton: Princeton University Press. 2000. ISBN 0-691-05863-6.

<sup>2</sup> 董枝明. *Dinosaurian Faunas of China*. 北京, 海洋出版社. 1992. ISBN 978-3-540-52084-9.

<sup>3</sup> arjeant, William A.S. *The earliert discoveries*. Farlow, James O.; and Brett-Surman, Michael K. (eds.) *The Complete Dinosaur*. Bloomington: Indiana University Press. 1997: 3–11. ISBN 0-253-33349-0.

<sup>4</sup> Buckland, W. (1824). "Notice on the Megalosaurus or great Fossil Lizard of Stonesfield." *Transactions of the Geological Society of London*, series 2, vol. 1: 390–396.

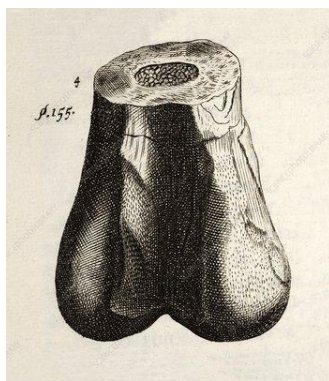


Figura 2. Primer os de dinosaure de la història descobert per Robert Plot, publicat en 1677 en *Natural History of Oxfordshire*.<sup>[5]</sup>

El 1699, Edward Lhuyd va trobar un fòssil de dents als suburbis d'Oxford, aquest fòssil va ser anomenat *Rutellum Implicatum*<sup>[6][7]</sup>. Posteriorment, el 2002, els científics van classificar aquesta dent fòssil a un dinosaure sauròpode<sup>[8]</sup>.

El 1822, el zoòleg britànic Gideo Algernon Mantell va trobar diverses dents enormes en una pedrera situada en Sussex (Anglaterra) i va creure que aquests fòssils tenien alguna relació i similitud a les iguanes. Des de llavors, va descobrir 31 fòssils ossis amb dents en el mateix lloc i mitjançant la reconstrucció de les restes fòssils, es va establir el gènere d'iguanodont en el 1825<sup>[9][10]</sup>. Després, el 1842, el paleontòleg britànic Richard Owen va creure que espècies com megalosaure, hileosaure i iguanodont tenen moltes característiques en comú, de manera que el terme *dinosauria* es va establir per incloure aquests tres gèneres.

Aquest descobriment de les espècies prehistòriques va arribar al continent d'Amèrica el 1838, es va trobar restes de fòssils en una excavació d'una fossa de fang a Haddenfield, Nova Jersey. 20 anys després, el col·leccionista de fòssils William Parker Foulke va descobrir més fòssils a la zona, aquests van ser estudiats pel paleontòleg Joseph Leidy i els va anomenar hadrosaure. Aquest dinosaure va ser el primer espècimen que es va trobar gairebé complet i d'aquesta forma es va acabar demostrant l'existència de dinosaures bípedes desmentint d'aquesta forma la creença que els dinosaures eren un grup d'éssers quadrúpedes similars als llargardaixos que tenien la majoria de científics de l'època. Després del descobriment de l'espècimen d'hadrosaure per Foulk, es va iniciar el frenesí de la cerca de fòssil dels dinosaures als Estats Units. En aquest frenesí dels dinosaures, a finals del segle XIX, es va iniciar la famosa guerra de fòssils entre Othniel Charles Marsh i Edward Drinker Cope per la seva competència ferotge sobre el descobriment dels nous dinosaures. Durant aquest període, molts exemplars de dinosaures van ser danyats o destruïts a causa de les etapes d'excavació i el seu

---

<sup>5</sup> <https://www.sciencephoto.com/media/719939/view/1677-first-ever-dinosaur-bone-robert-plot>

<sup>6</sup> Lhuyd, E. (1699). *Lithophylacii Britannici Ichnographia, sive lapidum aliorumque fossilium Britannicorum singulari figura insignium*. Gleditsch and Weidmann:London.

<sup>7</sup> Gunther, R.T. (1945). *Early Science in Oxford: Life and Letters of Edward Lhuyd*, volume 14. Author:Oxford.

<sup>8</sup> Delair, J.B., and Sarjeant, W.A.S. (2002). The earliest discoveries of dinosaurs: the records re-examined. *Proceedings of the Geologists' Association* 113:185-197.

<sup>9</sup> Mantell, Gideon A. Notice on the Iguanodon, a newly discovered fossil reptile, from the sandstone of Tilgate forest, in Sussex.. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 1825, 115: 179–186 [2007-02-21]. doi:10.1098/rstl.1825.0010.

<sup>10</sup> Sues, Hans-Dieter. *European Dinosaur Hunters*. James Orville Farlow and M. K. Brett-Surman (eds.) *The Complete Dinosaur*. Bloomington: Indiana University Press. 1997: 14. ISBN 0-253-33349-0.

processament, com ara l'ús de pólvora per excavar els exemplars. Tot i això, les seves contribucions són molt grans, Marsh va trobar i anomenar 86 espècies noves de dinosaures i Cope es va descobrir 56 espècies, que sumen 142 espècies en total. Els exemplars de Marsh es van emmagatzemar al *Peabody Museum of Natural History* de la Universitat Yale i els fòssils de Cope al *American Museum of Natural History de Nova York*<sup>[11]</sup>.

El 1861, es va descobrir el primer dinosaure amb plomes al jaciment de pedra calcària de Solenhofen al sud d'Alemanya, més tard aquest dinosaure va ser anomenat arqueòpterix. Arqueòpterix és un fòssil de transició, és a dir, aquest té característiques intermèdies molt clares entre els rèptils moderns i les aus. Al mateix temps, aquest primer ocell és molt similar a un dinosaure, hi havia almenys més d'un exemplar que es va confondre amb *compsognathus* perquè no hi havia traces de plomes al voltant<sup>[12]</sup>.



Figura 3. Il·lustració del fòssil de *arqueòpterix*<sup>[13]</sup>.

El 1878 es va descobrir a Benishat, Bègica, 31 fòssils d'iguanodont que la possible causa d'aquesta mort massiva podria haver sigut ocasionada per inundacions. Aquestes restes van demostrar el comportament social dels dinosaures per primer cop<sup>[14]</sup>.

El 1907, es va desenterrar enormes ossos de dinosaure a la regió de Tandguru, Tanzània, i aquest va rebre el nom de *giraffatitan brancai*. Al cap d'un any, entre el 1908 i el 1912, Edwin Hennig i Werner Janensch del Museu d'història natural de Berlín van arribar al mateix lloc i van desenterrar un exemplar del gènere branquiosaure i un altre de kentrosaure del gènere estegosaure<sup>[15]</sup>.

El 1971, es va descobrir un exemplar fòssil al desert del Gobi, Mongòlia, el fòssil mostra un *Velociraptor* atacant a un *Protoceratops*. Aquesta va ser una prova directa que els dinosaures caçaven als altres dinosaures<sup>[16][17]</sup>.

---

<sup>11</sup> Holmes T. Fossil Feud: The Bone Wars of Cope and Marsh, Pioneers in Dinosaur Science. Silver Burdett Press. 1996. ISBN 978-0382391477.

<sup>12</sup> Wellnhofer, P. Ein neuer Exemplar von Archaeopteryx. Archaeopteryx. 1988, 6: 1–30.

<sup>13</sup> [http://www.fjdstm.com/zxd/t201803/t20180312\\_17314.htm](http://www.fjdstm.com/zxd/t201803/t20180312_17314.htm)

<sup>14</sup> Palaeontological and geodynamical implications of the palynological dating of the wealden facies sediments of Bernissart (Mons Basin, Belgium). 2005, 4 (1-2): 135–150. doi:10.1016/j.crvp.2004.12.003.

<sup>15</sup>第二章：尋找名分。《恐龍：失去的侏羅紀王國》。发现之旅。20. 万美君/译 2002年2月5日初版六刷。台北：时报文化。1995年3月10日：第39–40页。ISBN 978-957-13-1582-9

<sup>16</sup> The Fighting Dinosaurs The Fighting Dinosaurs American Museum of Natural History. [2007-12-05]

<sup>17</sup> Carpenter, K. Evidence of predatory behavior by theropod dinosaurs.. Gaia. 1998, 15: 135–144 [2007-12-05].

El primer fòssil procedent de l'Antàrtida va ser el fòssil de *antarctopelta* en el 1986 a l'illa Ross, malgrat que el *criolofosaure* va ser el primer dinosaure a ser nomenat i adscrit oficialment a les revistes científiques en el 1994.

El 1988 es va desenterrar un fòssil de *scipionyx* en un sediment de pedres calcàries a Itàlia, aquest conservava els teixits tous com poden ser la tràquea, l'intestí prim, el còlon, el fetge i els músculs<sup>[18]</sup> en molt bon estat. El 1999 es va descobrir una mòmia de dinosaure ben conservada a Dakota del nord, Estats Units, que conservava la major part del teixit de la pell, músculs, tendons i fins i tot aliments al sistema digestiu<sup>[19]</sup>.



Figura 4. Fòssil de *scipionyx* trobat a Itàlia.

Les principals noves excavacions de fòssils actualment es troben principalment en zones que no s'havien explorat en el passat, com ara Índia, Amèrica del Sud, Madagascar, l'Antàrtida i, sobretot, la Xina. La majoria dels dinosaures amb plomes recentment descoberts són de la Xina a causa del clima sec que ajuda la preservació dels fòssils i el procés de fossilització.

## 1.2 Rellevàncies

Aquest treball se centra en l'estudi de les petjades dels dinosaures, a diferència dels fòssils ossis, els fòssils de petjades de dinosaures o icnofòssil són les petjades que deixen els dinosaures quan caminen sobre el sol el qual té unes condicions de temperatura, viscositat i granularitat molt específiques. És una mena de fòssils i també de vegades es considera com una mena d'estructura sedimentària que queda a la roca. En circumstàncies normals, les petjades dels animals no es poden conservar. Al terreny dur, l'animal només pot deixar una empremta poc profunda i posteriorment, aquesta desapareixerà a causa dels elements erosius de la natura. Si el terreny fos massa tou, la humitat és massa elevada augmentant així la fluïdesa del sòl fent que les petjades quedin ràpidament tapades per la sorra o fang del voltant. Només quan la temperatura del sediment sigui adequada es poden conservar les petjades. Més important encara, les petjades haurien de ser cobertes per sediments de manera oportuna, no es forma els fòssils de petjades ni massa ràpid ni massa lent<sup>[20]</sup>.

Les petjades de dinosaures es poden dividir en dos tipus, positiva i negativa. El positiu es refereix a la petjada còncava, és a dir, a la petjada pròpia del dinosaure, que es conserva a la part superficial de la roca. El negatiu es refereix a la petjada que sobresurt, que es conserva al fons de la roca.

---

<sup>18</sup> Dal Sasso, C. and Signore, M. Exceptional soft-tissue preservation in a theropod dinosaur from Italy. *Nature*. 1998), 292 (6674): 383–387. doi:10.1038/32884.

<sup>19</sup> 杨孝文. 美国发现保存完好恐龙木乃伊. 新浪科技. 2007-12-04 [2018-03-04].

<sup>20</sup> 车艳.青. (2018). 恐龙足迹. 煤炭工业出版社. ISBN: 7502066799, 9787502066796

Si les petjades dels dinosaures no estan cobertes, esdevindran petjades en forma positiva després de convertir-se en roques durant molt de temps. En el cas contrari, si les petjades són immediatament enterrades pels sediments aportats per l'aigua, després de la formació de roca, si la capa inferior de roca que manté l'empremta còncava és relativament tova, es desgastaran fàcilment, de manera que deixaran una protuberància a la superfície inferior de la capa superior de roca. Aquesta impressió que sobresurt es pot considerar com un motlle del peu de dinosaure.



Figura 5. Un icnofòssil negatiu recentment trobat en 2021 a Gales<sup>[21]</sup>.

Actualment, els experts en el món de les petjades de dinosaures es divideixen bàsicament en dos grups els quals són els següents:

- Els que creuen que les petjades de dinosaures no formen part del cos principal dels dinosaures, ni tampoc són restes de dinosaures (com ara ous fòssils, copròlit), sinó que només són rastres d'empremtes deixades pels dinosaures quan caminaven. Per tant, només té una importància geològica, com identificar si l'estrat està invertit, identificar l'edat geològica en què es van formar les petjades i proporcionar informació sobre paleogeografia i paleontologia.
- Els que destaquen la importància biològica de les petjades de dinosaures. Com que la petjada de dinosaure pot reflectir clarament l'estructura del peu de dinosaure, es pot distingir d'aquesta forma quin tipus de dinosaure pertany. A través de les petjades, la gent pot saber com caminaven els dinosaures. També es pot arribar a conèixer si el dinosaure és plantígrad, semi-plantígrad o digitígrad. La sèrie d'empremtes poden reflectir la colonització i migració dels dinosaures i, de vegades, la batalla entre dinosaures carnívors i herbívors, així com la relació entre els dinosaures. A partir de les mesures de les petjades dels dinosaures, es pot calcular la seva velocitat de moviment segons una fórmula de càlcul. Tota la informació mencionada anteriorment, és impossible obtenir-la a partir de fòssils ossis, per tant, les petjades de dinosaures no només són significatives en geologia, sinó que ho són també en biologia. Aquest és un dels motius de l'augment d'estudis sobre les petjades de dinosaures en els darrers anys<sup>[22]</sup>.

### 1.3 Objectius

La finalitat de realització d'aquest treball és aplicar els coneixements adquirits en el màster per resoldre un problema del món real. A diferència de fer les interpretacions filogenètica, etològica, taxonòmica, sedimentològica i paleo-ecològica, en aquest cas, l'objectiu

---

<sup>21</sup> <https://www.bbc.com/news/uk-wales-55863928>

<sup>22</sup> An Important Ornithischian Tracksite in the Early Jurassic of the Shenmu Region, Shaanxi, China (Li et al. 2012)

és emprar els coneixements de la mecànica específicament del mètode d'anàlisi d'elements finits per estimar el pes d'un dinosaure a partir de la resta d'ícnofòssil.

Actualment, existeixen dos mètodes convencionals per estimar el pes d'un dinosaure, el primer mètode és el de densitat volumètrica, aquest mètode es basa en la reconstrucció del cos del dinosaure, estimar el volum que ocupa cada part del cos i a partir de la densitat de cada tipus de teixits dels animals existents, calcular el pes del dinosaure<sup>[23]</sup>. L'altre és el mètode d'escala existent, aquest mètode bàsicament es mesura la mida dels ossos significatius ara com els ossos de les extremitats (normalment el fèmur i l'húmer) del dinosaure, compara amb la mida mesurada amb els ossos dels animals existents, treure un factor de relació entre les mides i aplicar aquest mateix factor multiplicant a la massa de l'animal patró per treure la massa del dinosaure<sup>[24][25][26]</sup>.

No és gens difícil percebre que els anteriors mètodes requereixen moltes dades i informacions per estimar el pes del dinosaure, hi ha d'haver suficients restes de fòssils per poder reconstruir el cos, proposar un valor de la densitat de cada tipus de teixit, mesurar les mides dels ossos, etc. Tots els processos anteriors poden acumular l'error del pes a l'hora dels càlculs.

Tal com s'ha explicat a l'inici, el treball consisteix a estimar el pes del dinosaure solament a partir de la seva petjada amb el mètode d'elements finits. Per fer-ho es pretén abordar altres objectius més concrets.

- Conèixer la base teòrica sobre l'anàlisi de mètodes d'elements finits.
- Comparació dels diferents models de modelització del sòl i els seus paràmetres.
- Recerca dels paràmetres del sòl.
- Aprenentatge de l'ús de programa de simulació, calcular els paràmetres per introduir al simulador a partir dels paràmetres buscats.
- Treure les dades de deformació a partir dels pesos determinats en el simulador.
- Determinar el pes del dinosaure amb un càlcul invers a partir de la geometria que té l'ícnofòssil.

---

<sup>23</sup> BODY-MASS ESTIMATION IN PALEONTOLOGY: A REVIEW OF VOLUMETRIC TECHNIQUES. Charlotte A. Brassey. Published online by Cambridge University Press: 27 April 2017.

<sup>24</sup> <https://theconversation.com/how-do-you-weigh-a-dinosaur-there-are-two-ways-and-it-turns-out-theyre-both-right-144874>

<sup>25</sup> <https://www.theguardian.com/science/lost-worlds/2012/aug/24/weigh-dinosaur>

<sup>26</sup> Body mass estimates of an exceptionally complete Stegosaurus (Ornithischia: Thyreophora): comparing volumetric and linear bivariate mass estimation methods <https://doi.org/10.1098/rsbl.2014.0984>

## 2 Base teòrica

En aquest apartat es farà una introducció teòrica essencial de les eines que s'utilitzaran en la realització d'aquest treball. Els coneixements que s'explicaran són els següents: l'anàlisi per elements finits, el mètode dels elements finits, l'elasticitat, la plasticitat i per l'últim, la modelització del sòl.

Per l'apartat d'anàlisi per elements finits s'explicarà com es fa aquest tipus d'anàlisi, en què consisteix, quins passos se segueixen per aquest tipus d'anàlisi, els avantatges i els inconvenients que presenta aquest tipus d'anàlisi i quines eines convenen utilitzar per a aquest tipus d'anàlisi.

En l'apartat de mètode dels elements finits bàsicament es parlarà dels conceptes d'aquest mètode i les equacions que hi ha al darrere. En l'apartat d'elasticitat i plasticitat s'explicarà els conceptes teòrics les equacions matemàtics que hi ha per darrere i per l'últim, en l'apartat de la modelització del sòl entrarà informacions relacionades amb els diferents models incorporats en el programa ANSYS.

### 2.1 Anàlisi per elements finits

L'anàlisi d'elements finits és un estudi per analitzar fenòmens físics de forma numèrica el qual s'utilitza per obtenir solucions numèriques d'equacions diferencials o equacions integrals.

En el procés de resolució d'equacions diferencials mitjançant derivades parcials, la principal dificultat d'aquest mètode és com construir una equació que pugui aproximar-se i predir el comportament real de l'element a estudiar, i a més a més aquest procés també ha de mantenir l'estabilitat numèrica. Avui en dia existeixen molts mètodes per fer-hi front i cadascú té els seus propis avantatges i inconvenients. Els punts forts de l'anàlisi per elements finits són quan es compleix alguna de les següents condicions: quan l'àrea del cos canvia, quan la precisió necessària per aquesta àrea canvia o la resolució d'un problema amb poca suavitat (que no és infinitament diferenciable). El mètode dels elements finits pot ser una bona opció per resoldre equacions diferencials parcials en una àrea complexa com per exemple un cotxe, l'estructura d'un vaixell, els oleoductes, etc.

L'anàlisi d'elements finits consisteix bàsicament a substituir problemes complexos per problemes més senzills abans de resoldre'ls. Aquesta anàlisi es divideix el domini de la solució en subdominis molts petits (elements finits) interconnectats entre ells, assumeix una solució aproximada de manera adequada per a cada subdomini i finalment s'obté la solució del domini complint les condicions del problema<sup>[27]</sup>. Aquests subdominis, a la vegada es poden dividir en dues parts principals les quals conformen un mallat: els nodes i els elements tal com es mostra a la figura 6.

---

<sup>27</sup> 王元, 文兰, 陈木法. 数学大辞典: 科学出版社, 2010 ISBN: 9787030273598

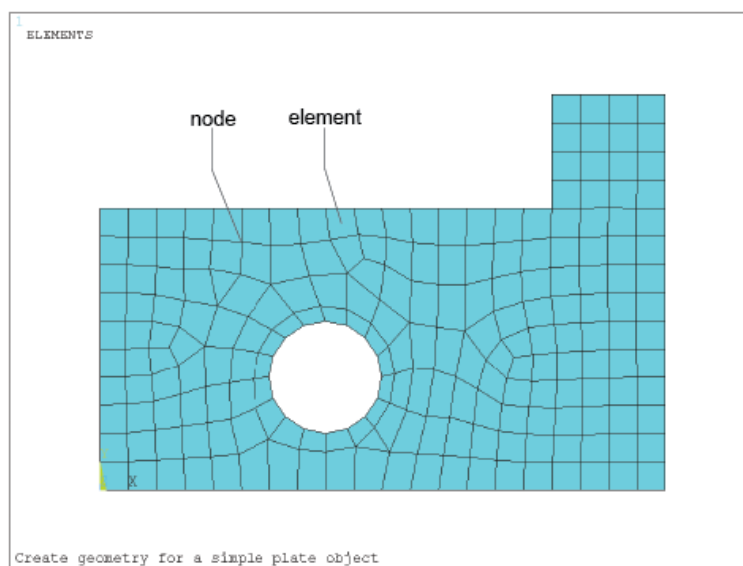


Figura 6. Representació d'un component mallat per nodes i elements<sup>[28]</sup>.

Els passos bàsics de l'anàlisi d'elements finits solen ser els següents:

- Pas 1: El preprocessament. En aquest pas es defineix el model de solució segons el problema real especificant els aspectes següents:
  1. Definir la regió geomètrica del problema. Determinar aproximadament les propietats físiques i la regió geomètrica del domini de la solució segons el problema real plantejat.
  2. Definir el tipus d'elements.
  3. Definir les propietats del material dels elements.
  4. Definir les propietats geomètriques dels elements (la longitud, l'àrea, etc).
  5. Definir la connectivitat entre elements.
  6. Definir les funcions bases dels elements.
  7. Definir les condicions de contorn.
  8. Definir la càrrega.
- Pas 2: Assemblatge de la solució. En aquest pas s'ajunta els elements en una equació de matriu total (sistemes d'equacions) per tot el domini discret. L'assemblatge es realitza als nodes dels elements adjacents. La continuïtat de les variables d'estat i les seves derivades s'estableix als mencionats nodes. Per l'altra banda les equacions simultànies es poden resoldre mitjanant mètodes directes i mètodes iteratius. El resultat de la solució és el valor aproximat de la variable d'estat al node dels elements.
- Pas 3: El postprocés. Analitzar i avaluar la solució obtinguda segons els criteris pertinents. El postprocés permet als usuaris una extracció senzilla d'informació i entendre els resultats obtinguts del càlcul.

<sup>28</sup> <https://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/introduction-finite-element-analysis/content-section-1.5>

Actualment, existeixen una gran varietat de programes per fer aquest tipus d'anàlisi. En la taula 1 es troba els principals programes per la realització d'aquesta tasca, un d'ells anomenada ANSYS, serà el programa que s'utilitzarà per a l'elaboració d'aquest treball.

Taula 1. Llistat d'alguns programes informàtics d'anàlisi d'elements finits disponibles al mercat<sup>[29]</sup>.

| Any d'inici de desenvolupament | Nom del programa | Desenvolupador                            | Web oficial  |
|--------------------------------|------------------|---|--|
| 1965                           | ASKA (PERMAS)    | IKOSS GmbH, (INTES), Germany              | <a href="http://www.intes.de">www.intes.de</a>   |
|                                | STRUDL           | MCAUTO, USA                               | <a href="http://www.gtstrudl.gatech.edu">www.gtstrudl.gatech.edu</a>                             |
| 1966                           | NASTRAN          | MacNeal-Schwendler Corp., USA             | <a href="http://www.macsch.com">www.macsch.com</a>   |
| 1967                           | BERSAFE          | CEGB, UK (restructured in 1990)           |  |
|                                | SAMCEF           | Univer. of Liege, Belgium                 | <a href="http://www.samcef.com">www.samcef.com</a>   |
| 1969                           | ASAS             | Atkins Res.&Devel., UK                    | <a href="http://www.wsasoft.com">www.wsasoft.com</a>   |
|                                | MARC             | MARC Anal. Corp., USA                     | <a href="http://www.marc.com">www.marc.com</a>   |
|                                | PAFEC            | PAFEC Ltd, UK now SER Systems             |  |
|                                | SESAM            | DNV, Norway                               | <a href="http://www.dnv.no">www.dnv.no</a>   |
| 1970                           | ANSYS            | Swanson Anal. Syst., USA                  | <a href="http://www.ansys.com">www.ansys.com</a>   |
|                                | SAP              | NISEE, Univ. of California, Berkeley, USA | <a href="http://www.eerc.berkeley.edu/softwareanddata">www.eerc.berkeley.edu/softwareanddata</a> |
| 1971                           | STARDYNE         | Mech. Res. Inc., USA                      | <a href="http://www.reiusa.com">www.reiusa.com</a>   |
|                                | TITUS (SYSTUS)   | CITRA, France; ESI Group                  | <a href="http://www.systus.com">www.systus.com</a>   |
| 1972                           | DIANA            | TNO, The Netherlands                      | <a href="http://www.diana.nl">www.diana.nl</a>   |
|                                | WECAN            | Westinghouse R&D, USA                     |  |
| 1973                           | GIFTS            | CASA/GIFTS Inc., USA                      |  |
| 1975                           | ADINA            | ADINA R&D, Inc., USA                      | <a href="http://www.adina.com">www.adina.com</a>   |
|                                | CASTEM           | CEA, France                               | <a href="http://www.castem.org:8001/HomePage.html">www.castem.org:8001/HomePage.html</a>         |
|                                | FEAP             | NISEE, Univ. of California, Berkeley, USA | <a href="http://www.eerc.berkeley.edu/softwareanddata">www.eerc.berkeley.edu/softwareanddata</a> |
| 1976                           | NISA             | Eng. Mech. Res. Corp., USA                | <a href="http://www.emrc.com">www.emrc.com</a>   |
| 1978                           | DYNA2D, DYNA3D   | Livermore Softw. Tech. Corp., USA         | <a href="http://www.lstc.com">www.lstc.com</a>   |
| 1979                           | ABAQUS           | Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., USA    | <a href="http://www.abaqus.com">www.abaqus.com</a>   |
| 1980                           | LUSAS            | FEA Ltd., UK                              | <a href="http://www.lusas.com">www.lusas.com</a>   |
| 1982                           | COSMOS/M         | Structural Res. & Anal. Corp., USA        | <a href="http://www.cosmosm.com">www.cosmosm.com</a>   |
| 1984                           | ALGOR            | Algor Inc., USA                           | <a href="http://www.algor.com">www.algor.com</a>   |

## 2.2 Mètode dels elements finits

Tal com ha definit anteriorment, el mètode dels elements finits és un mètode àmpliament aplicat per resoldre les equacions diferencials sorgides en l'àmbit d'enginyeria i modelització

<sup>29</sup> [3] Fundamentals of Finite Element Analysis, Pan Z., Universitat Tsinghua Dec. 2008

matemàtica. Particularment, aquest és un mètode numèric per resoldre equacions diferencials parcials en dues o tres variables espacials. Això s'aconsegueix mitjançant una discretització específica en la dimensió espacial, que s'aconsegueix construint una malla d'objecte, el domini numèric de la solució té un nombre finit de punts. La formulació del mètode d'elements finits del problema del valor límit finalment va formant un sistema d'equacions algebraiques. Aquest mètode aproxima la funció desconeguda en el domini. Llavors, les equacions simples que modelen aquests elements finits es combinen en un sistema més gran d'equacions que modelen tot el problema. Després, per tal de fer el càlcul, el programa utilitza el mètode variacional per a aproximar la solució minimitzant així l'error associat de la funció<sup>[30]</sup>.

A conseqüència de la subdivisió del sistema físic en diferents parts més senzilles, pot aportar els següents avantatges<sup>[31]</sup>:

- Representa amb precisió les formes geomètriques complexes.
- Pot descriure diverses propietats del material.
- Expressa fàcilment la solució general.
- Descripció precisa dels fenòmens locals.

Per explicar matemàticament totes les anteriors descripcions abstractes, es fa el següent exemple, en cada node s'escull una funció lineal a trossos com a funció de forma  $\rho_i(x)$ , que es caracteritza per prendre el valor d'1 al node  $x_0$  i  $x_i$ , prendre el valor de 0 als nodes  $x_j$  on  $j \neq i$  i entre els diferents nodes es forma un pendent lineal. Aquesta funció es presenta tal com la següent figura 7<sup>[32]</sup>.

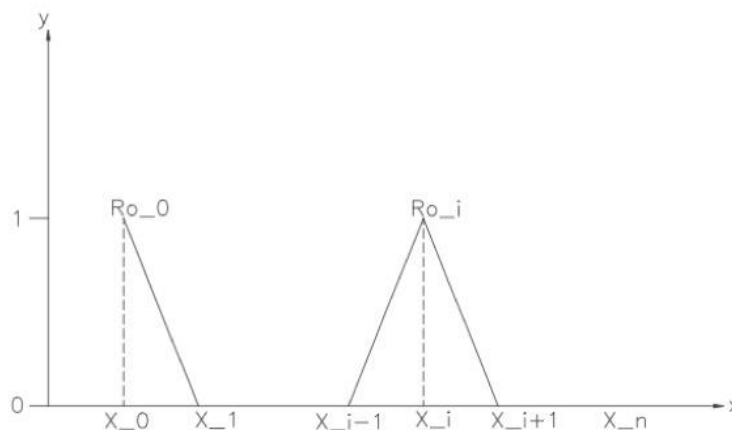


Figura 7. Representació gràfica de la funció de forma.

L'expressió matemàtica és mostra al sistema d'equacions (1).

$$\rho_i(x) = \begin{cases} \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} & \text{si } x \in [x_{i-1}, x_i] \\ \frac{x_{i+1}-x}{x_{i+1}-x_i} & \text{si } x \in [x_i, x_{i+1}] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

<sup>30</sup> Logan, Daryl L. A first course in the finite element method 5th ed. Stamford, CT: Cengage Learning. 2012. ISBN 978-0-495-66825-1. OCLC 664675951.

<sup>31</sup> Reddy, J. N., An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). McGraw-Hill. 2006. ISBN 9780071267618.

<sup>32</sup> Larson, Mats G., and Fredrik Bengzon. "The finite element method: theory, implementation, and practice."

Les funcions que tenen una forma triangular es denomina com a funció triangular. Una de les característiques d'aquestes funcions és que el seu abast és molt petit. Només es troba valors en diversos elements al voltant del node i zeros en altres llocs. A continuació, s'ha introduït els següents conceptes,  $\rho_i(x)$  com a funció base, es pot aplicar a l'espai  $V_h$ , qualsevol funció de  $V_h$  es pot expressar tal com es mostra a l'equació (2).

$$v(x) = a_1\rho_1(x) + a_2\rho_2(x) + \dots + a_n\rho_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i\rho_i(x) \quad (2)$$

Aquestes funcions base es poden tractar com peces de LEGO, hi ha poca varietat de peces bàsiques, però amb diferents combinacions espacials es poden obtenir diferents geometries. Les geometries muntades per aquestes peces petites de  $\rho_i(x)$  en aquest cas és l'espai  $V_h$  format per les funcions base i la combinació de funcions lineals de  $\rho_i(x)$  és una funció vectorial de l'espai  $V_h$ .

D'aquesta manera, se sap que el factor  $a_i$  es calcula a partir de la projecció de la funció  $f(x)$  en l'espai  $V_h$  tal com mostra en l'equació (3).

$$\int (f(x) - f_{prj}(x)) v(x) dx = 0, \forall v(x) \in V_h \quad (3)$$

On:

- $f_{prj}(x)$ : Projecció de la funció  $f(x)$  en l'espai  $V_h$ .
- $v(x)$ : Qualsevol funció vectorial de l'espai  $V_h$ .

Se sap que la  $f_{prj}(x)$  és la projecció de  $f(x)$  en l'espai  $V_h$  perquè la resta de  $f(x) - f_{prj}(x)$  és ortogonal a totes  $v(x)$  de  $V_h$ . A la figura 8 es mostra el concepte d'aquestes funcions i espai.

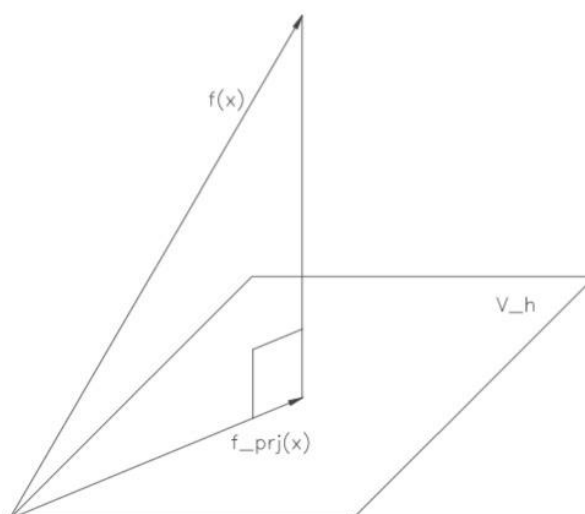


Figura 8. Il·lustració de la projecció de la funció  $f(x)$  en l'espai  $V_h$ .

Com que la  $v(x)$  podria ser qualsevol funció arbitrària de l'espai, per comoditat, s'ha triat la funció de base  $\rho_i(x)$  i es mostra el seu desenvolupament des de l'equació (4) fins a la (8).

$$\int (f(x) - f_{prj}(x)) \rho_i(x) dx = 0 \quad (4)$$

Pel fet que  $f_{prj}(x)$  situa a l'espai  $V_h$ , es pot suposar que:

$$f_{prj}(x) = \sum_{j=0}^n a_j \rho_j(x) \quad (5)$$

Per tant:

$$\int f_{prj}(x)\rho_i(x)dx = \int (\sum_{j=0}^n a_j \rho_j(x))\rho_i(x)dx = \sum_{j=0}^n a_j \int \rho_j(x)\rho_i(x)dx \quad (6)$$

Se suposa que:

$$M_{ij} = \int \rho_j(x)\rho_i(x)dx, \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (7)$$

$$b_i = \int f(x)\rho_i(x)dx, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (8)$$

Llavors l'equació (9) passa a ser la següent.

$$\sum_{j=0}^n M_{ij} = b_i, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (9)$$

S'ha de tenir en compte que ara es tracta d'un sistema d'equacions lineals de  $(n+1) \times (n+1)$ , on  $a_j$  té  $(n+1)$  incògnites. En hora de resoldre aquest sistema d'equacions lineals, s'obté els coeficients de la funció de base  $a_j$  i més endavant l'aproximació de la funció  $f(x)$  on la  $b_i$  s'anomena vector de la càrrega i la  $M$ , la matriu de la massa.

A continuació, per veure com hauria de ser aquest sistema de funcions lineals es dibuixa una gràfica de dues funcions triangulars adjacents tal com mostra la figura 9.

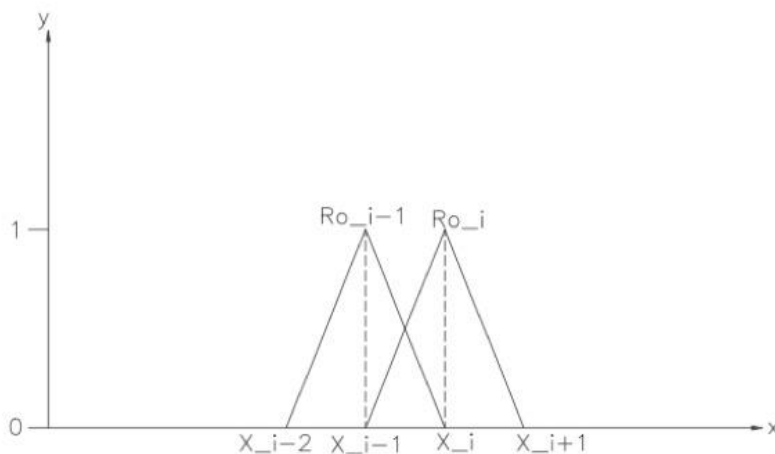


Figura 9. Representació gràfica de dues funcions triangulars adjacents.

D'acord amb anteriors anàlisis, aplicant el mètode de Simpson s'obté l'equació (10).

$$M_{i,i} = \int \rho_i^2(x)dx = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \rho_i^2(x)dx + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho_i^2(x)dx = \frac{h_i}{3} + \frac{h_{i+1}}{3}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (10)$$

On,  $x_i - x_{i-1} = h_i$ ,  $x_{i+1} - x_i = h_{i+1}$  i  $M_{0,0}$  i  $M_{n,n}$  com que només porta mig triangle, per aquest motiu s'ha de calcular per separat on  $M_{0,0} = h_1/3$  i  $M_{n,n} = h_n/3$ . Amb el mateix mètode també es pot calcular  $M_{i+1,i}$  tal com mostra a l'equació (11).

$$M_{i+1,i} = \int \rho_i(x)\rho_{i+1}(x)dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho_i(x)\rho_{i+1}(x)dx = \frac{h_i}{6}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

De la mateixa manera també s'obté,  $M_{i,i+1} = h_{i+1}/6$ .

Un cop tret tots aquests valors, es munta la matriu de la massa mostrada en l'equació (12).

$$M = \begin{bmatrix} \frac{h_1}{3} & \frac{h_1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{h_1}{6} & \frac{h_1}{3} + \frac{h_2}{3} & \frac{h_2}{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_2}{6} & \frac{h_2}{3} + \frac{h_3}{3} & \frac{h_3}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{h_{n-1}}{6} & \frac{h_{n-1}}{3} + \frac{h_n}{3} & \frac{h_n}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_n}{6} & \frac{h_n}{3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Finalment, amb el mètode trapezoidal s'obté el càlcul del vector de la càrrega mostrada en l'equació (13).

$$b_i = \int f(x)\rho_i(x)dx = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)\rho_i(x)dx + \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)\rho_i(x)dx = f(x_i)(h_i + h_{i+1})/2 \quad (13)$$

La matriu completa és la següent equació (14).

$$b = \begin{bmatrix} f(x_0)h_1/2 \\ f(x_1)(h_1 + h_2)/2 \\ f(x_2)(h_2 + h_3)/2 \\ \dots \\ f(x_{n-1})(h_{n-1} + h_n)/2 \\ f(x_n)h_n/2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

L'aproximació de la funció  $f(x)$  i la funció projectada  $f_{proj}(x)$  depèn de la mida de la malla  $h$  que és inversament proporcional a números d'interval  $n$ . És a dir, el resultat aproxima més a la realitat quan la mida de la malla és molt petita o el nombre de  $n$  sigui molt gran.

Per tindre la idea bàsica de l'aplicació en el món real del mètode d'elements finits s'ha agafat l'exemple del càlcul de l'àrea d'un cercle, un dels mètodes geomètrics és utilitzar els polígons regulars per equiparar un cercle. Igual que tallar una síndria, els cercles es talla en talls de triangles isòsceles regulars. En la següent figura 10 es presenta la il·lustració d'aquest cercle amb els talls regulars.

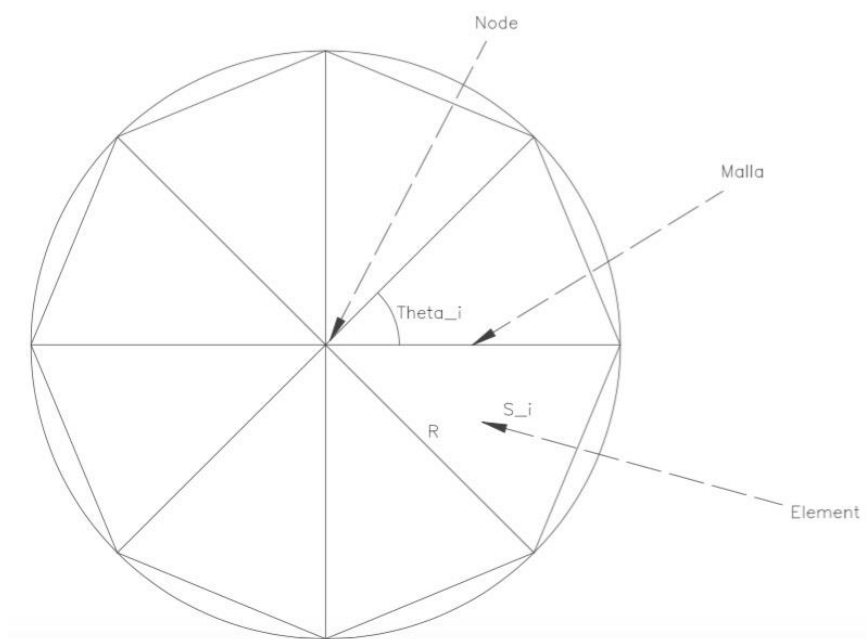


Figura 10. El diagrama esquemàtic d'un cercle.

L'àrea de cada triangle isòsceles es presenta amb la següent equació 15.

$$S_i = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \theta_i \quad (15)$$

On:

- $S_i$ : L'àrea d'un triangle isòsceles [m].
- $R$ : El radi de la circumferència [m].
- $\theta_i$ : L'angle d'apex del triangle isòsceles [rad].

Per tant l'àrea total de l'octàgon regular format per  $N$  (8 en aquest cas) parts iguals de triangles isòsceles es presenta amb la següent equació (16):

$$S_N = \sum_1^N S_i = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot N \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad (16)$$

On:

- $S_N$ : L'àrea total del polígon regular [m].
- $N$ : La quantitat de triangles isòsceles per equiparar el cercle (nombre d'elements) [-].

Fent al·lusió a l'enunciat matemàtic que demostra,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ , per tant, quan  $N \rightarrow \infty$ , el terme  $\lim_{N \rightarrow \infty} N \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi}{N} = 2\pi$  d'aquesta manera, el polígon regular tendeix al cercle i l'àrea del cercle obtinguda es presenta com  $S = \pi \cdot R^2$ . D'aquesta forma, es pot adaptar la idea de dividir una peça complexa en parts més senzilles i d'aquesta manera resoldre el problema i així obtenint un resultat aproximat a la realitat.

Dit d'una altra manera, quan la superfície total o la corba de l'objecte té una geometria complicada, la podem tallar i cada peça petita regular que es talla s'anomena element. L'element està connectat per un node i tot el conjunt es divideix en elements finits. En aquesta situació, és molt més senzill assumir la funció de desplaçament d'un element regular o subdomini, per exemple, es pot utilitzar una funció de forma lineal per resoldre cada subdomini i a més a més aquest tipus de funció no és exigent en el sentit de donar l'ordre de continuïtat, l'únic desavantatge que es pot trobar és la quantitat de càlculs, però no és un problema amb ajuda dels ordinadors d'avui en dia.

## 2.3 Elasticitat

En l'àmbit de la física i la mecànica de sòlids, l'elasticitat es refereix a la capacitat d'un objecte de deformar-se quan està sotmès a una força externa i en el moment en què es deixa d'aplicar, aquest recupera la seva forma original. La tensió ( $\sigma$ ) en aquest àmbit es defineix com la força externa suportada per unitat d'àrea i ve representada en Pascals (Pa) dintre del sistema internacional. Aquesta tensió es pot classificar en dos tipus, quan la força és ortogonal a la superfície, aquest tipus de tensió s'anomena tensió normal, i quan les direccions de les forces i la superfície són paral·leles entre si, aleshores aquest component de tensió s'anomena esforç tallant. El terme d'esforç intern es refereix a les tensions que actuen internament en una sola estructura formada per diferents tipus de materials, a causa d'aquesta varietat, les deformacions internes de l'estructura no es presenten de forma regular generant així esforços dintre de l'estructura interna del material.

