



UNIVERSITAT
ROVIRA i VIRGILI

unir LA UNIVERSIDAD
EN INTERNET

Universitat Rovira i Virgili

Universidad Internacional de La Rioja

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Química Escuela Superior de Ingeniería y tecnología

Máster Interuniversitario en Mecánica de Fluidos
Computacional

Análisis de modelo aeroacústico simplificado de una propela

Trabajo fin de estudio presentado por:	Byron Thonatiu Escobar Benítez
Tipo de trabajo:	Simulación numérica
Director/a:	Alexandre Fabregat Tomàs
Fecha:	18/junio/2025

Resumen

El uso de drones se ha ampliado mucho en los últimos años y junto con ellos vienen asociados ciertas dificultades en su operación. Una de estas dificultades se refiere al ruido que estos producen, haciendo muy notorio cuando un dron multirrotor está en el espacio aéreo circundante. Ahora bien, la principal fuente de este ruido son las hélices que incrementa a medida que estas deben rotar más rápido. Por esa razón, se busca modificar las geometrías de las palas para reducir los efectos acústicos sin degradar la eficiencia aerodinámica.

Como en todo proceso de diseño, surge la necesidad de encontrar un método de análisis que pueda predecir con cierta precisión estos fenómenos incluso mucho antes de poder realizar la implementación de un prototipo, con lo que la simulación computacional se vuelve una herramienta clave para este propósito.

Sin embargo, los recursos disponibles para el público general presentan limitaciones, especialmente en lo que respecta a la modelación aeroacústica. Por esa razón se ha tomado en cuenta el uso de ANSYS® Student, que aun que esta versión tiene restricciones en número de elementos, ofrece una interfaz viable para una implementación relativamente simplificada.

El trabajo desarrollado inicia con un análisis de tamaño de dominio para entender el comportamiento aerodinámico según sea la densidad de elementos de discretización y que tan cerca pueden estar los límites del dominio. Posteriormente, se plantea un método para poder estimar los valores de empuje, obteniendo resultados con una precisión aceptable respecto a los datos experimentales. Por otro lado, los datos acústicos que, aunque sean inconsistentes en primera instancia, dejan el camino abierto al análisis de otras configuraciones que mejoren la precisión en futuras simulaciones

Palabras clave: Aeroacústica, CFD, Hélices, Drones

Abstract

The use of drones has expanded greatly in recent years and along with them come certain difficulties in their operation. One of these difficulties refers to the noise they produce, making it very noticeable when a multicopter drone is in the surrounding airspace. However, the main source of this noise is the propellers, which increase as they rotate faster. For that reason, we seek to modify the geometries of the blades to reduce the acoustic effects without degrading aerodynamic efficiency.

As in any design process, the need arises to find an analysis method that can accurately predict these phenomena even long before the implementation of a prototype, making computational simulation a key tool for this purpose.

However, the resources available to the public present limitations, especially about aeroacoustics modeling. For this reason, the use of ANSYS® Student has been considered. Even though this version has restrictions on the number of elements, it offers a viable interface for a relatively simplified implementation.

The developed work begins with a domain size analysis to understand the aerodynamic behavior according to the density of discretization elements and how close the domain limits can be. Subsequently, a method is proposed to estimate the thrust values, obtaining results with an acceptable accuracy with respect to the experimental data. On the other hand, the acoustic data, although inconsistent in the first instance, leave the way open to the analysis of other configurations that improve the accuracy in future simulations.

Keywords: Aeroacoustics, CFD, Propellers, Drones.

Índice de contenidos

1.	Planteamiento del problema	8
1.1.	Objetivos del trabajo	9
1.1.1.	Objetivo general	9
1.1.2.	Objetivos específicos	9
1.2.	Planteamiento geométrico.....	9
1.2.1.	Planta Alar	9
1.2.2.	Bordes sinusoidales	10
1.2.3.	Perfil aerodinámico	11
1.2.4.	Geometrías analizadas.	12
1.3.	Dominio simplificado.....	13
1.3.1.	Tamaño del dominio.....	14
2.	Métodos	16
2.1.	Software	16
2.2.	Hardware	16
2.3.	Flujo de trabajo.....	16
2.3.1.	Modelo CAD.....	17
2.3.2.	Simulación aeroacústica	17
3.	Marco teórico.....	19
3.1.	Modelo Aerodinámico	19
3.2.	Modelo Aeroacústico	20
3.2.1.	Cuantificación del sonido	22
4.	Resultados	26
4.1.	Datos aerodinámicos	26
4.1.	Datos aeroacústicos.....	26

4.1.	Datos experimentales.....	28
5.	Discusión	29
5.1.	Análisis aerodinámico.....	29
5.1.1.	Estructuras de vórtices	30
5.2.	Análisis aeroacústico	32
5.3.	Conclusiones.....	35
	Referencias bibliográficas.....	36

Índice de figuras

Figura 1. Planta alar de la pala.	10
Figura 2. Planta alar de la pala con patrón sinusoidal.	11
Figura 3. Performance de perfil NACA 8412.	11
Figura 4. Secuencia implementación de características de la hélice a estudiar.	12
Figura 5. Hélices analizadas. Arriba: Hélice cuasi-lisa (CL). Abajo: Hélice rugosa (R).	12
Figura 6. Descripción del dominio.	13
Figura 7. Tamaño del dominio en pulgadas.	14
Figura 8. Empuje por pala en diferentes tamaños de dominio a 5000 RPM.	14
Figura 9. a) Umbral de la percepción humana del sonido. b) Filtros implementados en decibelímetros.	24
Figura 10. Empuje por pala en los dos casos de hélice a 5000 RPM.	26
Figura 11. Nivel de presión acústica con A-ponderado en el punto A a 5000 RPM.	27
Figura 12. Nivel de presión acústica con A-ponderado en el punto B a 5000 RPM.	28
Figura 13. Valor de Y-plus de ambas hélices a 5000 RPM.	29
Figura 14. Magnitud de vorticidad sobre la isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$	31
Figura 15. Líneas de corriente en la punta de la pala e isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$	31
Figura 16. Mediciones experimentales de OSPLA en coordenadas polares en el plano XZ de la hélice rugosa en una condición de empuje total fijo de 50grf.	33
Figura 17. Montaje experimental para las mediciones.	34
Figura 18. Valores de OSPLA en coordenadas polares en el plano XZ de la hélice rugosa obtenidas en la simulación a 5000 RPM.	34
Figura 19. Detalle de malla en plano $x = 0.05\text{m}$. Izquierda: hélice CL. Derecha: hélice R.	35

Índice de tablas

Tabla 1. Bandas de de octava, junto con la corrección de A-ponderado.	25
Tabla 2. Espectro de nivel de presión acústica A-ponderado en dB a 5000 RPM.	27
Tabla 3. Datos experimentales a 5000 RPM. OSPL _A medido en el punto A.....	28
Tabla 4. Empuje por pala en grf a 5000 RPM tanto experimental como en simulación.	29
Tabla 5. OSPL _A en dB a 5000 RPM tanto experimental como en simulación.	32

1. Planteamiento del problema

En el ámbito de los drones multirrotor, es conocida la desventaja del ruido generado principalmente por las hélices, con lo que en algunas aplicaciones donde se requiere el sigilo ha surgido la necesidad de realizar un método de diseño que permita mejorar la acústica del sistema sin degradar la eficiencia propulsiva. Esta problemática ha sido abordada de diversas maneras, desde la fabricación de prototipos y la realización de montajes experimentales para medir parámetros de flujo y fuerzas, hasta el uso de simulaciones computacionales que resuelven numéricamente las ecuaciones de movimiento del flujo.

Cada método presenta ventajas y desventajas según los recursos disponibles [1]. En este trabajo, se optará por la segunda opción, ya que las simulaciones computacionales solo requieren el uso de una computadora, un recurso más accesible en la actualidad en comparación con los equipos experimentales, que implican un montaje más complejo y un costo económico significativamente mayor.

Ahora bien, el planteamiento de la simulación requiere tener en cuenta de antemano las condiciones de borde del dominio simulado y también de la geometría que se quiere analizar. Dicho esto, se toma como referencia el estudio de Zixiao Wei [2] en donde se tienen los resultados experimentales del estudio aeroacústico de diferentes configuraciones geométricas, de hélices que buscan reducir el ruido sin disminuir la eficiencia aerodinámica. Paralelamente el documento citado, muestra algunos resultados numéricos los cuales ayudan a visualizar el mecanismo físico que permiten explicar las mejoras obtenidas.

En este contexto, el dominio numérico utilizado en dicho estudio es del orden de 12 millones de celdas, lo cual requiere de muchos más recursos computacionales y de tiempo que solo pueden disponerse en instalaciones especializadas cuya aplicación principal son este tipo de tareas. De esta manera, la intención principal en este trabajo será realizar una simulación mucho más modesta y analizar la validación de los resultados obtenidos.

1.1. Objetivos del trabajo

Teniendo en claro la motivación de este trabajo se plantean los objetivos.

1.1.1. Objetivo general

Realizar una simulación aeroacústica mediante software de uso libre, con el fin de ser utilizada para la validación del diseño geométrico de propelas de drones, para evaluar el nivel de ruido producido.

1.1.2. Objetivos específicos

- Utilizar simplificaciones matemáticas para reducir el dominio de simulación.
- Realizar un método de trabajo efectivo para la implementación de una simulación aerodinámica y aeroacústica en ANSYS Student.