L'altre terme relacionat amb el tema d'elasticitat és la deformació ( $\epsilon$ ), en l'àmbit de la mecànica es defineix com la relació entre la variació de la longitud i la longitud original de l'estructura, per tant aquest terme és adimensional. Aquesta deformació pot ser longitudinal o transversal i la relació entre la deformació transversal i la longitudinal sota una compressió o estirament s'anomena el coeficient de Poisson ( $\nu$ ).

Segons la llei de Hooke, quan un sòlid està suportant una força de tracció externa, l'elongació del sòlid és directament proporcional a la força aplicada. Abans d'arribar al límit elàstic del material, la tensió (força aplicada respecte a la superfície on suporta aquesta força) i la deformació (allargament respecte a la longitud original) tenen una relació lineal i aquesta relació es coneix com a mòdul de Young o mòdul elàstic (E).

Un cop passat el límit elàstic mencionat anteriorment, el sòlid entra a estat de fluència, a partir d'aquest moment la tensió aplicada causa una deformació irreversible al sòlid, aquesta deformació està composta per deformació elàstica i deformació plàstica, per tant, un cop es deixa d'aplicar la força, el sòlid només recuperarà la part elàstica i deixarà una deformació permanent a causa de la component plàstica de la deformació soferta.

## 2.4 Plasticitat

Se sap que els icnofòssils es formen a partir d'una deformació permanent del sòl sota una pressió superficial, per arribar aquest fi, és necessari saber el concepte de la plasticitat. En l'àmbit de la física i ciència dels materials, la plasticitat, també coneguda com a deformació plàstica, es refereix al comportament quan un material es deforma per força externa, si supera a un límit determinat, aquest es deforma permanentment, és a dir no es pot tornar a la seva forma original. El límit mencionat anteriorment s'anomena límit elàstic. El típic exemple pot ser un metall mal·leable, quan rep una petita quantitat de tensió, pot tornar a la seva forma original després d'haver estirat, però si la tensió fos gran, part del material no es pot escurçar després d'estirament<sup>[33][34]</sup>.

El comportament de la deformació es pot descriure per diversos mètodes d'interpretació matemàtica, com ara la llei de Hooke, encara no és sempre exacta, ja que no es pot descriure l'estat de la matèria un cop arribat a la fluència. Després, el material es deformarà de forma plàstica, aquesta deformació és causada per la dislocació de les partícules de manera que la deformació de la matèria s'explica mitjançant una sèrie de fórmules no lineals.

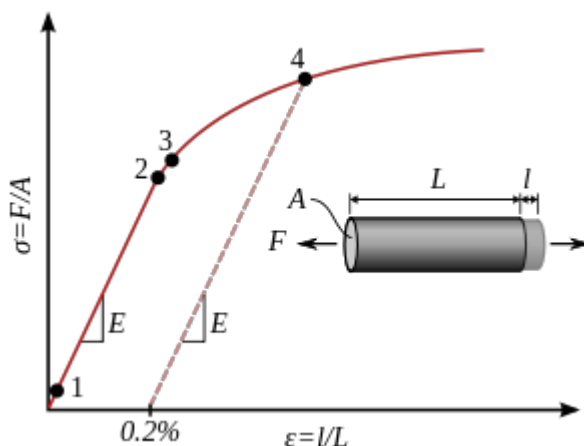


Figura 11. Diagrama de deformacions d'aliatges no ferrosos sotmesos a tensions.

En la figura 11 es descriu el comportament d'un material metàl·lic d'aliatge no ferros, en l'eix d'abscisses es descriu la deformació del material que es calcula a partir de la longitud obtinguda (deformada) i la longitud original i per l'eix d'ordenades es descriu la tensió que aplica sobre el material. El punt 1 és el límit elàstic verdader, a partir d'aquest punt la distància

<sup>33</sup> Lubliner, J. (2008). Plasticity theory. Dover. ISBN 978-0-486-46290-5.

<sup>34</sup> Bigoni, D. (2012). Nonlinear Solid Mechanics: Bifurcation Theory and Material Instability. Cambridge University Press. ISBN 978-1-107-02541-7.

entre els àtoms s'estén, però la deformació no serà de manera permanent. El punt 2 és el límit de proporcionalitat, després d'aquest punt ja no es podrà aplicar la llei de Hooke. El punt 3 és el límit elàstic, a partir d'aquest punt el material tindrà una deformació permanent, la dislocació es mourà i entrarà el concepte de la plasticitat del material. Finalment, el punt 4 està traduït com límit elàstic convencional<sup>[35]</sup>, aquest punt solen situar on la deformació permanent del material arriba a un valor de 0.2% per aliatges no fèrrics.

L'aparició de la plasticitat en els materials pot venir definida per diversos motius, generalment, per petites esquerdes o luxacions en l'interior del material. Com més gran sigui la ductilitat del material, major serà el límit elàstic. A més, el límit elàstic també es veu afectat per la velocitat a la qual augmenta la força de tracció.

Depenent per mecanisme físic, es classifica en els següents subapartats:

#### **2.4.1 Deformació plàstica metàl·lica**

Es produeixen dos mecanismes durant la deformació plàstica de l'estructura cristal·lina del metall, el primer és que els àtoms es mouen de la seva posició original a una altra i el segon és la dislocació de dues capes cristallines.

La capacitat de deformació plàstica de la majoria dels metalls és alta a temperatures elevades, de manera que es pot utilitzar per donar forma. Alguns metalls com el plom, pot mostrar suficient capacitat de deformació plàstica a temperatura ambient, però per altra banda, la capacitat de deformació plàstica del ferro colat és feble encara que es fiqui el material a temperatures molt altes<sup>[36]</sup>.

#### **2.4.2 Deformació plàstica del sòlid amorf**

Un sòlid amorf és aquell que no té una estructura regular i el concepte d'ordenació no és aplicable. En un cos amorf, hi ha un gran espai entre els àtoms i la tensió comprimeix aquests espais, però l'espai no es tornarà a expandir després de ser comprimit. La part estirada d'alguns materials amorfs tindrà un color boirós, a causa de la formació de nona-fibres per la força de tracció.

#### **2.4.3 Deformació plàstica de martensita**

La deformació plàstica de la martensita és més complicada i no es pot explicar amb una teoria simple. Per exemple, l'aliatge níquel-titani, la seva deformació plàstica és irreversible, però de fet és reversible amb efecte tèrmic de memòria.

#### **2.4.4 Deformació plàstica del sòl**

Els exemplars que s'estudiarà aquest treball són formats principalment per aquest tipus de deformació. La deformació del sòl és generalment inelàstica sota la càrrega, la plasticitat d'aquest pot ser afectat per la mida de les partícules, la composició i la quantitat d'humitat. El comportament plàstic als sòls és causat per la reordenació de les partícules adjacents.

### **2.5 Model del sòl**

La modelització en general en l'àmbit de la ciència pertany a un tipus de mètode d'investigació sobre la naturalesa. Aquesta utilitza fórmules matemàtiques, simulacions per ordinador o simplement mitjançant les gràfiques per representar el comportament de la

---

<sup>35</sup> <https://www.instron.com/es-es/our-company/library/glossary/o/offset-yield-strength>

<sup>36</sup> Gerolf Ziegenhain and Herbert M. Urbassek: Reversible Plasticity in fcc metals. In: Philosophical Magazine Letters. 89(11):717-723, 2009 DOI: <https://doi.org/10.1080/09500830903272900>

naturalesa. Mitjançant l'anàlisi d'aquest model, s'espera comprovar la relació entre els comportaments numèrics i naturals, verificació d'hipòtesis o analitzar les dades extretes.

Com l'objectiu d'aquest treball és analitzar el comportament del sòl sota una pressió externa, per tant el primer pas és modelitzar el sòl en expressions matemàtiques i paràmetres numèrics per poder ser simulat i estudiar el seu comportament o predir el comportament sota condicions variades.

Per modelitzar el sòl existeix diversos models per simular el comportament del sòl, a continuació es parlarà sobre els models incorporats en el ANSYS, simulador que es fa servir durant l'elaboració d'aquest treball i el model que fa servir per modelitzar el sòl de riu Rin després de fer experiments, els quals són, el model *Cam Clay* i Model de *Hardening soil*.

### 2.5.1 Elasticitat lineal

Abans de començar a parlar sobre cadascun dels models, s'introdueix els coneixements generals sobre la modelització de material. En primer lloc, es representa la tensió mecànica que actua en el sistema en una matriu en coordenades cartesianes tal com mostra l'equació (18) i la figura 12<sup>[37]</sup>.

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (18)$$

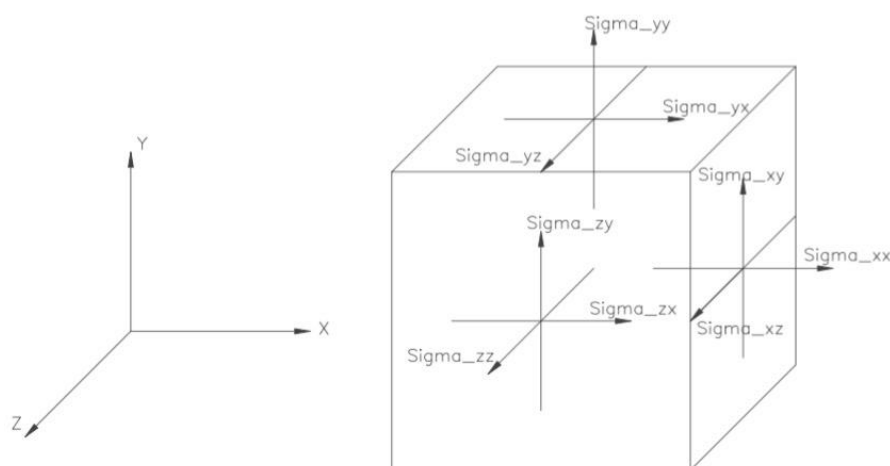


Figura 12. Il·lustració de les tensions en el sistema de coordenades tridimensionals.

Com que  $\sigma_{xy}$  és igual a  $\sigma_{yx}$ ,  $\sigma_{xz}$  és igual a  $\sigma_{zx}$  i  $\sigma_{yz}$  és igual a  $\sigma_{zy}$ , ja que totes aquestes són simètriques entre elles, per tant es pot descriure de la següent equació (19) en notació vectorial.

$$\bar{\sigma} = (\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx}) \quad (19)$$

D'acord amb el principi de Terzaghi<sup>[38]</sup> les tensions que apliquen al sòl es divideixen en tensions efectives ( $\sigma'$ ) i pressions de porus ( $u$ ) que són expressades per l'equació (20).

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}' + \bar{u} \quad (20)$$

<sup>37</sup> 小林英男; 轟章 『固体の弾塑性力学』 数理工学社、2007年。ISBN 978-4-901683-51-7。

<sup>38</sup> <https://es.slideshare.net/IndiTej/terzaghi>

Com que les pressions  $\bar{u}$  són generalment proporcionades per l'aigua que existeix als porus, es considera que l'aigua que actual no suporta cap esforç tallant. Com a conseqüència, els esforços tallants són idèntics als esforços tallants efectius.

Aquestes tensions es classifica en dos tipus, les tensions positives representen la tracció i les tensions negatives indiquen la compressió. A més a més, que l'aigua és totalment isotròpica, això vol dir que tots els components de la pressió dels porus són iguals, per tant la pressió  $u$  es pot presentar amb un únic valor.

Per l'altre costat, la tensió efectiva vindrà expressada de manera semblant a la tensió total en l'equació (21).

$$\bar{\sigma}' = (\sigma'_{xx} \quad \sigma'_{yy} \quad \sigma'_{zz} \quad \sigma'_{xy} \quad \sigma'_{yz} \quad \sigma'_{zx}) \quad (21)$$

A part de les tensions principals, també és necessari introduir dos paràmetres importants en la modelització del sòl que són: la tensió eficaç mitjana i la tensió de tall equivalent. A continuació es mostra les equacions (22) i (23) per calcular aquests dos paràmetres.

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}) \quad (22)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz})^2 + (\sigma'_{zz} - \sigma'_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2))} \quad (23)$$

On:

- $p'$ : La tensió eficaç mitjana [N/m<sup>2</sup>].
- $q$ : La tensió de tall equivalent [N/m<sup>2</sup>].

En segon lloc es parla sobre el concepte de deformació, aquest concepte està molt relacionada amb l'anterior apartat de la plasticitat, quan la deformació del material és permanent.

Igual que les tensions, la deformació també es pot representar mitjançant una matriu amb coordenades cartesianes tal com mostra en l'equació (24)<sup>[39]</sup>.

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Aquestes components es calculen amb les equacions (25) i (26).

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial l_i}{\partial j} + \frac{\partial l_j}{\partial i} \right) \quad (25)$$

$$\epsilon_{ii} = \frac{\partial l_i}{\partial i} \quad (26)$$

On "l" és el desplaçament i la "i" i la "j" poden ser x, y o z.

La notació vectorial de la matriu anterior es mostra tal com les equacions (27) i (28).

$$\bar{\epsilon} = (\epsilon_{xx} \quad \epsilon_{yy} \quad \epsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}) \quad (27)$$

$$\gamma_{ij} = \epsilon_{ij} + \epsilon_{ji} = 2 \cdot \epsilon_{ij} \quad (28)$$

On la "i" i la "j" poden ser x, y o z.

Igual que les tensions, els components de deformació normal positiu es refereix a extensió del material i els components de deformació normal negatiu indica la compressió del material.

<sup>39</sup> Luis Ortiz Berrocal (2007). Resistencia de materiales, Madrid: Ed. McGraw-Hill. ISBN 9788448156336.

Per acabar, s'explica els dos conceptes que queda sobre la deformació que són la deformació volumètrica i la deformació desviadora. Per calcular aquests valors s'ha d'aplicar les següents equacions (29) i (30).

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} \quad (29)$$

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{9}((\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{1}{3}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2))} \quad (30)$$

On:

- $\varepsilon_v$ : La deformació volumètrica [-].
- $\varepsilon_q$ : La deformació desviadora [-].

Per relacionar la deformació elàstica i la tensió generalment s'expressa com l'equació (31).

$$\bar{\sigma}' = \bar{M}\bar{\varepsilon} \quad (31)$$

On la M és la matriu de rigidesa, aplicant la llei de Hooke es dona la següent equació (32).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (32)$$

On la E és el mòdul de Young i la  $\nu$  és el coeficient de Poisson.

Segons la llei de Hooke, la relació entre el mòdul de Young (E) i altres mòduls de rigidesa, com el mòdul de cisallament (G), el mòdul de compressibilitat (K) i el mòdul edomètric ( $E_{oed}$ ), ve donada per les equacions (33), (34) i (35) respectivament<sup>[40][41]</sup>:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (33)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (34)$$

$$E_{oed} = \frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (35)$$

Utilitzant els anteriors paràmetres la llei de Hooke es pot presentar en aquesta forma alternativa mostrada per l'equació (36).

$$\begin{bmatrix} p' \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_v \\ \varepsilon_q \end{bmatrix} \quad (36)$$

### 2.5.2 Model *Cam Clay*

El model *Cam Clay* és un model ben conegut de modelització de sòls, està destinat principalment per sòls argilosos gairebé consolidats com la mostra que s'estudiarà en el següent apartat modelització del sòl.

<sup>40</sup> "Introduction to Solid State Physics, 8th edition" by Charles Kittel, 2005, ISBN 0-471-41526-X

<sup>41</sup> <https://www.finesoftware.es/ayuda-en-linea/geo5/en/oedometric-modulus-01/>

En aquest model, s'assumeix una relació logarítmica entre el coeficient de buit ( $e$ ) i la tensió eficaç mitjana ( $p'$ ) en la compressió de càrrega inicial. Aquesta relació ve definida en l'equació (37)<sup>[42]</sup>.

$$e - e_0 = -\lambda \ln\left(\frac{p'}{p_0}\right) \quad (37)$$

On el paràmetre  $\lambda$  és l'índex de compressió isòtropa de model *Cam Clay*, que determina la compressibilitat del material en la càrrega primària.

La relació entre el coeficient de buit i la tensió eficaç mitjana en la compressió de descàrrega i recàrrega té un comportament semblant i aquesta relació ve donada per l'equació (38).

$$e - e_0 = -\kappa \ln\left(\frac{p'}{p_0}\right) \quad (38)$$

On el paràmetre  $\kappa$  és l'índex d'inflor isòtrop de model *Cam Clay*, que determina la compressibilitat del material en la descàrrega i recàrrega.

La funció per definir l'estat de fluència en aquest model es defineix com l'equació (39), (40) i (41)<sup>[43]</sup>.

$$f = \frac{q^2}{M^2} + p'(p' - p_p) \quad (39)$$

$$q = Mp' \quad (40)$$

$$p_p = p' + \frac{q^2}{M^2(p' + c \cdot \cotan(\varphi))} \quad (41)$$

On:

- $f$ : El punt de fluència [-].
- $q$ : La tensió de tall equivalent [N/m<sup>2</sup>].
- $p'$ : La tensió eficaç mitjana [N/m<sup>2</sup>].
- $M$ : El pendent de CSL (Critical State Line) [-].
- $p_p$ : La tensió preconsolidació isòtropa [N/m<sup>2</sup>].
- $c$ : La cohesió [N/m<sup>2</sup>].
- $\varphi$ : L'angle de fricció [°].

La superfície de fluència (quan  $f = 0$ ) està representada en forma d'una el·lipse en el diagrama  $p'$  respecte  $q$  tal com s'indica a la figura 13. Aquesta superfície és el límit dels estats de tensió elàstica. Si la trajectòria de les tensions està dins d'aquest límit, només es dona increment de deformació elàstica, en el cas contrari, l'increment de deformació serà elàstica-plàstica.

<sup>42</sup> Influence of stress history on the strength parameters of an unsaturated statically compacted soil. Tomoyoshi Nishimura Yasunari Hirabayashi Delwyn D. Fredlund Delwyn D. Fredlund Julian Gan Julian Gan. January 2011 Canadian Geotechnical Journal 36(2):251-261. DOI: 10.1139/cgj-36-2-251.

<sup>43</sup> Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics. David Muir Wood. Cambridge University Press, 1990.

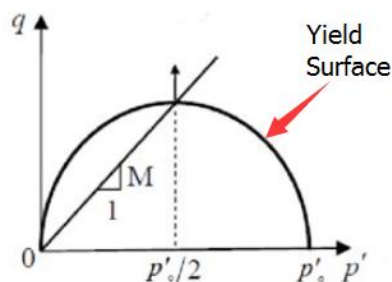


Figura 13. Diagrama de la tensió de tall equivalent respecte la tensió eficaç mitjana<sup>[44]</sup>.

### 2.5.3 El model *Hardening Soil*

El model *Hardening Soil* és un model avançat per la simulació del comportament del sòl, es descriu els estats limitants d'. Tot i que el model *Hardening Soil* es considera com un model de sòl avançat, es presenta alguna limitació. Tal com defineix el mateix nom del model, és un model d'enduriment que no té en compte el comportament de la suavització del sòl a causa de la dilatació del sòl i els efectes de desunió.

Els paràmetres bàsics per construcció d'aquest model són:

- $m$ : La rigidesa dependent de l'esforç [-].
- $E_{50}^{ref}$ : El mòdul de rigidesa secant dependent de la tensió [ $N/m^2$ ].
- $E_{oed}^{ref}$ : El mòdul de rigidesa de referència per a la càrrega inicial [ $N/m^2$ ].
- $E_{ur}^{ref}$ : El mòdul de rigidesa de referència per a la descàrrega i la recàrrega [ $N/m^2$ ].
- $\psi$ : L'angle de dilatància [ $^\circ$ ].
- $c$ : La cohesió [ $N/m^2$ ].
- $\varphi$ : L'angle de fricció [ $^\circ$ ].

El paràmetre  $m$  es calcula a partir del pendent que forma el logaritme neperià de la deformació axial ( $\epsilon_{yy}$ ) respecte logaritme neperià de la tensió axial ( $\sigma_{yy}$ ) partit la tensió de referència ( $\sigma_{ref}$ ). Aquest pendent ve definit com a  $\alpha$  de les següents equacions (42) i (43).

$$\ln(\epsilon_{yy}) = \alpha \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{ref}}\right) + \beta \quad (42)$$

$$m = 1 - \alpha \quad (43)$$

Posteriorment per treure els mòduls de rigidesa de referència ( $E_{oed,ur}^{ref}$ ) només cal aplicar els valor d' $\alpha$  i  $\beta$  recentment calculat i canviant el valor del coeficient de buit ( $e$ ) utilitzant l'equació (44).

$$E_{oed,ur}^{ref} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\sigma_{ref}}{e^\beta} \quad (44)$$

El valor de la cohesió ( $c$ ) i el valor de l'angle de fricció ( $\varphi$ ) es calcula mitjançant les equacions (45), (46) i (47)<sup>[45]</sup> i l'angle de dilatància es pot obtenir a partir de la deformació

44

[https://www.researchgate.net/publication/273090105\\_Modelling\\_Creep\\_and\\_Rate\\_Effects\\_in\\_Soils/figures?lo=1](https://www.researchgate.net/publication/273090105_Modelling_Creep_and_Rate_Effects_in_Soils/figures?lo=1)

45 Variable Cohesion Model for Soil Shear Strength Evaluation. Shahkar Shahangian. DBA Engineering Limited, Toronto, Ontario.

volumètrica i la deformació per tall o a partir de l'angle de fricció, les equacions per calcular l'angle de dilatació ( $\psi$ ) són (48), (49) i (50)<sup>[46]</sup>.

$$\tau = c + \sigma' \tan(\varphi) \quad (45)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (46)$$

$$\sigma' = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (47)$$

$$\psi = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} \quad (48)$$

$$si \varphi < 30^\circ, \psi = 0^\circ \quad (49)$$

$$si \varphi \geq 30^\circ, \psi = \varphi - 30^\circ \quad (50)$$

On:

- $\tau$  : L'esforç tallant [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma'$  : La tensió efectiva normal [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_1$  : La tensió axial [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_3$  : La tensió radial [N/m<sup>2</sup>].
- $\varepsilon_v$  : La deformació volumètrica [-].
- $d\gamma$  : La deformació per tall [-].

### 3 Modelització del sòl

Des de que es van descobrir els primers ossos de dinosaures, molts científics van investigar com serien aquests animals, la seva mida i el pes que tenien. Tampoc és l'única manera d'obtenir aquestes informacions d'aquests éssers a partir dels ossos sinó que les petjades, permeten adquirir els mateixos resultats que els estudis fets sobre els ossos. En aquest treball, s'introdueix un enfocament per a l'estimació del pes basat en la geometria de la petjada mitjançant conceptes de la mecànica del sòl.

En aquest apartat es crearà un model del sòl amb la finalitat d'analitzar el pes del dinosaure a partir de l'icnofòssil. A partir d'aquest model es pot arribar a conèixer la deformació vertical del sòl sota diferents condicions i després, amb les dades obtingudes, es calcula el pes del dinosaure partint de la profunditat de la petjada fossilitzada del dinosaure.

Aquest apartat es divideix en dues fases, la primera fase on es fa un estudi sobre un model de sòl basant-se en l'article *Quantitative Interpretation of Tracks for Determination of Body Mass*<sup>[47]</sup> i la segona part es replica el model de sòl utilitzant el programari ANSYS amb configuracions adequades en funció dels paràmetres i comparar els resultats obtinguts amb els de l'article anteriorment mencionat.

#### 3.1 Estudi del model del sòl

El model matemàtic del sòl que s'utilitza en el treball és el *Hardening soil model*, ja que el model Mohr-Coulomb és un model per definir els materials elàstic-plàstic el qual assumeix

<sup>46</sup> <https://es.scribd.com/doc/310507397/determinacion-del-angulo-de-dilatancia>

<sup>47</sup> Quantitative Interpretation of Tracks for Determination of Body Mass; Tom Schanz, Yvonne Lins, Hanna Viehhaus, Thomas Barciaga, Sashima Läbe, Holger Preuschoft, Ulrich Witzel, P. Martin Sander; 30/10/2013 DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0077606>

una rigidesa del sòl constant respecte la profunditat, aquesta suposició del model Mohr-Coulomb generalment no aplica en el comportament mecànic dels sòls fent que es descarti per realitzar l'estudi.

El sòl que s'analitza en aquest article és la sorra del Rin, ja que hi ha una manca d'informació sobre el sòl de Connecticut (l'estat on va trobar la mostra) i els treballs que experimenten altres tipus de sòls no han demostrat els resultats de la deformació sota la pressió tan detalladament per després poder comparar. Segons el treball *Quantitative Interpretation of Tracks for Determination of Body Mass*, per simular aquest sòl es farà un test de compressió unidimensional, un test de rebot i un test edomètric per treure els paràmetres del model, després es realitza un experiment amb un elefant caminant per sobre d'una mostra extreta del sòl, posteriorment s'analitza la deformació provocada pel pes de l'elefant i finalment es comparen els resultats obtinguts en el camp amb els resultats obtinguts amb els paràmetres del model introduïts al programa informàtic de MEF per determinar l'error del pes de l'elefant per la simulació.

La distribució de la mida del gra de la mostra de la sorra del Rin que s'estudia ve donada per la figura 14.

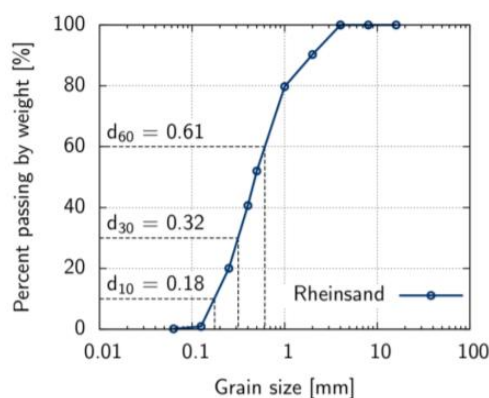


Figura 14. Distribució de la mida del gra de la sorra del Rin.

Com es pot veure a la corba, les mides del gra estan entre 0.1 a 4 mm de diàmetre, de manera estimada, el coeficient de la curvatura i el coeficient de la uniformitat vénen definides amb les equacions (51) i (52) respectivament.

$$C_C = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \cdot d_{10}} \quad (51)$$

$$C_U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (52)$$

On la  $C_C$  és el coeficient de curvatura i la  $C_U$  el coeficient de uniformitat.

Basant-se en la fórmula de Hazen representada a l'equació (53)<sup>[48]</sup>, es calcula el coeficient de permeabilitat  $k$ .

$$k = C_H \cdot d_{10}^2 \quad (53)$$

On:

- $C_H$ : El constant de la fórmula Hazen que depèn de les característiques geomètriques i de la fricció entre els grans.

<sup>48</sup>[https://www.researchgate.net/publication/318241801\\_Permeability\\_Measurement\\_of\\_Granular\\_Materials\\_and\\_Development\\_of\\_an\\_Equation](https://www.researchgate.net/publication/318241801_Permeability_Measurement_of_Granular_Materials_and_Development_of_an_Equation)

- $d_{10}$ : El diàmetre del gra de sorra quan el 10% en pes passa el filtre, sent en aquest cas de 0.18 mm, és a dir, 0.00018 m.
- $k$ : El coeficient de permeabilitat pren un valor de 0.0003 m/s.

Es trobar que la densitat mínima ( $\rho_{\min}$ ) de la mostra de sòl és 1.51 g/cm<sup>3</sup>, i la densitat màxima ( $\rho_{\max}$ ) té un valor de 1.79 g/cm<sup>3</sup>, que corresponen a un coeficient de buit de mostra lleugera ( $e_{\max}$ ) es igual a 0.75 i un coeficient de buit de mostra densa ( $e_{\min}$ ) es igual a 0.48.

Segons el llibre de mecànica del sòl del Lambe T.<sup>[49]</sup>, existeix diverses proves disponibles en la mecànica del sòl per determinar el comportament de tensió-deformació de la mostra del sòl, aquestes proves són la prova de compressió isotròpica, la prova de compressió unidimensional, la prova triaxial i la prova de la força tallant directa.

En l'article referenciat, s'ha fet la prova de compressió unidimensional i el test de rebot per estudiar el comportament de tensió-deformació del sòl en els edòmetres. Aquesta prova inclou l'aplicació de tensions a una mostra de sòl al llarg de l'eix vertical, mentre que la tensió en direcció horitzontal està restringida. Per determinar el comportament tensió-deformació, sovint s'utilitza la prova de compressió i rebot unidimensional perquè és senzilla de realitzar. L'altra raó és perquè l'estat de deformació de la mostra de sòl és aproximadament similar a la situació al centre de la càrrega generada pel peu de l'elefant.

La càrrega inicial s'aplica de forma progressiva fins a 200 kPa, seguidament, es descarrega a 25 kPa, un cop arribat a 25 kPa, deixa de descarregar la càrrega i s'aplica novament fins a 800 kPa. Els resultats obtinguts durant la prova de compressió unidimensional i el test de rebot sobre la sorra del Rin es mostren en la figura 15.

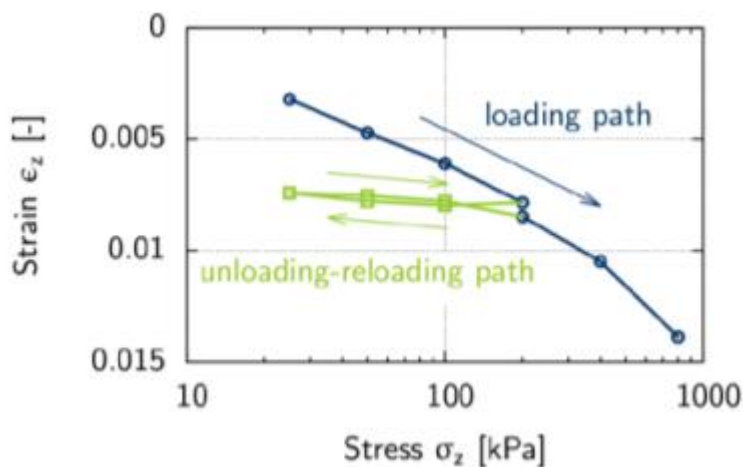


Figura 15. Resultats de la prova de compressió unidimensional i test de rebot per a sorra del Rin amb un coeficient de buit inicial  $e = 0.6$ .

Un cop realitzat la prova de compressió unidimensional i el test de rebot, s'aconsegueixen dos paràmetres importants per després modelitzar el sòl, aquests són el mòdul de rigidesa per a la càrrega inicial ( $E_{\text{oad}}$ ) i el mòdul de rigidesa per a la descàrrega i la recàrrega ( $E_{\text{ur}}$ ) que descriuen la rigidesa dependent de la càrrega aplicada en el sòl<sup>[50]</sup>.

<sup>49</sup> Lambe, T. W., Whitman, and R. V. 1969. Soil Mechanics. John Wiley & Sons Inc.

<sup>50</sup> Schanz, T., and P. A. Vermeer. 1998. On the Stiffness of Sands R. J. Jardine, M. C. R. Davies, D. W. Hight, A. K. C. Smith, and S. E. Stallebrass (eds.), Prefailure Deformation Behaviour of Geomaterials. Thomas Telford, London.

Segons el llibre de la teoria de la distribució de la pressió al subsòl de Ohde<sup>[51]</sup>, els mòduls de rigidesa dependents de la  $E_{oed}$  i  $E_{ur}$  es poden calcular basant-se en les equacions (54) i (55) i les altres equacions que apareixen en la figura 16.

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ref}}\right)^m \quad (54)$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ref}}\right)^m \quad (55)$$

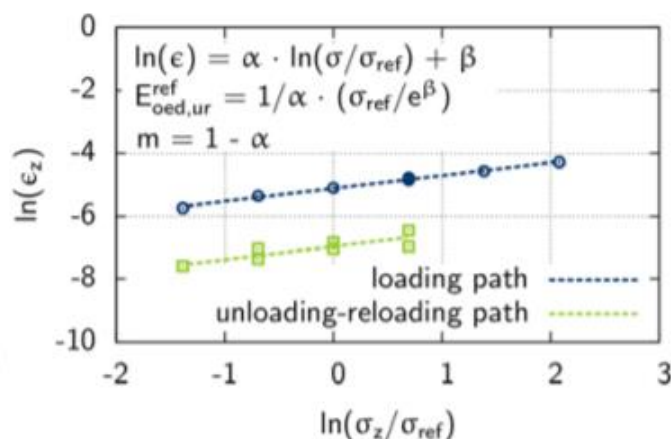


Figura 16. L'anàlisi de regressió de compressió unidimensional i test de rebot per a sorra del Rin amb el coeficient de buit inicial  $e = 0.6$ .

On:

- $E_{oed}^{ref}$  : El mòdul de rigidesa de referència per a la càrrega inicial = 42 MN/m<sup>2</sup>.
- $E_{ur}^{ref}$  : El mòdul de rigidesa de referència per a la descàrrega i la recàrrega = 208 MN/m<sup>2</sup>.
- $\sigma_{ref}$  : La tensió de referència = 100 kN/m<sup>2</sup>.
- $m$  : un paràmetre adimensional que equival a  $1-\alpha$  on la  $\alpha$  és el pendent de les rectes mostrades en la figura 17= 0.4.

A continuació, per trobar els paràmetres restants com són l'angle de fricció, cohesió i angles de dilatació s'ha realitzat el test triaxial. Les proves triaxials es realitza en una cèl·lula on una mostra de sòl se sotmet a la pressió axial ( $\sigma_1$ ) i la pressió de confinament ( $\sigma_3$ ) tal com mostra en la figura 17.

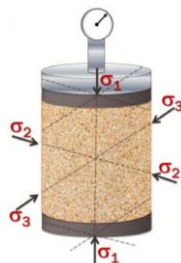


Figura 17. Configuració esquemàtica del test triaxial.

<sup>51</sup> [5] Ohde, J. 1939. Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. Bauingenieur

Quan s'aplica una pressió radial de 50, 100 i 150 kN/m<sup>2</sup> i al mateix moment incrementa la tensió axial  $\sigma_1$  per provocar falles de cisallament, s'obtenirà els resultats representats per la figura 18 i 19.

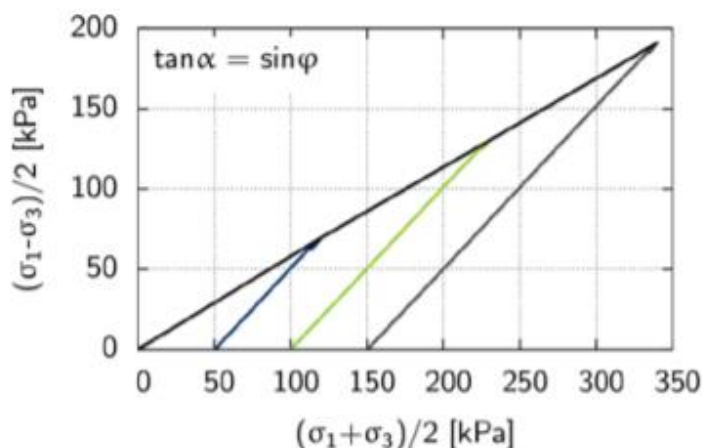


Figura 18. Resultats de la prova triaxial de l'esforç tallant màxima respecte a la tensió normal efectiva per a la determinació dels paràmetres de cisalla de la sorra del Rin amb un coeficient de buit inicial  $e = 0.6$ .

On la línia negra de la figura 18 representa l'esforç tallant màxima respecte a la tensió normal efectiva associada a la cohesió ( $c$ ) i l'angle de fricció ( $\varphi$ ). La línia blava representa valors obtinguts amb valor de pressió radial  $\sigma_3 = 50$  kN/m<sup>2</sup>, la verda amb valor de 100 kN/m<sup>2</sup> i la grisa amb valor de 150 kN/m<sup>2</sup>.

Es pot observar que el pendent de la figura 18 creua el punt d'origen per tant el valor de cohesió  $c = 0$  kN/m<sup>2</sup>. L'angle de fricció es calcula a partir de l'equació que ve donada en la mateixa figura 18, on  $\alpha$  és l'angle que forma el pendent amb l'eix d'abscisses, per tant l'angle de fricció  $\varphi = 35^\circ$ . Segons un document de l'estudi de l'angle de la dilatància<sup>[52]</sup>, per sòls no cohesionats aquest valor és  $\varphi - 30^\circ$  quan  $\varphi$  és major que  $30^\circ$  per tant l'angle de dilatància  $\psi = 5^\circ$ .

<sup>52</sup> Magdalena Kowalska. Numerical study of the influence of dilatancy angle on bearing capacity and rotation of a gravity retaining wall. September 2014. Conference: XV Danube - European Conference on Geotechnical Engineering (DECGE 2014)At: Vienna, AustriaVolume: 2

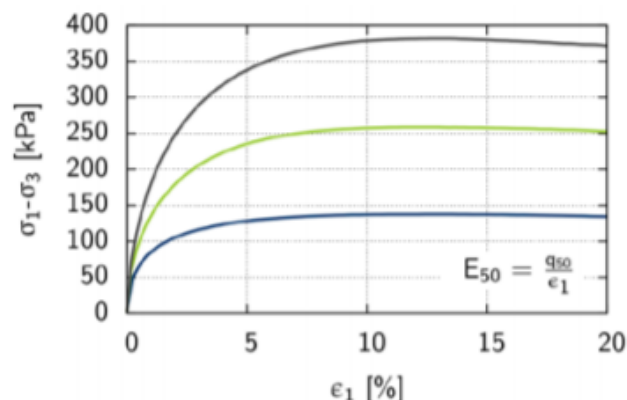


Figura 19. Resultats de la prova triaxial de la tensió desviadora respecte a la deformació axial per a la determinació del mòdul de la rigidesa secant sobre el primer 50% de la tensió desviadora de la sorra del Rin amb un coeficient de buit inicial  $e = 0.6$ .

On la tensió desviadora ( $q$ ) és  $\sigma_1 - \sigma_3$ , la  $q_{50}$  és la meitat de  $q_{\max}$  (el primer 50% de la tensió desviadora), la deformació axial és  $\epsilon_1$  i el mòdul de la rigidesa secant sobre el primer 50% de la tensió desviadora és  $E_{50}$ . Per calcular l'últim paràmetre del model, el mòdul de la rigidesa secant dependent de la tensió ( $E_{50}^{ref}$ ) s'utilitza l'equació (56).

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ref}}\right)^m \quad (56)$$

On:

- $\sigma_{ref}$  : La tensió de referència = 100 kN/m<sup>2</sup>.
- $E_{50}^{ref}$  : El mòdul de la rigidesa secant dependent de la tensió = 42 MN/m<sup>2</sup>.

Finalment, s'han obtingut els paràmetres del model de *Hardening soil* a partir de prova triaxial i edomètrica per a sorra del Rin amb el coeficient de buit inicial de 0.6 que és el valor mitjà d'aquesta sorra. Els valors d'aquests paràmetres vindran resumits a la taula 2.

Taula 2. Paràmetres del model de *Hardening soil* de la sorra del Rin.

| Paràmetre       | Valor                 |
|-----------------|-----------------------|
| $m$             | 0.4                   |
| $E_{oed}^{ref}$ | 42 MN/m <sup>2</sup>  |
| $E_{ur}^{ref}$  | 208 MN/m <sup>2</sup> |
| $\varphi$       | 35°                   |
| $\psi$          | 5°                    |
| $c$             | 0 kN/ m <sup>2</sup>  |
| $E_{50}^{ref}$  | 42 MN/m <sup>2</sup>  |

### 3.1.1 Obtenció de les dades en camp

En aquest apartat es pretén a recollir les dades de les mostres reals en camp per posteriorment poder comparar amb els resultats obtinguts a través del simulador. En l'article, l'animal que va triar és un elefant del *Zoological Gardens Wuppertal* situat en Alemanya. El pes de l'animal va ser mesurat en diverses condicions, es va mesurar la càrrega que exerceix les quatre extremitats damunt de l'instrument (el pes total de l'animal), la càrrega que exerceix les dues extremitats posteriors, la càrrega que porta les dues extremitats anteriors i la càrrega

que aplica per una extremitat anterior. En la figura 20 següent mostra com mesura la càrrega que aplica l'elefant en les diferents configuracions. Els resultats es mostren a la taula 3.

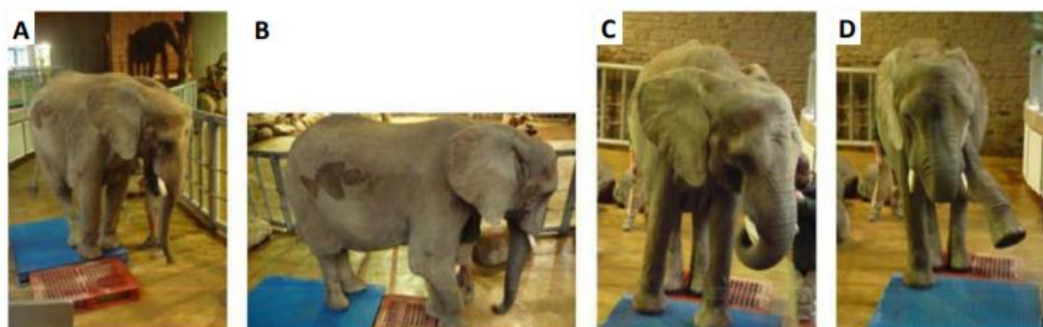


Figura 20. Mesures de la càrrega exercida de les diferents configuracions de suport d'elefant. La A és la mesura del pes total d'elefant, la B és la càrrega de les dues extremitats posteriors, la C és la càrrega de les dues extremitats anteriors i la D la càrrega d'una extremitat anterior.

Taula 3. La càrrega exercida per l'elefant en les diferents configuracions.

| Configuració  | Valor obtingut |
|---|----------------|
| La càrrega exercida per les quatre extremitats          | 2530 kg        |
| La càrrega exercida per les dues extremitats posteriors | 1125 kg        |
| La càrrega exercida per les dues extremitats anteriors  | 1530 kg        |
| La càrrega exercida per una extremitat anterior         | 1390 kg        |

A continuació, a través de l'equació (57) s'ha tret una taula sobre el factor de la distribució total de la massa a les extremitats.

$$f_{wd} = \frac{m_{limb}}{m_{tot}} \quad (57)$$

On:

- $f_{wd}$ : El factor de la distribució de la massa [-].
- $m_{limb}$ : La massa suportada per l'extremitat particular [kg].
- $m_{tot}$ : La massa total [kg].

Taula 4. El factor de la distribució de la massa en diferents configuracions.

| Configuració  | Extremitat anterior | Extremitat posterior |
|---|---------------------|----------------------|
| Quatre extremitats  | 0.30                | 0.20                 |
| Tres extremitats, dels quals dues anteriors i una posterior | 0.32                | 0.36                 |
| Tres extremitats, dels quals una anterior i dues posteriors | 0.54                | 0.23                 |
| Dues extremitats, dels quals una anterior i una posterior   | 0.60                | 0.40                 |

Les mostres de les petjades han sigut recollides en un recinte de 5.25 m de llargada, 2.20 m d'amplada i 0.90 m de profunditat de sorra del Rin, l'elefant passa per damunt d'aquest recinte i posteriorment es recullen les mostres interessades, en aquest cas la deformació provocada per la pota anterior. Els resultats de les mostres es mostren a la taula 5.