1.2. Planteamiento geométrico

Las geometrías propuestas para el análisis se basan en el artículo principal [2] ya antes mencionado. Se consideran principalmente dos tipos de hélice, ambas con un patrón tridimensional sinusoidal que trata de copiar la morfología de las plumas de los búhos que son conocidos por sus vuelos silenciosos [3]. Ambas propelas están conformadas por dos palas que tienen una torsión uniforme de 18° y con una planta alar basada en las alas de las cigarras, las cuales han sido estudiadas por sus beneficios aerodinámicos en diversos regímenes de Reynolds [4]. Por último, se ocupa el perfil NACA 8412 como la sección transversal de las palas.

1.2.1. Planta Alar

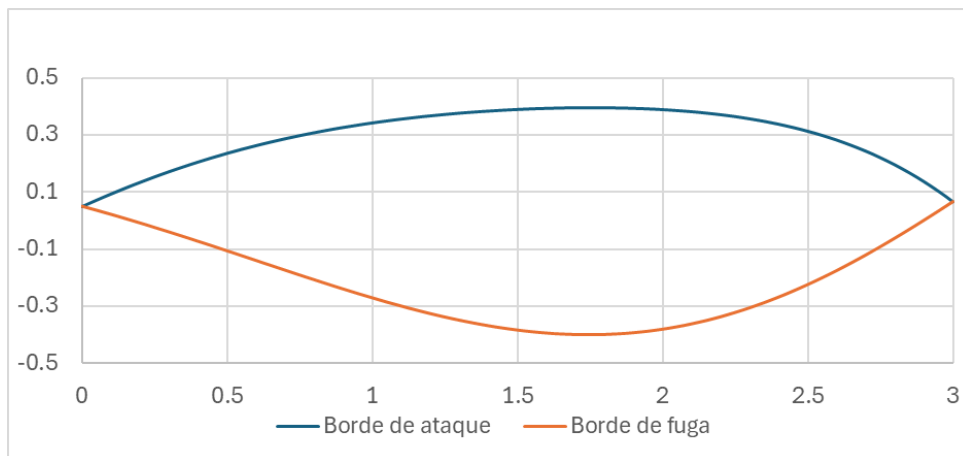
Considerando que se utiliza la morfología del ala de la cigarra, se ocupa un polinomio de quinto grado [2] para generar las líneas del borde de ataque (l) y el borde de fuga (t), obteniendo así la distribución de cuerda C a lo largo de la posición x del radio de la pala (1).

Por otro lado, para el análisis realizado se define una envergadura b de 3 pulgadas, la cual es equivalente al radio de la hélice. De esa forma obtenemos una planta alar como la planteada en la Figura 1.

$$C_l(x) = -\frac{0.6455}{b^4}x^5 + \frac{0.9153}{b^3}x^4 - \frac{0.2210}{b^2}x^3 - \frac{0.5010}{b}x^2 + 0.4579x + 0.01680b \quad (1)$$

$$C_t(x) = -\frac{0.6494}{b^4}x^5 + \frac{1.1472}{b^3}x^4 + \frac{0.02558}{b^2}x^3 - \frac{0.2415}{b}x^2 - 0.2766x - 0.01647b \quad (2)$$

Figura 1. Planta alar de la pala.



Fuente: Ecuación (1) y (2).

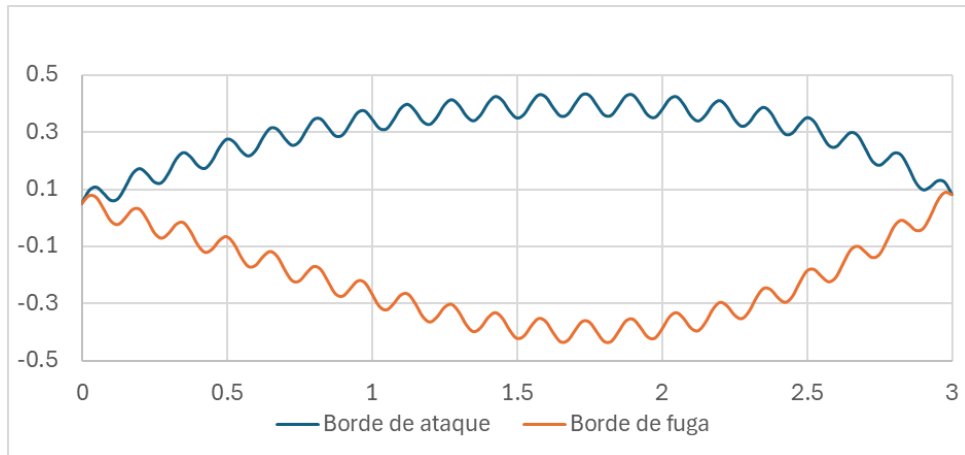
1.2.2. Bordos sinusoidales

Implementando las ventajas de la morfología de las plumas del búho, se agrega un patrón sinusoidal a las ecuaciones (1) y (2), la cual está parametrizada por su amplitud A y longitud de onda λ :

$$C_s(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (3)$$

$$C_{3D}(x) = C_{l/t}(x) + C_s(x) \quad (4)$$

Figura 2. Planta alar de la pala con patrón sinusoidal.

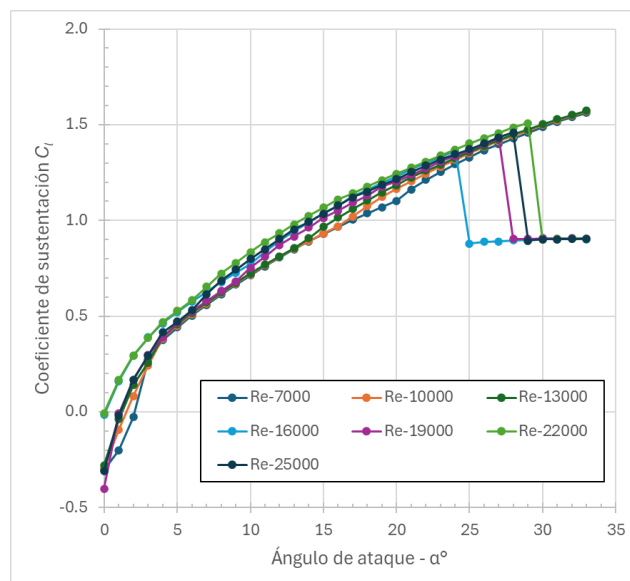


Fuente: Ecuación (4) con $A = 0.04''$ y $\lambda = 0.1''$.

1.2.3. Perfil aerodinámico

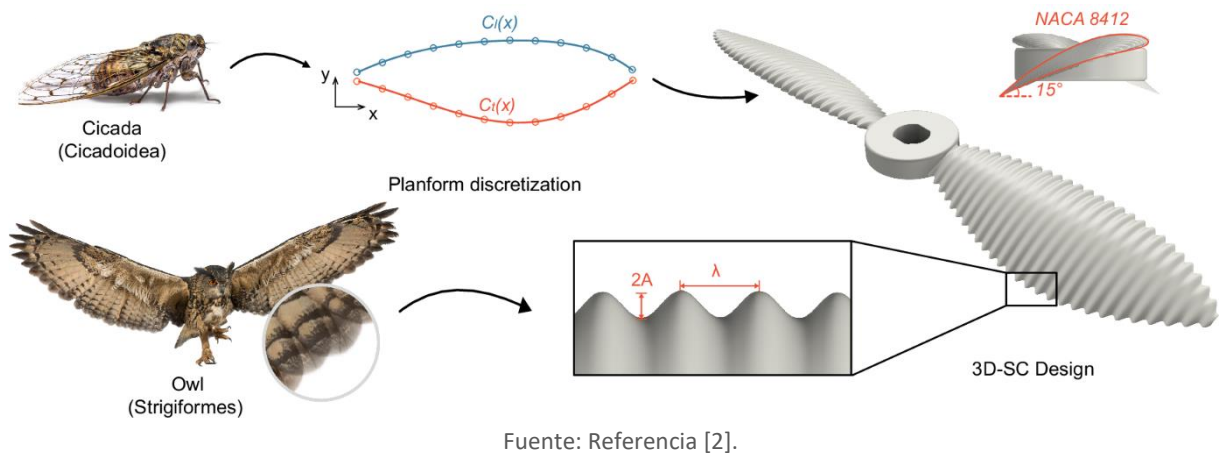
Como ya se mencionó anteriormente, el perfil NACA 8412 es el área transversal utilizada para las palas de las hélices. Este perfil es caracterizado por altos coeficientes de sustentación y de eficiencia aerodinámica, y adicionalmente el ángulo de ataque de pérdida es mayor a los 25° . Este comportamiento se mantiene en diferentes valores de Reynolds, haciéndolo ideal para el uso en hélices que trabajan a diversas velocidades (Ver Figura 3).

Figura 3. Performance de perfil NACA 8412.



Fuente: Información suplementaria de [2].