Taula 5. Valor de les mostres d'experiment.

| Densitat relativa del subsol | Deformació axial causada per l'extremitat anterior |
|------------------------------|--|
| 0.30                         | 26.32 mm   |
| 0.39                         | 21.16 mm   |
| 0.47                         | 20.28 mm   |

Sabent la massa total de l'animal (2530 kg), la geometria de la pota anterior de l'elefant s'assimila a una circumferència de 0.32 m i les mostres que s'ha agafat són de les extremitats anteriors amb la configuració de tres extremitats sobre la sorra, les quals són dues anteriors i una posterior. Per tant, la pressió estàtica ( $\sigma_{stat}$ ) que exerceix aquesta pota és de 99 kN/m<sup>2</sup>.

Per calcular la pressió equivalent és necessari calcular la pressió dinàmica a partir de l'equació (58) i darrerament, la pressió equivalent es calcula aplicant l'equació (59).

$$\sigma_{dyn} = \frac{m \cdot v_1^2}{2s \cdot A} \quad (58)$$

$$\sigma_{dyn+stat} = \sigma_{dyn} + \sigma_{stat} \quad (59)$$

On:

- m: La massa de l'animal [kg].
- v<sub>1</sub>: La velocitat que porta la pota [m/s].
- s: La deformació axial causada per la càrrega que exerceix la pota [m].
- A: L'àrea de contacte entre la pota i el sòl [m<sup>2</sup>]
- $\sigma_{stat}$ : La pressió estàtica [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_{dyn}$ : La pressió dinàmica [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_{dyn+stat}$ : La pressió equivalent [N/m<sup>2</sup>].

Després de realitzar els càlculs, s'ha obtingut els valors de 245 kN/m<sup>2</sup> i 344 kN/m<sup>2</sup> per la pressió dinàmica i la pressió equivalent respectivament.

### 3.1.2 Obtenció dels resultats en el simulador i la comparació dels resultats

En l'article mencionat, els resultats van ser obtinguts utilitzant el programa informàtic PLAXIS. Per treure els resultats, es va preparar un model que consta d'un volum de sòl de 2 m d'amplada, 2 m de longitud i 1 m de profunditat i una cara de forma d'una circumferència amb un diàmetre de 0.32 m per simular la pota anterior d'elefant, sent necessària per poder aplicar la força exercida pel pes de l'elefant sobre una superfície diferent de l'àrea del motlle. La geometria del model creat està mostrada per la figura 21.

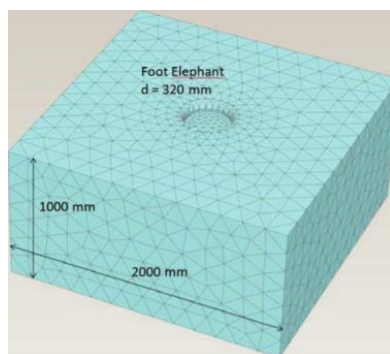


Figura 21. Geometria i malla generada del model per PLAXIS.

Ficant els paràmetres obtinguts de l'apartat 3.1 i modificant el valor del coeficient de buit de la taula 6 s'obté els resultats mostrats en la figura 22. La densitat relativa és un paràmetre la qual és útil per avaluar l'estat de compactació de la mostra, el valor de la densitat relativa ve donat descrit per l'equació (60).

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad (60)$$

On:

- $I_D$ : La densitat relativa [-].
- $e_{max}$ : El coeficient de buit màxim [-].
- $e$ : El coeficient de buit inicial [-].
- $e_{min}$ : El coeficient de buit mínim [-].

Taula 6. Valor del coeficient de buit per cada densitat relativa.

| $I_D$ | $e$   |
|-------|-------|
| 1.0   | 0.480 |
| 0.8   | 0.534 |
| 0.6   | 0.588 |
| 0.4   | 0.642 |
| 0.2   | 0.696 |

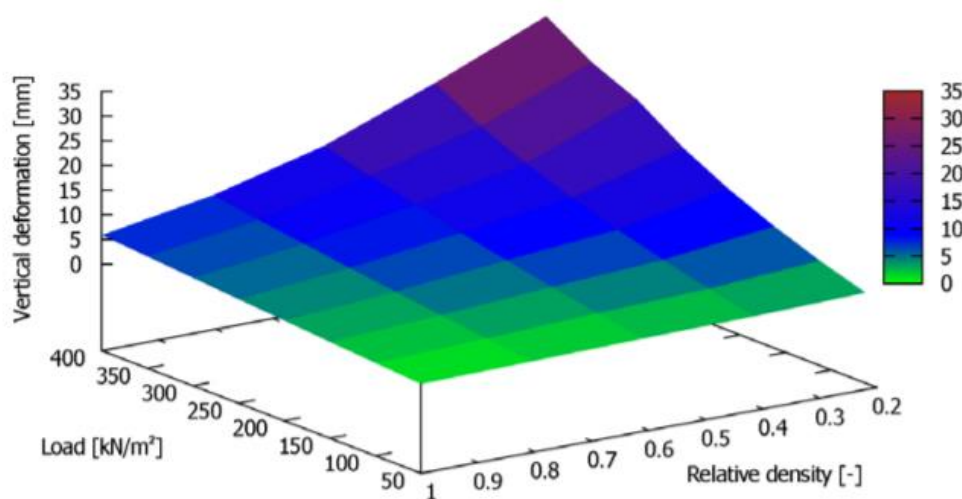


Figura 22. Diagrama 3D de la deformació axial respecte a la càrrega aplicada i la densitat relativa.

Per comparar els resultats, s'ha obtingut el valor de la pressió a partir de la gràfica de la deformació vertical respecte la densitat relativa del subsòl. En aquesta gràfica les diferents tensions que aplica vénen representats en forma de corbes tal com mostra la figura 23.

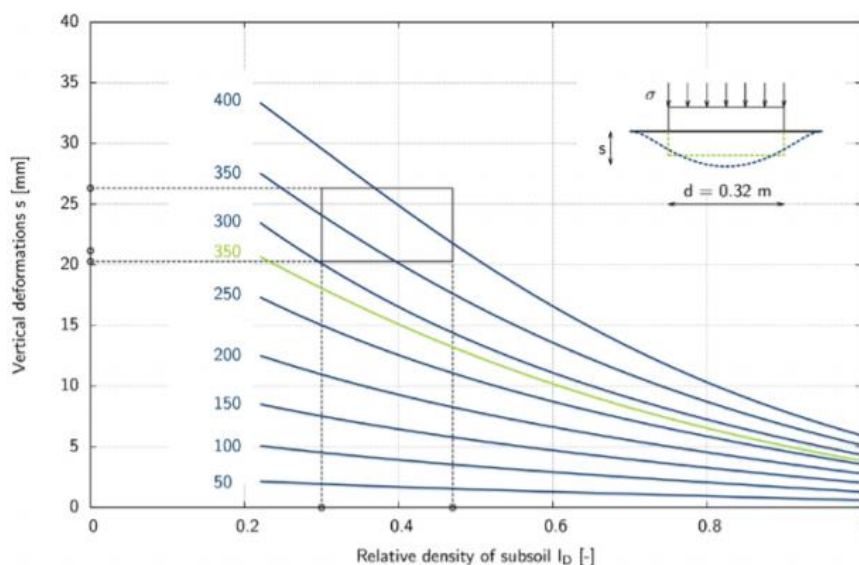


Figura 23. Diagrama de la deformació axial respecte a la densitat relativa.

Utilitzant així la figura 23 es pot extreure el valor de la pressió necessària per provocar deformacions verticals de 26.32 mm amb la densitat relativa de 0.30 i 20.28 mm amb la densitat relativa de 0.47 és aproximadament 360 kN/m<sup>2</sup> i la massa de l'animal equival a 2635 kg. Sabent aquests resultats obtinguts a partir de la simulació i comparant amb les dades extretes en camp, es pot arribar a conèixer l'error de càlcul que genera aquest model del sòl, per la part de la pressió equivalent té un error de 4.65% i per la part de la massa té l'error de 4.15%.

### 3.2 Replicació del model del sòl en ANSYS

En aquest apartat es construeix un model del sòl en ANSYS per assimilar el model de la sorra de Rin aprofitant alguns paràmetres del model de *Hardening soil* anterior i ajustar altres paràmetres per poder treure resultats semblants al model de l'apartat 3.1.

Aquest model d'ANSYS es realitza a base de paràmetres de model de *Cam Clay*, ja que els models del sòl incorporats d'ANSYS no inclou el model de *Hardening soil*, i per simular sòls argilosos (tipus de sòls amb més facilitat en formar petjades fossilitzades) el model de *Cam Clay* és el més adequat. Un cop construït el model, aquest servirà per replicar la petjada del dinosaure que s'estudia per estimar el seu pes.

#### 3.2.1 La geometria del model del sòl

Per intentar mantenir els resultats del model creat en ANSYS respecte als de PLAXIS, s'ha decidit crear la mateixa geometria que la de figura 22 de l'apartat 3.1.2, és a dir una mostra de 2 m de llargada, 2 m de longitud i 1 m de profunditat i una cara rodona de diàmetre de 0.32 m per aplicar la càrrega en aquesta zona.

El model del sòl es crea amb el programa intern de ANSYS *Desgin Modeler* i la geometria que s'obté apareix en la figura 24.

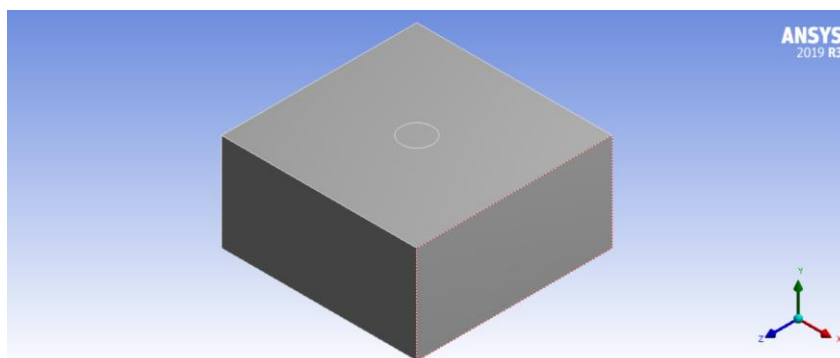


Figura 24. El model del sòl creat per ANSYS de 2 x 2 x 1 m amb la circumferència de diàmetre 0.32 m.

Un cop obtingut la geometria desitjada es fa el mallat d'aquesta amb la mida de la malla adequada, en aquest cas es fa una simulació per treure el valor de la deformació amb diferents mides de malla fins a obtenir un mallat el qual doni un resultat amb una exactitud de tres xifres significatives.

Els paràmetres del material que s'utilitza per a aquest estudi són els paràmetres del sòl en general segons el llibre de *Critical State Soil Mechanics*<sup>[53]</sup> aplicant una pressió superficial de 50 kPa.

Després de l'estudi s'ha obtingut els resultats mostrats a les taules 7 i 8.

Taula 7. Resultats de la deformació vertical sota la pressió de 50 kPa i mallat general amb el valor de 0.5 m per diferents mides del mallat de la superfície on s'aplica la pressió.

| 50 kPa general sizing = 0.5 m |        |          |                                    |
|-------------------------------|--------|----------|------------------------------------|
| Face sizing (m)               | Nodes  | Elements | Y axis directional deformation (m) |
| 0.5000                        | 1115   | 656      | 0.0005307                          |
| 0.2500                        | 1115   | 656      | 0.0005307                          |
| 0.1000                        | 1649   | 1019     | 0.0005256                          |
| 0.0500                        | 3211   | 2076     | 0.0005277                          |
| 0.0250                        | 6339   | 4172     | 0.0005281                          |
| 0.0100                        | 26967  | 18261    | 0.0005283                          |
| 0.0050                        | 87211  | 59314    | 0.0005286                          |
| 0.0025                        | 323156 | 220418   | 0.0005286                          |

Taula 8. Resultats de la deformació vertical sota la pressió de 50 kPa i mallat de la superfície on s'aplica la pressió amb el valor de 0.005 m per diferents mides del mallat general.

| 50 kPa face sizing = 0.005 m |        |          |                                    |
|------------------------------|--------|----------|------------------------------------|
| Sizing (m)                   | Nodes  | Elements | Y axis directional deformation (m) |
| 0.500                        | 87211  | 59314    | 0.000529                           |
| 0.250                        | 89432  | 60679    | 0.000529                           |
| 0.100                        | 114892 | 77693    | 0.000529                           |
| 0.050                        | 223131 | 151037   | 0.000530                           |
| 0.025                        | 816022 | 565272   | 0.000530                           |

<sup>53</sup> "Critical State Soil Mechanics", Schofield, A. N., Wroth, C. P., 1968, McGraw-Hill

Segons els resultats obtinguts, s'ha decidit fer les simulacions posteriors amb la configuració de 0.05 m de la mida de la malla general i 0.005 m per la zona on s'aplica la pressió. L'aspecte del mallat de la geometria apareix en la següent figura 25.

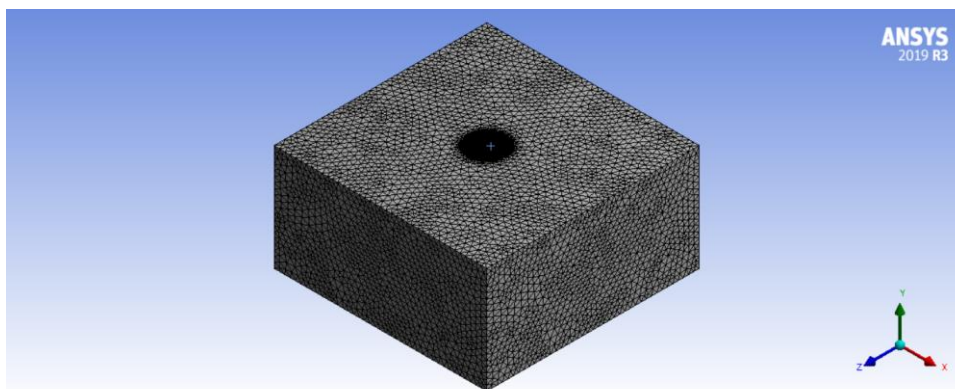


Figura 25. Mallat de la mostra amb la configuració de malla general i malla per zona d'aplicació de la pressió a 0.05 m i 0.005 m respectivament.

### 3.2.2 Parametrització del model *Cam Clay*

En aquest apartat es calcula els paràmetres necessaris del model *Cam Clay* per ficar-los al ANSYS a partir dels paràmetres existents i es busca els paràmetres que queden per altres fonts de bibliografia i ajustar els paràmetres que queden per assimilar els resultats d'aquest model als de model anterior (PLAXIS).

#### 3.2.2.1 El coeficient de Poisson

Segons el treball d'Espinosa Esquivel<sup>[54]</sup>, el coeficient de Poisson solen trobar entre els valors 0.1 i 0.2 i en alguns casos poden arribar als valors d'entre 0.3 i 0.4. També fica en el mateix treball que el valor del coeficient de Poisson es pot obtenir a partir de l'equació (61).

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{v}{1-v} \quad (61)$$

On:

- $\sigma_3$ : La tensió horitzontal [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_1$ : La tensió vertical [N/m<sup>2</sup>].
- $u$ : El coeficient de Poisson [-].

En aquest cas es pot aprofitar les dades de l'apartat 3.1, figura 19, per treure aquest valor. Sabent que la tangent d' $\alpha$  és el pendent, ja que  $\alpha$  equival a l'angle que forma el pendent amb eix d'abscisses. Substituint els valors en l'equació (61) s'obté el valor del coeficient de Poisson  $u = 0.2132$ .

#### 3.2.2.2 El pendent de CSL

CSL (*Critical State Line*) també conegut com la línia de l'estat crític. El pendent d'aquesta línia es pot calcular a partir de l'equació (62) extreta de l'article de l'investigador Mason

<sup>54</sup> MC. Moises Espinosa Esquivel. Obtención del modulo de elasticidad y razón de poisson en diferentes grados de acero al manganeso. Universidad Autónoma de Nuevo Leon. Agosto de 2000.

Ghafghazi sobre determinació precisa d'angle de fricció de l'estat crític a partir de les proves triaxials<sup>[55]</sup>. En aquest apartat s'aprofita el valor de la taula 2 de l'apartat 3.1.

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (62)$$

On:

- M : El pendent de CSL.
- $\varphi$  : L'angle de fricció.

Després de realitzar el càlcul, s'ha obtingut el valor del tangent de CSL  $M = 1.418$ .

### 3.2.2.3 El coeficient de buit inicial

Aquest coeficient és una de les dues variables que s'introdueix en la simulació, l'equació per treure aquests valors i els valors d'aquests ja venen donades per l'equació (60) i la taula 6 d'apartat 3.1.2 respectivament.

### 3.2.2.4 L'índex d'inflor i l'índex de compressió

Segons *Material Model Manual*, l'índex de compressió i l'índex d'inflor del model *Cam Clay* es calcula a partir de l'índex de compressió modificat i l'índex d'inflor modificat amb les següents equacions (63) i (64) on l'índex de compressió modificat equival al pendent que forma la deformació per càrrega inicial respecte a logaritme de la tensió efectiva i l'índex d'inflor modificat equival al pendent que forma la deformació per descàrrega o recàrrega respecte logaritme de la tensió efectiva.

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e} \quad (63)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e} \quad (64)$$

On:

- $\lambda^*$ : L'índex de compressió modificat.
- $\lambda$ : L'índex de compressió original del model *Cam Clay*.
- e: El coeficient de buit de la mostra.
- $\kappa^*$ : L'índex d'inflor modificat.
- $\kappa$ : L'índex d'inflor original del model *Cam Clay*.

Utilitzant la figura 26 s'obté el valor de  $\lambda^*$  i  $\kappa^*$ . Aquesta figura s'obté a partir de les dades de la figura 15 de l'apartat 3.1.

---

<sup>55</sup> Mason Ghafghazi. ACCURATE DETERMINATION OF THE CRITICAL STATE FRICTION ANGLE FROM TRIAXIAL TESTS. Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, BC, Canada. September 2005.

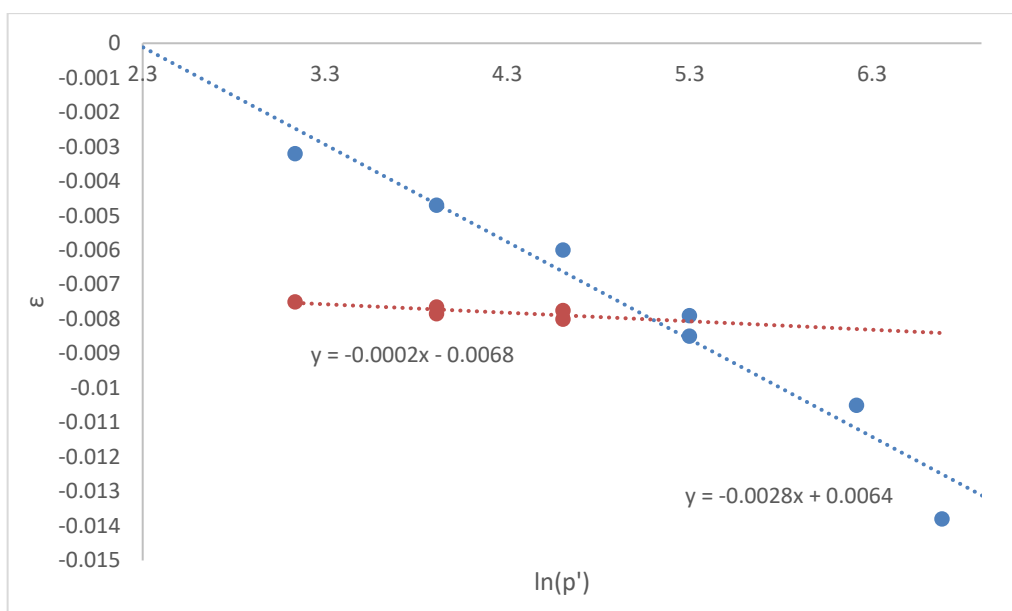


Figura 26. Diagrama de deformació respecte logaritme de la tensió efectiva.

Després de realitzar els càlculs s'obté el valor de l'índex de compressió  $\lambda = 0.00448$  i l'índex d'inflor  $\kappa = 0.00032$ .

### 3.2.2.5 Altres paràmetres

Els paràmetres restants són dades trobades del sòl general en el llibre de *Critical State Soil Mechanics* i posteriorment es retoquen alguns paràmetres per ajustar els resultats per assimilar als resultats de l'article referenciat. Els paràmetres definitius són els valors mostrats en la taula 9.

Taula 9. Els paràmetres del model del sòl per ANSYS. La cel·la marcada en groc representa un paràmetre variable.

| Paràmetre                               | Valor                             |
|---|-----------------------------------|
| Plastic Slope Parameter                 | 0.00448                           |
| Slope of Critical State Line            | 1.418                             |
| Initial Size of Yield Surface           | 211320 Pa                         |
| Minimum Size of Yield Surface           | 2113.2 Pa                         |
| Dry Part of Yield Surface Modifier      | 1                                 |
| Wetting Part of Yield Surface Parameter | 0.98                              |
| Anisotropic Yield Surface Parameter     | 0.8                               |
| Swell Index                             | 0.00032                           |
| Elastic Limit of Tensile Strength       | 19515 Pa                          |
| Poisson's Ratio                         | 0.2132                            |
| Intial Void Ratio                       | 0.480, 0.534, 0.588, 0.642, 0.696 |

### 3.2.3 Simulació del model en ANSYS

Un cop obtingut tots els paràmetres, s'ha realitzat la simulació amb tots els variables de la tensió i la densitat relativa i s'ha donat els resultats de la següent figura 27 i 28. Els resultats detallats de cada simulació es troba en l'apartat A de l'annex.

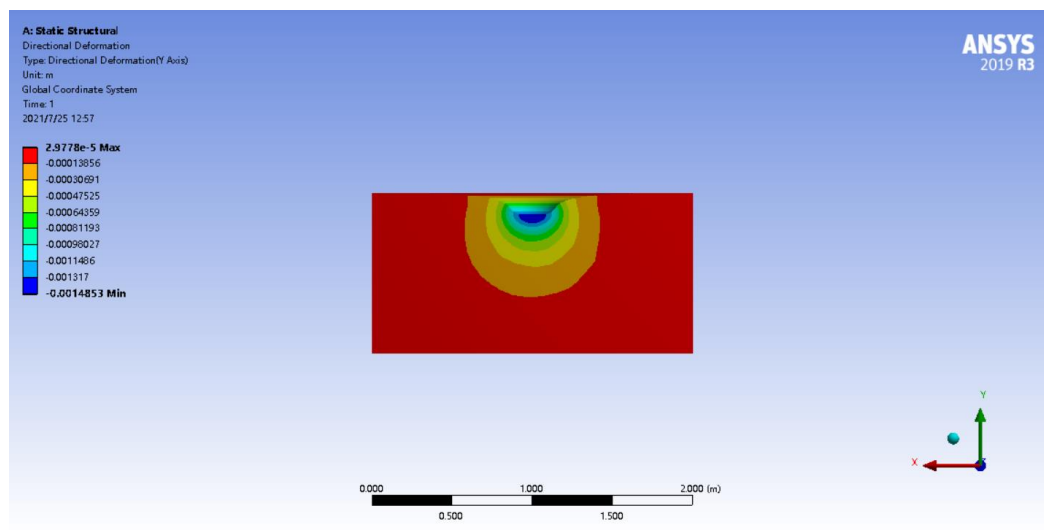


Figura 27. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

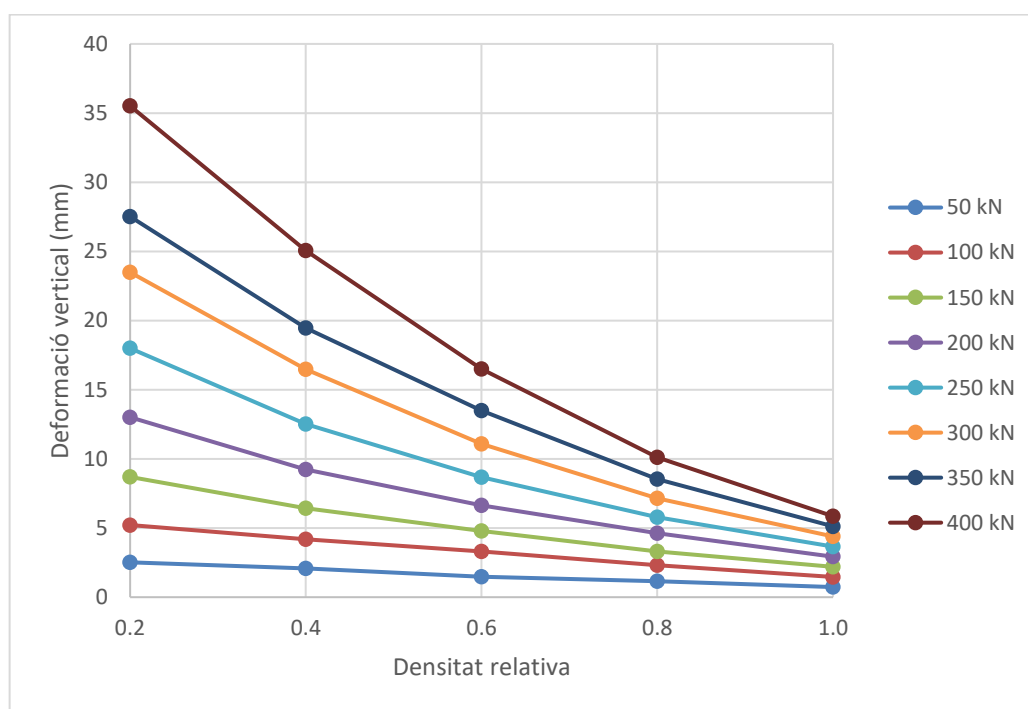


Figura 28. Diagrama de la deformació axial respecte a la càrrega aplicada i la densitat relativa.

S'ha comprovat que els resultats de la simulació i els de l'article referenciat són molt similar segons les gràfiques obtingudes (no es pot determinar un error numèric, ja que no ha pogut trobar els valors numèrics dels resultats de l'article referenciat). Amb aquests resultats es procedirà a realitzar la simulació de la petjada del dinosaure amb el model obtingut i comprovat.

## 4 Determinació del pes del dinosaure

En aquest apartat del treball està dividit en quatre parts per la determinació del pes del dinosaure, la primera és mesura de la mostra de la petjada per conèixer la deformació que provoca l'animal a estudiar, la segona part es replica la geometria que té la mostra en el simulador ANSYS i determinar la pressió necessària per produir la deformació desitjada, la tercera s'obté un factor de relació a partir d'un animal existent que s'agafarà com a patró i l'última part es realitza el càlcul de l'animal que s'estudia aquest treball.

### 4.1 Mesura de la mida de la mostra

La mostra que s'estudia prové de la base de dades dels materials suplementaris de l'article de *Leptodactyli* de Hitchcock, pistes penetrants i diversitat de petjada de dinosaure<sup>[56]</sup>. L'icnofòssil que s'analitza pertany a l'espècie *Ornithopus gallinaceus* segons la monografia de Hitchcock i per la revisió de Rainforth s'anomena aquesta espècie com *Sillimanius tetradactylus* que pertany al grup teròpodes. Segons el nom que té l'animal es pot saber que aquest tenia quatre urpes, ja que el prefix *tetra* significa quatre i *dactylus* del nou llatí prové de la paraula *daktilos* en grec que significa dits segons diccionari Merriam-Webster<sup>[57]</sup>. El fòssil que s'investiga té la geometria mostrada en la figura 29.

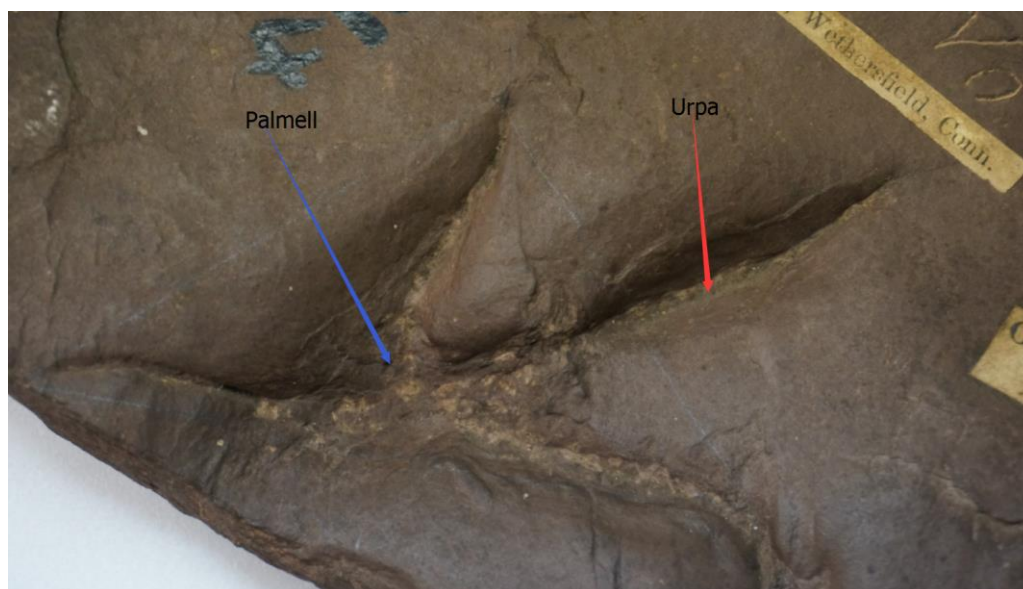


Figura 29. La petjada del *Sillimanius tetradactylus*.

S'observa que la mostra de la petjada està clarament separada en dues parts, una de les parts és el palmell que s'inclou les 3 urpes unides amb el propi palmell i l'altra part és l'urpa del mig que es veu separada amb restes de les parts. Per assimilar el més possible a la realitat de la petjada, en la mostra es mesura la deformació vertical per separat la mida de cascuna de les parts.

Per mesurar la deformació s'ha utilitzat la versió de prova gratis del programa *Geomagic Wrap*<sup>[58]</sup> mesurant el model de la mostra fet amb escàner 3D tal com es mostra a la figura 30. El primer pas és mesurar la mida en el programa de les caselles que mesuren 1 cm en escala

<sup>56</sup> Stephen M. Gatesy & Peter L. Falkingham (2020): Hitchcock's *Leptodactyli*, Penetrative Tracks, and Dinosaur Footprint Diversity, *Journal of Vertebrate Paleontology*, DOI: 10.1080/02724634.2020.1781142.

<sup>57</sup> <https://www.merriam-webster.com/dictionary/dactylus>

<sup>58</sup> <https://www.3dsystems.com/software/geomagic-wrap/free-trial>

real, el segon pas es calcula l'escala entre la mida real i la mida mesurada en *Geomagic Wrap* i finalment mesurar les deformacions verticals de cada part i calcular la mida real a través de l'escala calculada. La mida mitjana de les caselles d'1 cm mesura  $0.289948 \pm 0.000083$  mm (valor mitjà calculat a partir de les quatre mesures mostrades en la taula 10), la profunditat màxima de la part de l'urpa mesura 0.210157 mm en el programa que equival 7.248087 mm real i la profunditat màxima de la part del palmell mesura 0.238823 mm i equival a 8.237298 mm real.

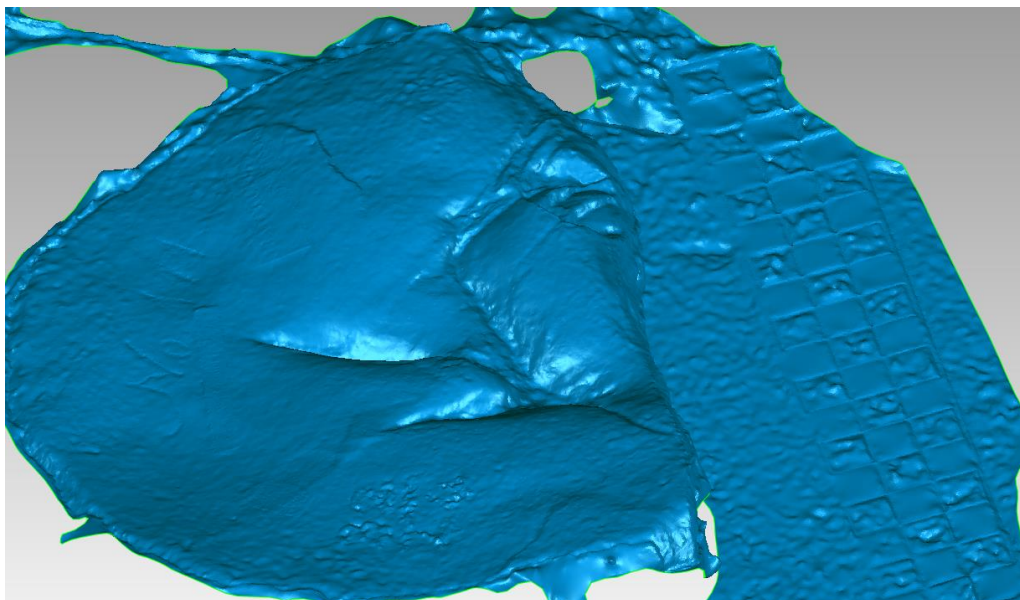


Figura 30. La petjada en el Geomagic Wrap amb la mida de referència d'1 cm al costat.

Taula 10. Valor de les mostres preses.

|          |   | Punt 1    | Punt 2    | Valor absolut del Vector <sub>12</sub> (mm) |
|----------|---|-----------|-----------|---|
| Mostra 1 | X | 0.744914  | 0.485641  | 0.259273                                    |
|          | Y | 3.202962  | 3.073478  | 0.129484                                    |
| Mostra 2 | X | 0.074644  | 0.220027  | 0.145383                                    |
|          | Y | 3.183915  | 2.932776  | 0.251139                                    |
| Mostra 3 | X | -0.710740 | -0.961310 | 0.250567                                    |
|          | Y | 2.738155  | 2.592270  | 0.145885                                    |
| Mostra 4 | X | -1.490210 | -1.340110 | 0.150100                                    |
|          | Y | 2.281976  | 2.034008  | 0.247968                                    |

## 4.2 Replicació de la mostra en ANSYS

Per calcular el pressió necessària s'ha fet primerament una rèplica de la geometria de la petjada en el *SpaceClaim*, ja que amb *Design Modeler* és impossible d'importar el document del model 3D de la petjada. En *SpaceClaim* s'importa el model i es calca la geometria que presenta la petjada, tal com s'ha explicat en l'apartat anterior, aquesta geometria obtinguda està dividida en dues parts, la del palmell i la de l'urpa. La còpia es presenta a la figura 31.

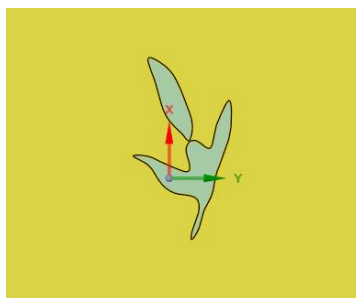


Figura 31. La geometria replicada per SpaceClaim.

Un cop obtingut el model geomètric de la petjada, s'introdueix els paràmetres del model de *Cam Clay* de l'apartat 3.1 i més endavant s'apliquen dues tensions diferents per les diferents parts de la petjada per donar la deformació desitjada canviant la densitat relativa del model. La tensió necessària per causar la deformació esperada en diferents densitats relatives vénen presentades en la taula 11, aquestes tensions s'utilitzaran per al càlcul del pes en el subapartat posterior. L'error de la deformació vertical és gairebé nul·la amb un valor de 0.13%.

Taula 11. La pressió aplicada damunt de la geometria per obtenir la deformació desitjada.

| Part    | Deformació vertical (mm) | La pressió necessària (kPa) |             |             |             |             |
|---------|--------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|         |                          | $I_D = 1.0$                 | $I_D = 0.8$ | $I_D = 0.6$ | $I_D = 0.4$ | $I_D = 0.2$ |
| Urpa    | 7.25                     | 496.41                      | 344.85      | 227.55      | 188.10      | 122.52      |
| Palmell | 8.24                     | 564.13                      | 410.68      | 255.26      | 203.93      | 132.12      |

### 4.3 L'animal existent de referència

Segons les equacions per calcular la massa, la part de la pressió dinàmica pot ser afectada per la velocitat, com que l'estudi és d'un animal extingit, aquesta incògnita s'hauria de trobar a través d'un animal semblant existent com a referència. Com que el *Sillimanius tetradactylus* pertany al grup de teròpode i més concretament als maniraptors, els animals que més s'adeqüen a aquestes característiques són les aus per tant s'escullen aquests com a referència, més concretament els animals del gènere *struthio* (estruç), *rheidae* (nyandú) o *apteryx* (kiwi).

Per decidir quin gènere d'animal serà més apropiat per considerar-lo com a patró, s'ha buscat informació sobre la localitat on es va trobar el fòssil en la pàgina web fossilworks<sup>[59]</sup>. Com que l'animal que va deixar l'empremta vivia en el continent d'Amèrica actual, s'ha triat als nyandús com a referència, ja que aquests aus no voladores també viuen en el mateix continent.

<sup>59</sup> [http://fossilworks.org/bridge.pl?a=taxonInfo&taxon\\_no=80634](http://fossilworks.org/bridge.pl?a=taxonInfo&taxon_no=80634)



Figura 32. Imatge de l'animal que es fa de referència per l'estudi de determinació del pes del *Sillimanius tetradactylus*.

Nyandú és una espècie d'au omnívora que viu en Sud-Amèrica que té una estatura mitjana d'1.2 m aproximadament. Aquesta espècie no és capaç de volar, però en canvi té les potes llargues i potents per afavorir la seva supervivència i suposadament el dinosaure que s'estudia presenta característiques (la relació de massa, la mida de les extremitats, la relació de la longitud d'extremitat i la velocitat) semblants. Aquest animal sent l'au més gran del continent, té un pes mitjà del 50 lb, és a dir, aproximadament 23 kg i amb les seves potes tan potents pot arribar a una velocitat de 37 mph que equival a 16.5 m/s, aquestes dades posteriorment seran utilitzades pel càlcul del pes del *Sillimanius tetradactylus*<sup>[60][61]</sup>.

#### 4.4 Determinació del pes del *Sillimanius tetradactylus*

Aquest apartat es realitzen els càlculs per l'obtenció del pes del dinosaure que és l'objectiu principal d'aquest treball. Un cop adquirits tots els paràmetres, dades i coneixements necessaris en els anteriors apartats, s'estima el pes de l'animal sota les següents hipòtesis:

- Es considera que la sorra del Rin presenta les mateixes característiques geomecàniques que el sòl de Connecticut que fa 200 milions d'anys.
- Es considera que la relació del pes respecte a la velocitat del *Sillimanius tetradactylus* i la del nyandú dona el mateix valor.
- Es considera que l'error del model del sòl replicat i el model del sòl de l'article referenciat és gairebé nul·la.
- Es considera que no hi ha hagut errors greus en la mesura de la geometria de la mostra que pugui afectar molt als resultats obtinguts.

Segons informacions existents, l'animal que s'està estudiant és un bípede que mou el seu cos corrent i no saltant, aquesta informació és molt important a l'hora de fer estudi, ja que movent a través de salts el cos de l'animal estaria suportat per les dues extremitats en el mateix moment, si el centre de gravetat del cos està situat al centre de les dues extremitats, el factor de distribució tindrà un valor de 0.5. En el cas del *Sillimanius tetradactylus*, en el seu moviment segurament hi ha moments en els quals el pes de tot el cos és aguantat només per una extremitat i per aquest motiu en el moment del càlcul del pes es fica el factor de distribució del pes de 1.0 per la pota en general. Segons la geometria que té l'ícnofòssil, la pota està dividida en dues parts, la part del palmell i la part de l'urpa del mig, la massa que suporta cascuna de les parts òbviament és diferent una i l'altra i a partir de l'equació (65) es calcula el factor de distribució de la massa de cadascuna part.

<sup>60</sup> <https://www.nationalgeographic.com/animals/birds/facts/greater-rhea>

<sup>61</sup> <https://dinoanimals.com/animals/greater-rhea-and-lesser-rhea/>

$$f_{wd} = \frac{m_{part}}{m_{total}} \quad (65)$$

On:

- $f_{wd}$ : El factor de distribució de la massa [-].
- $m_{part}$ : La massa suportada per la part específica de la pota [kg].
- $m_{total}$ : La massa total de l'animal [kg].

Taula 12. Factor de distribució de la massa.

| $f_{wd}$ | Valor  | Error   |
|----------|--------|---------|
| Urpa     | 0.3005 | ± 0.004 |
| Palmell  | 0.6995 | ± 0.004 |

Un cop trobat el valor del factor de distribució de la massa, aplicant les equacions (66) fins a la (72) i fent els càlculs iteratius ficant el valor del factor de relació de 5 a 15 (se sap que la mida del dinosaure és semblant a la mida d'un pollastre per la mida de la seva petjada) s'obté els resultats del pes del dinosaure en diferents densitats relatives.

$$f_R = \frac{m_R}{m_{dino}} \quad (66)$$

$$f_R = \frac{v_R}{v_{dino}} \quad (67)$$

$$\sigma_{stat} = \frac{m_{dino} g f_{wd}}{A_{part}} \quad (68)$$

$$\sigma_{dyn} = \frac{m_{dino} v_{dino}^2 f_{wd}}{2 \cdot s A_{part}} \quad (69)$$

$$\sigma_{dyn+stat} = \sigma_{dyn} + \sigma_{stat} \quad (70)$$

$$f_{dyn} = \frac{\sigma_{dyn+stat}}{\sigma_{stat}} \quad (71)$$

$$m_{dino} = \frac{\sigma_{dyn+stat} A_{part}}{f_{dyn} g f_{wd}} \quad (72)$$

On:

- $f_R$ : El factor de relació [-].
- $m_R$ : La massa referent [kg].
- $m_{dino}$ : La massa total del dinosaure [kg].
- $v_R$ : La velocitat referent [m/s].
- $v_{dino}$ : La velocitat del dinosaure [m/s].
- $\sigma_{stat}$ : La pressió estàtica [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_{dyn}$ : La pressió dinàmica [N/m<sup>2</sup>].
- $\sigma_{dyn+stat}$ : La pressió equivalent [N/m<sup>2</sup>].
- $f_{wd}$ : El factor de distribució de la massa [-].
- $A_{part}$ : L'Àrea de la geometria on aplica la pressió [m<sup>2</sup>].
- $f_{dyn}$ : La relació entre la pressió equivalent a la pressió estàtica [-].