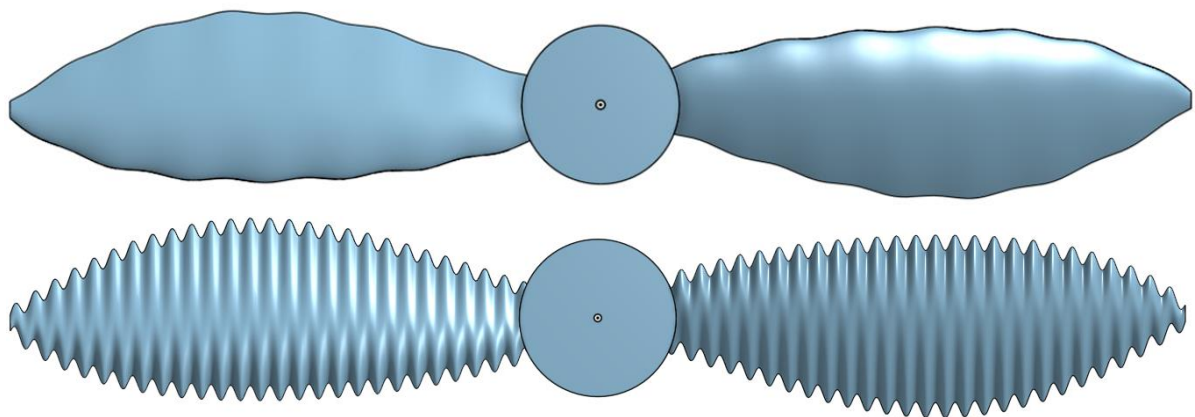
Figura 4. Secuencia implementación de características de la hélice a estudiar.



1.2.4. Geometrías analizadas.

Con los apartados anteriores se tienen las principales características geométricas que se implementan en las hélices estudiadas (Figura 4). De esta manera se definen dos casos de comparación (Figura 5) entre los parámetros aerodinámicos y acústicos respectivos. El primer caso es la que denominaremos hélice cuasi-lisa (CL), la cual tiene apenas bordes sinusoidales con una amplitud y una longitud de onda de 0.01 y 0.4 pulgadas, respectivamente. Por otro lado, la segunda geometría nombrada como hélice rugosa (R), utiliza una amplitud y longitud de onda de 0.04 y 0.1 pulgadas, respectivamente.

Figura 5. Hélices analizadas. Arriba: Hélice cuasi-lisa (CL). Abajo: Hélice rugosa (R).

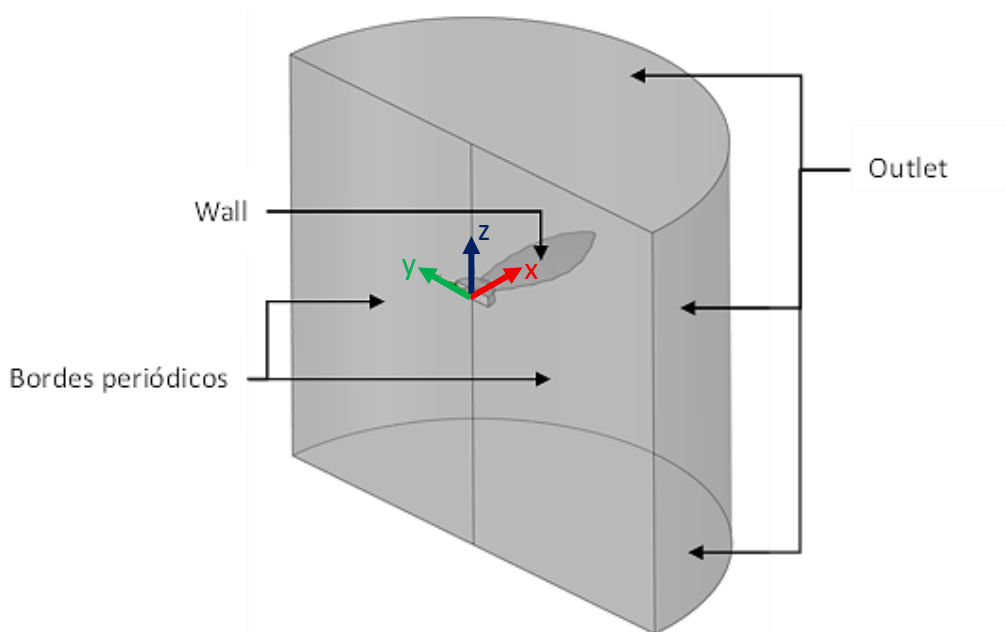


Fuente: Elaboración propia.

1.3. Dominio simplificado

Teniendo la intención de realizar una simulación con un mallado que contenga el menor número de elementos posible, se realiza un dominio semicilíndrico que envuelve una sola pala de la hélice, la cual será extendida matemáticamente de forma periódica con un ángulo de 180° de revolución respecto al eje de rotación de la propela. De esta manera el dominio ocupado (Figura 6) tiene tres tipos diferentes de superficies que definen las condiciones de borde de outlet, wall y periodic.

Figura 6. Descripción del dominio.



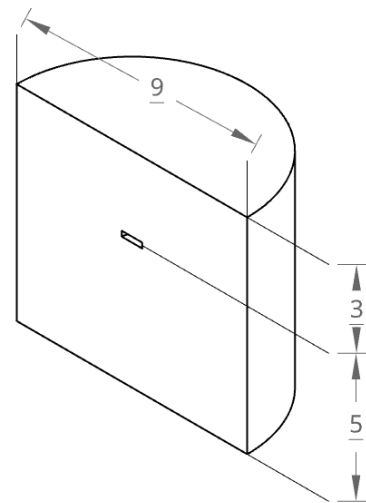
Fuente: Elaboración propia

Con esta geometría se realizaron diferentes mallados en donde se prioriza la capa límite y una razón de crecimiento de celda pequeña para poder garantizar resultados congruentes con el modelo de turbulencia LES, el cual fue seleccionado para poder tener el campo de presiones transitorio que es necesario para el cálculo del campo acústico.

1.3.1. Tamaño del dominio

La selección del tamaño del semicilindro fue estudiada para revisar las dimensiones necesarias en las que la densidad de elementos sea la adecuada para poder obtener los datos más cercanos a los resultados experimentales. Tomando el origen centrado en la hélice, la cara superior e inferior del cilindro se ubica a 3 y 5 pulgadas respectivamente, mientras que el diámetro se define con 9 pulgadas. A este dominio (Figura 7) se le denomina "Medium Domain (MD)".

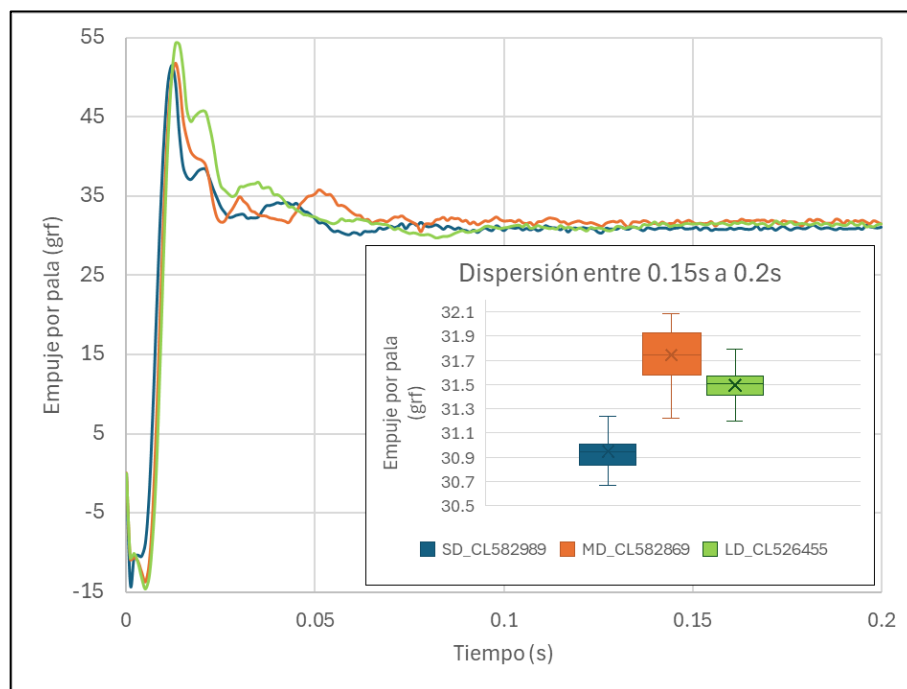
Figura 7. Tamaño del dominio en pulgadas.



Fuente: Plano realizado en Onshape®

Posteriormente, se construyen dos dominios adicionales: uno en el que todas las dimensiones se reducen en una pulgada con respecto a MD, y otro en el que se aumentan en una pulgada. Estos dominios se nombran "Small Domain (SD)" y "Large Domain (LD)", respectivamente.

Figura 8. Empuje por pala en diferentes tamaños de dominio a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

En cada caso se realizó un mallado de aproximadamente 550 k celdas de malla (los números en la leyenda de la Figura 8, representan el número de celdas) priorizando la discretización de la capa límite.

La Figura 8 presenta parte de los resultados obtenidos en las simulaciones correspondientes a este apartado para la hélice CL a 5000 RPM, donde se observa que la evolución temporal del empuje por pala alcanza un estado estacionario estadístico. Los valores promedio de esta variable alcanzan su máximo en el dominio de referencia (MD), mientras que en los otros casos se evidencia un comportamiento degradativo. Esta tendencia puede explicarse por dos mecanismos distintos: en el dominio reducido (SD), la proximidad de las caras del cilindro con la condición de frontera de presión atmosférica actúa como un límite que impone una presión constante, alterando el comportamiento del flujo inducido por la hélice respecto a condiciones más realistas. Este efecto es predominante en todos los dominios considerados en el presente trabajo. No obstante, en el dominio ampliado (LD) se identifica un mecanismo adicional de degradación aerodinámica, asociado al error numérico provocado por una baja densidad de malla. Cabe recordar que todas las mallas utilizadas tienen aproximadamente la misma cantidad de celdas, lo cual reduce la resolución espacial en dominios más grandes

Finalmente, con lo descrito en el párrafo es importante destacar que las simulaciones realizadas en este trabajo presentan limitaciones en cuanto a la precisión, producto de las limitantes en los recursos computacionales. Sin embargo, hay que recordar que el objetivo principal de este estudio es evaluar en que magnitud los resultados obtenidos a partir de simulaciones simplificadas son válidos, verificar si el comportamiento de los parámetros aeroacústicos coinciden, al menos de manera cualitativa, con los datos experimentales.