A la taula 13 mostra els valors numèrics del pes del dinosaure a diferents condicions i part de resultats de les simulacions en les figures 33, 34 i 35. Els resultats de la simulació més detallada es troba a l'apartat B de l'annex.

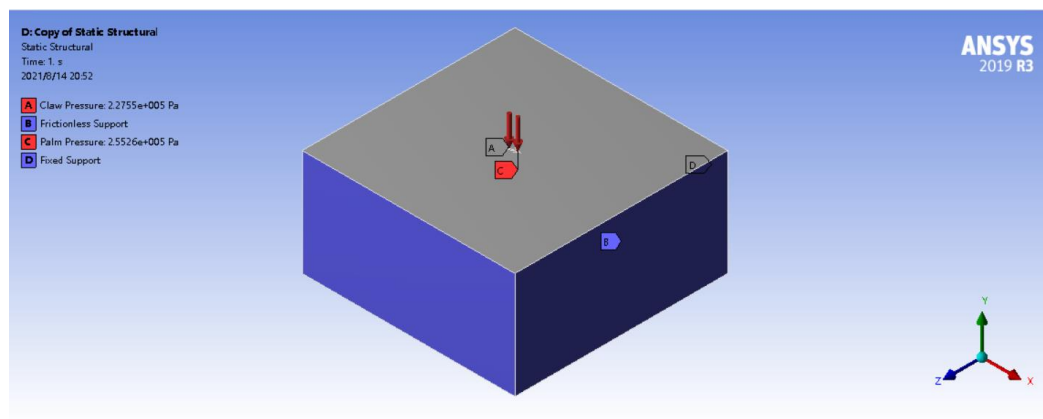


Figura 33. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

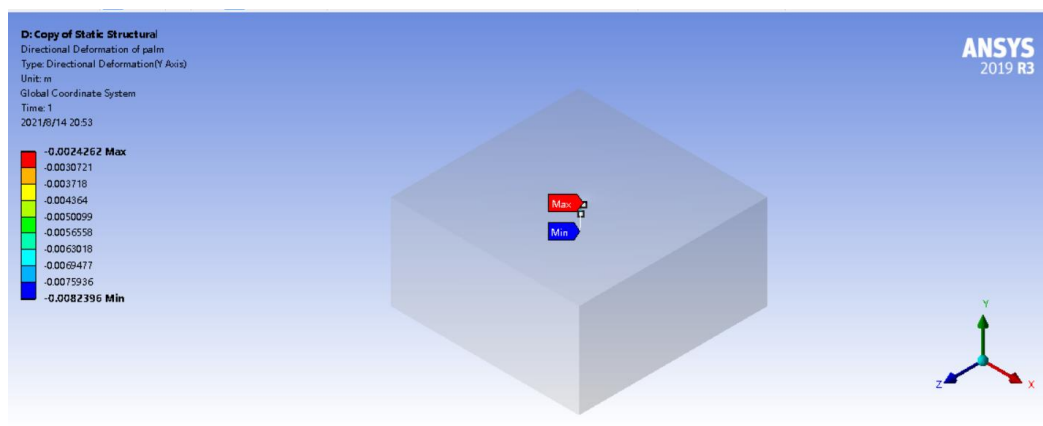


Figura 34. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

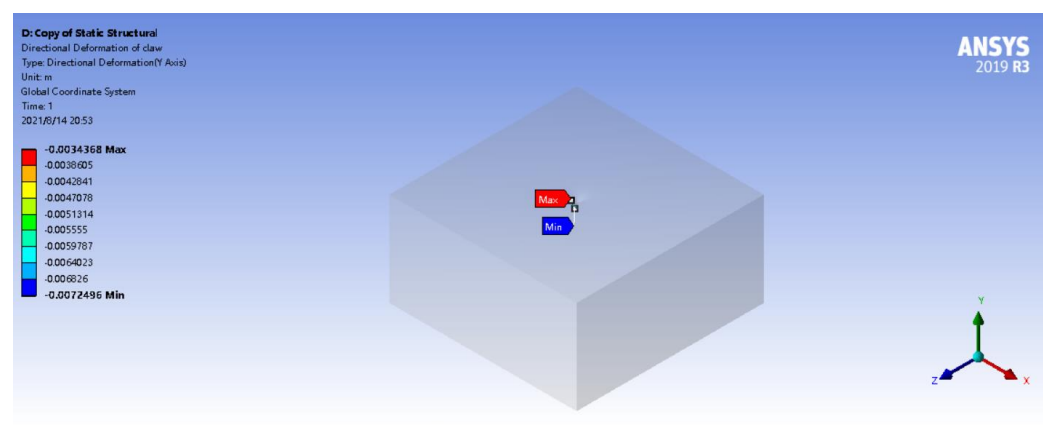


Figura 35. La deformació produïda per l'urpa amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

Taula 13. Pes del dinosaure en diferents densitats relatives.

| Densitat relativa | Pes de dinosaure (kg) | Error del pes (kg) |
|-------------------|-----------------------|--------------------|
| 1.0               | 2.827                 | 0.153              |

|     |       |       |
|-----|-------|-------|
| 0.8 | 2.496 | 0.135 |
| 0.6 | 2.164 | 0.117 |
| 0.4 | 2.025 | 0.110 |
| 0.2 | 1.743 | 0.095 |

Segons estudi del sòl en general, el valor típic de la densitat relativa és aproximadament 0.6, si se suposa que el moment que va trepitjar el dinosaure tenia un valor aproximat a 0.6. Suposant que el valor de la densitat relativa s'ha mantingut des del moment de la petjada, el pes del dinosaure hauria d'estar al voltant de 2.0-2.3 kg. El resultat obtingut sembla coherent als animals de la mateixa mida, els pollastres té la mida de petjada semblant i el pes està al voltant d'aquest rang del pes.

## 5 Conclusions

Gràcies a l'objectiu principal d'aquest treball, s'ha determinat aproximadament el pes del dinosaure el qual va deixar l'empremta fa dos-cents milions d'anys. En el mateix moment s'ha determinat també la velocitat punta a la qual podria anar aquests animals i es pot considerar que el treball aquest s'ha acabat amb l'èxit.

Per la part inicial del treball va permetre repassar tots els coneixements adquirits en les assignatures relacionades amb la part d'enginyeria mecànica d'aquest màster i a més a més s'ha fet una petita introducció a l'àmbit d'enginyeria civil específicament la part de mecànica del sòl. Es va profunditzar els coneixements sobre FEA (anàlisi de mètodes d'elements finits) i ens ha demostrat que aquest mètode el que fa és discretitzar un objecte real en peces més petites per estudiar el seu comportament. Es va fer una bona introducció sobre els diferents models del sòl per poder simular-lo amb paràmetres extrems a partir dels experiments. Finalment, també es va familiaritzar l'ús del programa ANSYS per estudiar el comportament del model i els dos mòduls interns per creació de les geometries, els quals són *SpaceClaim* i *Design Modeler*.

Per la part de parametrització del sòl s'ha aplicat paràmetres provinents d'un article i s'ha pogut passar els paràmetres del model que s'utilitza l'article de referència als paràmetres aplicables al model *Cam Clay* del simulador ANSYS. Es va comprovar que els resultats dels dos models donen resultats altament semblants, més endavant es va comprovar que el model de *Cam Clay* generat es produeix un error aproximat de 5.4 % en el càlcul del pes de l'animal.

Per la part dels resultats obtinguts s'ha donat valors bastant coherents a un animal que té la pota amb una mida similar a un pollastre. Hi podria haver errors en el procés de replicació del model encara que els resultats són semblants gràficament. Òbviament podria haver-hi error per considerar que la sorra de Rin presenta les mateixes característiques geomecàniques que el subsòl de Connecticut, no s'ha pogut quantificar aquest error, ja que no s'ha trobat cap informació o dades geomecàniques d'aquesta zona i menys la del sòl que fa 200 milions d'anys.

Com a resultat, l'aplicació d'aquest mètode d'estimació del pes es podria aplicar per altres animals com una alternativa de la determinació del pes en situacions quan la quantitat de les restes de fòssil òssies estan limitats o en els casos que no es trobi cap os fossilitzat.

Per acabar, sense ser un expert en l'enginyeria mecànica i enginyeria civil, durant aquest treball he adquirit nous coneixements i una bona introducció en l'àmbit de la mecànica del sòl. Des de sempre he sigut un fanàtic amb els dinosaures, és per aquest motiu, vaig triar aquest tema i arribant a calcular el pes d'un dinosaure amb un nou mètode a partir de la seva petjada per mi ha sigut un procés prou interessant.

## 6 Referències

- [1] Mayor, Adrienne. *The First Fossil Hunters: Paleontology in Greek and Roman Times*. Princeton: Princeton University Press. 2000. ISBN 0-691-05863-6.
- [2] 董枝明. *Dinosaurian Faunas of China*. 北京, 海洋出版社. 1992. ISBN 978-3-540-52084-9.
- [3] arjeant, William A.S. The earliert discoveries. Farlow, James O.; and Brett-Surman, Michael K. (eds.) *The Complete Dinosaur*. Bloomington: Indiana University Press. 1997: 3–11. ISBN 0-253-33349-0.
- [4] Buckland, W. (1824). "Notice on the Megalosaurus or great Fossil Lizard of Stonesfield." *Transactions of the Geological Society of London, series 2, vol. 1*: 390–396.
- [5] <https://www.sciencephoto.com/media/719939/view/1677-first-ever-dinosaur-bone-robert-plot>
- [6] Lhuys, E. (1699). *Lithophylacii Britannici Ichnographia, sive lapidium aliorumque fossilium Britannicorum singulari figura insignium*. Gleditsch and Weidmann: London.
- [7] Gunther, R.T. (1945). *Early Science in Oxford: Life and Letters of Edward Lhuys*, volume 14. Author: Oxford.
- [8] Delair, J.B., and Sarjeant, W.A.S. (2002). The earliest discoveries of dinosaurs: the records re-examined. *Proceedings of the Geologists' Association* 113:185-197.
- [9] Mantell, Gideon A. Notice on the Iguanodon, a newly discovered fossil reptile, from the sandstone of Tilgate forest, in Sussex.. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 1825, 115: 179–186 [2007-02-21]. doi:10.1098/rstl.1825.0010.
- [10] Sues, Hans-Dieter. *European Dinosaur Hunters*. James Orville Farlow and M. K. Brett-Surman (eds.) *The Complete Dinosaur*. Bloomington: Indiana University Press. 1997: 14. ISBN 0-253-33349-0.
- [11] Holmes T. *Fossil Feud: The Bone Wars of Cope and Marsh, Pioneers in Dinosaur Science*. Silver Burdett Press. 1996. ISBN 978-0382391477.
- [12] Wellnhofer, P. Ein neuer Exemplar von Archaeopteryx. *Archaeopteryx*. 1988, 6: 1–30.
- [13] [http://www.fjdstm.com/zxdt/kxcs/201803/t20180312\\_17314.htm](http://www.fjdstm.com/zxdt/kxcs/201803/t20180312_17314.htm)
- [14] Palaeontological and geodynamical implications of the palynological dating of the wealden facies sediments of Bernissart (Mons Basin, Belgium). 2005, 4 (1-2): 135–150. doi:10.1016/j.crpv.2004.12.003.
- [15] 第二章：尋找名分。《恐龍：失去的侏羅紀王國》. 发现之旅. 20. 万美君/译 2002年2月5日初版六刷. 台北: 时报文化. 1995年3月10日: 第39–40页. ISBN 978-957-13-1582-9
- [16] *The Fighting Dinosaurs* The Fighting Dinosaurs American Museum of Natural History. [2007-12-05]
- [17] Carpenter, K. Evidence of predatory behavior by theropod dinosaurs.. *Gaia*. 1998, 15: 135–144 [2007-12-05].
- [18] Dal Sasso, C. and Signore, M. Exceptional soft-tissue preservation in a theropod dinosaur from Italy. *Nature*. 1998, 292 (6674): 383–387. doi:10.1038/32884.
- [19] 杨孝文. 美国发现保存完好恐龙木乃伊. 新浪科技. 2007-12-04 [2018-03-04].
- [20] 车艳.青. (2018). 恐龙足迹. 煤炭工业出版社. ISBN: 7502066799, 9787502066796
- [21] <https://www.bbc.com/news/uk-wales-55863928>
- [22] An Important Ornithischian Tracksite in the Early Jurassic of the Shenmu Region, Shaanxi, China (Li et al. 2012)
- [23] BODY-MASS ESTIMATION IN PALEONTOLOGY: A REVIEW OF VOLUMETRIC TECHNIQUES. Charlotte A. Brassey. Published online by Cambridge University Press: 27 April 2017.
- [24] <https://theconversation.com/how-do-you-weigh-a-dinosaur-there-are-two-ways-and-it-turns-out-theyre-both-right-144874>
- [25] <https://www.theguardian.com/science/lost-worlds/2012/aug/24/weigh-dinosaur>
- [26] Body mass estimates of an exceptionally complete Stegosaurus (Ornithischia: Thyreophora): comparing volumetric and linear bivariate mass estimation methods <https://doi.org/10.1098/rsbl.2014.0984>

- [27] <https://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/introduction-finite-element-analysis/content-section-1.5>
- [28] 王元, 文兰, 陈木法. 数学大辞典: 科学出版社, 2010 ISBN: 9787030273598
- [29] Fundamentals of Finite Element Analysis, Pan Z., Universitat Tsinghua Dec. 2008
- [30] Logan, Daryl L. A first course in the finite element method 5th ed. Stamford, CT: Cengage Learning. 2012. ISBN 978-0-495-66825-1. OCLC 664675951.
- [31] Reddy, J. N., An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). McGraw-Hill. 2006. ISBN 9780071267618.7
- [32] Larson, Mats G., and Fredrik Bengzon. "The finite element method: theory, implementation, and practice."
- [33] Lubliner, J. (2008). Plasticity theory. Dover. ISBN 978-0-486-46290-5.
- [34] Bigoni, D. (2012). Nonlinear Solid Mechanics: Bifurcation Theory and Material Instability. Cambridge University Press. ISBN 978-1-107-02541-7.
- [35] <https://www.instron.com/es-es/our-company/library/glossary/o/offset-yield-strength>
- [36] Gerolf Ziegenhain and Herbert M. Urbassek: Reversible Plasticity in fcc metals. In: Philosophical Magazine Letters. 89(11):717-723, 2009 DOI: <https://doi.org/10.1080/09500830903272900>
- [37] 小林英男; 轟章 『固体の弾塑性力学』 数理工学社、2007年。ISBN 978-4-901683-51-7。
- [38] <https://es.slideshare.net/IndiTej/terzaghi>
- [39] Luis Ortiz Berrocal (2007). Resistencia de materiales, Madrid: Ed. McGraw-Hill. ISBN 9788448156336.
- [40] "Introduction to Solid State Physics, 8th edition" by Charles Kittel, 2005, ISBN 0-471-41526-X
- [41] <https://www.finesoftware.es/ayuda-en-linea/geo5/en/oedometric-modulus-01/>
- [42] Influence of stress history on the strength parameters of an unsaturated statically compacted soil. Tomoyoshi NishimuraYasunari HirabayashiDelwyn D. FredlundDelwyn D. FredlundJulian GanJulian Gan. January 2011Canadian Geotechnical Journal 36(2):251-261. DOI: 10.1139/cgj-36-2-251.
- [43] Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics. David Muir Wood. Cambridge University Press, 1990.
- [44] [https://www.researchgate.net/publication/273090105\\_Modelling\\_Creep\\_and\\_Rate\\_Effects\\_in\\_Soils/figures?lo=1](https://www.researchgate.net/publication/273090105_Modelling_Creep_and_Rate_Effects_in_Soils/figures?lo=1)
- [45] Variable Cohesion Model for Soil Shear Strength Evaluation. Shahkar Shahangian. DBA Engineering Limited, Toronto, Ontario.
- [46] <https://es.scribd.com/doc/310507397/determinacion-del-angulo-de-dilatancia>
- [47] Quantitative Interpretation of Tracks for Determination of Body Mass; Tom Schanz ,Yvonne Lins,Hanna Vieffhaus,Thomas Barciaga,Sashima Läbe,Holger Preuschhof,Ulrich Witzel,P. Martin Sander; 30/10/2013 DOI:<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0077606>
- [48] [https://www.researchgate.net/publication/318241801\\_Permeability\\_Measurement\\_of\\_Granular\\_Materials\\_and\\_Development\\_of\\_an\\_Equation](https://www.researchgate.net/publication/318241801_Permeability_Measurement_of_Granular_Materials_and_Development_of_an_Equation)
- [49] Lambe, T. W., Whitman, and R. V. 1969. Soil Mechanics. John Wiley & Sons Inc.
- [50] Schanz, T., and P. A. Vermeer. 1998. On the Stiffness of Sands R. J. Jardine, M. C. R. Davies, D. W. Hight, A. K. C. Smith, and S. E. Stallebrass (eds.), Prefailure Deformation Behaviour of Geomaterials. Thomas Telford, London.
- [51] Ohde, J. 1939. Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. Bauingenieur
- [52] Magdalena Kowalska. Numerical study of the influence of dilatancy angle on bearing capacity and rotation of a gravity retaining wall. September 2014. Conference: XV Danube - European Conference on Geotechnical Engineering (DECGE 2014)At: Vienna, AustriaVolume: 2
- [53] "Critical State Soil Mechanics", Schofield, A. N., Wroth, C. P., 1968, McGraw-Hill
- [54] MC. Moises Espinosa Esquivel. Obtención del modulo de elasticidad y razón de poisson en diferentes grados de acero al manganeso. Universidad Autónoma de Nuevo Leon. Agosto de 2000.

- [55] Mason Ghafghazi. ACCURATE DETERMINATION OF THE CRITICAL STATE FRICTION ANGLE FROM TRIAXIAL TESTS. Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, BC, Canada. September 2005.
- [56] Stephen M. Gatesy & Peter L. Falkingham (2020): Hitchcock's Leptodactyli, Penetrative Tracks, and Dinosaur Footprint Diversity, Journal of Vertebrate Paleontology, DOI: 10.1080/02724634.2020.1781142.
- [57] <https://www.merriam-webster.com/dictionary/dactylus>
- [58] <https://www.3dsystems.com/software/geomagic-wrap/free-trial>
- [59] [http://fossilworks.org/bridge.pl?a=taxonInfo&taxon\\_no=80634](http://fossilworks.org/bridge.pl?a=taxonInfo&taxon_no=80634)
- [60] <https://www.nationalgeographic.com/animals/birds/facts/greater-rhea>
- [61] <https://dinoanimals.com/animals/greater-rhea-and-lesser-rhea/>



# Índex

## Document 2: Annex

|       |   |    |
|-------|---|----|
| A.    | Annex de modelització del sòl .....                             | 1  |
| A.1   | Creació de la geometria del sòl.....                            | 1  |
| A.2   | Mallat del model.....   | 5  |
| A.3   | Càlculs dels paràmetres del model Cam Clay per ANSYS .....      | 14 |
| A.3.1 | El coeficient de Poisson .....                                  | 14 |
| A.3.2 | El pendent de CSL .....   | 14 |
| A.3.3 | El coeficient de buit inicial .....                             | 15 |
| A.3.4 | L'índex d'inflor i l'índex de compressió .....                  | 15 |
| A.4   | Simulació del model en ANSYS .....                              | 16 |
| B.    | Annex del càlcul del pes de dinosaure.....                      | 32 |
| B.1   | Mesura de la mida de la mostra.....                             | 32 |
| B.2   | Replicació de la mostra en ANSYS.....                           | 34 |
| B.3   | Determinació del pes del <i>Sillimanius Tetradactylus</i> ..... | 42 |

## A. Annex de modelització del sòl

En aquest apartat d'annex es presenta tots els procediments de càlculs i simulació de la part de la modelització de la sorra del Rin que s'ha realitzat per treure els resultats apareguts en la memòria.

### A.1 Creació de la geometria del sòl

En aquest apartat es mostra els processos per l'obtenció de la geometria apareguda en la figura 24 de l'apartat 3.2.1.

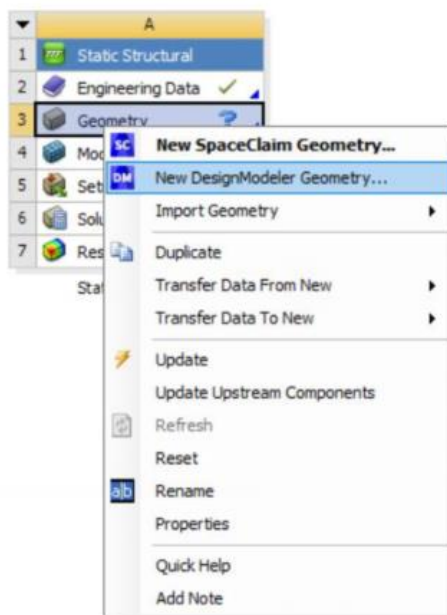


Figura A 1. Selecció del programa per modelització.

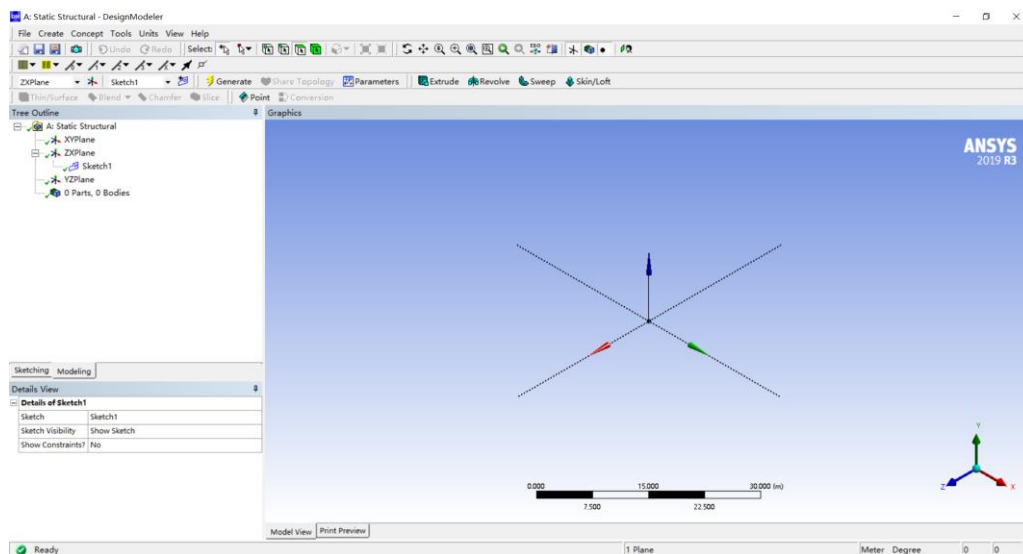


Figura A 2. Creació de l'esbós 1 en el pla zx.

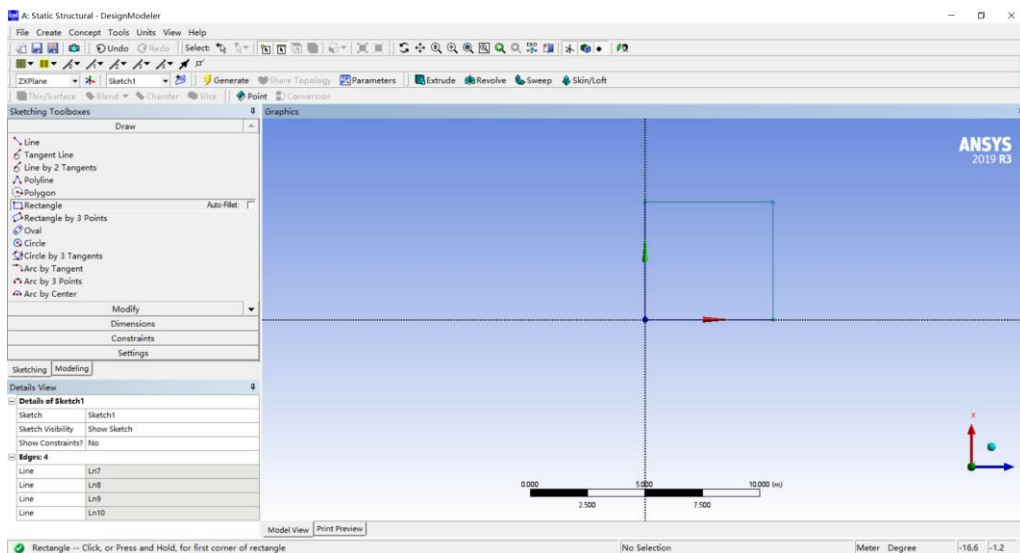


Figura A 3. Creació del rectangle en l'esbós 1.

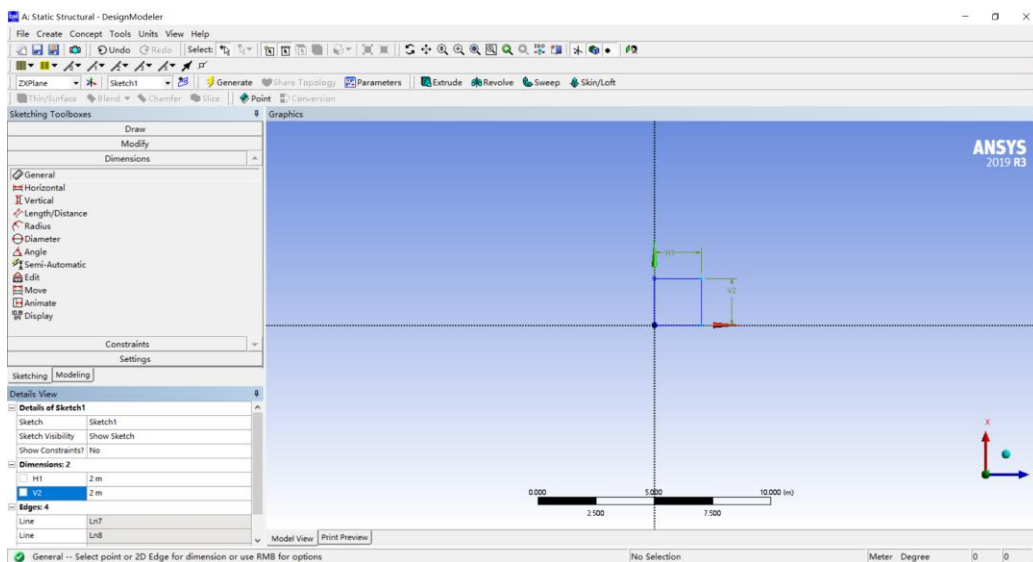


Figura A 4. Marcar les dimensions horitzontal i vertical i ficar el valor de 2 m en ambos paràmetres per crear un quadrat 2 x 2.

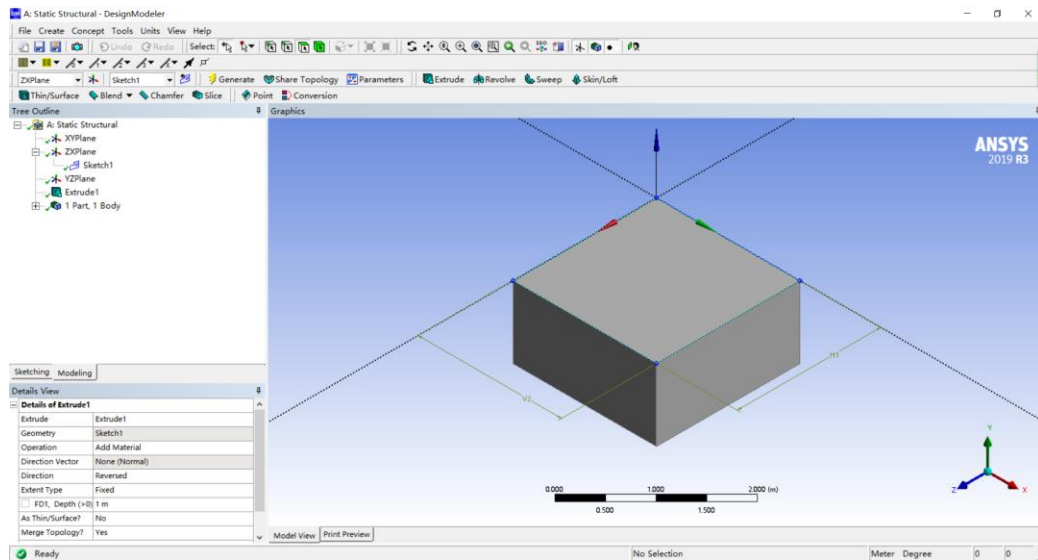


Figura A 5. Extrudir la figura de l'esbós 1 ficant les següents dades. Operation: Add material, Direction: Reversed i Depth: 1m.

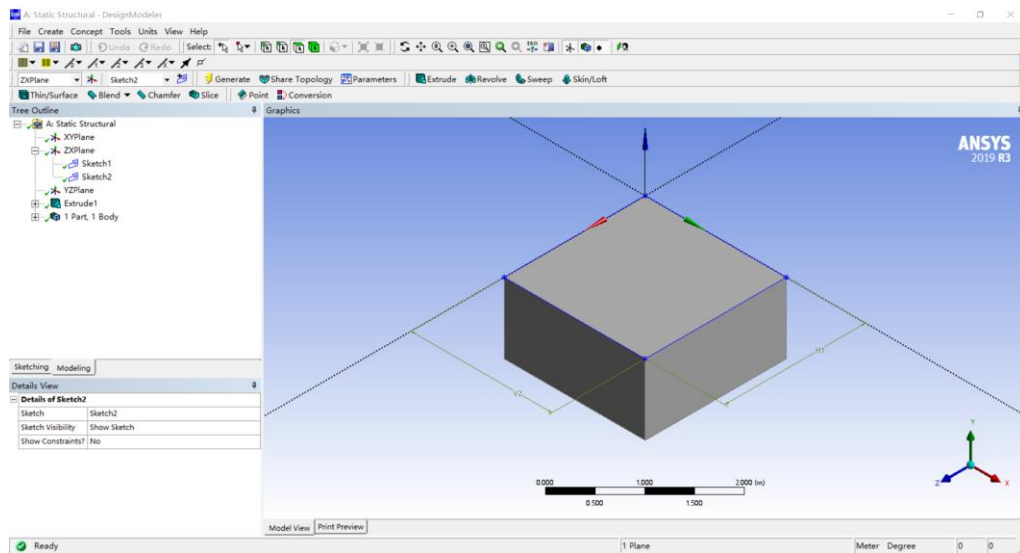


Figura A 6. Crear el segon esbós.

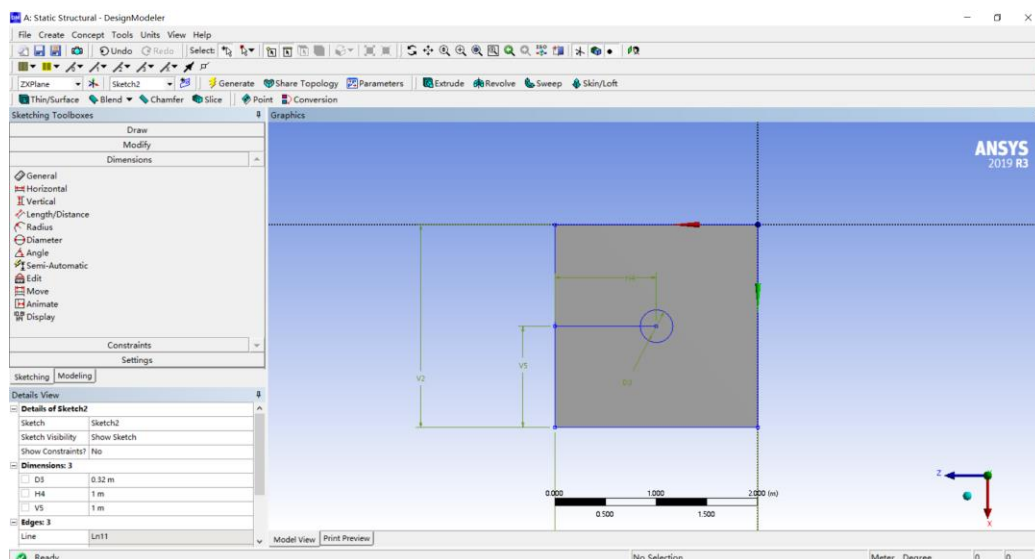


Figura A 7. Crear una circumferència del diàmetre 0.32 m en el centre del cub.

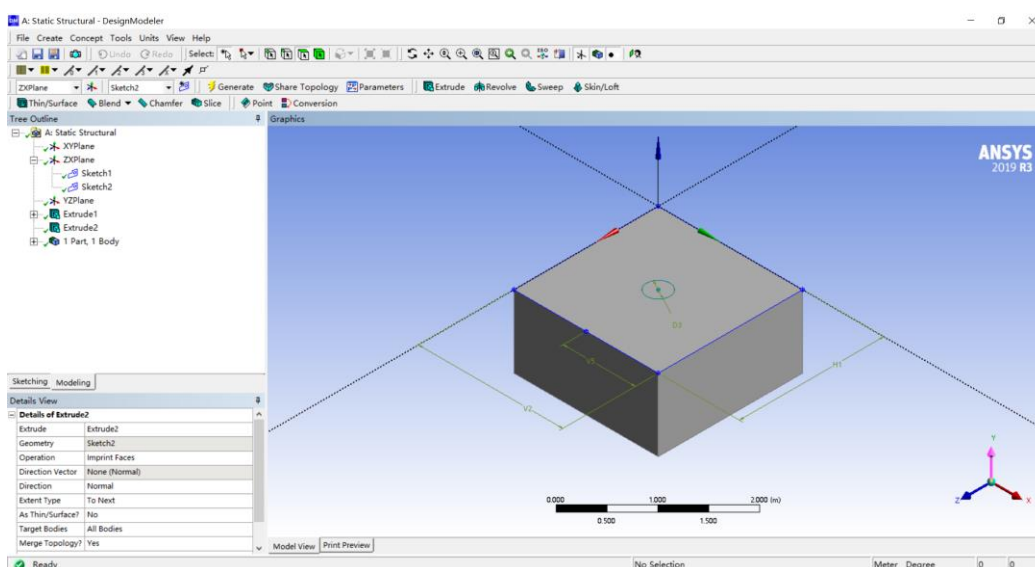


Figura A 8. Extrudir la circumferència damunt del cub amb la funció d'imprimir la cara (Operation: imprint face).

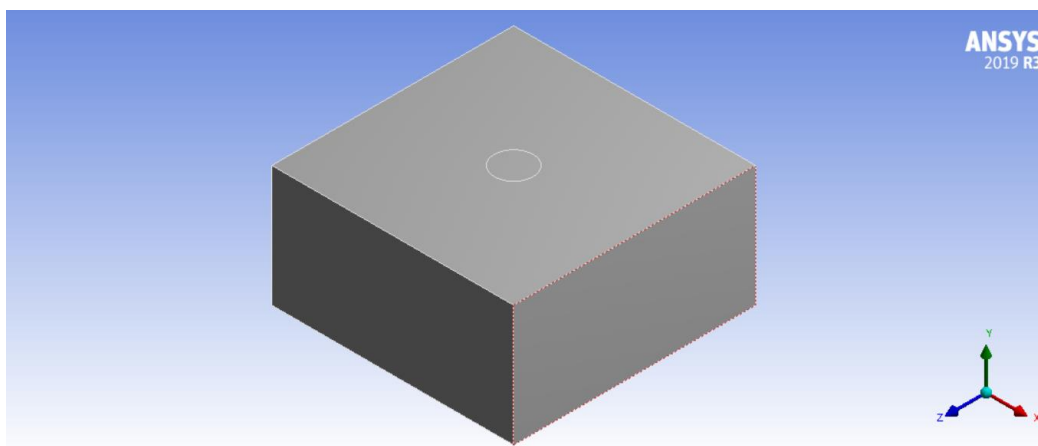


Figura A 9. El resultat del model del sòl creat en ANSYS.

## A.2 Mallat del model

En aquest apartat es mostra els processos per l'obtenció dels resultats de la taula 7 i 8 sobre la deformació vertical respecte diferents configuracions de mallat i el mallat desitjat de la figura 25.

En les taules A 1 i A 2 es mostren les configuracions del mallat general i mallat de la superfície on aplica la tensió. Les cel·les marcades en groc són llocs on fiquen els variables.

Taula A 1. Configuració del mallat general.

| Display                                  |                               |
|--|-------------------------------|
| Display Style                            | Use Geometry Setting          |
| Defaults                                 |                               |
| Physics Preference                       | Nonlinear Mechanical          |
| Element Order                            | Program Controlled            |
| Element Size                             | 0.5, 0.25, 0.1, 0.05, 0.025 m |
| Sizing                                   |                               |
| Growth Rate                              | Default                       |
| Max size                                 | Default                       |
| Mesh Defeaturing                         | Yes                           |
| Defeature Size                           | Default                       |
| Capture Curvature                        | Yes                           |
| Curvature Min Size                       | Default                       |
| Curvature Normal Angle                   | Default                       |
| Capture Proximity                        | Nonlinear Mechanical          |
| Bounding Box Diagonal                    | 3.0 m                         |
| Average Surface Area                     | 2.2857 m <sup>2</sup>         |
| Minimum Edge Length                      | 1.0 m                         |
| Quality                                  |                               |
| Check Mesh Quality                       | Yes, Errors                   |
| Target Skewness                          | Default                       |
| Target Jacobian Ratio (Corner Nodes)     | Default                       |
| Mesh Metric                              | None                          |
| Inflation                                |                               |
| Use Automatic Inflation                  | None                          |
| Inflation Option                         | Smooth Transition             |
| Transition Ratio                         | 0.272                         |
| Maximum Layers                           | 5                             |
| Growth Rate                              | 1.2                           |
| Inflation Algorithm                      | Pre                           |
| View Advances Options                    | No                            |
| Advances                                 |                               |
| Number of CPUs for Parallel Part Meshing | Program Controlled            |
| Straight Sided Elements                  | No                            |
| Rigid Body Behavior                      | Dimensionally Reduced         |
| Triangle Surface Mesher                  | Program COnrolled             |
| Topology Checking                        | Yes                           |
| Pinch Tolerance                          | Default                       |
| Generate Pinch on Refresh                | No                            |

Taula A 2. Configuració del mallat de la zona d'aplicació de la tensió.

| Scope             |  |
|-------------------|--|
| Scoping Method    | Geometry Selection                                 |
| Geometry          | 1 Face   |
| Definition        |  |
| Suppressed        | No   |
| Type              | Element Size                                       |
| Element Size      | 0.5, 0.25, 0.1, 0.05, 0.025, 0.01, 0.005, 0.0025 m |
| Advanced          |  |
| Defeature Size    | Default  |
| Influence Volume  | No   |
| Behavior          | Soft   |
| Growth Rate       | Default  |
| Capture Curvature | No   |
| Capture Proximity | No   |

A continuació es mostra el mallat de diferents configuracions i els resultats en format de figures.