2. Métodos

Para poder realizar la simulación se utilizó recursos no especializados y de uso libre. Lo cual corresponde a uno de los principales objetivos de este trabajo.

2.1. Software

ANSYS® Student 2025 R1 es un software multifísico, lo cual quiere decir que se puede simular diferentes fenómenos físicos además del campo fluidodinámico. Su interfaz permite organizar en una sola plataforma diferentes casos de estudio de manera gráfica, dejando plasmada la dependencia entre las geometrías utilizadas. Dado su versatilidad en diferentes herramientas de preprocesado y posprocesado se optó para la utilización este este trabajo.

Por otro lado, la modelización de geometrías complejas no es el punto fuerte de ANSYS®, por lo que la realización de esta tarea se ejecutó en Onshape®, el cual es un software que tiene una versión libre y online para realizar trabajos de CAD.

2.2. Hardware

Aunque la versión estudiantil de ANSYS® no ocupa todos los recursos disponibles en la máquina, se presentan las especificaciones de la computadora de escritorio utilizada, para posibles referencias:

- Procesador: AMD Ryzen 7 3700X 8-Core 3.59 GHz.
- Memoria RAM: 32 GB.
- NVIDIA GeForce RTX 3060 – 12GB.

2.3. Flujo de trabajo

Para realizar una simulación de la aeroacústica de la propela, primero es necesario realizar el diseño CAD de esta y posteriormente programar las condiciones necesarias para la resolución numérica del nivel acústico de la hélice.

2.3.1. Modelo CAD

Como se mencionó en la sección 2.1, Onshape® es el programa utilizado en la modelización tridimensional de la hélice. Dada la geometría descrita en 1.2, existen dos partes críticas en la realización del CAD, la primera corresponde a los bordes de la pala (el de ataque y el de fuga) y el segundo es el perfil NACA 8412 que es la sección transversal que debe repetirse a lo largo del radio de la propela.

Como parte de sus ventajas, Onshape® posee una biblioteca pública de operaciones personalizadas que responden a necesidades específicas y las cuales han sido realizadas por otros usuarios que utilizan el programa. Entre estas operaciones se encuentra una denominada “Parametric Curve” la cual está descrita en [5]. Este complemento permite dibujar una línea tridimensional de forma paramétrica, lo que lo hace ideal para poder introducir las ecuaciones (1)-(4) de los bordes sinusoidales que fueron presentados en 1.2.2.

Por otro lado, para la realización del perfil aerodinámico se hizo uso de la operación personalizada “Profile Generator” la cual está documentada en [6]. Esta herramienta permite al usuario generar perfiles NACA de 4 dígitos, por lo cual se utiliza para dibujar el NACA 8412 descrito en 1.2.3.

El resto de las herramientas de diseño son las que contiene Onshape® por defecto, las cuales pueden ser encontradas en otros programas de CAD. De esta manera se realizaron las dos geometrías de propela que fueron descritas en 1.2.4 que luego son introducidas dentro de la simulación CFD, con la intención de identificar las posibles diferencias que hay entre cada caso respecto con los resultados experimentales que se tienen en [2].

2.3.2. Simulación aeroacústica

Con los modelos CAD respectivos se realiza el mallado correspondiente que trata de priorizar la discretización de la capa límite, ya que esto puede representar la diferencias entre una distribución de presiones precisa o no [7] lo cual influye sobre el cálculo de empuje y del nivel

de presión acústica. Inicialmente para el estudio del tamaño del dominio se ocupó un mallado con 550k de celdas como se describe 1.3.1. Luego para los resultados finales presentados en el capítulo 4 se ocuparon mallados de aproximadamente 1M de volúmenes. En ambos casos, se realiza la programación de las condiciones de bordes presentadas en 1.3, definiendo el modelo de turbulencia LES que como ya fue mencionado. Este modelo es capaz de simular los cambios temporales de la presión que se hacen tan necesario para calcular el campo acústico de nuestro estudio. Cabe aclarar que a todas las simulaciones se le impuso la condición de que el dominio de fluido tenga una velocidad angular de 5000 RPM, con el propósito de emular la rotación de la hélice. Posteriormente se realizó un primer cálculo con un paso de tiempo de 0.001 s abarcando intervalo temporal de 0.2 s. Este procedimiento tuvo como objetivo encontrar una solución estadísticamente estacionaria, donde el valor del intervalo de 0.2 s fue elegido después de múltiples pruebas en las cuales el empuje por pala lograba la estabilización en su solución.

Luego para obtener los resultados presentados en 4, se realizó una continuación de la simulación con un paso de 2.5×10^{-5} s por un intervalo entre 500 a 1000 pasos de tiempo para estabilizar la solución. Una vez obtenido la solución estacionaria del empuje por pala, se mantuvo el paso de tiempo por un rango temporal de 0.1 s, donde fue activado el cálculo del campo de la presión acústica mediante el modelo Ffowcs Williams-Hakings. El valor del paso de tiempo responde a cumplir el teorema de la frecuencia de muestro de Nyquist [8], el cual establece que es necesario como mínimo el doble de la frecuencia máxima de la señal a registrar. Dado nuestro contexto que se requiere obtener el espectro audible que va entre los 20 Hz a 20 kHz [9] la frecuencia de muestreo sería de 40kHz que corresponde a un paso de tiempo de 2.5×10^{-5} s. Por otra parte, el intervalo de simulación de 0.1 s responde a captar el espectro de baja frecuencia.

Una vez resuelto el campo de presión acústica se procede a realizar los cálculos mediante las expresiones descritas en 3.2.1 para obtener finalmente los datos presentados en 4.

3. Marco teórico

Entendiendo que para el problema físico que se requiere resolver en este trabajo, se tienen dos modelos principales, los cuales son descritos posteriormente.

3.1. Modelo Aerodinámico

Dado que la aeroacústica es un fenómeno transitorio, en la simulación CFD se opta ocupar el modelo de turbulencia de Large Eddy Simulation (LES), el cual es deducido al aplicarle un filtro espacial a las ecuaciones de Navier Stokes, mediante una convolución:

$$\hat{f}(x, t) = \frac{1}{V} \int_v f(\xi, t) d\xi, \quad \xi \in v \quad (5)$$

donde f representa una función con argumentos de coordenadas espaciales y temporales x, t , y V es el volumen de una celda computacional. De esta manera, la ecuación de conservación de momento en el modelo LES, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \hat{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \hat{u}_i \hat{u}_j) = -\frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} - \tau_{ij}) \quad (6)$$

Donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos debido a la viscosidad molecular y que está definido por:

$$\sigma_{ij} = \left[\mu \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \hat{u}_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (7)$$

Y τ_{ij} es el esfuerzo de subescala definido como

$$\tau_{ij} = \rho(\widehat{u_i u_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j) \quad (8)$$

El término en la ecuación (8) es desconocido, por lo que requiere modelarse. Ansys Fluent emplea la hipótesis de Boussineq [10] que modeliza este parámetro de la misma manera que los esfuerzos viscosos:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

donde μ_t es la viscosidad turbulenta de subescala, la cual ha sido modelizada mediante WALE (Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity):

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \quad (10)$$

donde L_s , \hat{S}_{ij} y S_{ij}^d , están definidos respectivamente como:

$$L_s = \min(\kappa d, C_w V^{1/3}) \quad (11)$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \right] - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \right) \quad (13)$$

donde κ es la constante de von Kármán, d es la distancia a la pared más cercana, C_w es una constante del modelo WALE con valor de 0.325, el cual ha sido encontrado que resuelve satisfactoriamente una gran variedad de flujos.

De esta manera se tiene el modelo LES completamente definido para poder resolver el dominio de fluido.

3.2. Modelo Aeroacústico

Una vez resuelto el campo de velocidad y de presión, para la acústica del problema se ocupa la ecuación de Ffowcs Williams-Hakings (FW-H), la cual tiene la siguiente expresión [11]:

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \acute{p}}{\partial t^2} - \nabla^2 \acute{p} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{T_{ij} H(f)\} - \frac{\partial \{F_i \delta(f)\}}{\partial x_i} + \frac{\partial \{Q_n \delta(f)\}}{\partial t} \quad (14)$$

En este contexto, \acute{p} representa la fluctuación de la presión respecto a la del flujo libre ($\acute{p} = p - p_0$), a_0 es la velocidad del sonido de flujo libre. La superficie ($f = 0$) corresponde a la fuente emisora, y puede ser coincidente con un cuerpo o superficie impermeable o permeable. La región exterior se denota como $f > 0$ y es combinado con $H(f)$ y $\delta(f)$ que

son la función de escalón Heaviside y la función delta de Dirac, respectivamente, las cuales son ocupadas para identificar la superficie acústica en estudio. Por otro lado, T_{ij} , F_i y Q_n corresponden al tensor de tensión de Lighthill, el vector de flujo de momento y el vector de flujo másico, respectivamente. La definición de estos tensores son las siguientes:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + P_{ij} - a_0^2 (\rho - \rho_0) \delta_{ij} \quad (15)$$

$$F_i = P_{ij} n_j + \rho u_i (u_n - v_n) \quad (16)$$

$$Q_n = \rho_0 v_n + \rho (u_n - v_n) \quad (17)$$

Donde ρ_0 es la densidad de flujo libre, u_i es la componente de la velocidad del fluido en la dirección x_i , u_n es la componente normal de la velocidad del fluido en la superficie ($f = 0$) y v_n es la componente normal de la velocidad de la superficie en la superficie. Finalmente tenemos P_{ij} el cuál es el tensor de tensiones compresivas, que está dado por la siguiente expresión:

$$P_{ij} = p \delta_{ij} - \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (18)$$

La solución final de la ecuación (14) se resuelve mediante la función de Green de espacio libre ($\delta(g)/4\pi r$). La solución completa consiste en integrales de superficie y de volumen, las cuales son asociadas a las fuentes de sonido. En flujo subsónico las integrales de volumen suelen ser muy pequeñas por lo que pueden desestimarse, quedando así las siguientes soluciones:

$$\dot{p}(\vec{x}, t) = \dot{p}_T(\vec{x}, t) + \dot{p}_L(\vec{x}, t) \quad (19)$$

$$\dot{p}_T(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{Q}_n + Q_{\dot{n}}}{r(1 - M_r)} + \frac{Q_n \{r\dot{M}_r + a_0(M_r - M^2)\}}{r^2(1 - M_r)^3} \right] dS \quad (20)$$

$$\dot{p}_L(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi a_0} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{F}_r}{r(1 - M_r)^2} + \frac{a_0(F_r - F_M)}{r^2(1 - M_r)^2} + \frac{F_r \{r\dot{M}_r + a_0(M_r - M^2)\}}{r^2(1 - M_r)^3} \right] dS \quad (21)$$

Cuando la superficie de integración coincide con una pared impermeable, las dos ecuaciones (20) y (21) corresponden a los componentes acústicos de espesor y de carga, respectivamente. Por otro lado, cabe aclarar que los argumentos de las integrales son calculados en el tiempo τ considerando el retardo por la propagación del sonido respecto al tiempo t observado y la distancia r al observador ($\tau = t - \frac{r}{a_0}$).

Los subíndices que aparecen en los términos de las ecuaciones (20) y (21) hacen referencias a las componentes de esos vectores en esa dirección, por ejemplo $F_r = \vec{F} \cdot \vec{r} = F_i r_i$, donde \vec{r} denota el vector unitario en la dirección de propagación del sonido.

3.2.1. Cuantificación del sonido

El campo acústico cerca de cualquier punto en un fluido es caracterizado por la presión acústica $\dot{p}(t)$ que fue presentada en la ecuación (14). Esta variable presenta oscilaciones caóticas características del fenómeno de la turbulencia, lo cual puede hacer que los resultados medidos o simulados sean complicados de reproducir con cierto nivel de detalle. De esa manera se hace necesario ocupar un promedio que cuantifique la “magnitud” del sonido independientemente de las oscilaciones encontradas.

Dada la naturaleza de la presión acústica $\dot{p}(t)$, esta puede ser construida mediante una serie de Fourier [9]:

$$\dot{p}(t) = \sum_{n=1}^N \dot{p}_n(t) \quad (22)$$

Donde n representa la componente n –ésima:

$$\dot{p}_n(t) = A_n \sin(2\pi f_n t - \phi_n) \quad (23)$$

Donde A_n es la amplitud, f_n es la frecuencia n –ésima y ϕ_n es la fase. Se asume que no hay dos f_n iguales y que están ordenadas en orden ascendente.

Por otro lado, dado que $\dot{p}(t)$ suele tener un promedio temporal nulo, suele ocuparse en su lugar el promedio temporal cuadrático, es decir:

$$(\dot{p}^2)_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{t_c - T/2}^{t_c + T/2} \dot{p}^2(t) dt \right) \quad (24)$$

Donde t_c es un tiempo central escogido arbitrariamente del intervalo de tiempo promediado, ya que $(\dot{p}^2)_{av}$ tiende a un valor asintótico independiente de t_c a medida que T es suficientemente grande. Ahora bien, ocupando (22) en (24) puede demostrarse que:

$$(\dot{p}^2)_{av} = \sum_{n=1}^N (\dot{p}_n^2)_{av} = \sum_b (\dot{p}_b^2)_{av} \quad (25)$$

Es decir, que el promedio temporal cuadrático es la suma de los promedios temporales cuadráticos de cada componente de la serie de Fourier (22). En el mismo contexto, la última igualdad introduce otra forma alternativa de armar la sumatoria, que consiste en separar en sumas parciales de los términos que estén contenidas en bandas de frecuencias específicas b . Esto con el objetivo de discretizar el espectro en bandas de octavas que están asociadas a la percepción del sonido. En [12] se encuentran los valores de los intervalos de frecuencias definidas para las bandas de octava, las cuales están resumidas en Tabla 1.

Posteriormente se define el nivel de presión acústico (SPL ¹) dentro de una banda que está relacionada a la forma logarítmica de percepción del sonido en unidades de dB:

$$SPL = 10 \log \left(\frac{(\dot{p}_b^2)_{av}}{p_{ref}^2} \right) \quad (26)$$

donde $p_{ref} = 20 \mu Pa$.

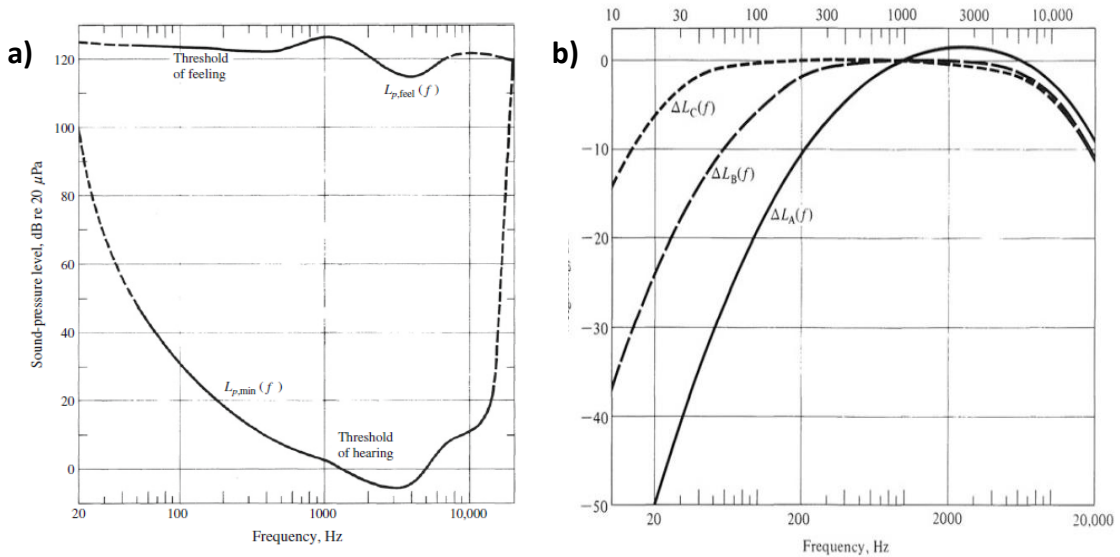
Considerando la perspectiva humana, el sonido es audible entre los 20Hz a 20KHz (Figura 9a), por lo que se hace necesario de un filtro matemático que priorice estas frecuencias. En este

¹ Del inglés, Sound Pressure Level

² Valor definido para gases. En líquidos $p_{ref} = 1 \mu Pa$

contexto, existen tres tipos filtros conocidos implementados en diversos aparatos comerciales de medición del sonido [9]. El más ocupado es el denominado A-ponderado, el cual trata asemejarse al negativo del umbral audible (Figura 9b).

Figura 9. a) Umbral de la percepción humana del sonido. **b)** Filtros implementados en decibelímetros



Fuente: Tomado de [9].

Así la expresión del SPL con el filtro de A-ponderado queda de la siguiente manera:

$$SPL_A = SPL + \Delta L_A \quad (27)$$

donde ΔL_A esta parametrizado según [13] en la Tabla 1.

Finalmente, se define el nivel de presión sonora total ($OSPL^3$) que cuantifica el efecto global de las contribuciones de los SPL en cada banda de frecuencia, que aplicado específicamente sobre SPL_A , obtenemos el nivel acústico aproximado en dB que percibe el oído humano:

$$OSPL_A = 10 \log \left(\sum_b 10^{\frac{SPL_A}{10}} \right) \quad (28)$$

³ Del inglés, Overall Sound Pressure Level

Cabe aclarar que el artículo [2] desestima los datos de frecuencias menores a 100 Hz en la ecuación (28), con el objetivo de evitar el sesgo generado por el componente electrónico que realiza las mediciones. El arreglo anterior no debería modificar en más de 0.1 dB.

Tabla 1. *Bandas de de octava, junto con la corrección de A-ponderado.*

Freq. Inferior (Hz)	Freq. Central (Hz)	Freq. Superior (Hz)	ΔL_A
11	16	22	-56.7
22	31.5	45	-39.4
45	63	90	-26.2
90	125	180	-16.1
180	250	355	-8.6
355	500	710	-3.2
710	1000	1400	0
1400	2000	2800	1.2
2800	4000	5600	1
5600	8000	11200	-1.1
11200	16000	22400	-6.6

Fuente: Tomado de [12] y [13].