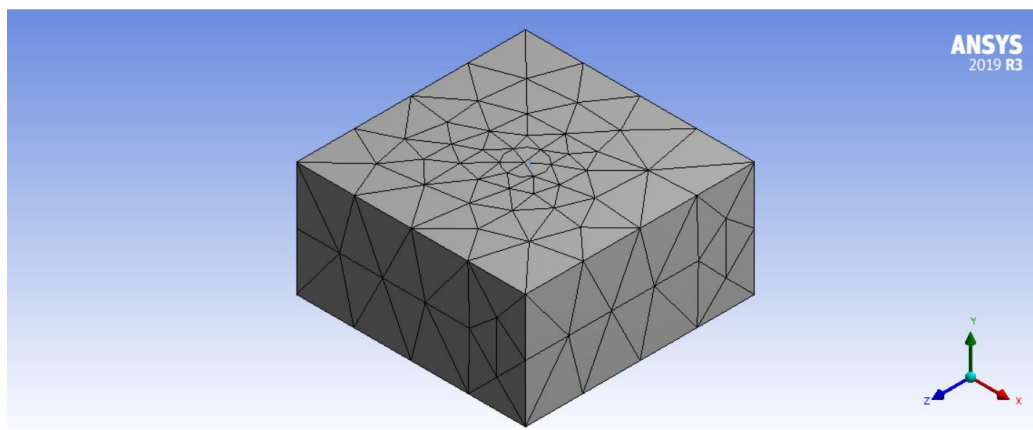


Figura A 10. Mallat de mida de 0.5 m i 0.5 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

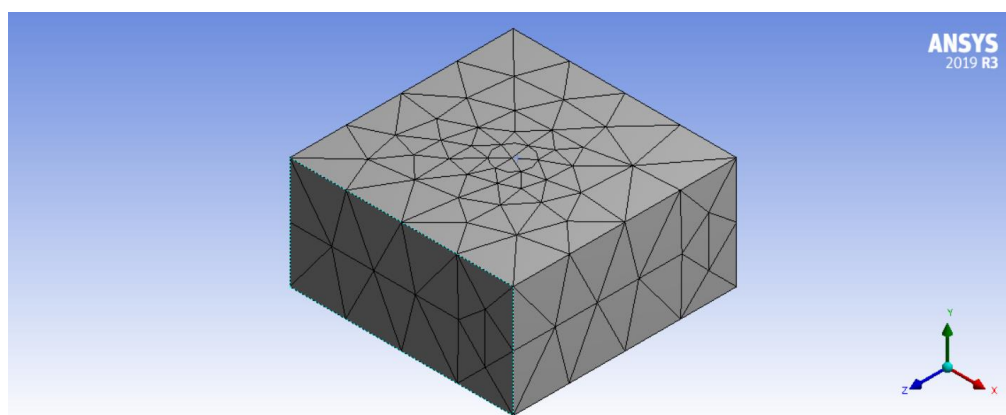


Figura A 11. Mallat de mida de 0.5 m i 0.25 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

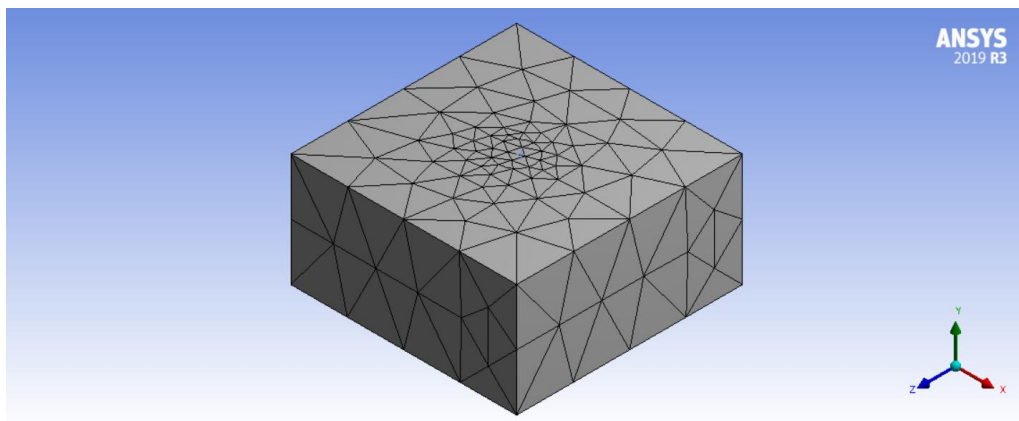


Figura A 12. Mallat de mida de 0.5 m i 0.1 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

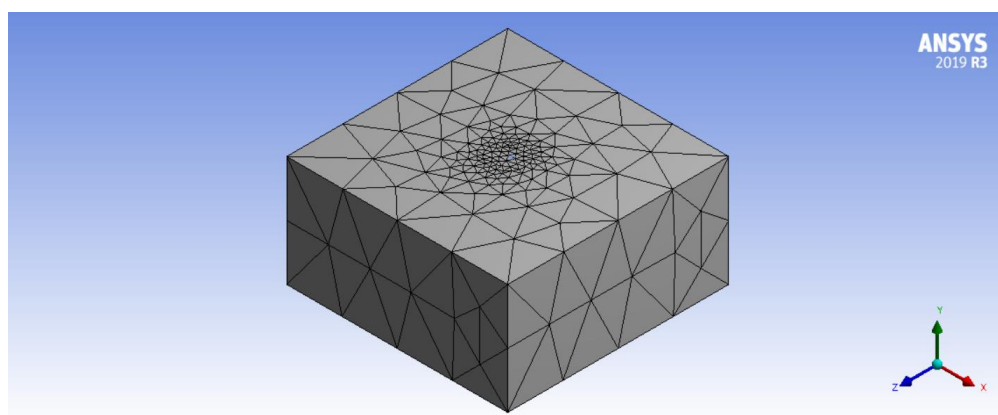


Figura A 13. Mallat de mida de 0.5 m i 0.05 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

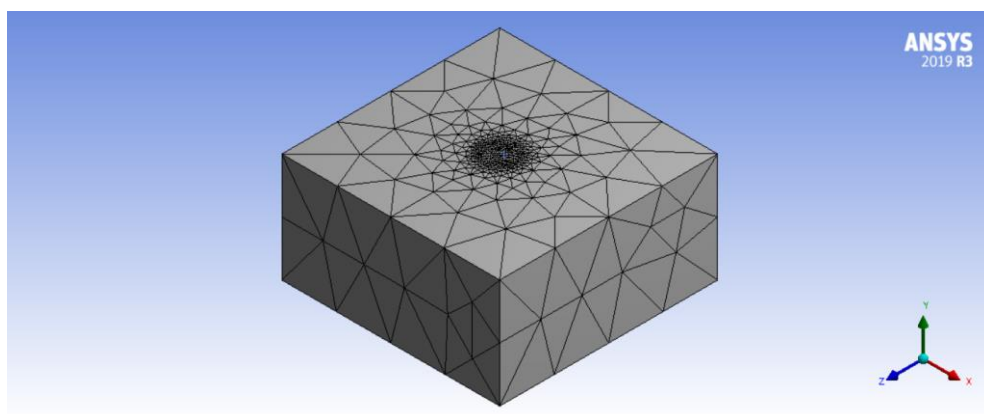


Figura A 14. Mallat de mida de 0.5 m i 0.025 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

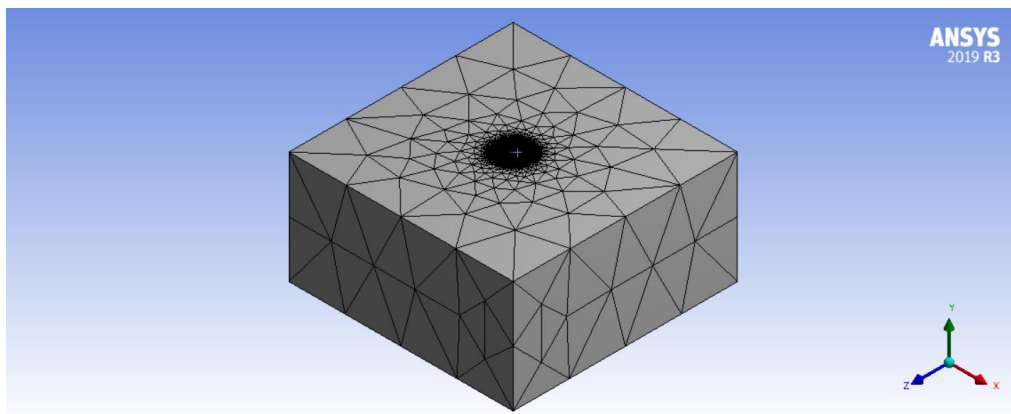


Figura A 15. Mallat de mida de 0.5 m i 0.01 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

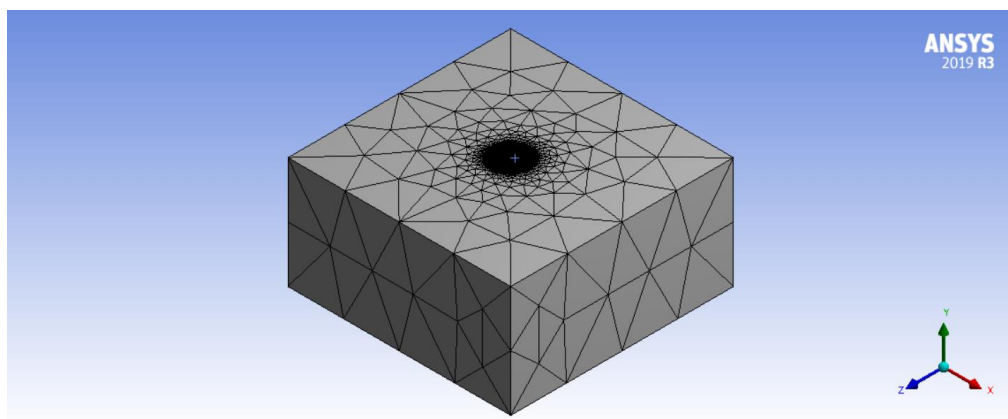


Figura A 16. Mallat de mida de 0.5 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

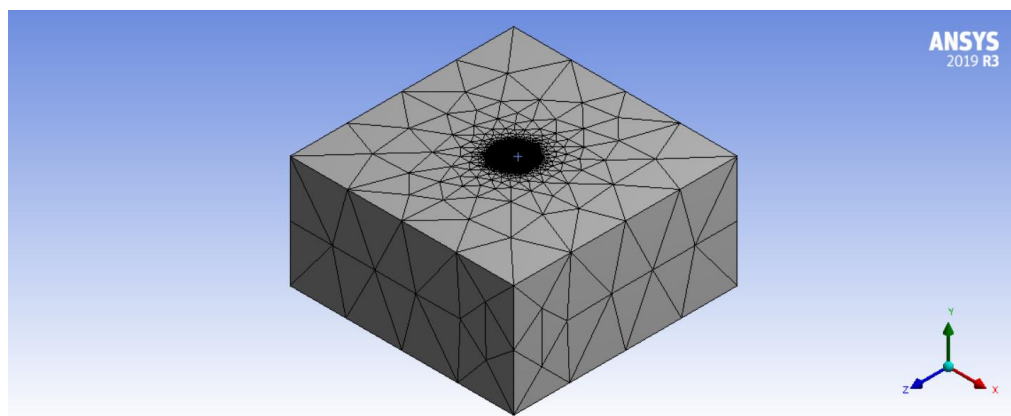


Figura A 17. Mallat de mida de 0.5 m i 0.0025 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

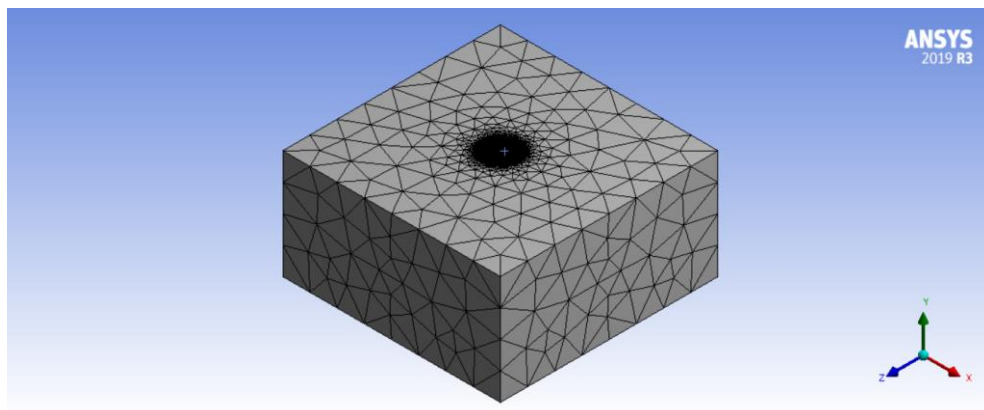


Figura A 18. Mallat de mida de 0.25 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

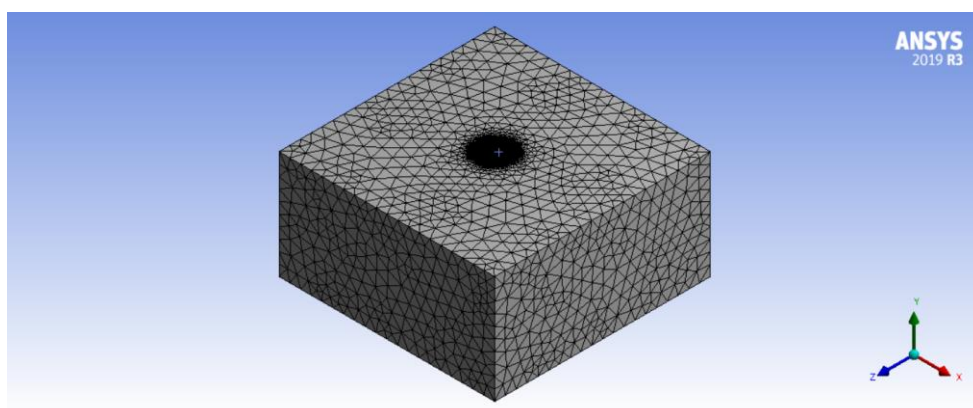


Figura A 19. Mallat de mida de 0.1 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

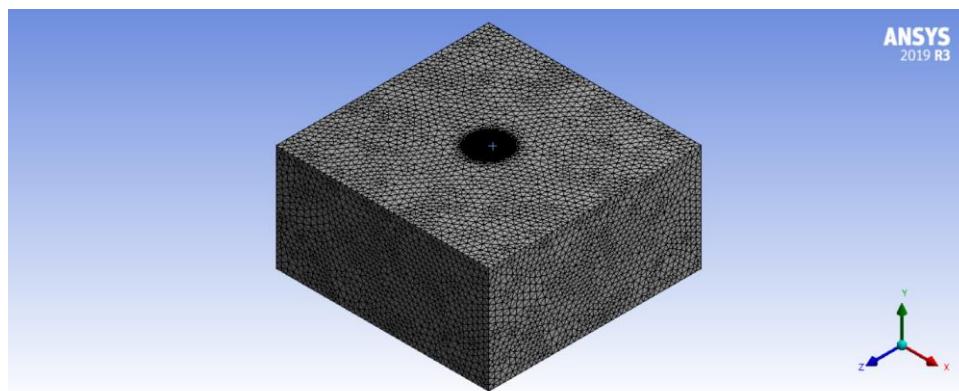


Figura A 20. Mallat de mida de 0.05 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

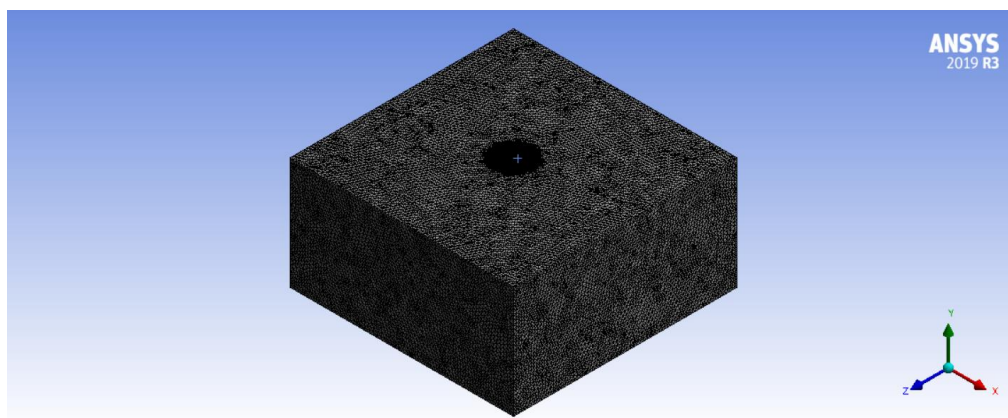


Figura A 21. Mallat de mida de 0.025 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

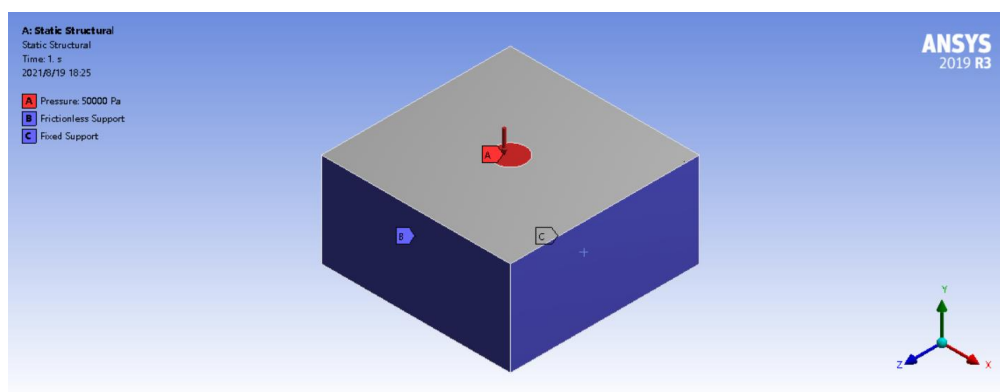


Figura A 22. Les forces que s'apliquen a la geometria.

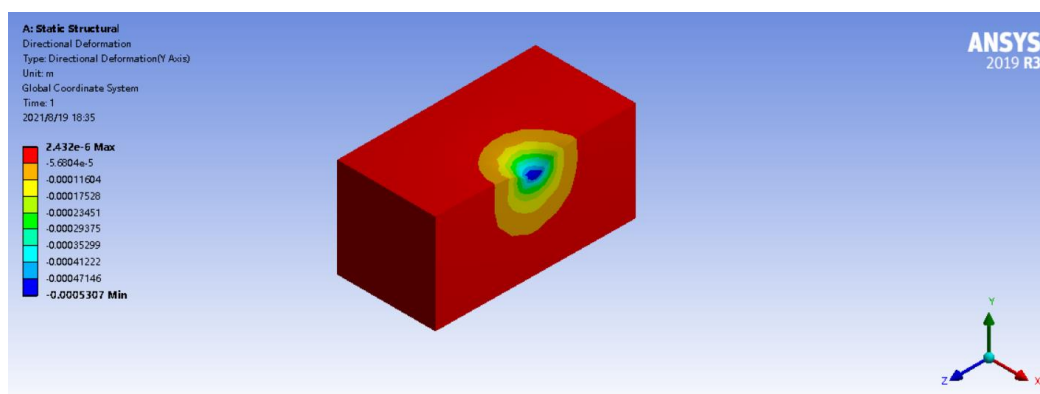


Figura A 23. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.5 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

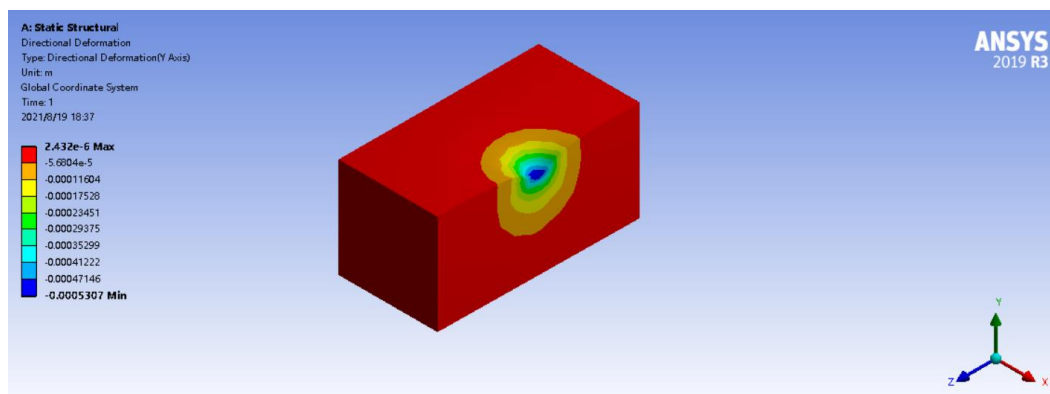


Figura A 24. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.25 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

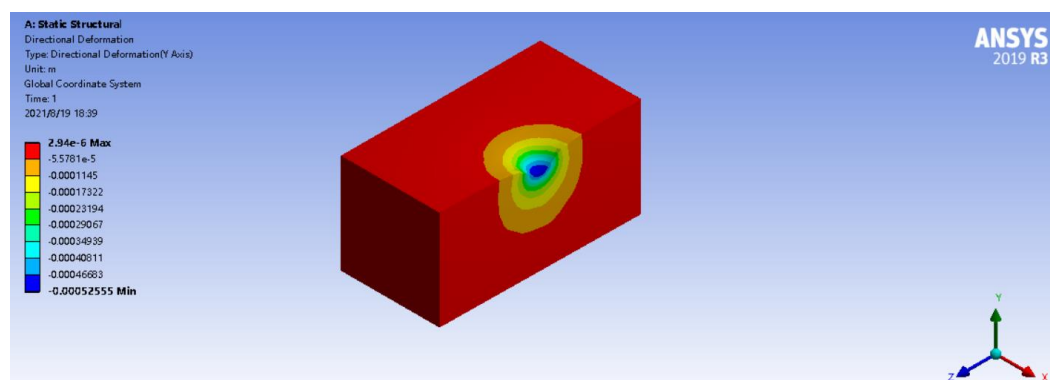


Figura A 25. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.1 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

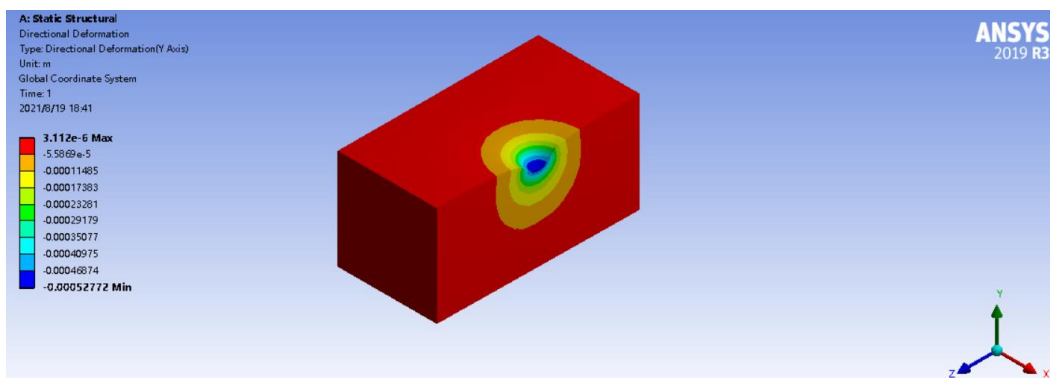


Figura A 26. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.05 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

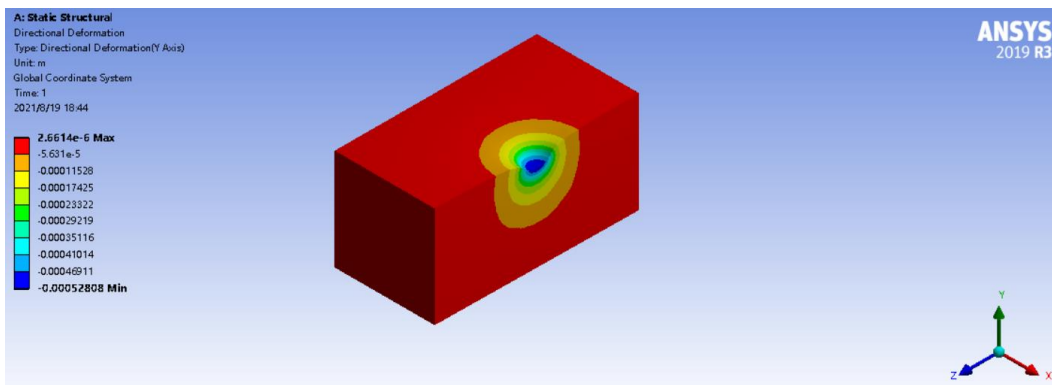


Figura A 27. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.025 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

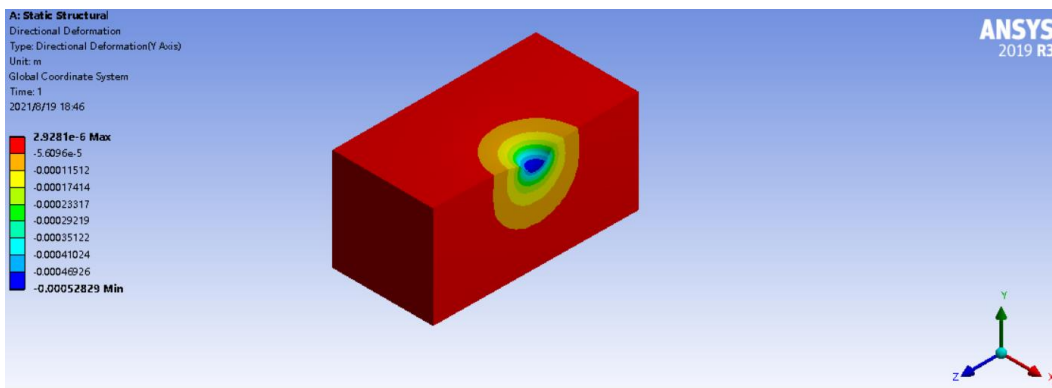


Figura A 28. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.01 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

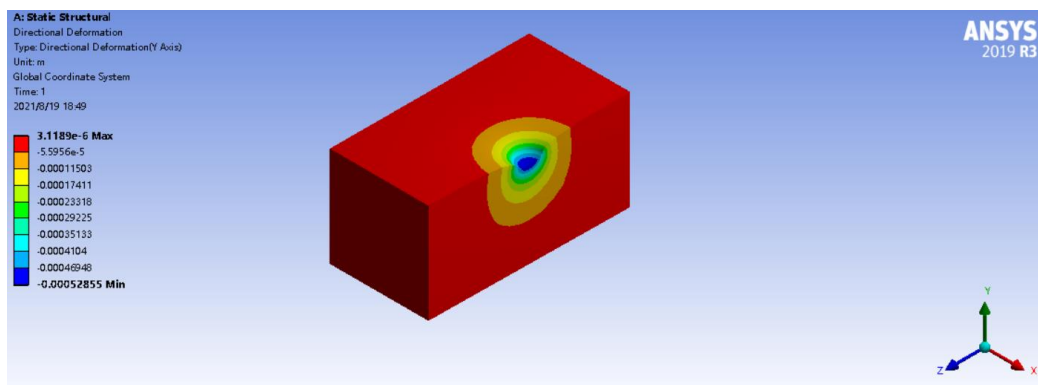


Figura A 29. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

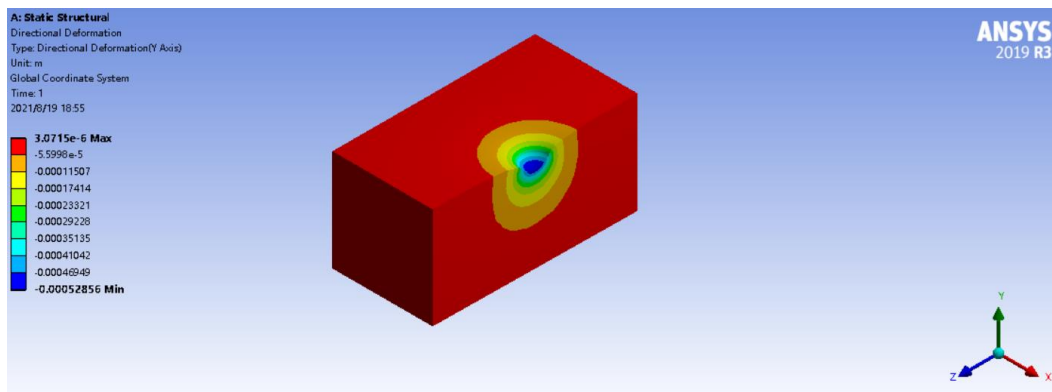


Figura A 30. La deformació axial del mallat de mida de 0.5 m i 0.0025 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

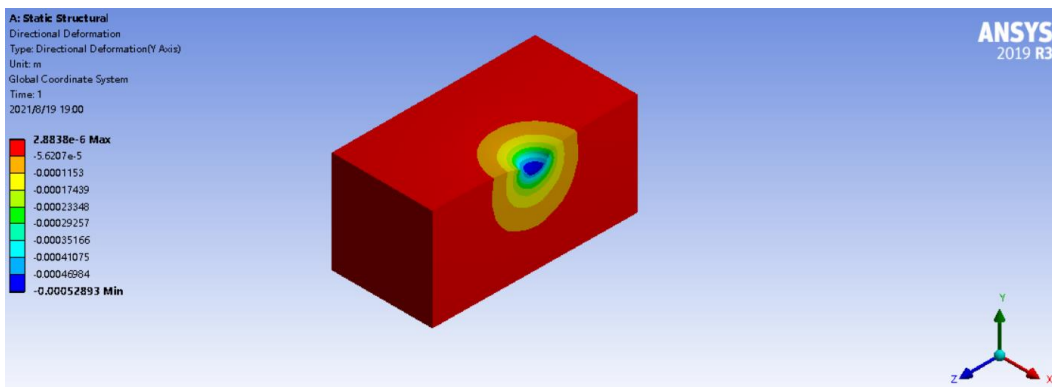


Figura A 31. La deformació axial del mallat de mida de 0.25 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

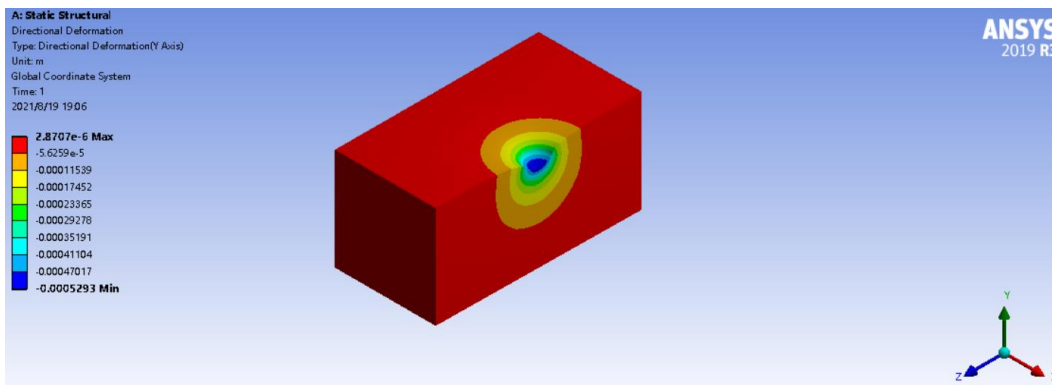


Figura A 32. La deformació axial del mallat de mida de 0.1 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

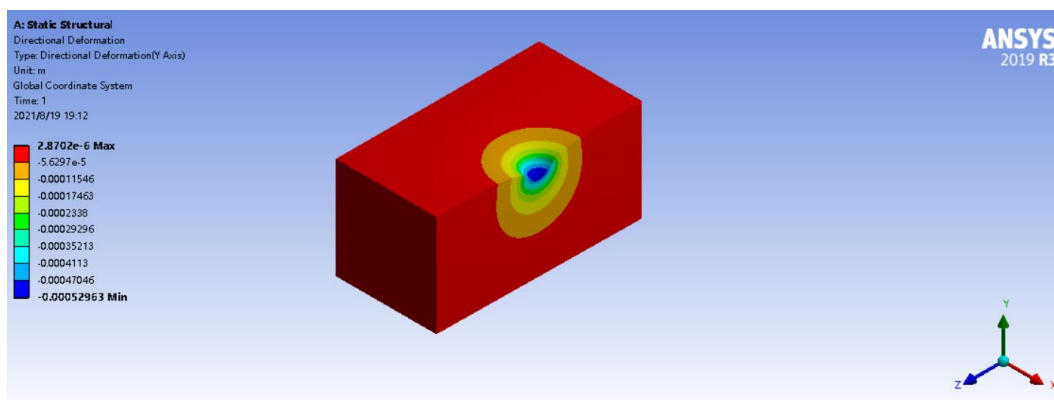


Figura A 33. La deformació axial del mallat de mida de 0.05 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

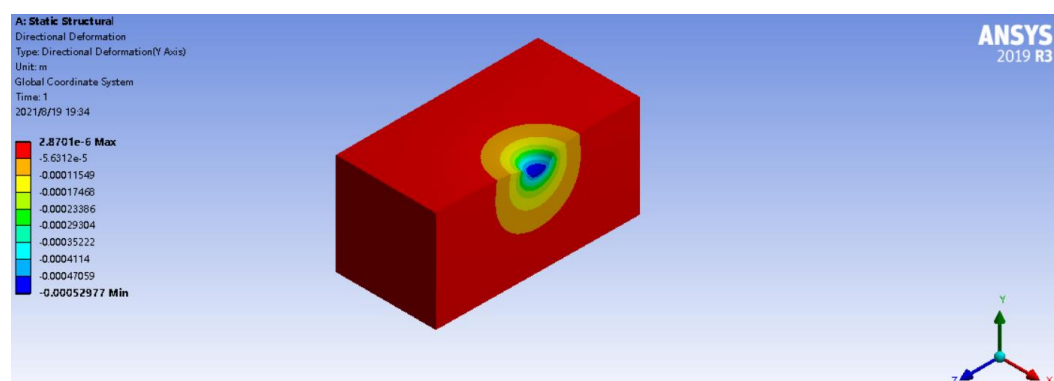


Figura A 34. La deformació axial del mallat de mida de 0.025 m i 0.005 m per malla general i malla de punt d'aplicació de la tensió respectivament.

### A.3 Càlculs dels paràmetres del model Cam Clay per ANSYS

#### A.3.1 El coeficient de Poisson

$$\varphi = 35^\circ$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \tan(\alpha) = \sin(\varphi) = \sin(35^\circ)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3)\sin(35^\circ)$$

$$\sigma_1(1 - \sin(35^\circ)) = \sigma_3(1 + \sin(35^\circ))$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3(1 + \sin(35^\circ))}{(1 - \sin(35^\circ))}$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{\nu}{1 - \nu} = \frac{(1 - \sin(35^\circ))}{(1 + \sin(35^\circ))}$$

$$\nu = 0.2132$$

#### A.3.2 El pedent de CSL

$$M = \frac{6\sin(\varphi)}{3 - \sin(\varphi)} = \frac{6\sin(35^\circ)}{3 - \sin(35^\circ)} = 1.418$$

### A.3.3 El coeficient de buit inicial

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$$

$$I_D = \frac{0.75 - e}{0.75 - 0.48}$$

$$1.0 = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad e = 0.480$$

$$0.8 = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad e = 0.534$$

$$0.6 = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad e = 0.588$$

$$0.4 = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad e = 0.642$$

$$0.2 = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad e = 0.696$$

### A.3.4 L'índex d'inflor i l'índex de compressió

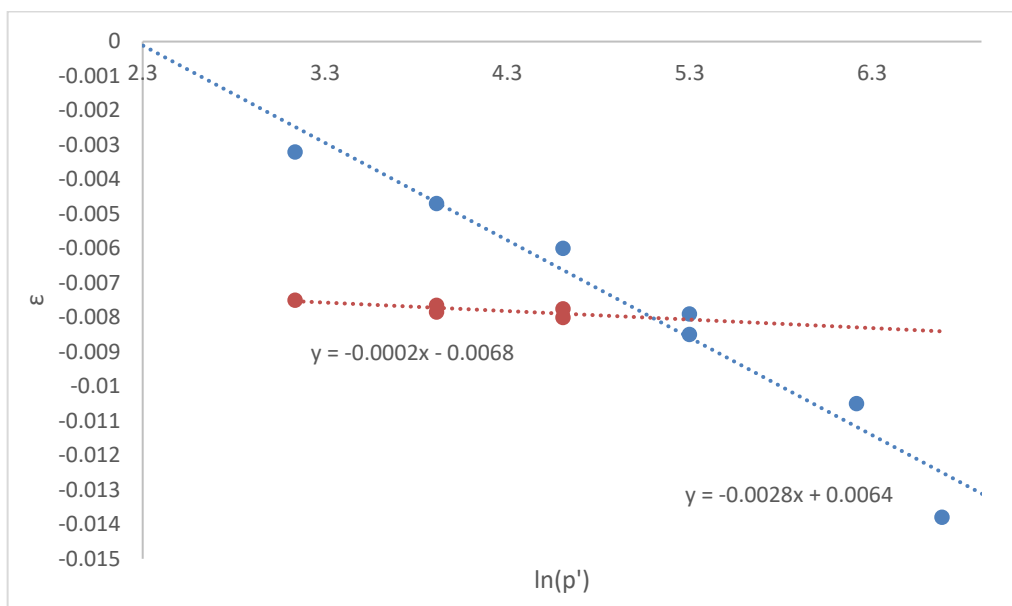


Figura A 35. Diagrama de deformació respecte a logaritme de la tensió efectiva.

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1 + e}$$

$$\lambda^*(1 + e) = \lambda$$

$$0.0028 \cdot (1 + 0.6) = \lambda = 0.00448$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1 + e}$$

$$\kappa^*(1 + e) = \kappa$$

$$0.0002 \cdot (1 + 0.6) = \kappa = 0.00032$$

## A.4 Simulació del model en ANSYS

|    | A                                      | B          | C    |
|----|--|------------|------|
| 1  | Property                               | Value      | Unit |
| 2  | Cam-Clay                               |            |      |
| 3  | Plastic Slope Parameter                | 0.00448    |      |
| 4  | Slope of Critical State Line           | 1.418      |      |
| 5  | Initial Size of Yield Surface          | 2.1132E+05 | Pa   |
| 6  | Minimum Size of Yield Surface          | 2113.2     | Pa   |
| 7  | Dry Part of Yield Surface Modifier     | 1          |      |
| 8  | Wetting Part of Yield Surface Modifier | 0.98       |      |
| 9  | Anisotropic Yield Surface Parameter    | 0.8        |      |
| 10 | Porous Elasticity                      |            |      |
| 11 | Swell Index                            | 0.00032    |      |
| 12 | Elastic Limit of Tensile Strength      | 19500      | Pa   |
| 13 | Poisson's Ratio                        | 0.2132     |      |
| 14 | Initial Void Ratio                     | 0.48       |      |

Figura A 36. Paràmetres del model Cam Clay per densitat relativa de 1.0.

| 1  | Property                               | Value      | Unit |
|----|--|------------|------|
| 2  | Cam-Clay                               |            |      |
| 3  | Plastic Slope Parameter                | 0.00448    |      |
| 4  | Slope of Critical State Line           | 1.418      |      |
| 5  | Initial Size of Yield Surface          | 2.1132E+05 | Pa   |
| 6  | Minimum Size of Yield Surface          | 2113.2     | Pa   |
| 7  | Dry Part of Yield Surface Modifier     | 1          |      |
| 8  | Wetting Part of Yield Surface Modifier | 0.98       |      |
| 9  | Anisotropic Yield Surface Parameter    | 0.8        |      |
| 10 | Porous Elasticity                      |            |      |
| 11 | Swell Index                            | 0.00032    |      |
| 12 | Elastic Limit of Tensile Strength      | 19500      | Pa   |
| 13 | Poisson's Ratio                        | 0.2132     |      |
| 14 | Initial Void Ratio                     | 0.534      |      |

Figura A 37. Paràmetres del model Cam Clay per densitat relativa de 0.8.

| 1  | Property                               | Value      | Unit |
|----|--|------------|------|
| 2  | Cam-Clay                               |            |      |
| 3  | Plastic Slope Parameter                | 0.00448    |      |
| 4  | Slope of Critical State Line           | 1.418      |      |
| 5  | Initial Size of Yield Surface          | 2.1132E+05 | Pa   |
| 6  | Minimum Size of Yield Surface          | 2113.2     | Pa   |
| 7  | Dry Part of Yield Surface Modifier     | 1          |      |
| 8  | Wetting Part of Yield Surface Modifier | 0.98       |      |
| 9  | Anisotropic Yield Surface Parameter    | 0.8        |      |
| 10 | Porous Elasticity                      |            |      |
| 11 | Swell Index                            | 0.00032    |      |
| 12 | Elastic Limit of Tensile Strength      | 19500      | Pa   |
| 13 | Poisson's Ratio                        | 0.2132     |      |
| 14 | Initial Void Ratio                     | 0.588      |      |

Figura A 38. Paràmetres del model Cam Clay per densitat relativa de 0.6.

| 1  | Property                               | Value      | Unit |
|----|--|------------|------|
| 2  | Cam-Clay                               |            |      |
| 3  | Plastic Slope Parameter                | 0.00448    |      |
| 4  | Slope of Critical State Line           | 1.418      |      |
| 5  | Initial Size of Yield Surface          | 2.1132E+05 | Pa   |
| 6  | Minimum Size of Yield Surface          | 2113.2     | Pa   |
| 7  | Dry Part of Yield Surface Modifier     | 1          |      |
| 8  | Wetting Part of Yield Surface Modifier | 0.98       |      |
| 9  | Anisotropic Yield Surface Parameter    | 0.8        |      |
| 10 | Porous Elasticity                      |            |      |
| 11 | Swell Index                            | 0.00032    |      |
| 12 | Elastic Limit of Tensile Strength      | 19500      | Pa   |
| 13 | Poisson's Ratio                        | 0.2132     |      |
| 14 | Initial Void Ratio                     | 0.642      |      |

Figura A 39. Paràmetres del model Cam Clay per densitat relativa de 0.4.

| 1  | Property                               | Value      | Unit |
|----|--|------------|------|
| 2  | Cam-Clay                               |            |      |
| 3  | Plastic Slope Parameter                | 0.00448    |      |
| 4  | Slope of Critical State Line           | 1.418      |      |
| 5  | Initial Size of Yield Surface          | 2.1132E+05 | Pa   |
| 6  | Minimum Size of Yield Surface          | 2113.2     | Pa   |
| 7  | Dry Part of Yield Surface Modifier     | 1          |      |
| 8  | Wetting Part of Yield Surface Modifier | 0.98       |      |
| 9  | Anisotropic Yield Surface Parameter    | 0.8        |      |
| 10 | Porous Elasticity                      |            |      |
| 11 | Swell Index                            | 0.00032    |      |
| 12 | Elastic Limit of Tensile Strength      | 19500      | Pa   |
| 13 | Poisson's Ratio                        | 0.2132     |      |
| 14 | Initial Void Ratio                     | 0.696      |      |

Figura A 40. Paràmetres del model Cam Clay per densitat relativa de 0.2.

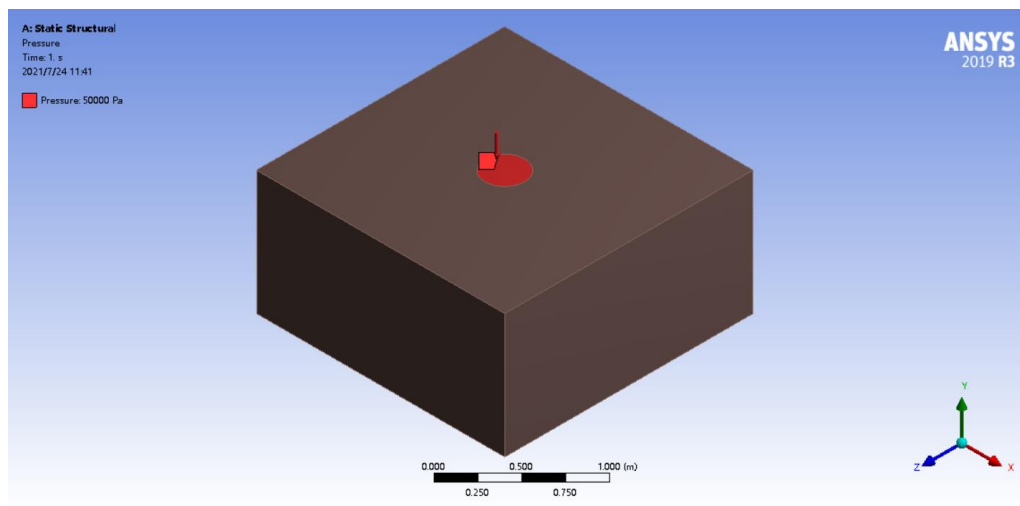


Figura A 41. Aplicació de la tensió superficial de 50 kN/m<sup>2</sup>.

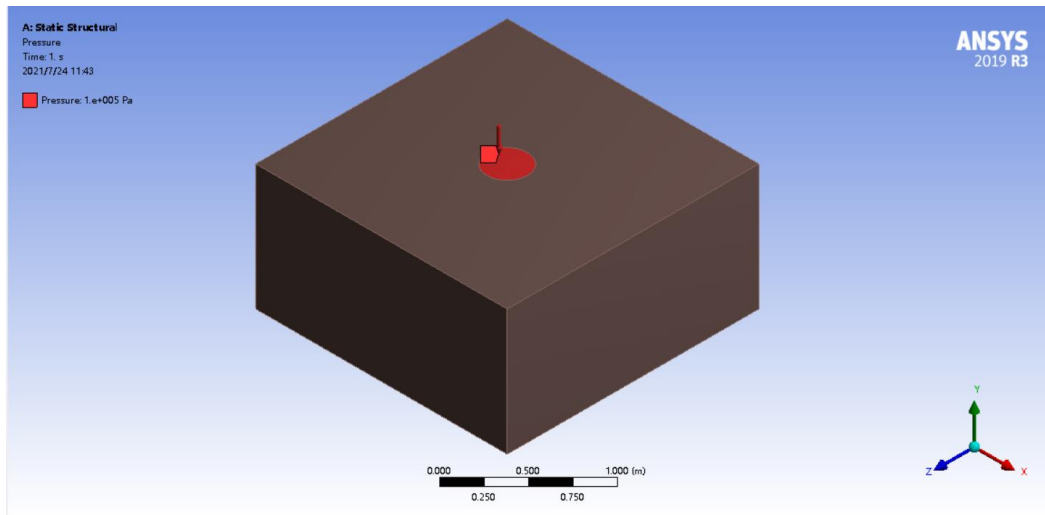


Figura A 42. Aplicació de la tensió superficial de 100 kN/m<sup>2</sup>.