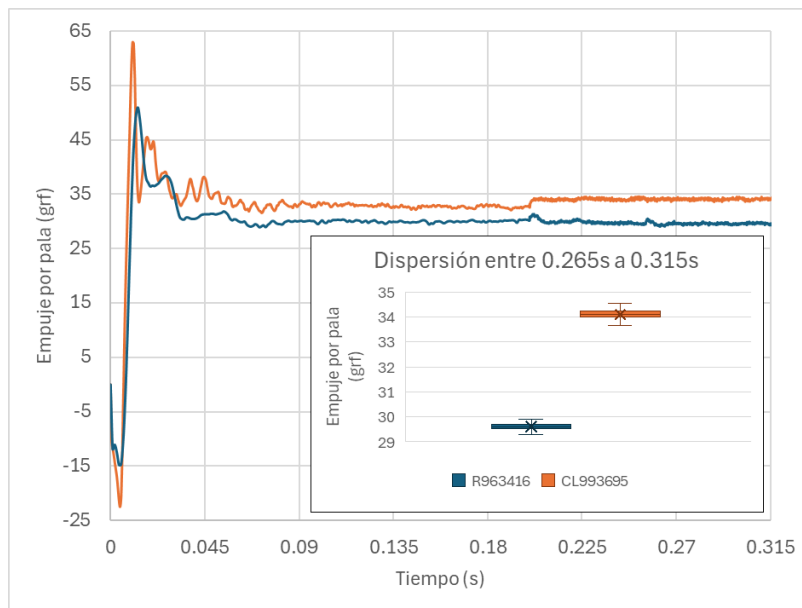
4. Resultados

En este apartado se tienen los principales parámetros estudiados para la comparación con los datos experimentales.

4.1. Datos aerodinámicos

La Figura 10 muestra el valor de empuje por pala que caracteriza el desempeño aerodinámico de las geometrías estudiadas. Al igual que en la Figura 8 los números en la leyenda indican el número de celdas del mallado de cada simulación. Los valores promedio finales del empuje por pala son 29.6 grf y 34.1 grf para la hélice rugosa y cuasi-lisa, respectivamente.

Figura 10. Empuje por pala en los dos casos de hélice a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

4.1. Datos aeroacústicos

En el caso de la aeroacústica, se presentan los resultados en dos posiciones respecto a la terna de referencia representado en Figura 6. Así se define el punto A y el punto B, cuyas coordenadas en metro son (0, 0, 0.1) y (0.1, 0, 0), respectivamente. La Tabla 2 detalla la distribución en las bandas de octava, del espectro del nivel de presión sonora en ambos

puntos descritos junto con la aplicación del filtro A-ponderado. La última fila resume en un solo valor la magnitud de ruido que genera la hélice.

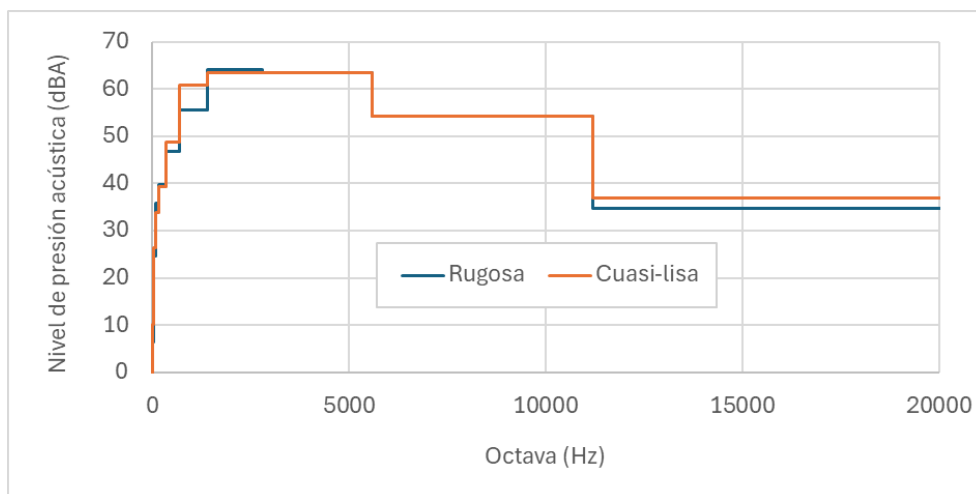
Tabla 2. Espectro de nivel de presión acústica A-ponderado en dB a 5000 RPM.

Octava (Hz)	Punto A		Punto B	
	Rugosa	Cuasi-lisa	Rugosa	Cuasi-lisa
16	-13.94	-18.84	1.69	-2.55
31.5	6.51	10.16	21.88	19.23
63	24.74	26.40	41.18	38.99
125	35.91	33.84	76.91	77.51
250	39.77	39.28	82.19	82.23
500	46.81	48.72	82.12	83.17
1000	55.55	60.77	75.29	75.76
2000	64.06	63.36	62.70	64.91
4000	63.46	63.38	60.11	61.78
8000	54.21	54.26	54.51	56.66
16000	34.74	36.97	45.72	48.71
OSPL_A (dB)	67.37	67.70	86.18	86.76

Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

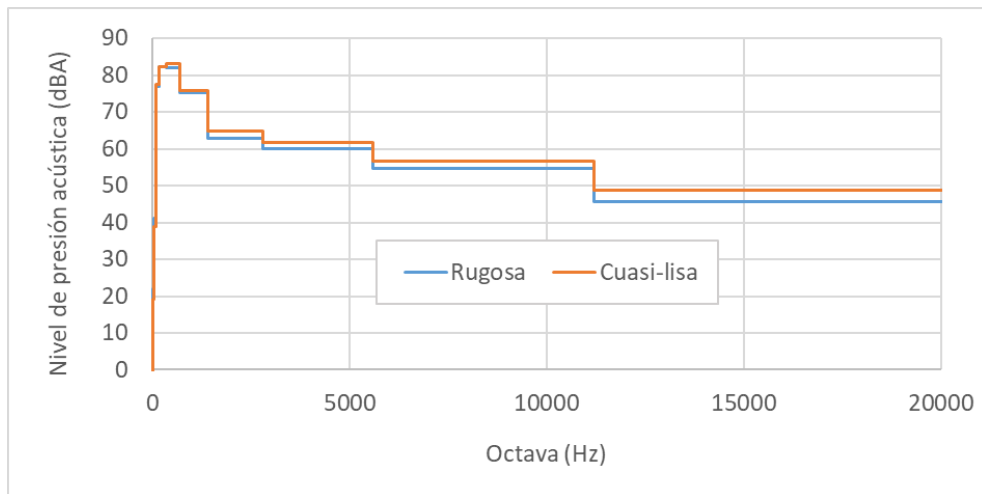
Complementando lo anterior se presentan de manera gráfica los resultados de la Tabla 2, en las Figura 11 y Figura 12. Se han separado los datos según los puntos A y B para poder apreciar los cambios según la geometría de hélice simulada.

Figura 11. Nivel de presión acústica con A-ponderado en el punto A a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

Figura 12. Nivel de presión acústica con A-ponderado en el punto B a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

4.1. Datos experimentales

Finalmente, antes de realizar el análisis de los resultados, se presentan los resultados experimentales obtenidos de [2]:

Tabla 3. Datos experimentales a 5000 RPM. $OSPL_A$ medido en el punto A.

Tipo de hélice	Empuje por pala (grf)	$OSPL_A$ (dB)
Rugosa	31.54	92.88
Cuasi-lisa	35.87	91.60

Fuente: Datos obtenidos de [2].

5. Discusión

Observando los resultados presentados en la sección anterior, podemos analizar por separado la aerodinámica y la aeroacústica obtenidas.

5.1. Análisis aerodinámico

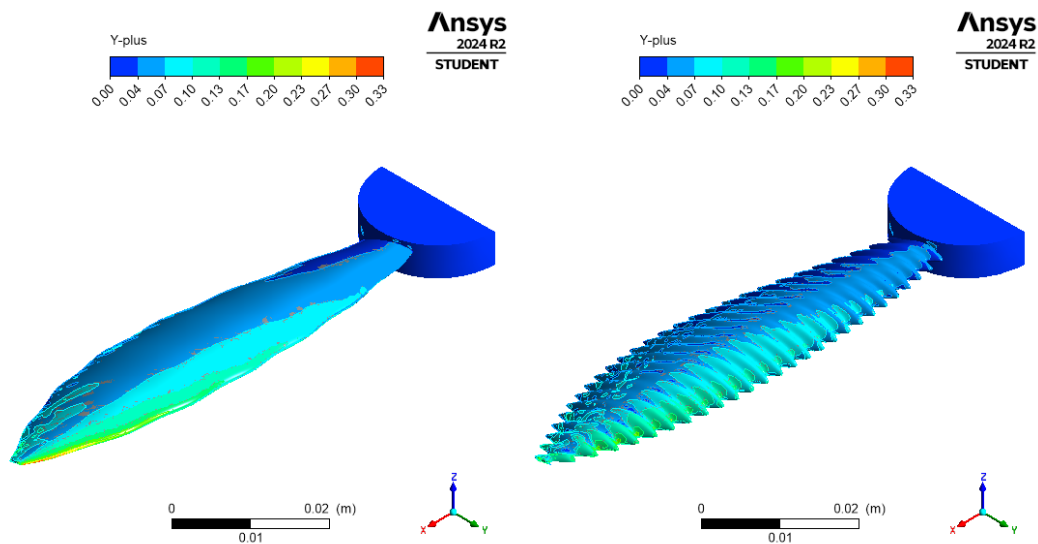
El parámetro comparativo del empuje pala es el que describe la primera área estudiada. Sintetizando la Figura 10 y la Tabla 3, podemos calcular el error de los valores de la simulación.