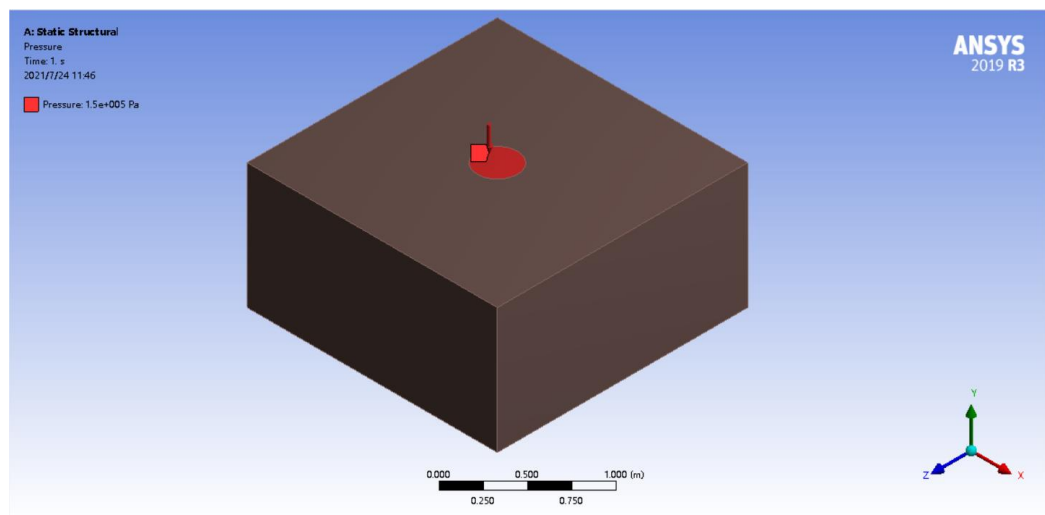


Figura A 43. Aplicació de la tensió superficial de 150 kN/m<sup>2</sup>.

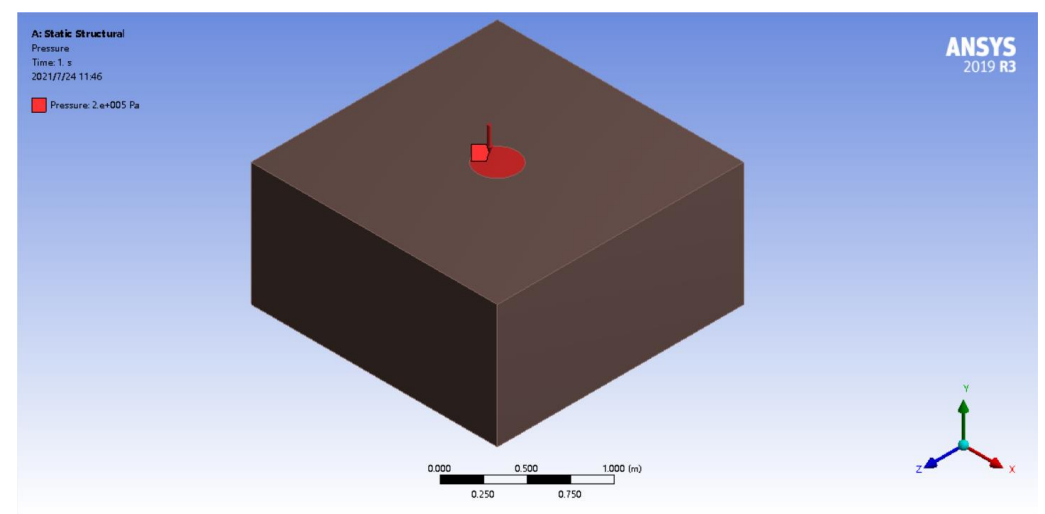


Figura A 44. Aplicació de la tensió superficial de 200 kN/m<sup>2</sup>.

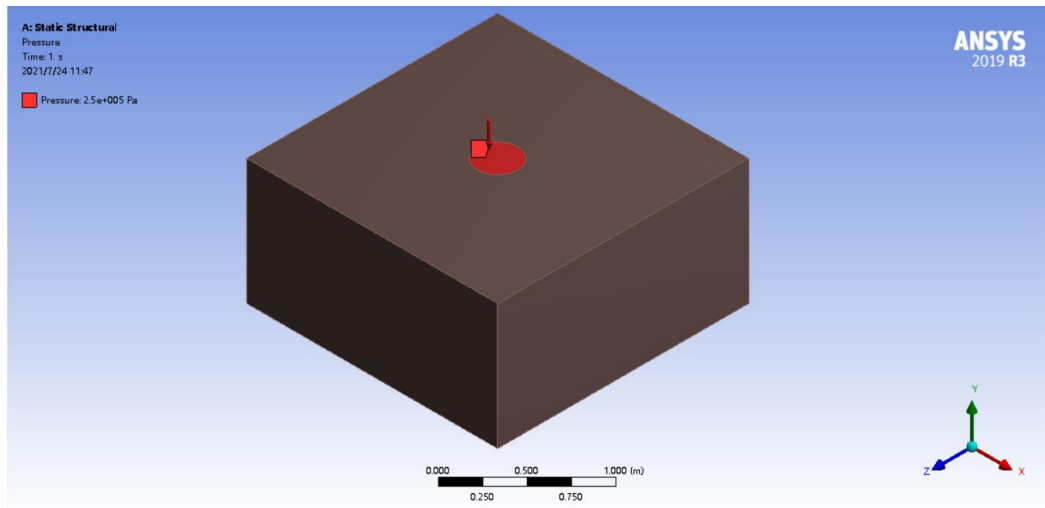


Figura A 45. Aplicació de la tensió superficial de 250 kN/m<sup>2</sup>.

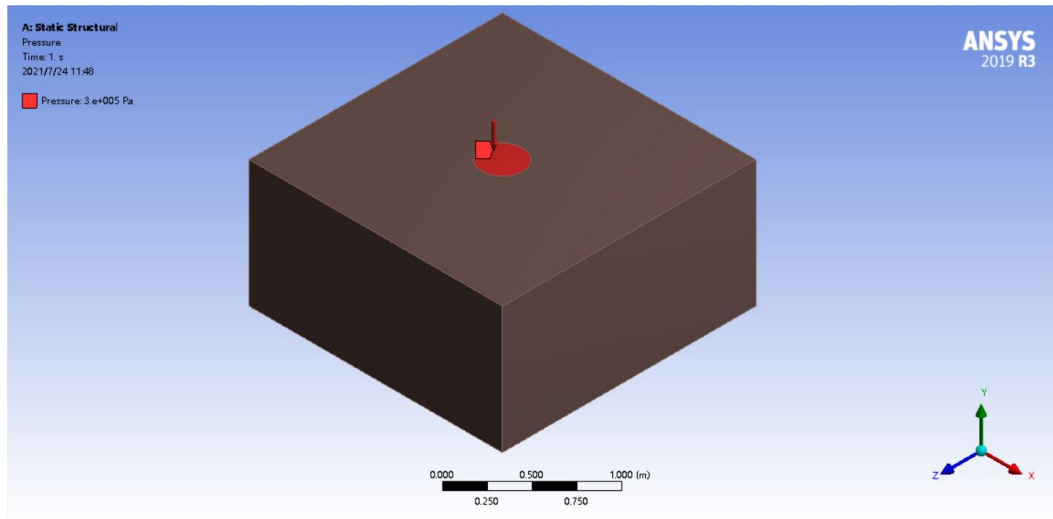


Figura A 46. Aplicació de la tensió superficial de 300 kN/m<sup>2</sup>.

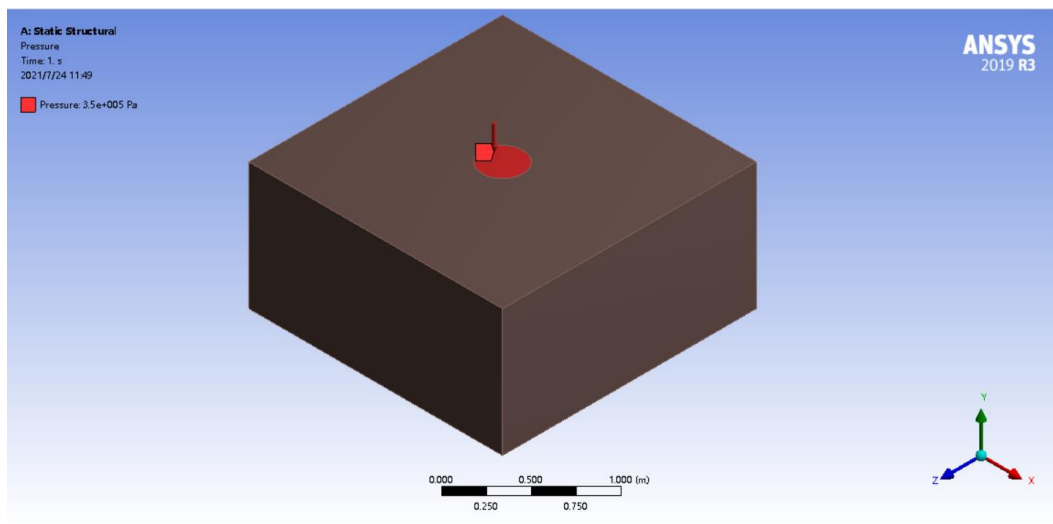


Figura A 47. Aplicació de la tensió superficial de 350 kN/m<sup>2</sup>.

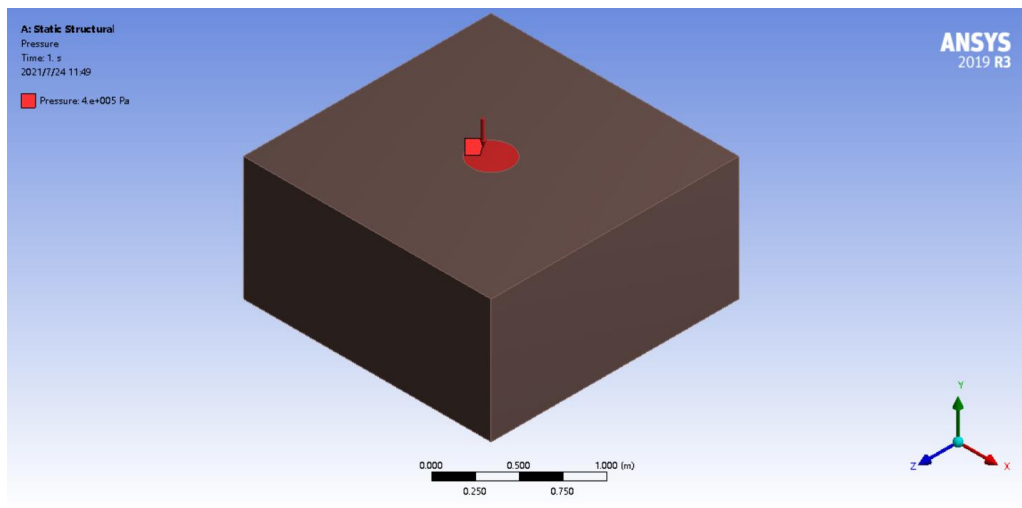


Figura A 48. Aplicació de la tensió superficial de 400 kN/m<sup>2</sup>.

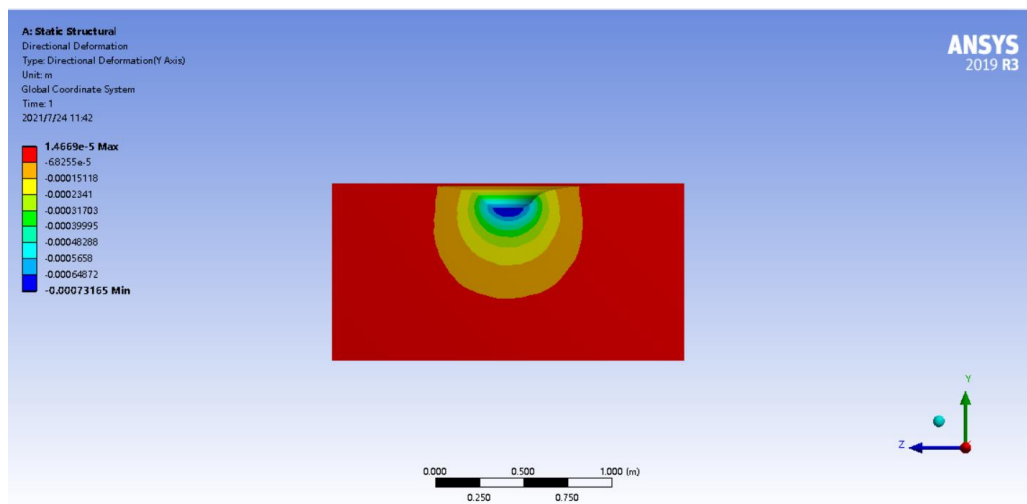


Figura A 49. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

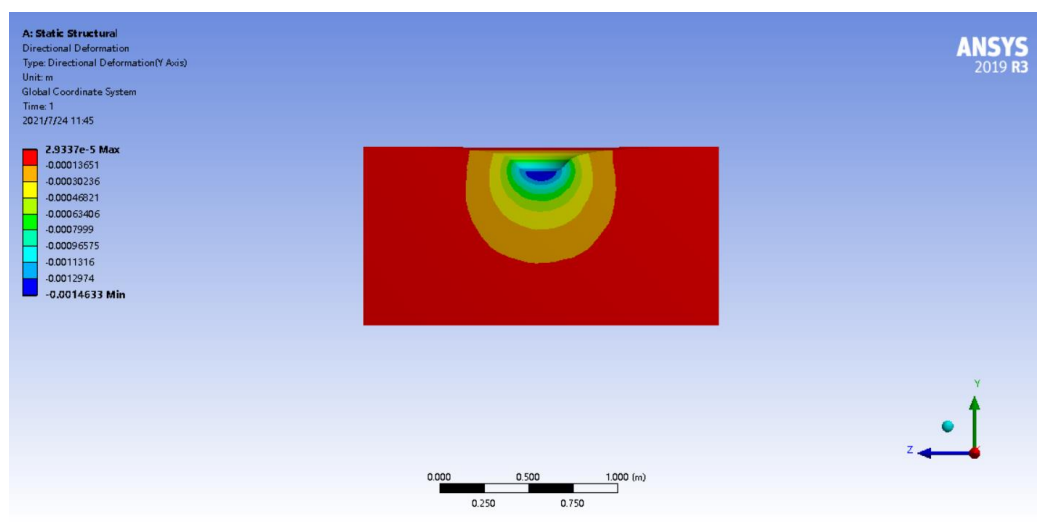


Figura A 50. La deformació vertical sota 100000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

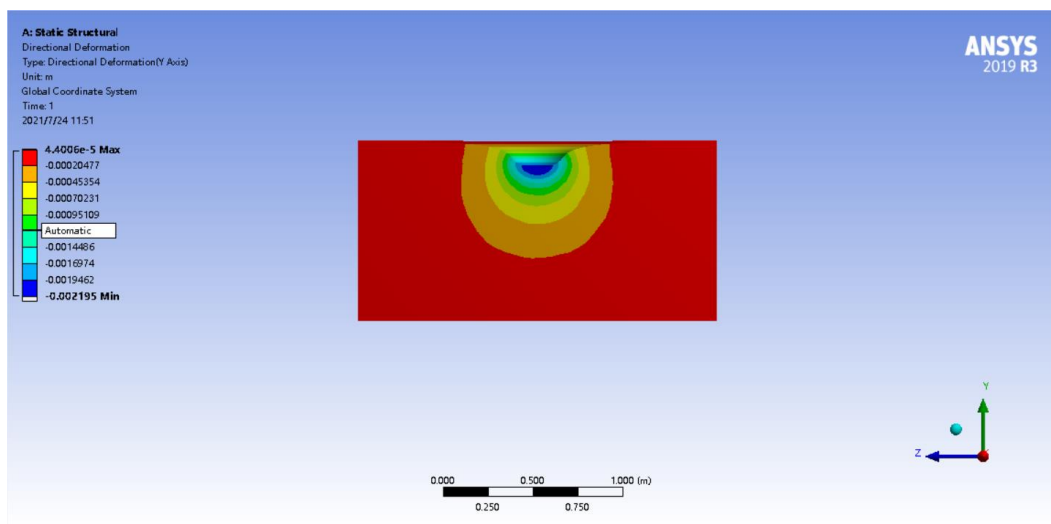


Figura A 51. La deformació vertical sota 150000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

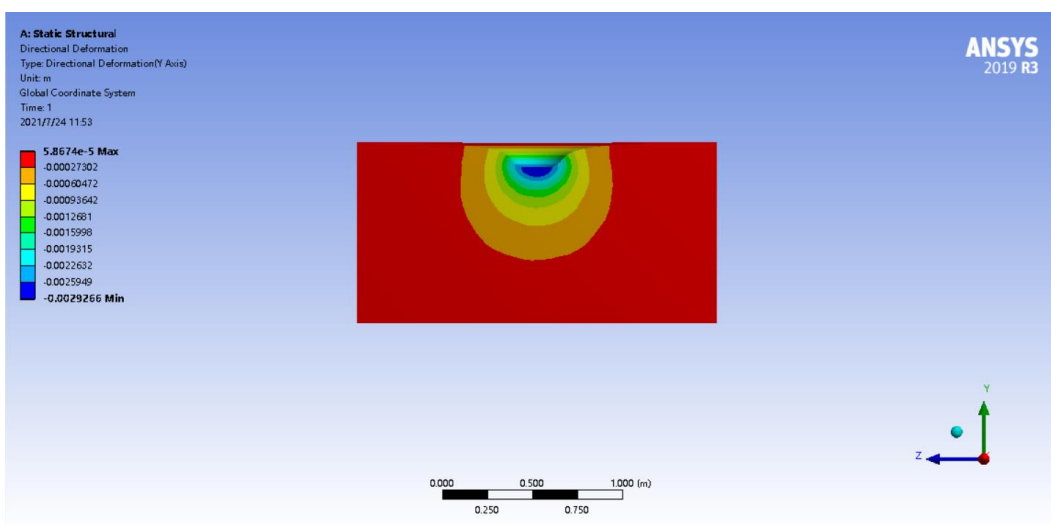


Figura A 52. La deformació vertical sota 200000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

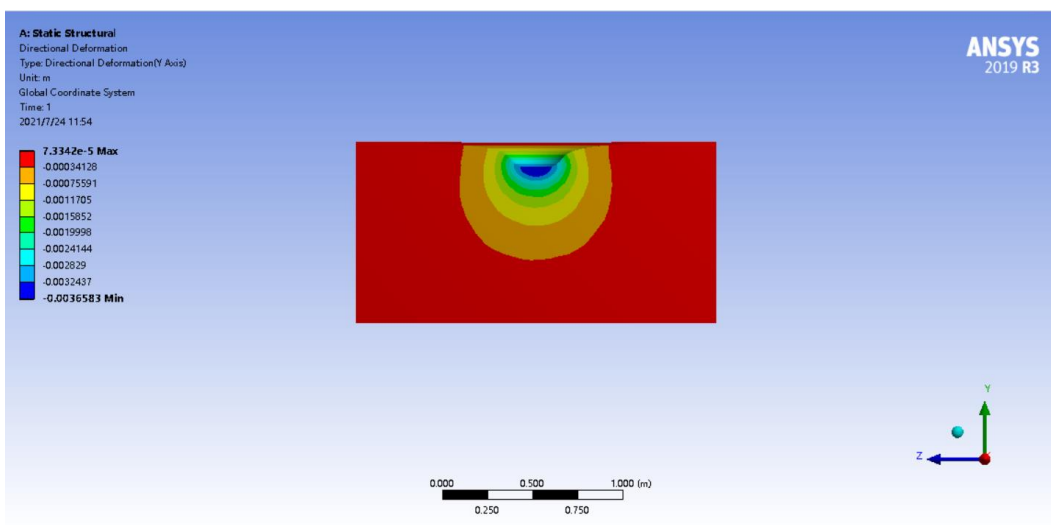


Figura A 53. La deformació vertical sota 250000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

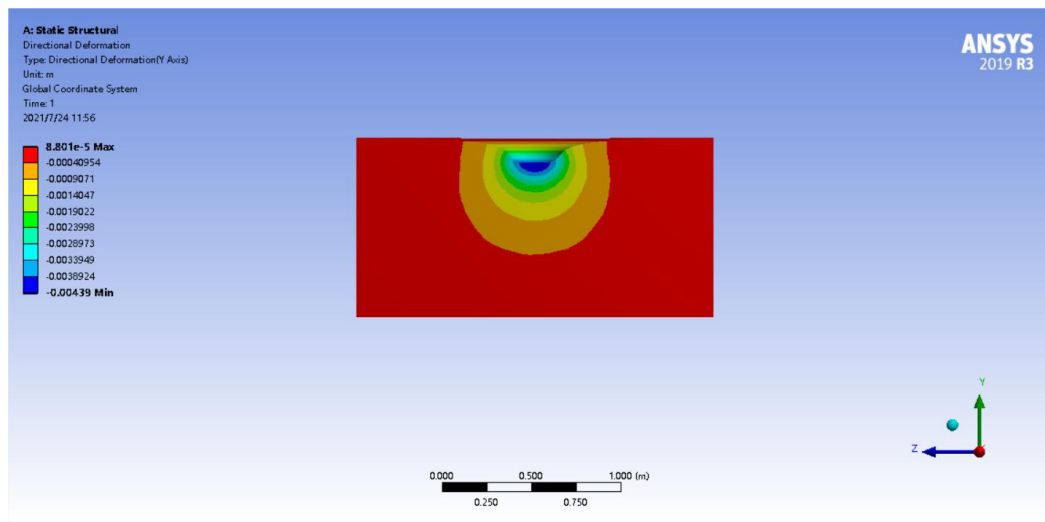


Figura A 54. La deformació vertical sota 300000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

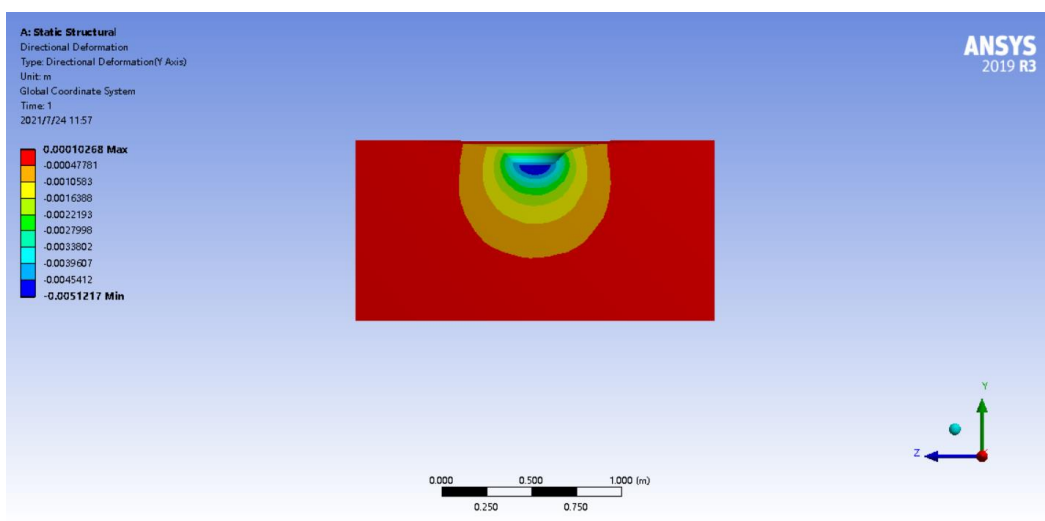


Figura A 55. La deformació vertical sota 350000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

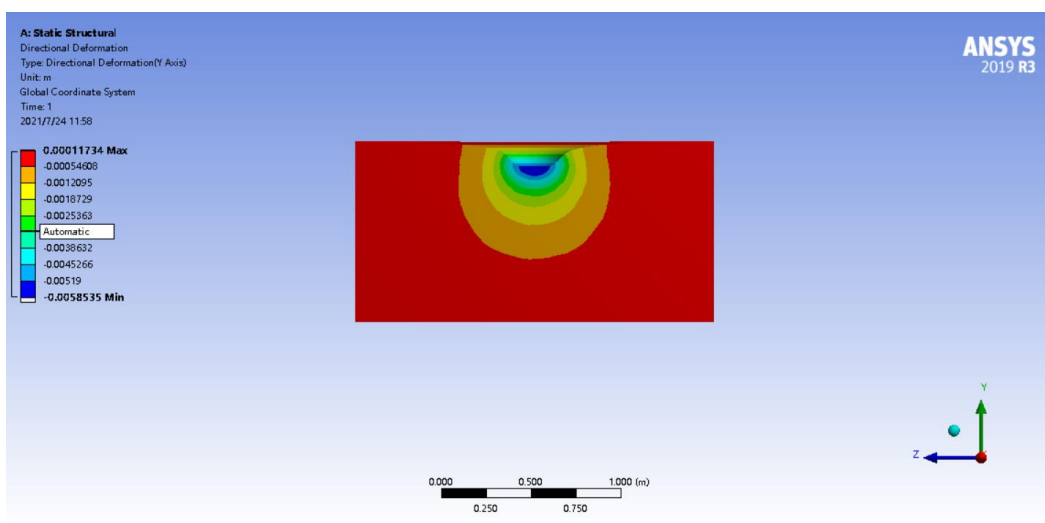


Figura A 56. La deformació vertical sota 400000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 1.0.

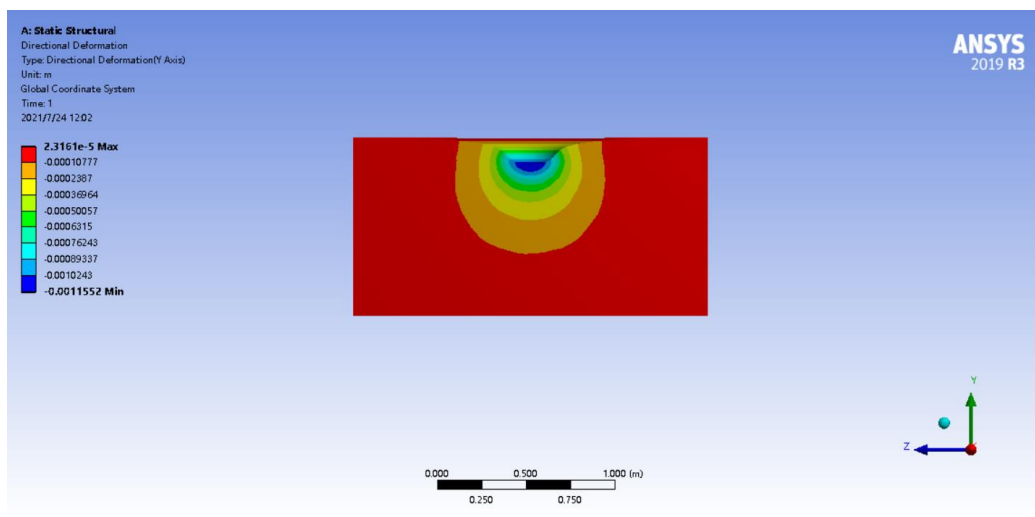


Figura A 57. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

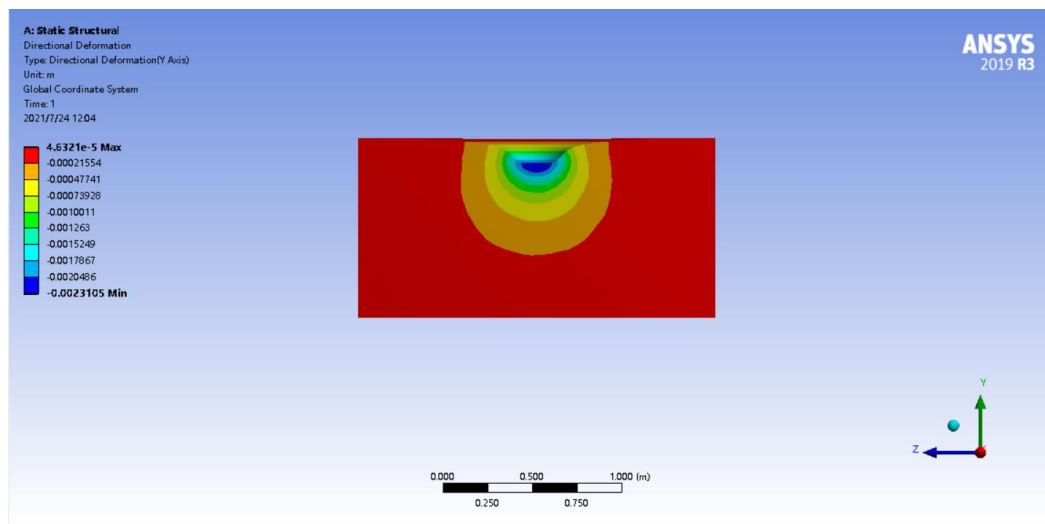


Figura A 58. La deformació vertical sota 100000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

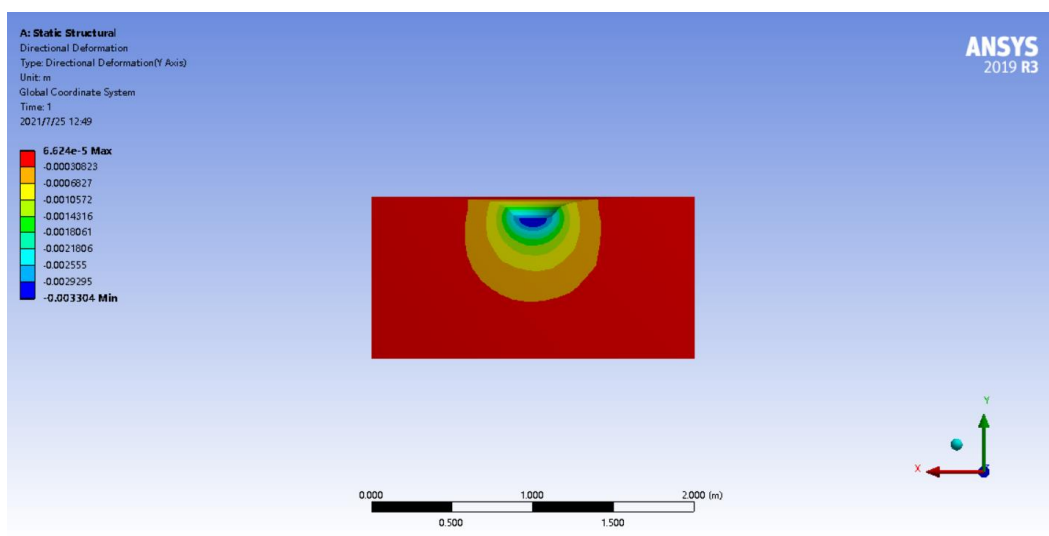


Figura A 59. La deformació vertical sota 150000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

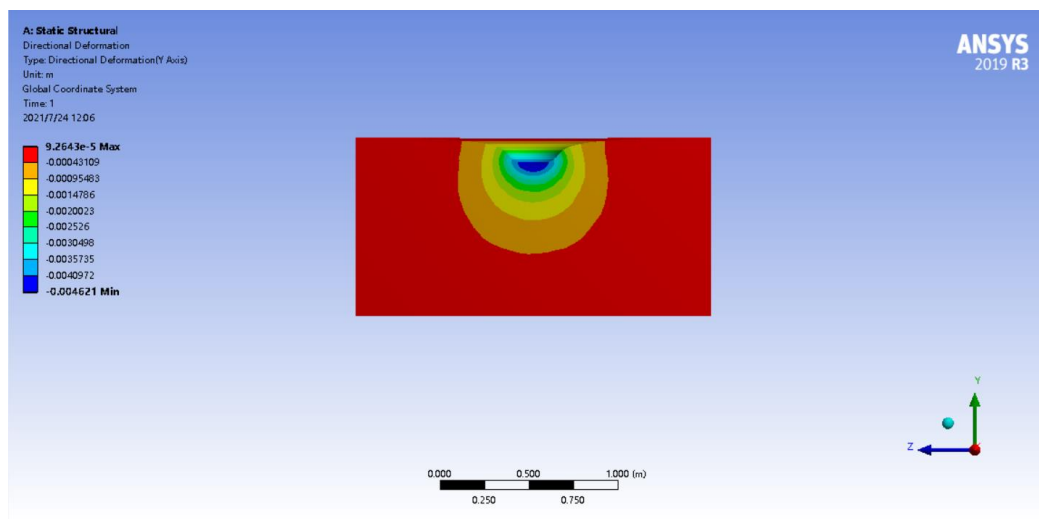


Figura A 60. La deformació vertical sota 200000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

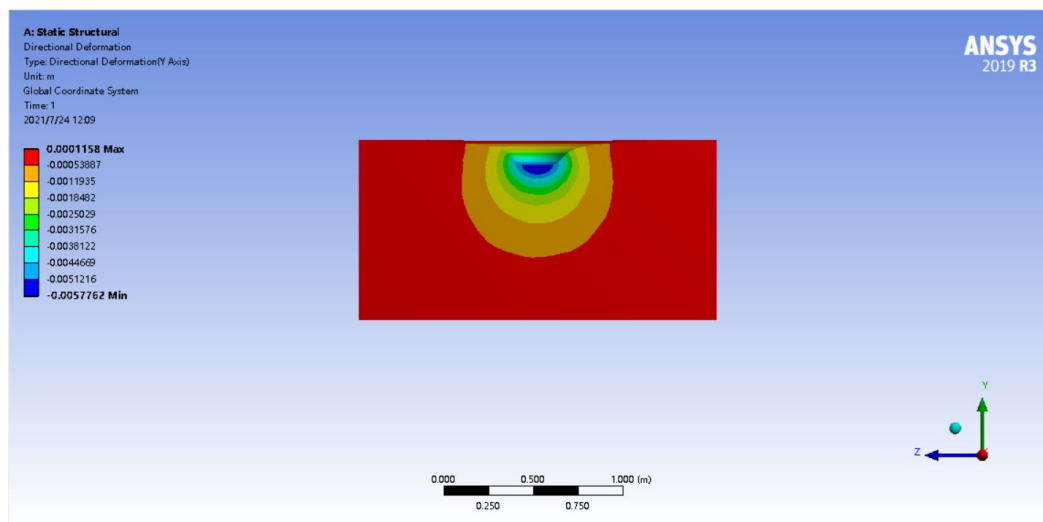


Figura A 61. La deformació vertical sota 250000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

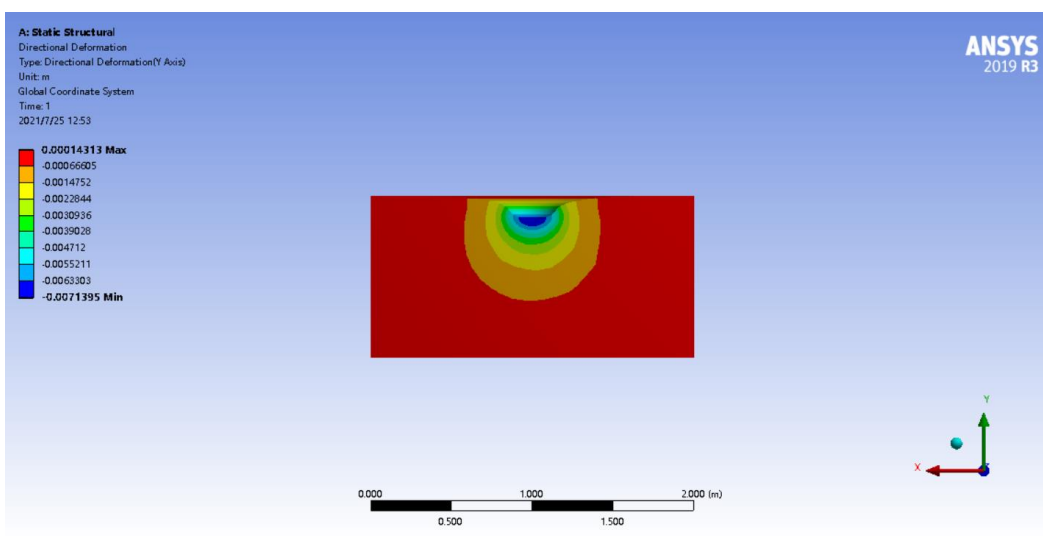


Figura A 62. La deformació vertical sota 300000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

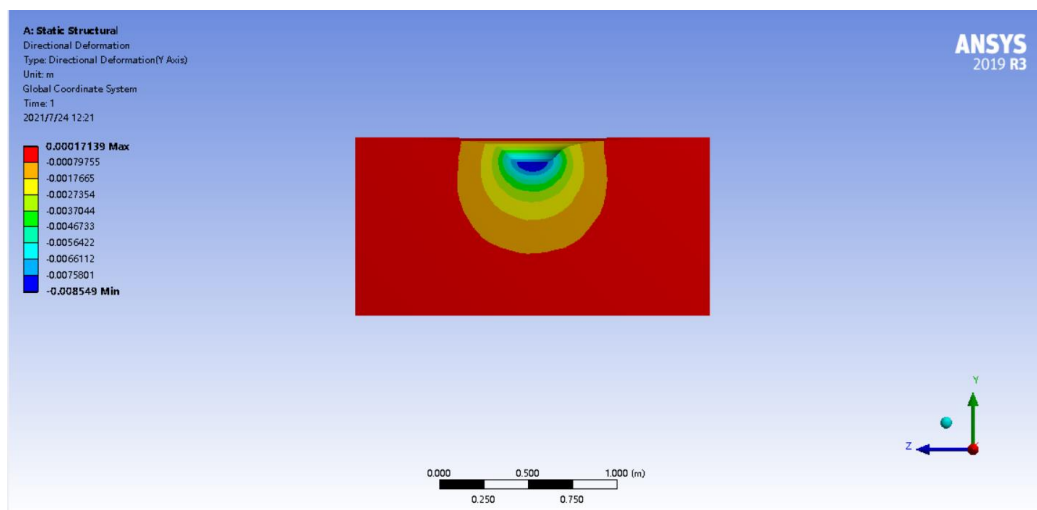


Figura A 63. La deformació vertical sota 350000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

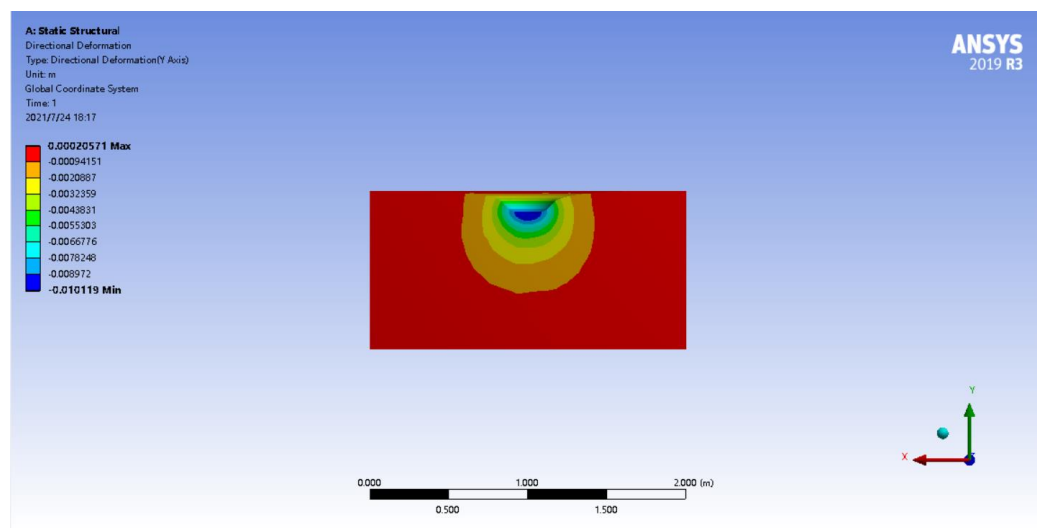


Figura A 64. La deformació vertical sota 400000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.8.