Tabla 4. Empuje por pala en grf a 5000 RPM tanto experimental como en simulación.

Tipo de hélice	Experimental	Simulación	Error (%)
Rugosa	31.54	29.6	6.15 %
Cuasi-lisa	35.87	34.1	4.93%

Fuente: Datos obtenidos de [2] y ANSYS® Student.

Figura 13. Valor de Y-plus de ambas hélices a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

La simulación subestima el empuje que puede producir las hélices, no obstante, el error es relativamente bajo y dependiendo del uso dado estos valores pueden resultar admisibles [14]. Por otro lado, si se compara el valor obtenido en el caso de la cuasi-lisa en la Tabla 4 con la que se tiene en la Figura 8, se puede inferir que la simulación no ha alcanzado la independencia de malla y que el valor de empuje incrementa a medida se aumenta el número de elementos del mallado y existe una clara tendencia al valor experimental. Sin embargo, se puede asegurar que los resultados son independientes de la discretización de la capa límite, ya que los valores de la variable y^+ caen debajo de la unidad (Ver Figura 13), lo que permite que los gradientes de velocidad sean calculados con precisión [15]. Cabe recordar que una de las limitaciones que se tiene en este estudio es que la cantidad de celdas del mallado está limitado a un número aproximado de 1M, con lo cual este valor final en el empuje es el más preciso que se podría alcanzar en estas condiciones.

5.1.1. Estructuras de vórtices

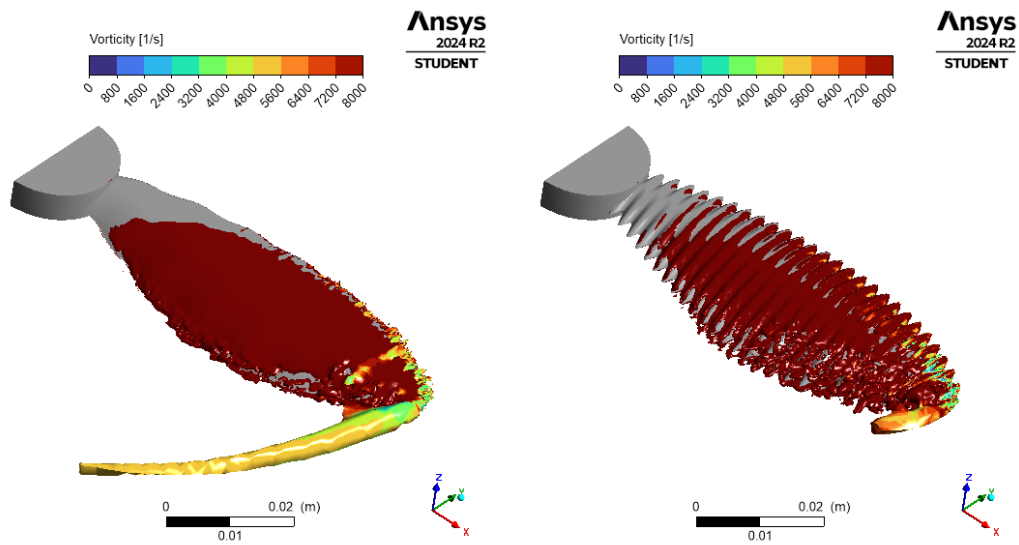
La utilización del modelo LES en la simulación permite acceder a campos instantáneos de las variables fluidodinámicas, a diferencia de los modelos URANS, en los que las soluciones están promediadas en el tiempo. Esto facilita el estudio detallado de los mecanismos que contribuyen a la mejora de la eficiencia aerodinámica.

Al igual que en las alas fijas, en las hélices se generan vórtices en las puntas, los cuales inducen una componente de velocidad que disminuye el ángulo de ataque local haciendo que el empuje total disminuya y que aumente el torque [7]. Utilizando la definición de helicidad H dada en la ecuación (29) es posible obtener una visualización de las estructuras vorticosas.

$$H = (\nabla \times \vec{V}) \cdot \vec{V} \quad (29)$$

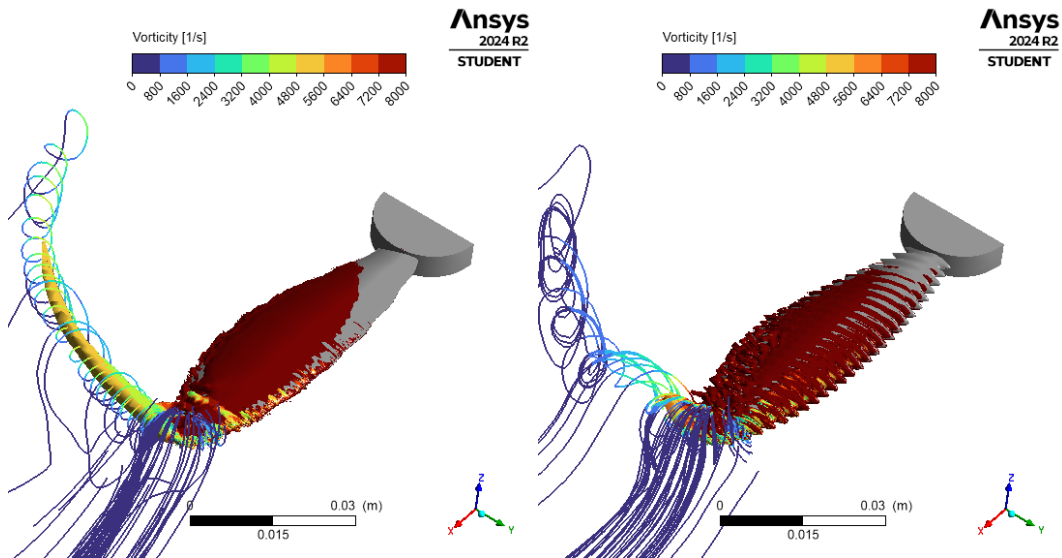
La ecuación anterior puede entender como la proyección de la vorticidad sobre el vector de velocidad [10]. En otras palabras, las isosuperficies de este parámetro describen de forma aproximada de los “tubos” de los vórtices que se desplazan en el fluido.

Figura 14. Magnitud de vorticidad sobre la isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

Figura 15. Líneas de corriente en la punta de la pala e isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

En la Figura 14. Magnitud de vorticidad sobre la isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$. se ha tomado una isosuperficie $H = 140000 \text{ m/s}^2$, donde las zonas de grandes valores de vorticidad establecen áreas donde los vórtices se desplazan en otra dirección a su sentido de giro, lo cuales son de escala similar a los elementos de malla. En cambio, las regiones de vorticidad

intermedia sugieren vórtices de mayor tamaño que se mueven en una estructura “tubular” en dirección de la velocidad promedio del flujo. Estos se concentran en la punta de pala y son más predominante en el caso de la hélice CL, lo cual sugiere que el patrón sinusoidal ayuda a disipar los vórtices de mayor tamaño generados en la punta de pala que son la principal fuente de una baja eficiencia aerodinámica [2].

Adicionalmente se tiene la Figura 15 en donde se puede apreciar la misma información presentada en la figura previa junto con las líneas de corriente que salen de la zona de las puntas de pala. La hipótesis planteada en el párrafo anterior se refuerza, los vórtices en la hélice rugosa son disipados a medida están más atrás de la estela. Por otro lado, en la propela CL los vórtices mantienen su forma mucho más lejos.

5.2. Análisis aeroacústico

A diferencia del empuje, el comportamiento acústico presenta una gran diferencia entre los datos experimentales y simulados, lo cuales se han representados en la Tabla 5. El parámetro $OSPL_A$ descrito en la ecuación (28) fue seleccionado debido a la disponibilidad de los datos en las geometrías de las hélices que fueron analizadas.

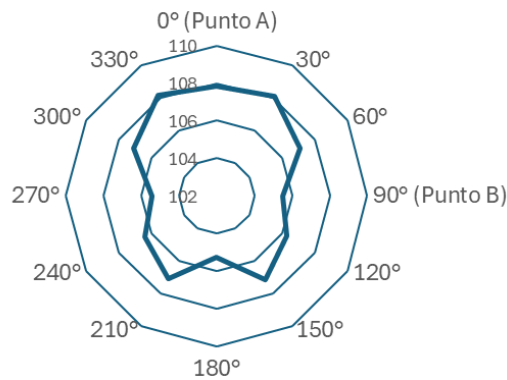
Tabla 5. $OSPL_A$ en dB a 5000 RPM tanto experimental como en simulación.

Tipo de hélice	Punto A		Error (%)	Punto B		Error (%)
	Experimental	Simulación		Experimental	Simulación	
Rugosa	92.88	67.37	27.46 %	No disponible	86.18	N/A
Cuasi-lisa	91.60	67.70	26.09%	No disponible	86.76	N/A

Fuente: Datos obtenidos de [2] y ANSYS® Student.

Aunque para el punto B no hay datos experimentales se propone como punto de comparación debido que en el artículo [2] se hace referencia a mediciones en esta ubicación, pero con otras condiciones de velocidad rotacional (Ver Figura 16).

Figura 16. Mediciones experimentales de OSPLA en coordenadas polares en el plano XZ de la hélice rugosa en una condición de empuje total fijo de 50grf.