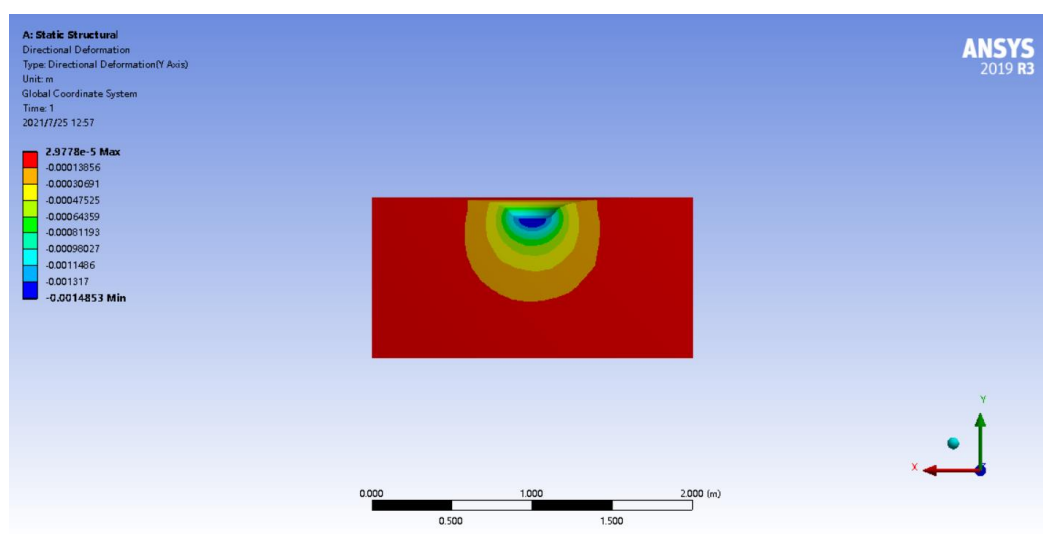


Figura A 65. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

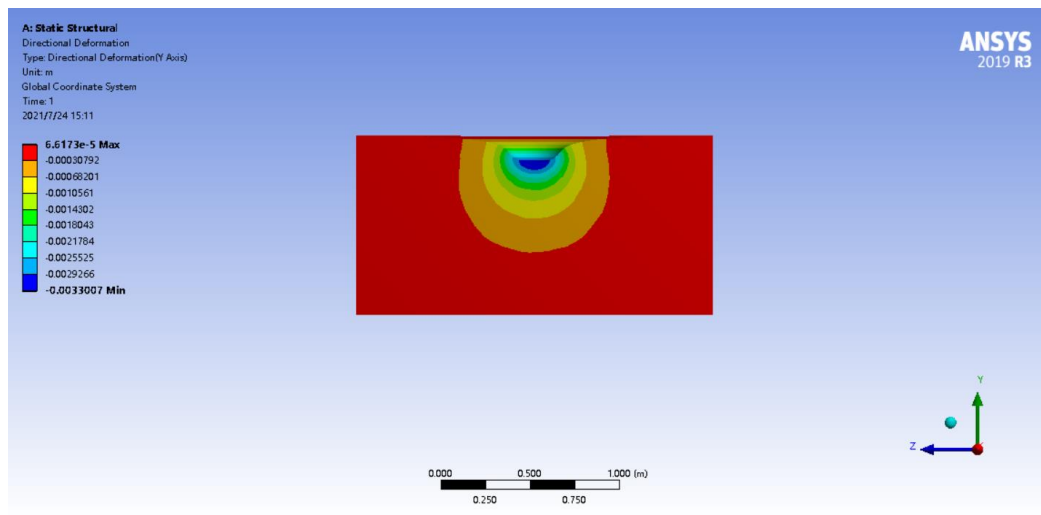


Figura A 66. La deformació vertical sota 100000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

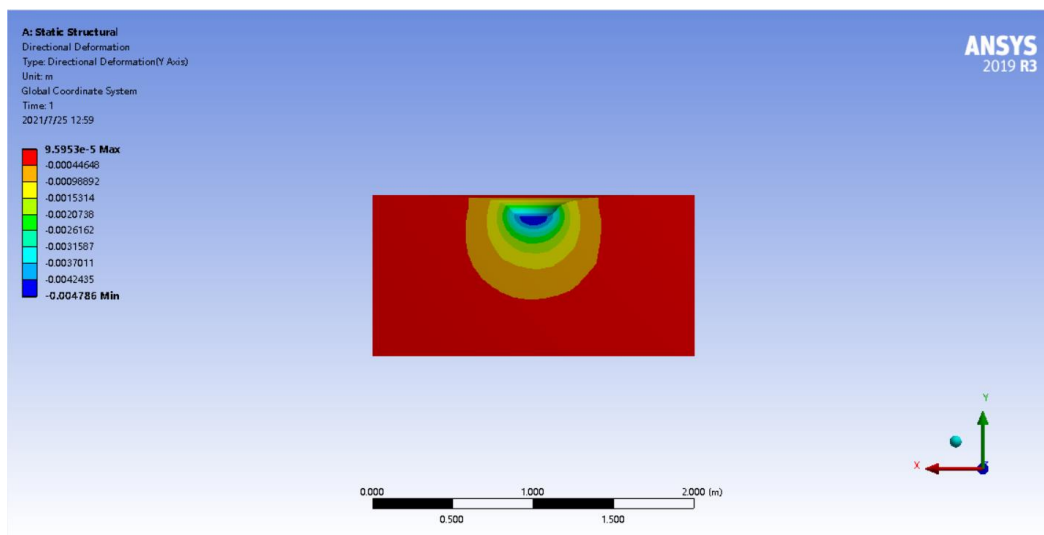


Figura A 67. La deformació vertical sota 150000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

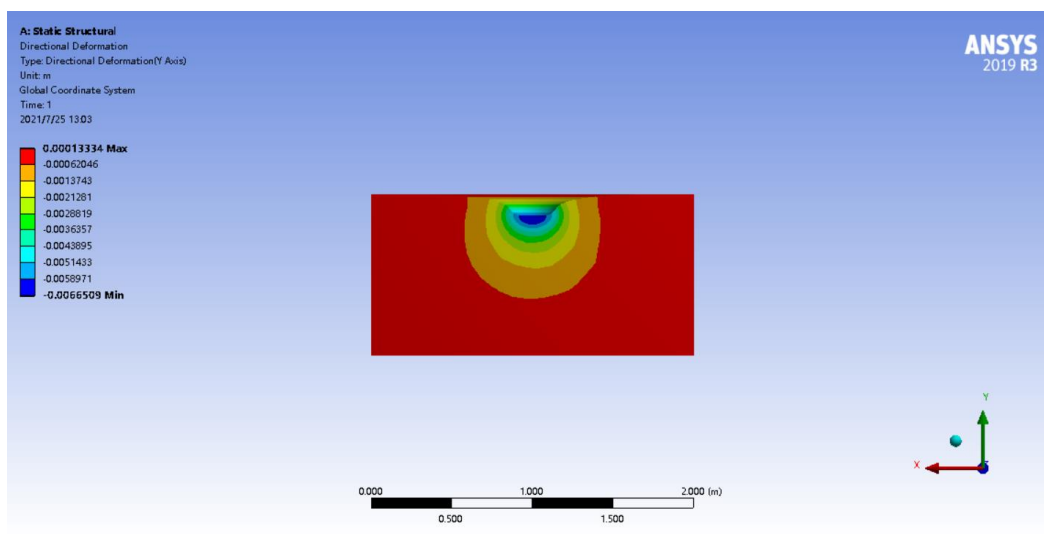


Figura A 68. La deformació vertical sota 200000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

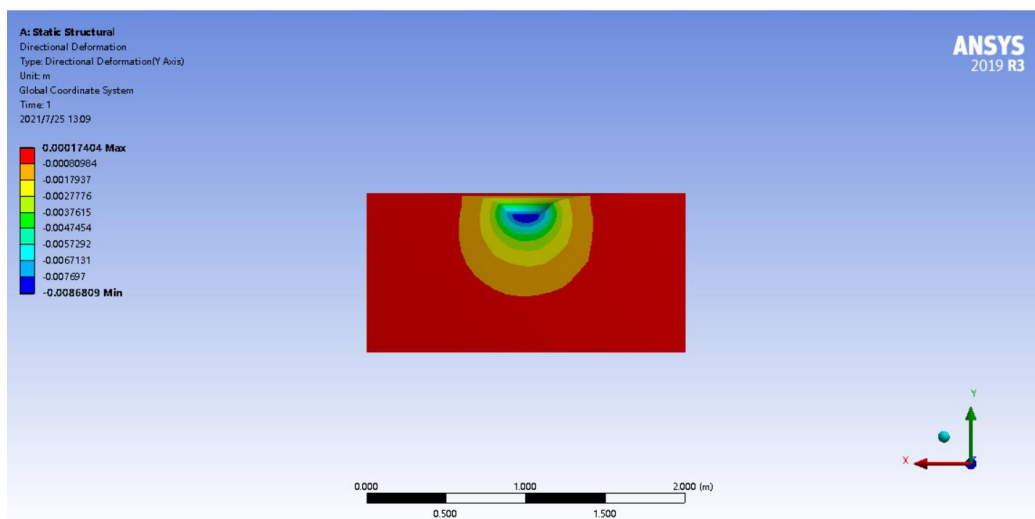


Figura A 69. La deformació vertical sota 250000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

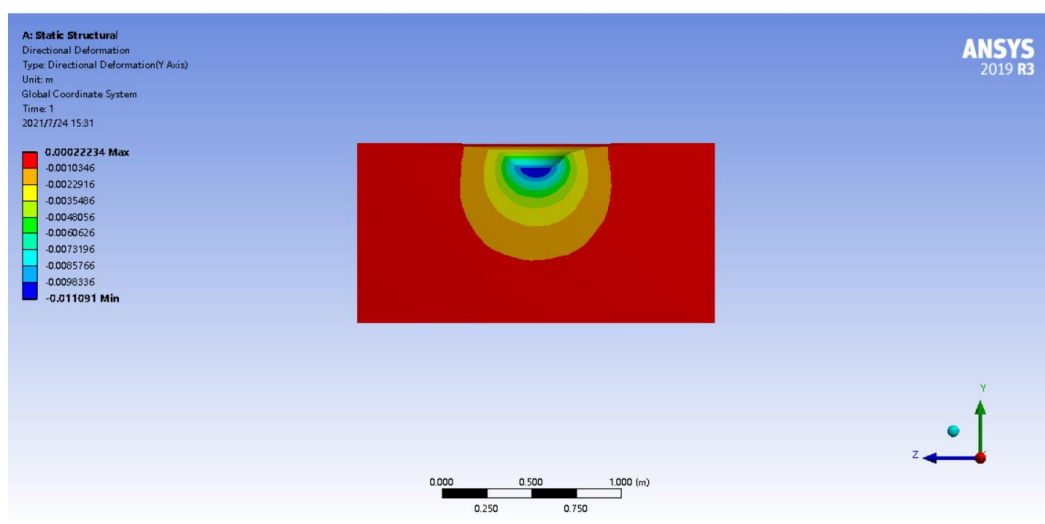


Figura A 70. La deformació vertical sota 300000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

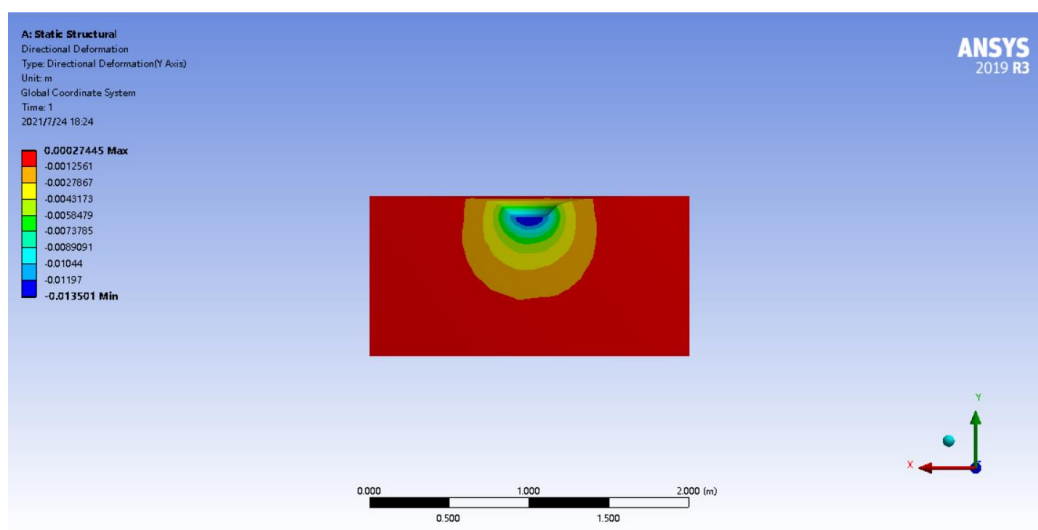


Figura A 71. La deformació vertical sota 350000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.6.

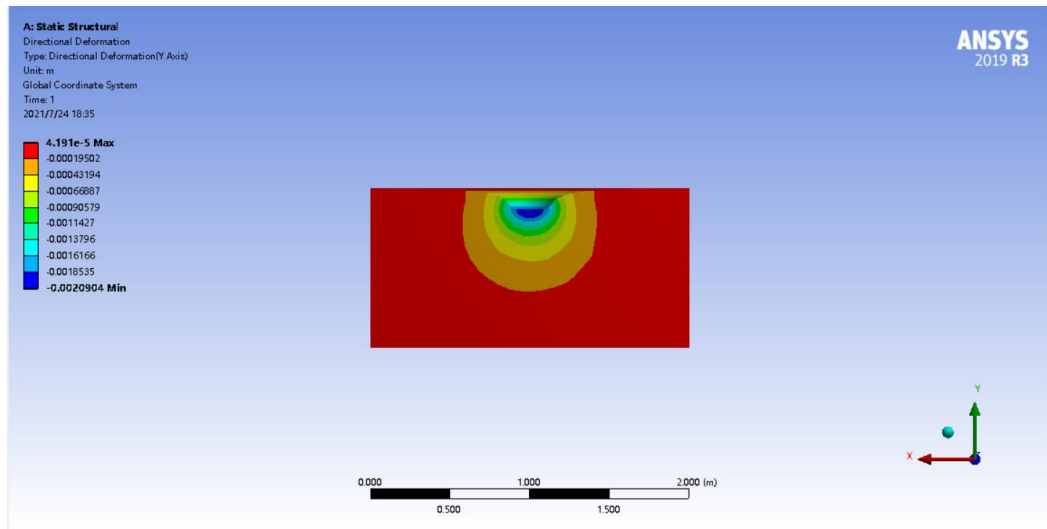


Figura A 72. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

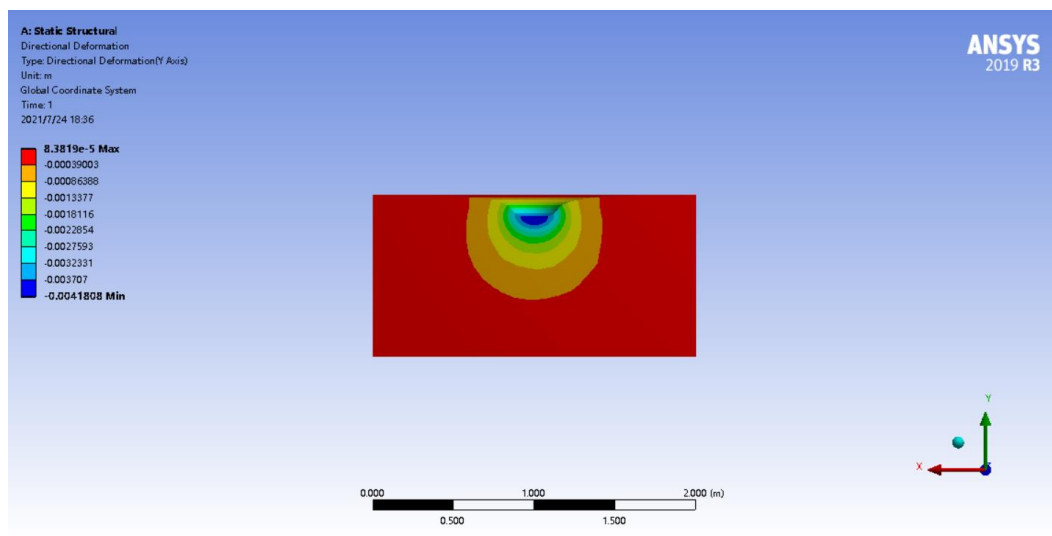


Figura A 73. La deformació vertical sota 100000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

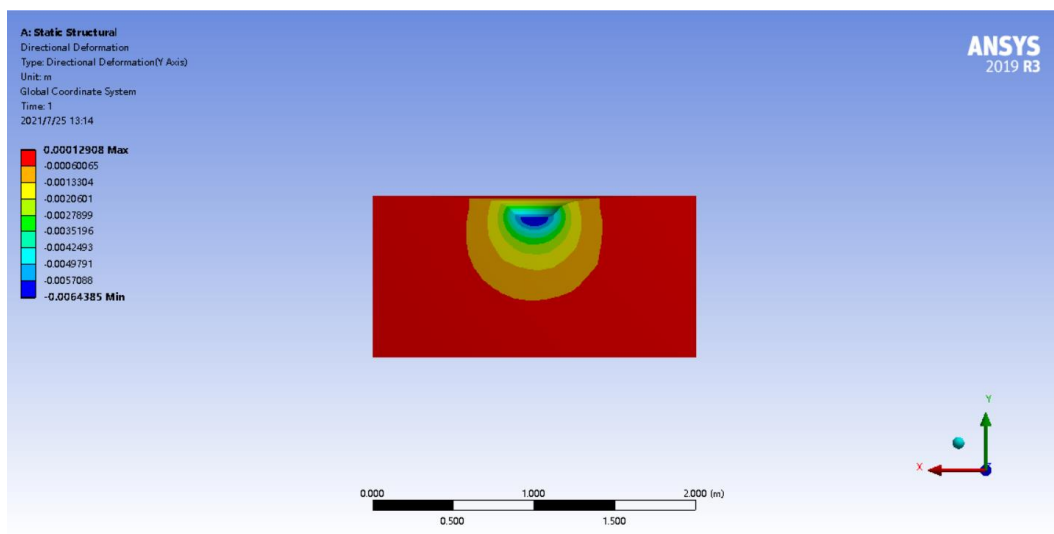


Figura A 74. La deformació vertical sota 150000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

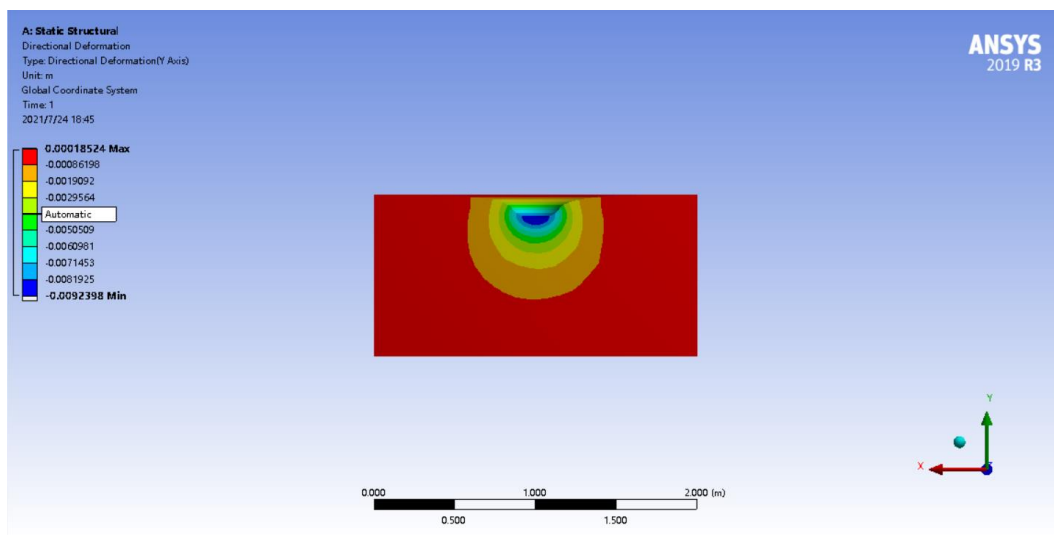


Figura A 75. La deformació vertical sota 200000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

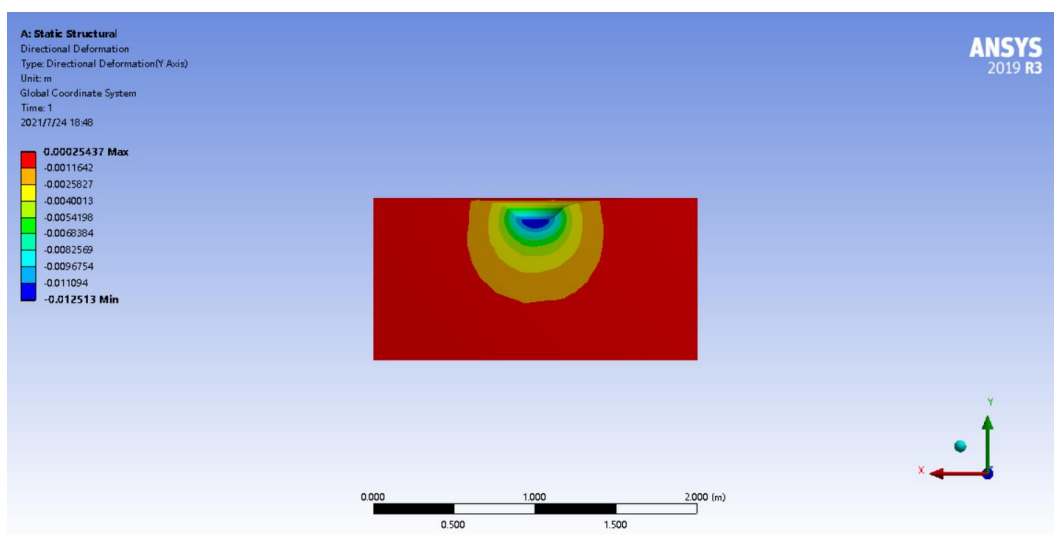


Figura A 76. La deformació vertical sota 250000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

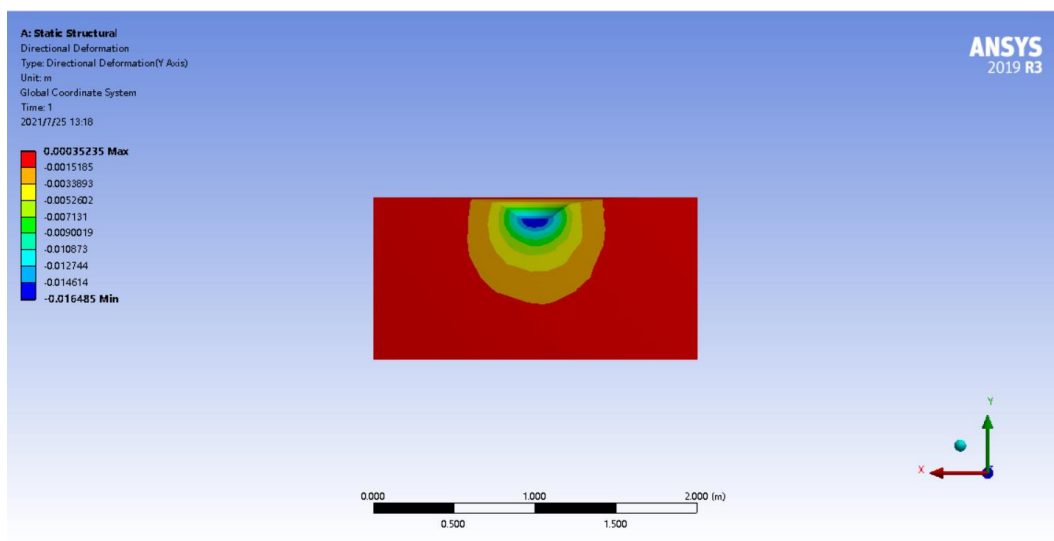


Figura A 77. La deformació vertical sota 300000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.4.

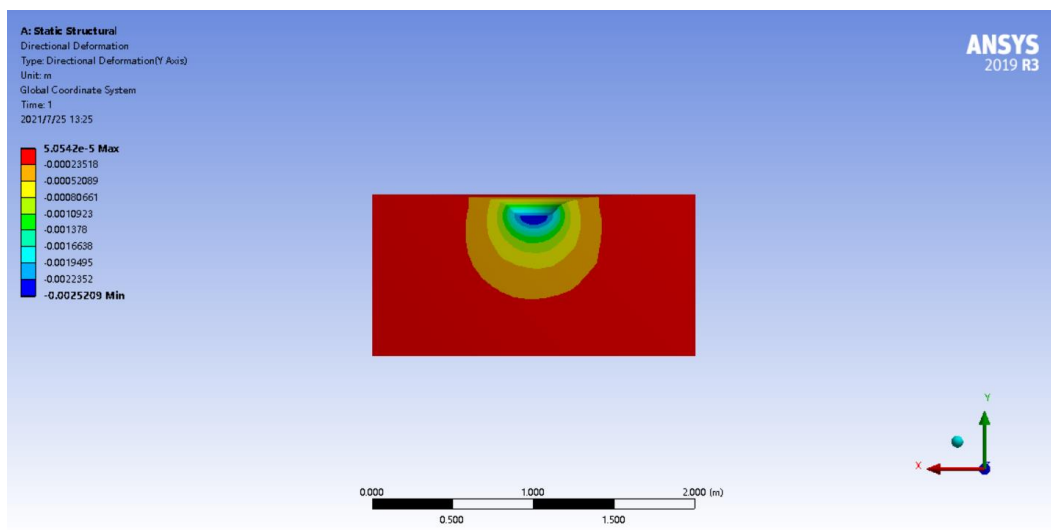


Figura A 78. La deformació vertical sota 50000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.2.

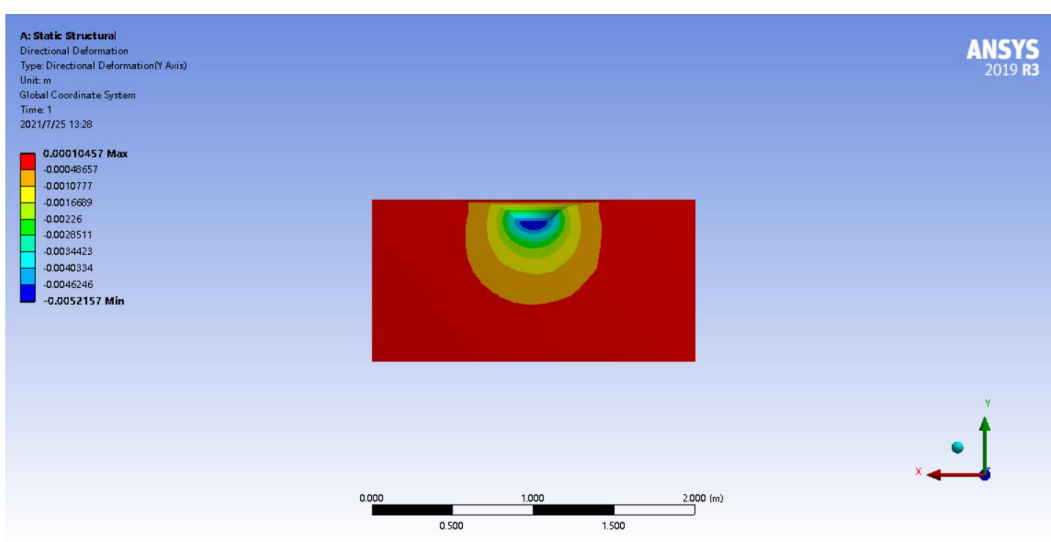


Figura A 79. La deformació vertical sota 100000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.2.

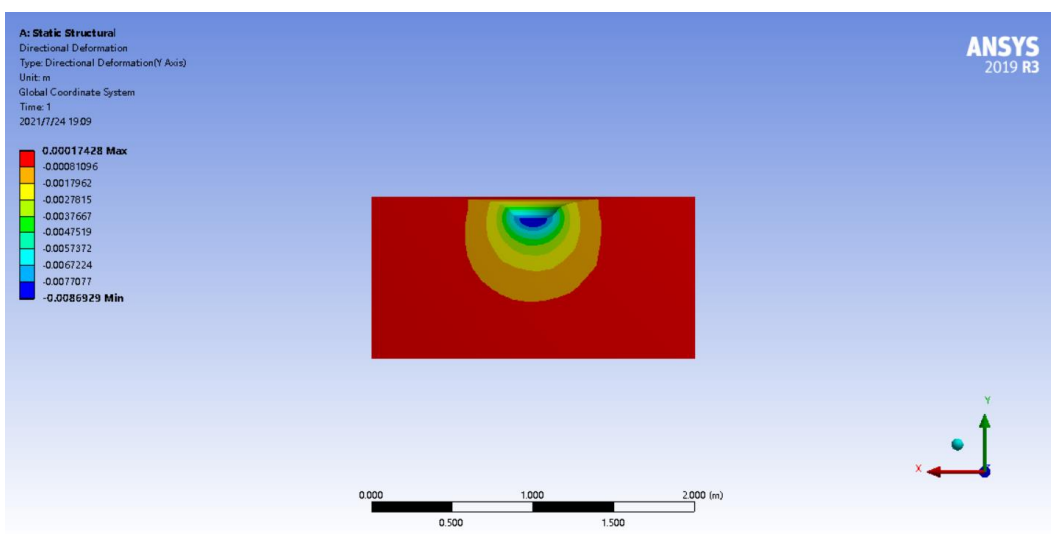


Figura A 80. La deformació vertical sota 150000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.2.

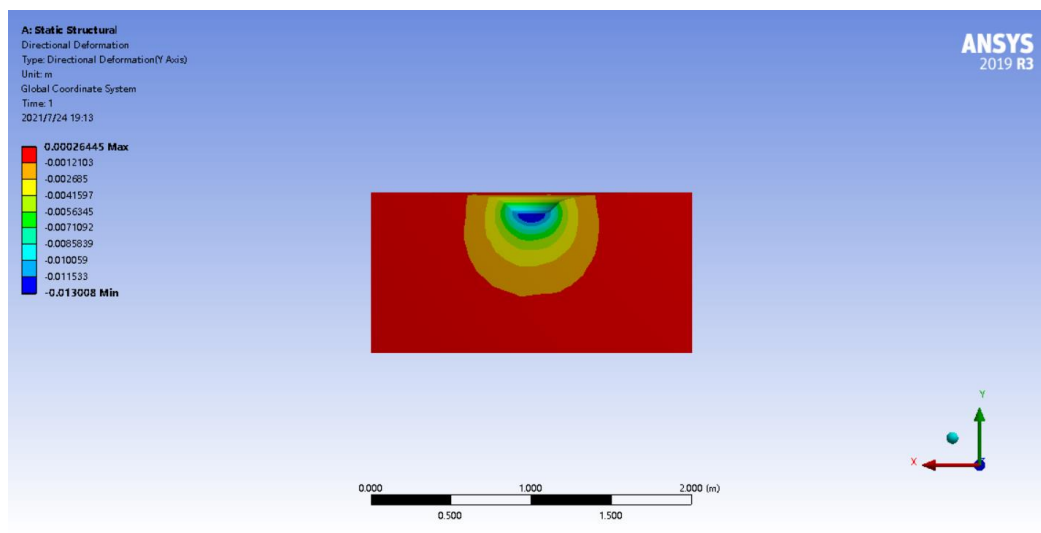


Figura A 81. La deformació vertical sota 200000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.2.

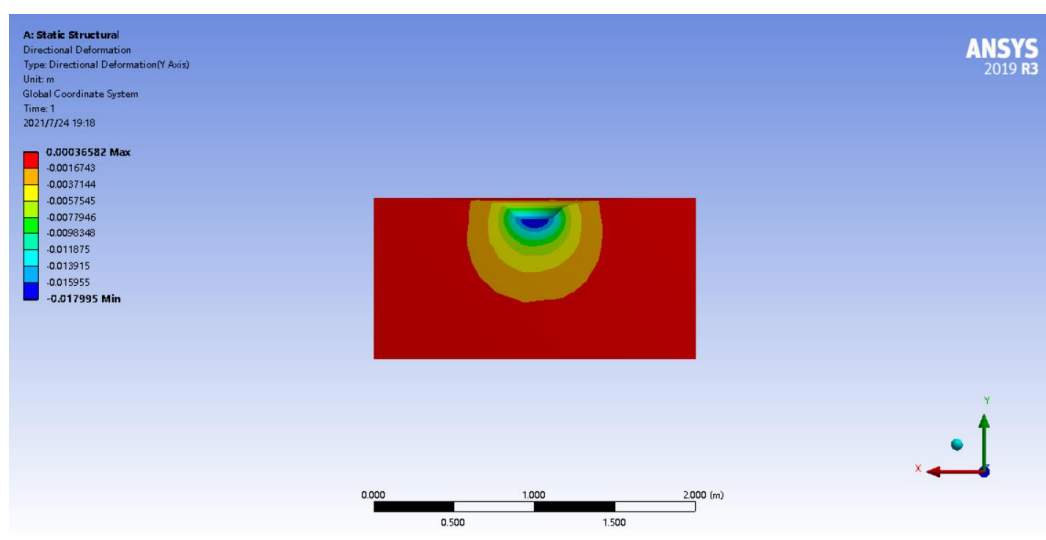


Figura A 82. La deformació vertical sota 250000 kN/m<sup>2</sup> amb la densitat relativa de 0.2.

Taula A 3. Els resultats de la simulació de deformacions verticals en mm.

|                                      |     | Densitat relativa |        |        |        |        |
|--------------------------------------|-----|-------------------|--------|--------|--------|--------|
|                                      |     | 1.0               | 0.8    | 0.6    | 0.4    | 0.2    |
| Tensió aplicada (kN/m <sup>2</sup> ) | 50  | 0.73165           | 1.1552 | 1.4853 | 2.0904 | 2.5209 |
|                                      | 100 | 1.4633            | 2.3105 | 3.3007 | 4.1808 | 5.2157 |
|                                      | 150 | 2.1950            | 3.3040 | 4.7860 | 6.4385 | 8.6929 |
|                                      | 200 | 2.9266            | 4.6210 | 6.6509 | 9.2398 | 13.008 |
|                                      | 250 | 3.6583            | 5.7762 | 8.6809 | 12.513 | 17.995 |
|                                      | 300 | 4.3900            | 7.1395 | 11.091 | 16.485 | 23.486 |
|                                      | 350 | 5.1217            | 8.5490 | 13.501 | 19.471 | 27.515 |
|                                      | 400 | 5.8535            | 10.119 | 16.506 | 25.063 | 35.515 |

## B. Annex del càlcul del pes de dinosaure

En aquest apartat d'annex es presenta tots els procediments de càlculs i simulació per l'obtenció del pes del dinosaure que s'estudia.

### B.1 Mesura de la mida de la mostra

En primer lloc s'ha mesurat la distància dels patrons de 1 cm en *Geomagic Wrap*.

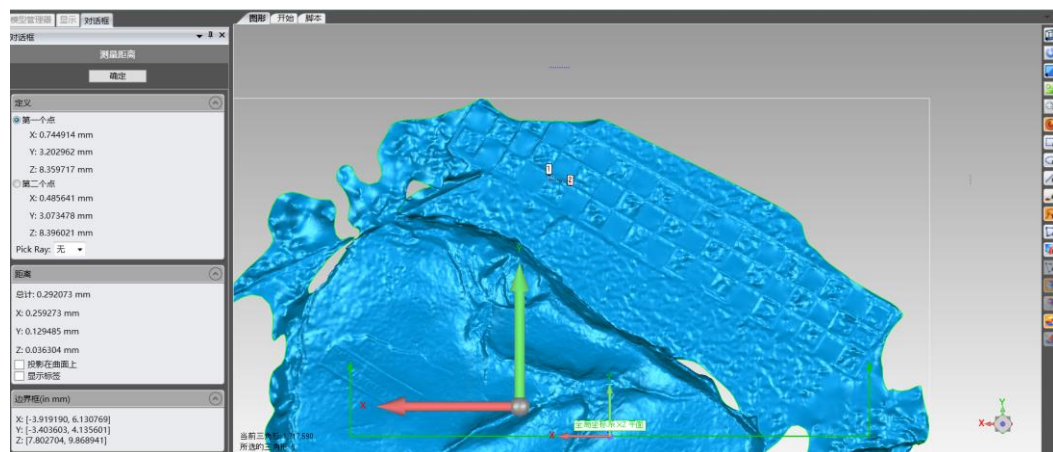


Figura A 83. 1a mesura del patró de 1 cm.

$$\begin{aligned} \text{mida de la 1a mesura} &= \sqrt{(0.744914 - 0.485641)^2 + (3.202962 - 3.073478)^2} \\ &= 0.289808 \text{ mm} \end{aligned}$$

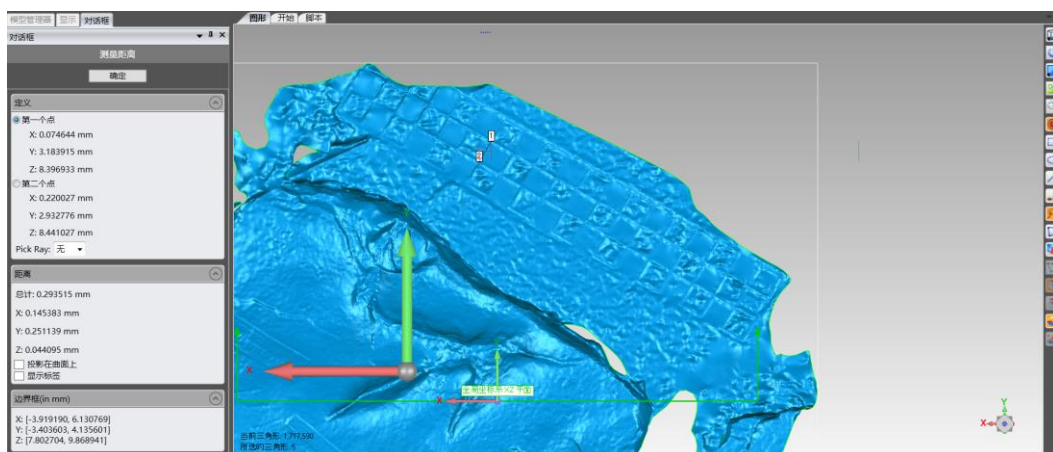


Figura A 84. 2a mesura del patró de 1 cm.

$$\begin{aligned} \text{mida de la 2a mesura} &= \sqrt{(0.074644 - 0.220027)^2 + (3.183915 - 2.932776)^2} \\ &= 0.290184 \text{ mm} \end{aligned}$$

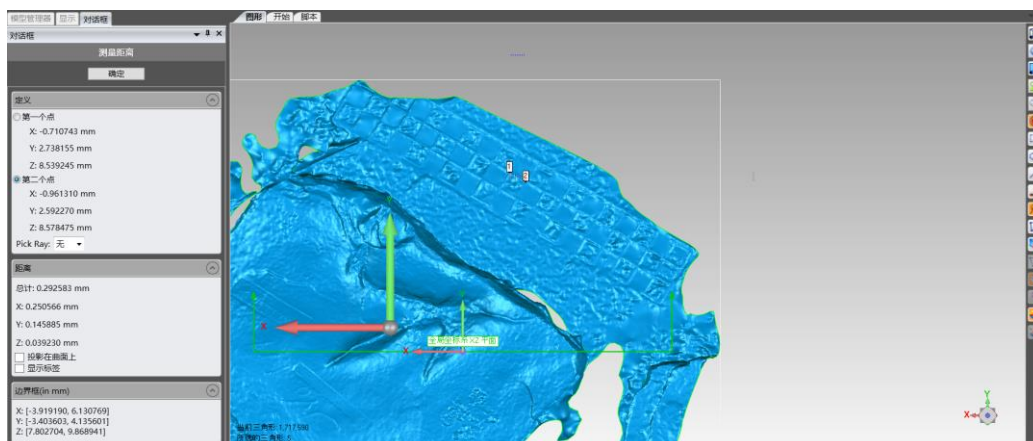


Figura A 85. 3a mesura del patró de 1 cm.

$$\begin{aligned} \text{mida de la 3a mesura} &= \sqrt{(-0.710740 - (-0.961310))^2 + (2.738155 - 2.592270)^2} \\ &= 0.289942 \text{ mm} \end{aligned}$$

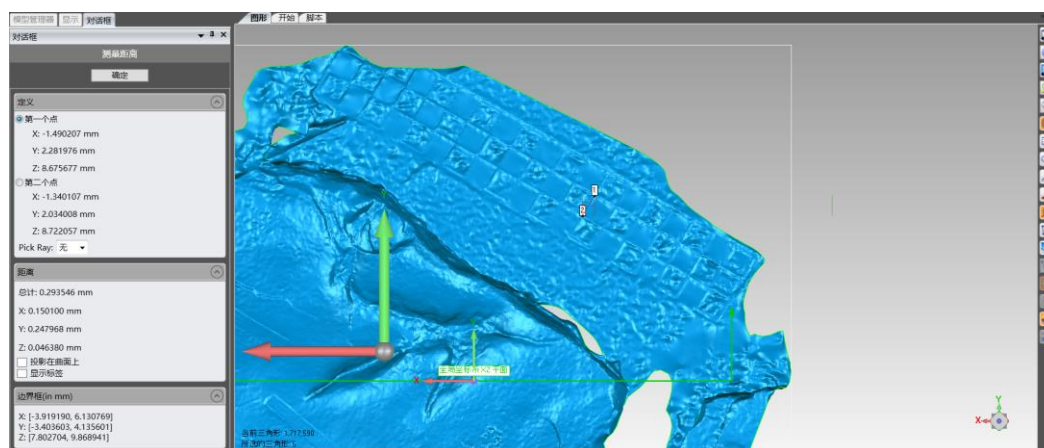


Figura A 86. 4a mesura del patró de 1 cm.

$$\begin{aligned} \text{mida de la 4a mesura} &= \sqrt{(-1.490210 - (-1.340110))^2 + (2.281976 - 2.034008)^2} \\ &= 0.289859 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{la mitjana de les mesures} &= \frac{0.289808 + 0.290184 + 0.289942 + 0.289859}{4} \\ &= 0.289948 \text{ mm} \end{aligned}$$

*Error de la mesura del patró*

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{(0.289808 - 0.289948)^2 + (0.290184 - 0.289948)^2 + (0.289942 - 0.289948)^2 + (0.289859 - 0.289948)^2}}{4} \\ &= 0.00008 \text{ mm} \end{aligned}$$

Un cop mesurat el patró de 1 cm i calculat la mitjana, es calcula la relació entre la mida real i la mida mesurada en el *Geomagic Wrap*.

$$\text{Escala} = \frac{0.289948}{10} = 0.028995$$

A continuació es mesura la profunditat que té la part de l'urpa i la part del palmell.

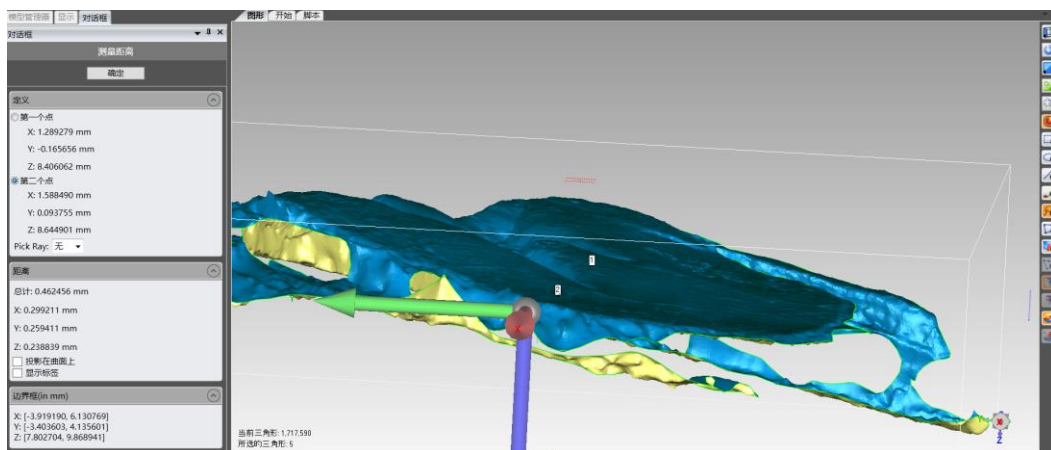


Figura A 87. La profunditat de la part del palmell.

$$u = |8.305715 - 8.515872| = 0.210157 \text{ mm}$$

$$u_{real} = \frac{0.210157}{0.028995} = 7.248087 \text{ mm}$$

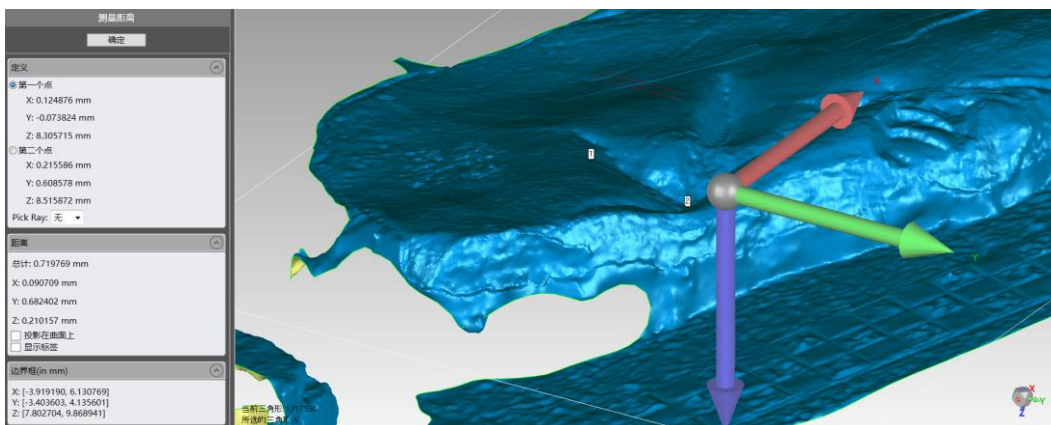


Figura A 88. La profunditat de la part de l'urpa.

$$u = |8.406062 - 8.644901| = 0.238839 \text{ mm}$$

$$u_{real} = \frac{0.238839}{0.028995} = 8.237298 \text{ mm}$$

## B.2 Replicació de la mostra en ANSYS

Repetir els passos de la figura A 1, A 2, A 3, A 4, A 5 i A 6 per recrear el cub de 2x2x1 i després importar el model 3D de la petjada en SpaceClaim.

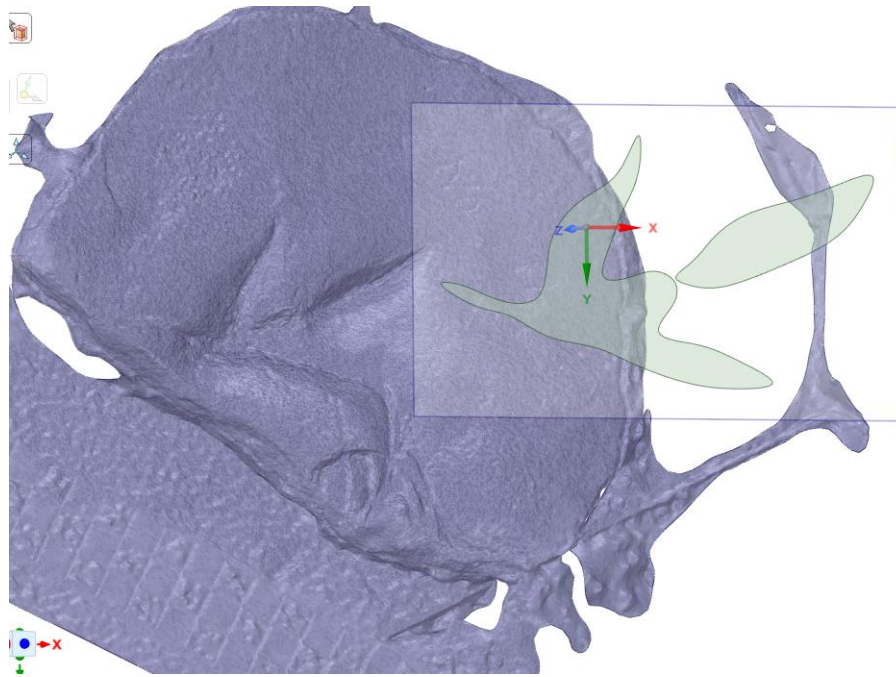


Figura A 89. El calcat de la geometria en *SpaceClaim* a partir del model 3D importat.

Després de fer el calcat s'imprimeix la geometria sobre el cub creat anteriorment i s'obté el model mostrat en la figura següent.

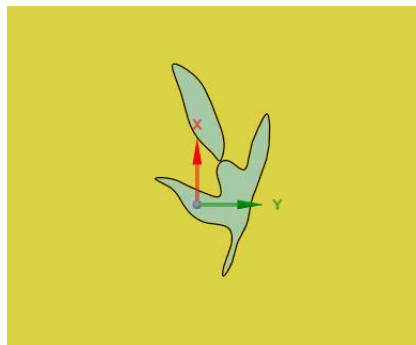


Figura A 90. La geometria replicada per SpaceClaim.

A continuació es fica el mallat general de 0.05 m i mallat de la geometria de 0.005 m.

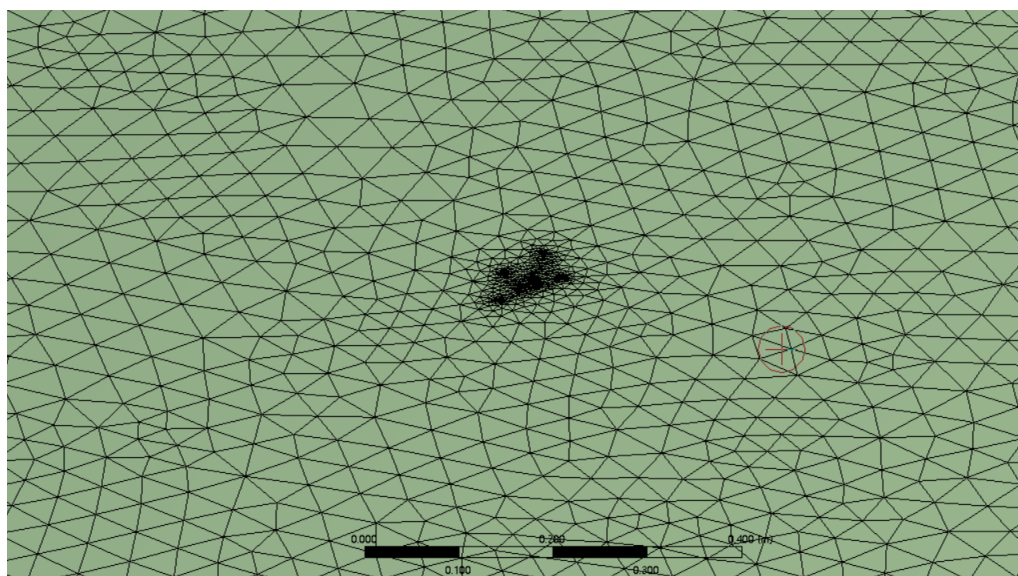


Figura A 91. El mallat de la geometria.

Un cop mallat el model, es fica els paràmetres de la figura A 36, A 37, A 38, A 39 i A 40 per les densitats relatives de 1.0, 0.8, 0.6, 0.4 i 0.2 respectivament per treure la tensió necessària per treure la deformació que té la mostra del fòssil.

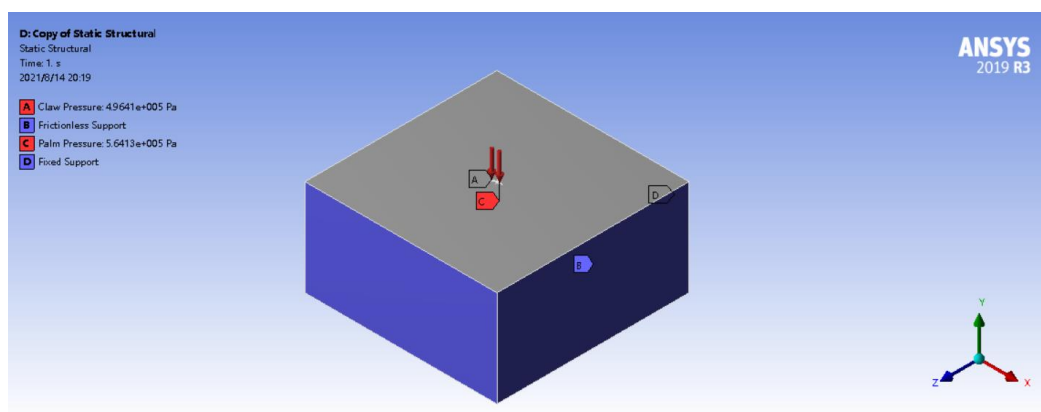


Figura A 92. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 1.0.

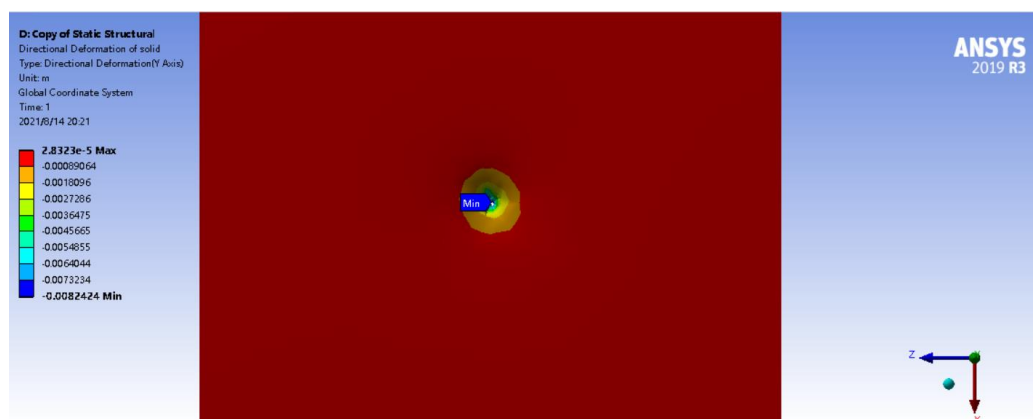


Figura A 93. La deformació axial del sòlid amb el valor de la densitat relativa = 1.0.

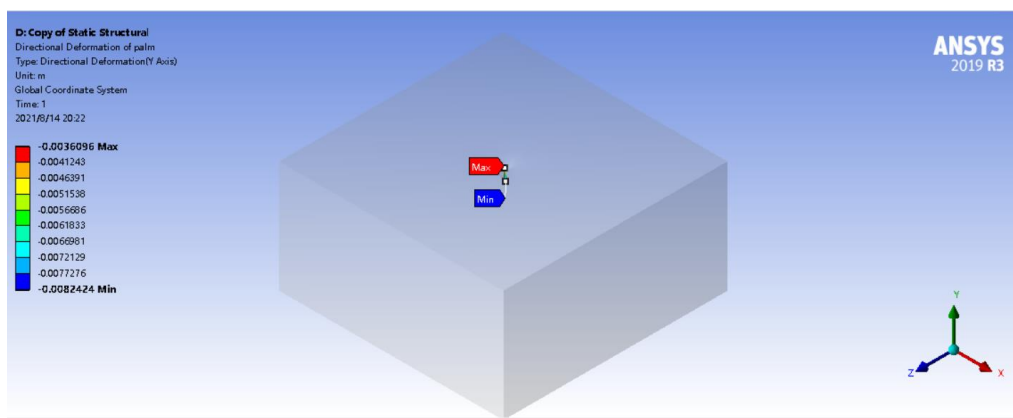


Figura A 94. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 1.0.

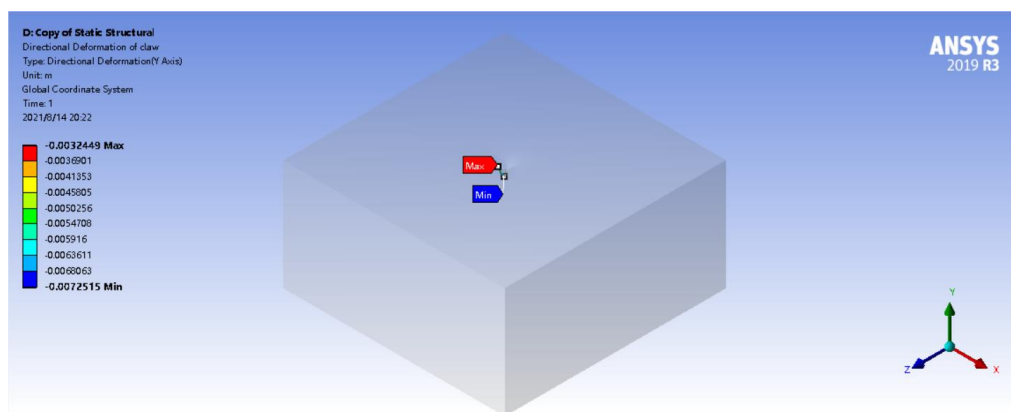


Figura A 95. La deformació produïda per l'urpa amb el valor de la densitat relativa = 1.0.

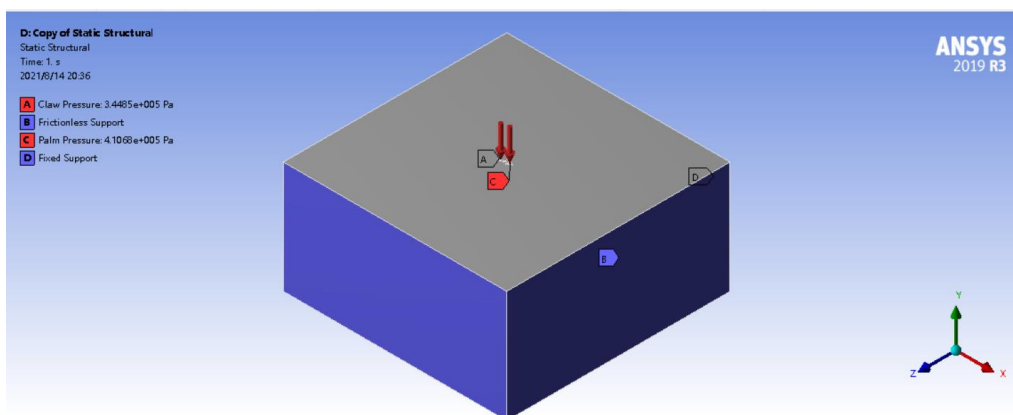


Figura A 96. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 0.8.

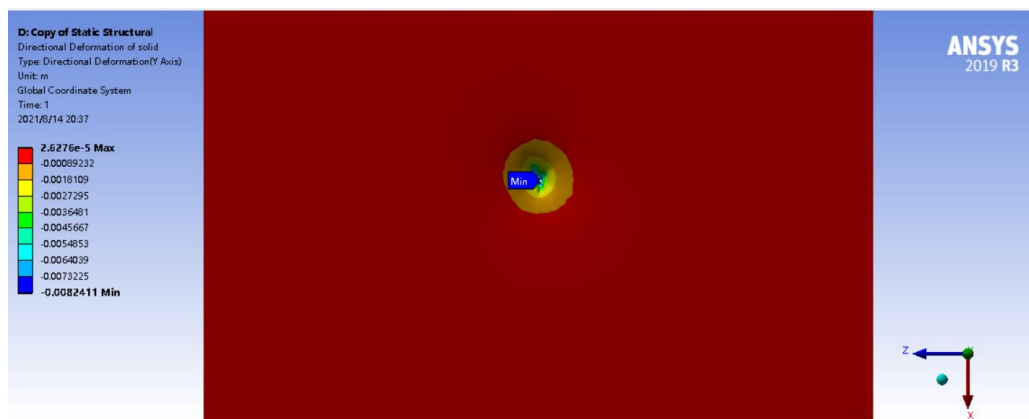


Figura A 97. La deformació axial del sòlid amb el valor de la densitat relativa = 0.8.

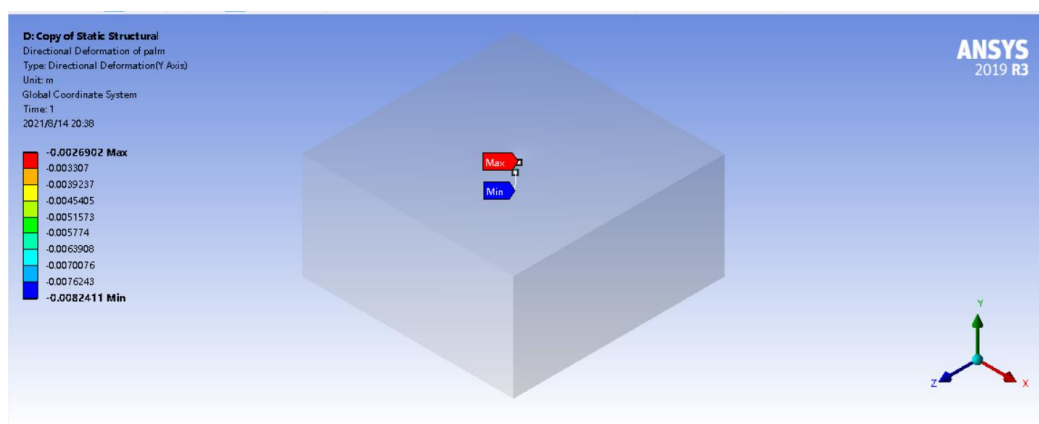


Figura A 98. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 0.8.

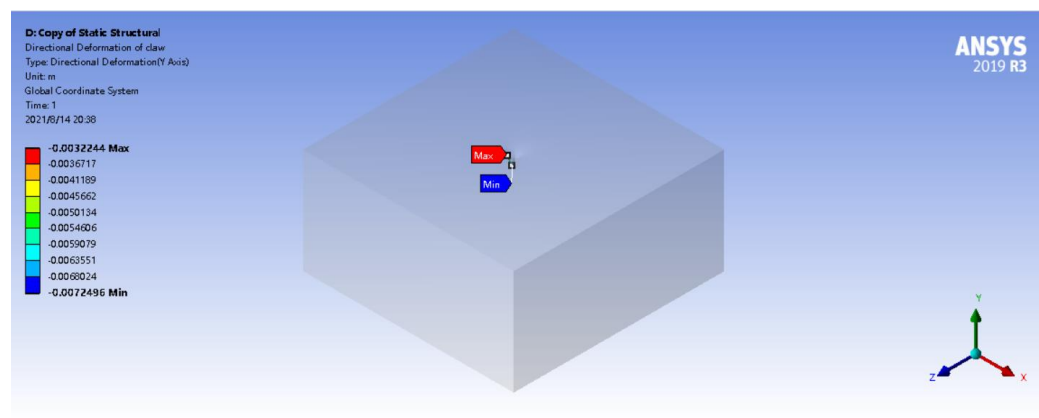


Figura A 99. La deformació produïda per l'urpa amb el valor de la densitat relativa = 0.8.

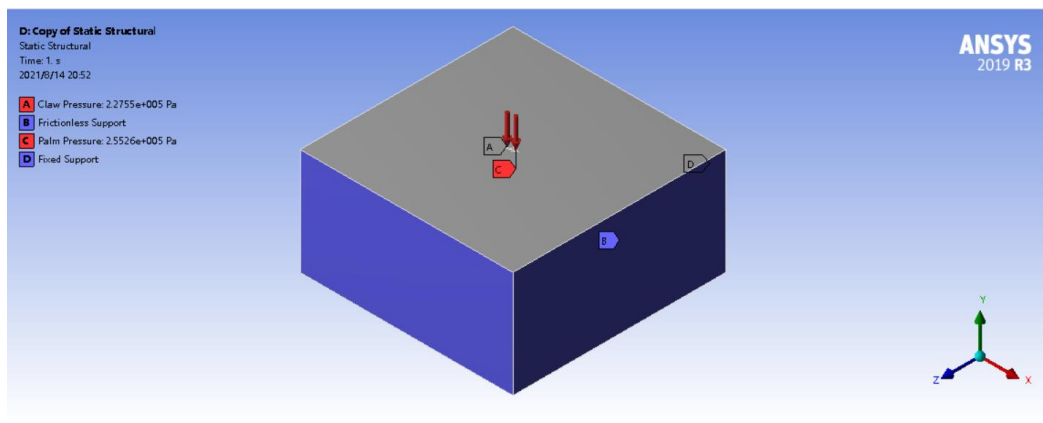


Figura A 100. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

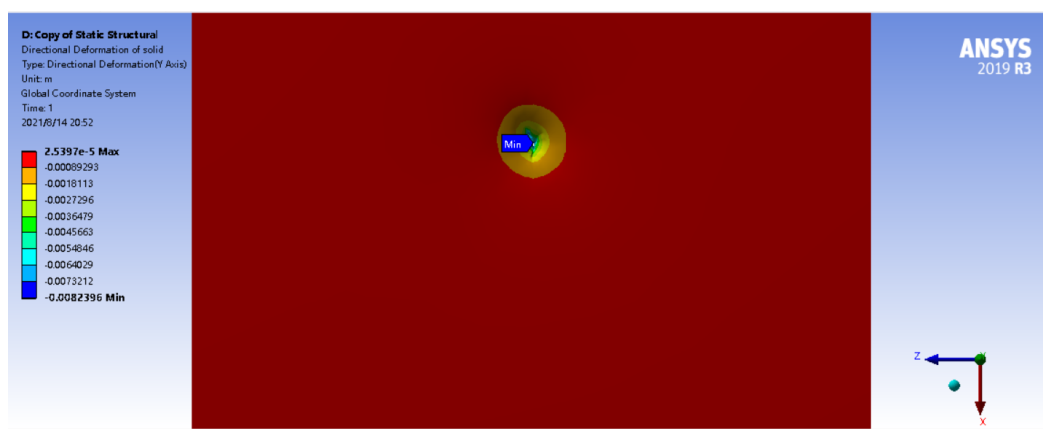


Figura A 101. La deformació axial del sòlid amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

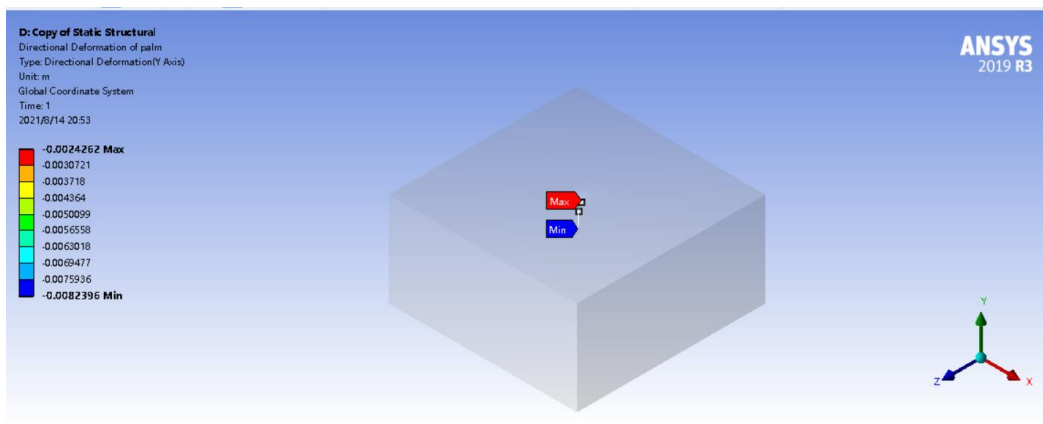


Figura A 102. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

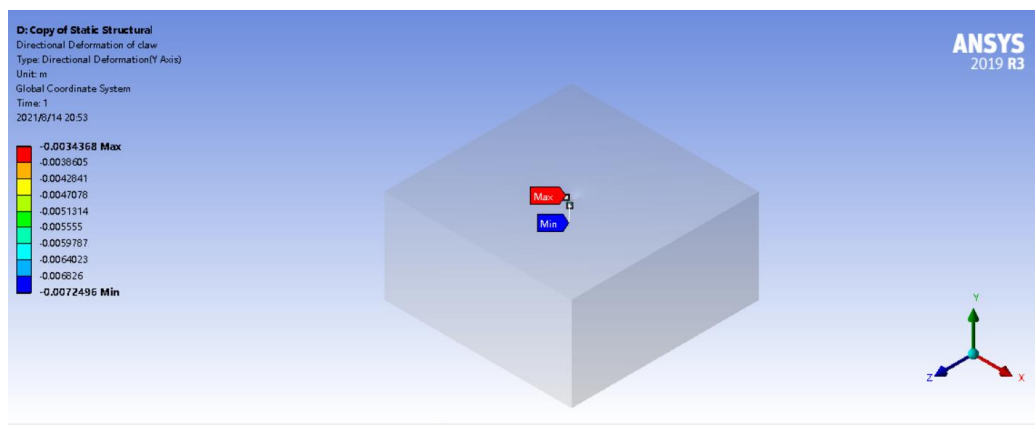


Figura A 103. La deformació produïda per l'úrpa amb el valor de la densitat relativa = 0.6.

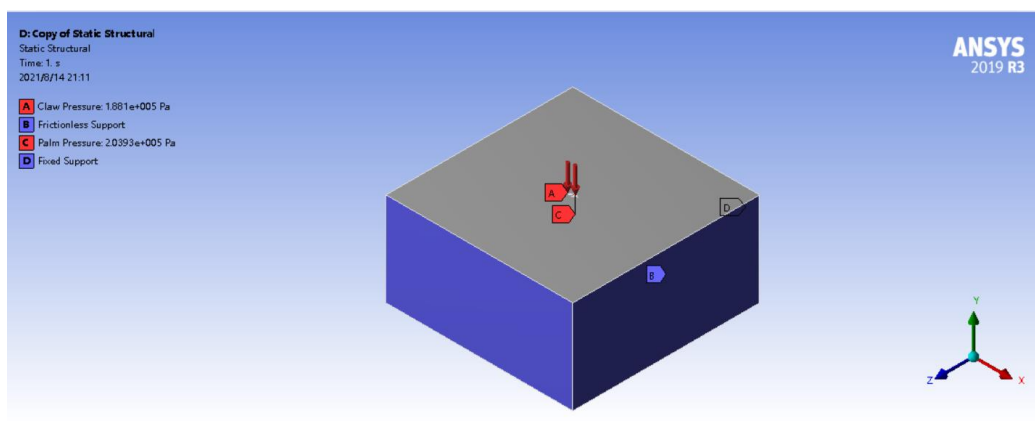


Figura A 104. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 0.4.

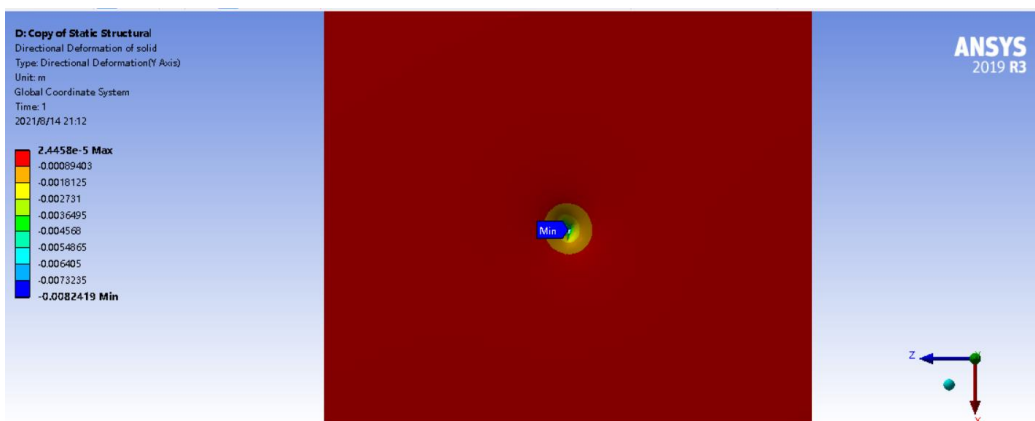


Figura A 105. La deformació axial del sòlid amb el valor de la densitat relativa = 0.4.

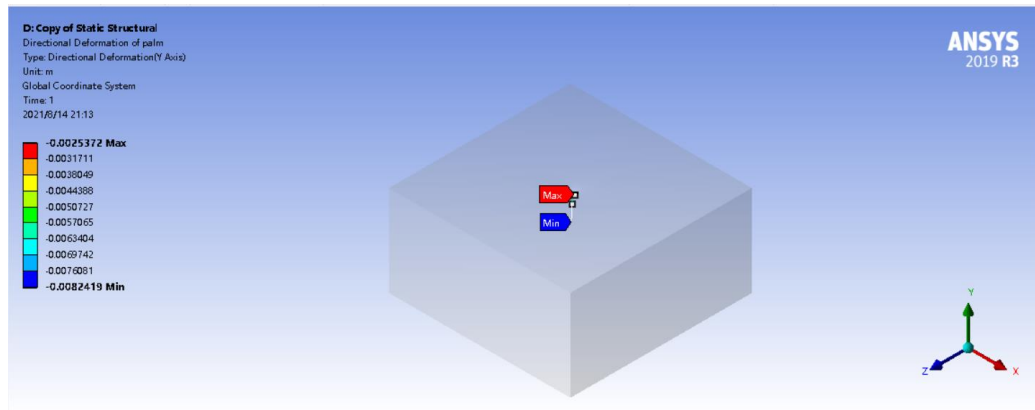


Figura A 106. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 0.4.

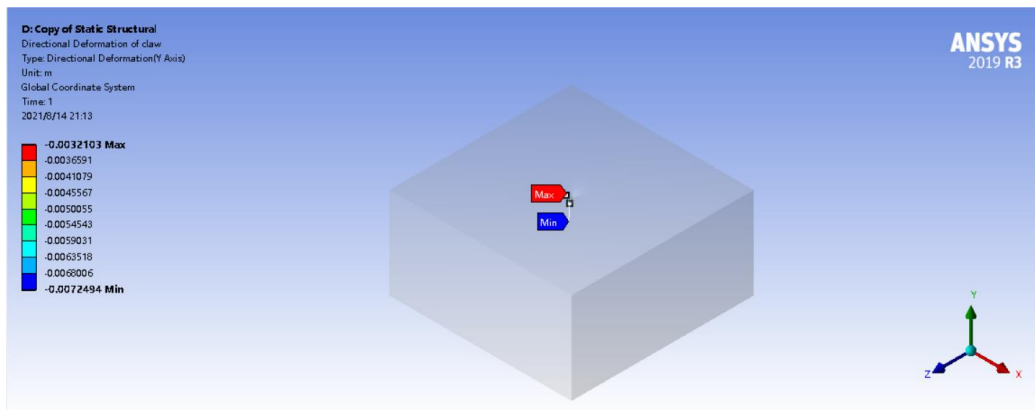


Figura A 107. La deformació produïda per l'urpa amb el valor de la densitat relativa = 0.4.

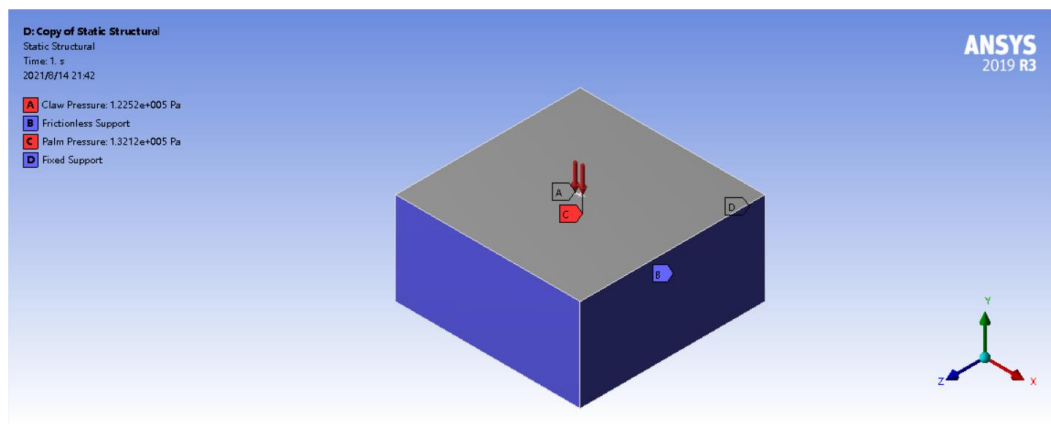


Figura A 108. Les tensions aplicades per obtenir les deformacions desitjades amb el valor de la densitat relativa = 0.2.

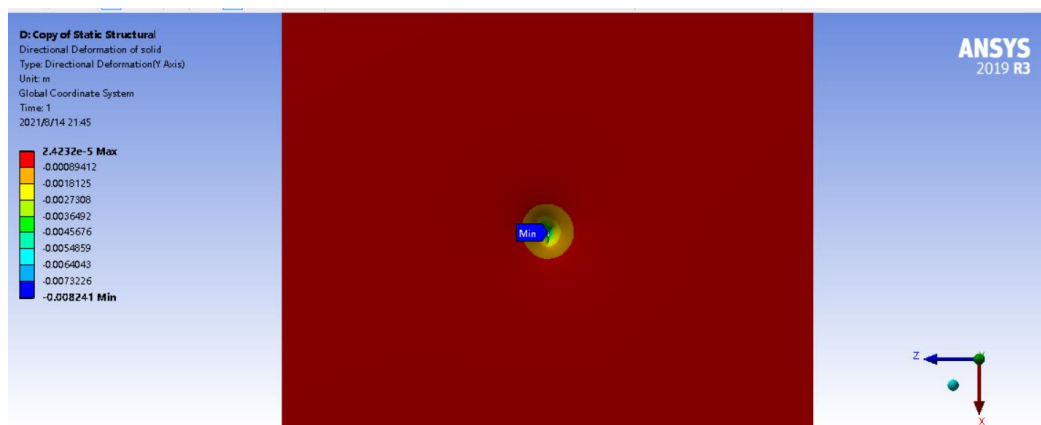


Figura A 109. La deformació axial del sòlid amb el valor de la densitat relativa = 0.2.

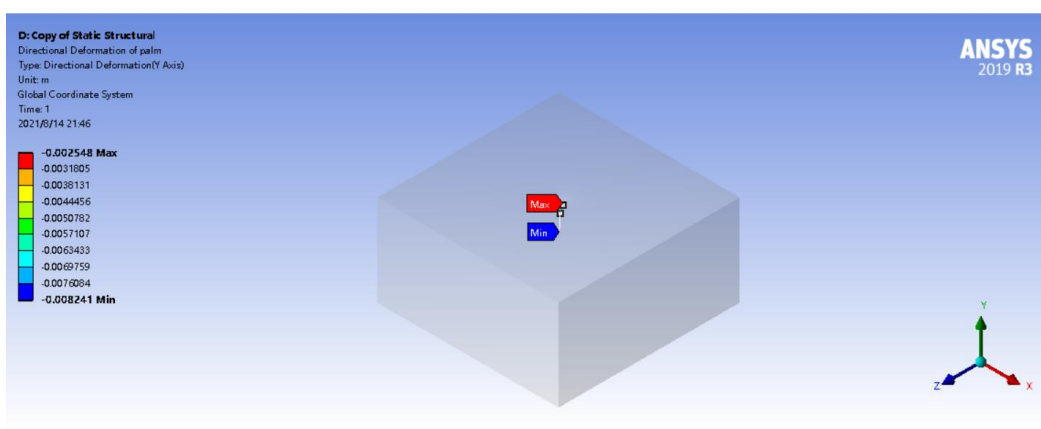


Figura A 110. La deformació produïda pel palmell amb el valor de la densitat relativa = 0.2.

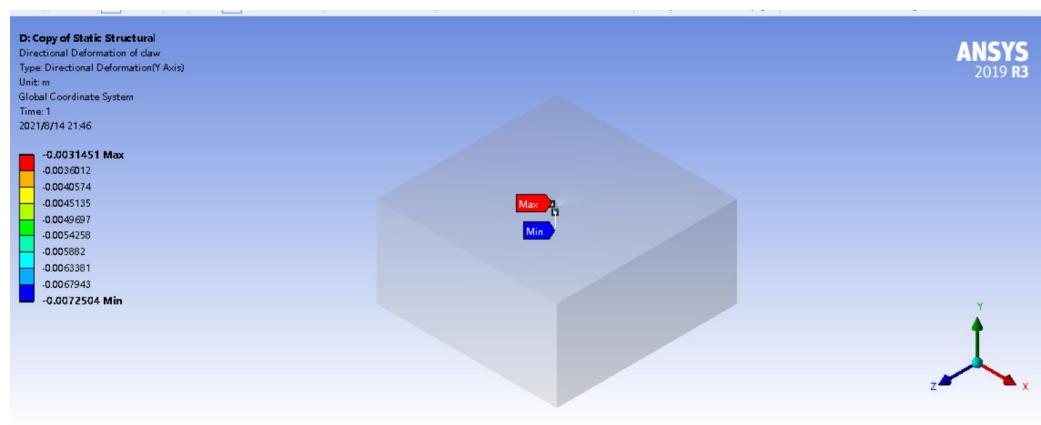


Figura A 111. La deformació produïda per l'urpa amb el valor de la densitat relativa = 0.2.

### B.3 Determinació del pes del *Sillimanius Tetradactylus*

En el primer lloc es calcula el factor de distribució de la massa seguint els següents passos.

$$f_{wd} = \frac{m_{part}}{m_{total}} = \frac{m_{part} g}{m_{total} g} = \frac{F_{part}}{F_{total}} = \frac{A_{part}\sigma_{part}}{\sum_i^n A_{part,i}\sigma_{part,i}}$$

$$f_{wd,garra,Id=1.0} = \frac{496407 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4}}{496407 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 564131 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.29772$$

$$f_{wd,palma,Id=1.0} = \frac{564131 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}}{496407 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 564131 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.70228$$

$$f_{wd,garra,Id=0.8} = \frac{344846 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4}}{344846 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 410683 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.28802$$

$$f_{wd,palma,Id=0.8} = \frac{410683 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}}{344846 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 410683 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.71198$$

$$f_{wd,garra,Id=0.6} = \frac{227546 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4}}{227546 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 255258 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.30044$$

$$f_{wd,palma,Id=0.6} = \frac{255258 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}}{227546 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 255258 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.69956$$

$$f_{wd,garra,Id=0.4} = \frac{188101 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4}}{188101 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 203927 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.30766$$

$$f_{wd,palma,Id=0.4} = \frac{203927 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}}{188101 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 203927 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.69234$$

$$f_{wd,garra,Id=0.2} = \frac{122523 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4}}{122523 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 132121 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.30881$$

$$f_{wd,palma,Id=0.2} = \frac{132121 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}}{122523 \cdot 5.1877 \cdot 10^{-4} + 132121 \cdot 1.0768 \cdot 10^{-3}} = 0.69119$$

$$f_{wd,garra,mitjana} = \frac{0.29772 + 0.28802 + 0.30044 + 0.30766 + 0.30881}{5} = 0.30053$$

$$f_{wd,palma,mitjana} = \frac{0.70228 + 0.71198 + 0.69956 + 0.69234 + 0.69119}{5} = 0.69947$$

$$\begin{aligned} & \text{Err } f_{wd} \\ &= \sqrt{\frac{(0.29772 - 0.30053)^2 + (0.28802 - 0.30053)^2 + (0.30044 - 0.30053)^2 + (0.30766 - 0.30053)^2 + (0.30881 - 0.30053)^2}{5 \cdot (5 - 1)}} \\ &= 0.00376 \end{aligned}$$

Un cop obtingut  $f_{wd}$  es calcula de la forma iterativa el pes del dinosaure a partir de les següents equacions i següents passos.

$$f_R = \frac{m_R}{m_{dino}}$$

$$f_R = \frac{v_R}{v_{dino}}$$

$$\sigma_{stat} = \frac{m_{dino} g f_{wd}}{A_{part}}$$

$$\sigma_{dyn} = \frac{m_{dino} v_{dino}^2 f_{wd}}{2 \cdot S A_{part}}$$

$$f_{dyn} = \frac{\sigma_{dyn+stat}}{\sigma_{stat}}$$

$$m_{dino} = \frac{\sigma_{dyn+stat} A_{part}}{f_{dyn} g f_{wd}}$$

$$\sigma_{dyn+stat} = \frac{mg}{A} + \frac{mv^2}{2 \cdot sA} = \frac{mg \cdot 2 \cdot s + mv^2}{2 \cdot sA}$$

$$\sigma_{dyn+stat} \cdot 2 \cdot sA = mg \cdot 2 \cdot s + mv^2 = m \cdot (g \cdot 2 \cdot s + v^2)$$

$$\frac{\sigma_{dyn+stat} \cdot 2 \cdot sA}{(g \cdot 2 \cdot s + v^2)} = m = m_{total} f_{dw}$$

$$\frac{\sigma_{dyn+stat} \cdot 2 \cdot sA}{(g \cdot 2 \cdot s + (\frac{v}{f_R})^2)} = \frac{m_{total} f_{dw}}{f_R}$$

$$I_D = 1.0$$

$$\frac{496407 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{(9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + ((\frac{16.54 \text{ m/s}}{8.02197})^2))} = \frac{22.68 \text{ kg} \cdot 0.30053}{8.02197}$$

$$\frac{22.68 \text{ kg}}{8.02197} = 2.827 \text{ kg}$$

$$Err \text{ per model} = 2.827 \text{ kg} \cdot 0.0415 = 0.1173 \text{ kg}$$

$$Err \text{ per } s = \frac{496407 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8.02197}\right)^2)} - 2.827$$

$$= 0.0001 \text{ kg}$$

$$Err \text{ per } f_{wd} = \frac{496407 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8.02197}\right)^2)} - 2.827$$

$$= 0.036 \text{ kg}$$

$$Err \text{ total} = \sum Err_i = 0.1533 \text{ kg}$$

$$I_D = 0.8$$

$$\frac{344846 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{(9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + ((\frac{16.54 \text{ m/s}}{9.08530})^2))} = \frac{22.68 \text{ kg} \cdot 0.30053}{9.08530}$$

$$\frac{22.68}{9.08530} = 2.496 \text{ kg}$$

$$Err \text{ per model} = 2.496 \text{ kg} \cdot 0.0415 = 0.1036 \text{ kg}$$

$$Err \text{ per } s = \frac{344846 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.08530}\right)^2)} - 2.496$$

$$= 0.0001 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } f_{wd} &= \frac{344846 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.08530}\right)^2\right)} - 2.496 \\
 &= 0.032 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err total} = \sum \text{Err}_i = 0.1354 \text{ kg}$$

$$I_D = 0.6$$

$$\begin{aligned}
 \frac{227546 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \text{ m/s}}{10.4830}\right)^2\right)} &= \frac{22.68 \text{ kg} \cdot 0.30053}{10.4830} \\
 \frac{22.68}{10.4830} &= 2.164 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err per model} = 2.164 \text{ kg} \cdot 0.0415 = 0.090 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } s &= \frac{227546 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10.4830}\right)^2\right)} - 2.164 \\
 &= 0.00008 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } f_{wd} &= \frac{227546 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10.4830}\right)^2\right)} - 2.164 \\
 &= 0.027 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err total} = \sum \text{Err}_i = 0.1173 \text{ kg}$$

$$I_D = 0.4$$

$$\begin{aligned}
 \frac{188101 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \text{ m/s}}{11.1980}\right)^2\right)} &= \frac{22.68 \text{ kg} \cdot 0.30053}{11.1980} \\
 \frac{22.68}{11.1980} &= 2.025 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err per model} = 2.025 \text{ kg} \cdot 0.0415 = 0.084 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } s &= \frac{188101 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11.1980}\right)^2\right)} - 2.025 \\
 &= 0.00008 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } f_{wd} &= \frac{188101 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11.1980}\right)^2\right)} - 2.025 \\
 &= 0.026 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err total} = \sum \text{Err}_i = 0.1098 \text{ kg}$$

$$I_D = 0.2$$

$$\begin{aligned}
 \frac{122523 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \text{ m/s}}{13.0097}\right)^2\right)} &= \frac{22.68 \text{ kg} \cdot 0.30053}{13.0097} \\
 \frac{22.68}{13.0097} &= 1.743 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err per model} = 1.743 \text{ kg} \cdot 0.0415 = 0.072 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } s &= \frac{122523 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot (0.00725 + 0.0000003) \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13.0097}\right)^2\right)} - 1.743 \\
 &= 0.00006 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Err per } f_{wd} &= \frac{122523 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} \cdot 0.00051877 \text{ m}^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 0.00725 \text{ m} + \left(\frac{16.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13.0097}\right)^2\right)} - 1.743 \\
 &= 0.022 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$\text{Err total} = \sum \text{Err}_i = 0.095 \text{ kg}$$