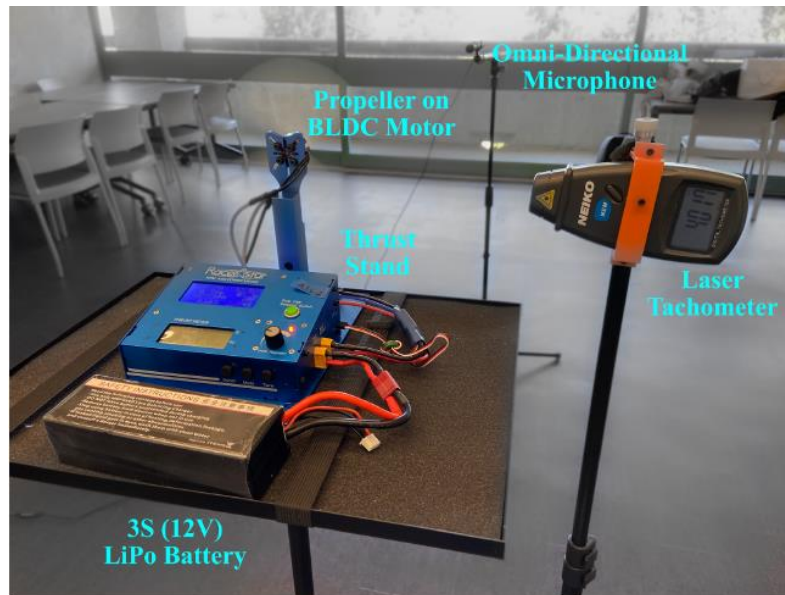
Fuente: Datos obtenidos de [2]

En estas mediciones se encuentra una diferencia menor a 3dB entre los puntos A y B, sin embargo, en la simulación esta diferencia es del orden de 20 dB (Tabla 5). De esta forma si tomáramos la misma tendencia experimental, la simulación debería de resultar en aproximadamente 89.18 dB en el punto A, dando así un error de 4% en lugar de 27.46%. Estos resultados sugieren un problema en la modelización de fenómeno acústico.

Analizando la forma de aplicación del modelo de Ffowcs Williams-Hakings que fue descrito en la sección 3.2, cabe destacar que la superficie que se tomó como fuente, fue la pared de la propela. Esto hace que en la presión acústica solo se haya tomado en cuenta la interacción entre el sólido-fluido, sin embargo, cuando analizamos el montaje experimental (Figura 17) existen otras fuentes de ruido asociadas a las duplas de fluido-fluido y sólido-sólido. Lo anterior también puede inferirse al analizar la Figura 18 que comparado con la Figura 16 se tiene un patrón de distribución del sonido que presenta una forma convexa pronunciada en el eje de rotación que no se encuentra en el perfil experimental.

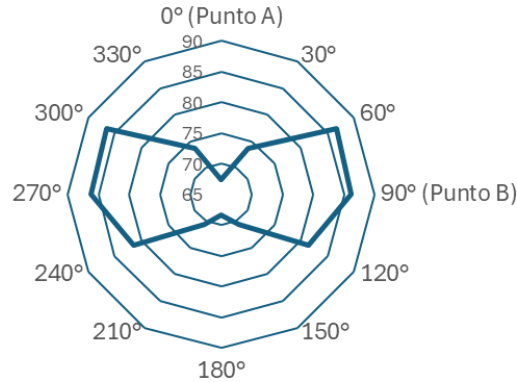
En este contexto cuando se habla de la interacción sólido-sólido se hace referencia a la fricción que hay entre las partes móviles del motor, no obstante, se ha determinado que este no afecta en gran medida la medición acústica [2], con lo cual esta interacción puede desestimarse.

Figura 17. Montaje experimental para las mediciones.



Fuente: Imagen de información suplementaria de [2]

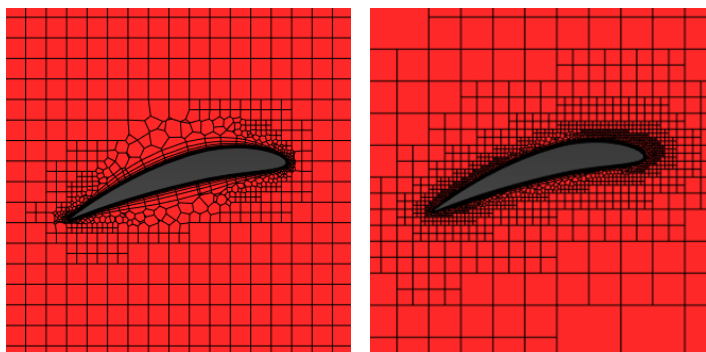
Figura 18. Valores de OSPLA en coordenadas polares en el plano XZ de la hélice rugosa obtenidas en la simulación a 5000 RPM.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

Por otro lado, la interacción fluido-fluido si puede causar discrepancias mayores en los resultados ya que estos están asociados a las estructuras vorticosas que pueden darse en los diferentes valores de frecuencias del espectro del campo de presión acústica. Las altas frecuencias pueden ser disipadas numéricamente por el modelo LES debido al tamaño de los elementos de malla (Ver Figura 19) que pueden llegar a ser más grandes que las estructuras de vórtices que se generan en el caso experimental.

Figura 19. Detalle de malla en plano $x = 0.05m$. Izquierda: hélice CL. Derecha: hélice R.



Fuente: Datos obtenidos en ANSYS® Student.

De esta manera, estos resultados sugieren que los datos acústicos podrían ser mejorados al colocar una fuente en una superficie permeable que encierre a la hélice, haciendo que en esta nueva disposición también pueda captarse el ruido por turbulencia. Teniendo en cuenta esto, se realizó una simulación con este nuevo planteamiento, sin embargo, la información recopilada genera archivos de gran tamaño que se vuelven impracticables de procesar con el hardware ocupado.

5.3. Conclusiones

Resumiendo lo discutido anteriormente, puede observarse una buena precisión en la predicción del empuje, lo cual puede resultar valioso en otras situaciones de diseño con las mismas condiciones dimensionales y restrictivas.

También cabe destacar el potencial de estas simulaciones que ponen en evidencia el hecho de que con más recursos computacionales es posible realizar simulaciones con dominios simplificados, cumpliendo la precisión requerida en las áreas de la aerodinámica y de la aeroacústica de hélices pequeñas utilizada en drones, con el objetivo de realizar diseños efectivos en la eficiencia aerodinámica junto con la característica del sigilo buscado.

Referencias bibliográficas

- [1] O. Dantsker y M. Vahora, «Comparison of Aerodynamic Characterization Methods for Design of Unmanned Aerial Vehicles,» *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2018.
- [2] Z. Wei, S. Wang, S. Farris y e. al., «Towards silent and efficient flight by combining bioinspired owl feather serrations with cicada wing geometry.,» *Nature Communications*, vol. 15, p. 4337, 2024.
- [3] H. Wagner, M. Weger, M. Klaas y W. Schröder, «Features of owl wings that promote silent flight,» *Interface Focus*, vol. 7, 2017.
- [4] C. Hintz, P. Khanbolouki, P. M. Andres, M. Tehrani y S. Poroseva, «Experimental study of the effects of bio-inspired blades and 3D printing on the performance of a small propeller,» *Applied Aerodynamics Conference*, 2018.
- [5] A. Mahir y B. Ilya, «Onshape Inc.,» [En línea]. Available: <https://cad.onshape.com/documents/578ff8b3e4b0e65410fcfda3/v/69f7db3196182c708f8e4835/e/cc0c3d5644a78b1b64d6c3b4>. [Último acceso: 29 04 2025].
- [6] D. Lynch, «Aerofoil Script,» [En línea]. Available: <https://cad.onshape.com/documents/4bf18c75321ea2c8c2ea770d/v/bd6d5eed825fa5757b52e03e/e/b319e7a87bba701e3e02a0fa>. [Último acceso: 29 04 2025].
- [7] J. Anderson, *Fundamentals of aerodynamics*, Sexta ed., New York: Mc Graw Hill, 2017.
- [8] A. V. Oppenheim y R. W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*, New Jersey: Pearson Education, 2010.
- [9] A. D. Pierce, *Acoustic. An introduction to its physical principles and applications*, 3ra ed., USA: Springer, 2019.

- [10] A. Fluent, «ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide,» 23 01 2009. [En línea]. Available: https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/main_pre.htm. [Último acceso: 02 04 2025].
- [11] C. & W. M. Morfey, «Extensions of Lighthill's acoustic analogy with application to computational aeroacoustics,» *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 463, nº 2085, pp. 2101-2127, 2007.
- [12] American National Standards Institute, «ANSI S1.8-1969: American National Standard Preferred Frequencies and Band Numbers for Acoustical Measurements,» ANSI, New York, 1974.
- [13] American National Standards Institute, «ANSI S1.4-1983: Specification for Sound Level Meters,» ANSI, New York, 1983.
- [14] K. Hairuniza Ahmed y R. Parvathy, «3D CFD Simulation and Experimental Validation of Small APC Slow Flyer Propeller Blade,» *Aerospace*, vol. 4, nº 1, p. 10, 2017.
- [15] S. Rodriguez, *Applied Computational Fluid Dynamics and Turbulence Modeling*, Cham: Srpinger, 2019.
- [16] C. a. W. H. Greenshields, *Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles*, Reading, UK: CFD Direct Ltd, 2022.
- [17] W. K. Blake, *Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration*, 2da ed., vol. 1, Londres: Academic Press, 2017, p. 491.