



UNIVERSITAT  
ROVIRA i VIRGILI

Universitat Rovira i Virgili

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Química

**unir** LA UNIVERSIDAD  
EN INTERNET

Universidad Internacional de La Rioja

Escuela Superior de Ingeniería y tecnología

Máster en Mecánica de Fluidos Computacional  
**Estudio comparativo del flujo turbulento  
en un canal a  $Re_{\tau}=180$**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Sara Moreno Civantos
Tipo de trabajo:	Simulación numérica y análisis de datos numéricos.
Director/a:	Jordi Pallarès Curto
Codirector/a:	Lluís Jofre Cruanyes
Fecha:	21/07/2021



## Resumen

El presente Trabajo Final de Máster trata sobre un caso canónico en Mecánica de Fluidos Computacional (CFD): la simulación de flujo turbulento en un canal a un Reynolds de fricción de 180. La base principal del proyecto recae en un estudio comparativo del caso, realizando simulaciones con tres modelos de simulación diferentes: RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations*), LES (*Large-Eddy Simulation*), y DNS (*Direct Numerical Simulation*). El primer y segundo modelo de simulación se llevan a cabo a través del software Ansys Fluent, mientras que la Simulación Numérica Directa se realiza en el supercomputador Cedar de Compute Canada (CC) usando el solver científico RHEA. Los resultados son post-procesados mediante los softwares Matlab y Paraview.

En primer lugar, se parte de una recopilación bibliográfica sobre el caso de estudio.

En segundo lugar, se hace una descripción detallada del problema, en relación a las ecuaciones gobernantes de conservación de masa y momento, parámetros de flujo y condiciones iniciales y de contorno.

En tercer lugar, comienza el desarrollo de la parte práctica del proyecto, que se divide en tres bloques, uno específico para cada tipo de simulación. En cada bloque se especifica el tamaño de malla, la configuración de la simulación, su cálculo y la obtención de los resultados. Se hace una interpretación de los resultados de variables promedio y de la velocidad de las fluctuaciones, así como se evalúa su resolución.

Como aportación adicional, se incluye un capítulo dedicado a efectos de rotación sobre el caso previo de estudio. En éste se describen conceptos generales con el objetivo de tener una idea del comportamiento de las estructuras cerca de las paredes del canal.

Como conclusiones, se hace un balance entre coste y precisión de resultados de cada método de simulación. Por otro lado, se comparan los resultados obtenidos entre el caso plano y el caso en rotación.

**Palabras clave:** CFD, Fluidodinámica, Turbulencia, Canal, Simulación.

## Abstract

This Master's Thesis is about a canonical Computational Fluid Dynamics case: the numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_\tau=180$ . The main aim of the project is to perform a comparative study of three different ways of computing turbulence: RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations*), LES (*Large-Eddy Simulation*), and DNS (*Direct Numerical Simulation*). The first and the second one are carried out by Ansys Fluent software, while DNS is calculated by the Compute Canada's supercomputer Cedar, with the RHEA solver. The post-processing part is made with Matlab and Paraview.

Firstly, a state-of-art of wall-bounded turbulent flows is made.

Secondly, there is a detailed description of the problem, related to the governing Navier-Stokes equations, theoretical fluid-dynamics concepts, flow parameters, boundary and initial conditions.

Thirdly, there is the practical part of the project, which is divided in three categories, regarding each simulation model; each one is followed by the results interpretation of the mean flow and the turbulent velocity fluctuations, and its resolution.

As an extra contribution, it is included a chapter dedicated to rotation effects of the previous turbulent channel flow case. Its purpose is to describe the general concepts and to give an idea of the turbulent structures behavior near the channel walls.

The conclusions of the project provide an overview of each simulation method advantages and disadvantages, in order to evaluate the differences between them and the precision that can be expected from each one.

**Keywords:** CFD, Fluid Dynamics, Turbulence, Channel, Simulation.

## Agradecimientos

Agradezco el soporte y la formación adquirida por parte del director y codirector del presente Trabajo Final de Máster, Jordi Pallarès Curto y Lluís Jofre Cruanyes.

Gracias a las explicaciones y consejos de Jordi Pallarès he podido resolver algunas de mis dudas durante el trabajo, y su formación durante el Máster me ha dado la posibilidad de adquirir una buena base teórica en Mecánica de Fluidos Computacional.

Por otro lado, gracias a la ayuda y gran interés mostrado por parte de Lluís Jofre he podido realizar las simulaciones con éxito, acompañándome en cada paso. Además, quiero agradecer al codirector la oportunidad de utilizar el superordenador Cedar de Compute Canada (CC) para llevar a cabo parte del proyecto. Sin duda ha sido una pieza clave de motivación.

## Glosario de símbolos

Re	-	Número de Reynolds
$Re_\tau$	-	Número de Reynolds de fricción
$Re_l$	-	Número de Reynolds basado en la escala integral
h	m	Altura del canal
$\delta$	m	Mitad de altura del canal
b	m	Profundidad del canal
x, y, z	m	Coordenadas cartesianas en las tres direcciones
$x^+, y^+, z^+$	-	Coordenadas cartesianas en unidades de pared
$(L_x, L_y, L_z)$	m	Tamaño del dominio en x, y, z
l	m	Escala integral
t	s	Tiempo
$\Delta t$	s	Tamaño de paso de tiempo
T	s	Intervalo de tiempo
$(u, v, w)$	m/s	Campo de velocidad instantáneo en x, y, z
$(u', v', w')$	m/s	Campo de velocidad de las fluctuaciones en x, y, z
$(\langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle w \rangle)$	m/s	Campo de velocidad promediado temporalmente
$(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$	m/s	Campo de velocidad promediado espacialmente
$(u^+, v^+, w^+)$	-	Campo velocidad promedio en unidades de pared
$(u_{rms}, v_{rms}, w_{rms})$	m/s	Intensidades de velocidades de las fluctuaciones
$U_0$	m/s	Velocidad en la línea central del canal
$\nu$	$m^2/s$	Viscosidad cinemática
$\nu_t$	$m^2/s$	Viscosidad cinemática turbulenta
$\mu$	Pa·s	Viscosidad dinámica
$\rho$	$kg/m^3$	Densidad

$p$	Pa	Presión
$p_w$	Pa	Presión en la pared
$\tau$	Pa	Tensor de cizalla
$\tau_w$	Pa	Tensor de cizalla en la pared
$\langle u'_i u'_j \rangle$	Pa	Tensor de Reynolds
$(\langle u'u' \rangle, \langle v'v' \rangle, \langle w'w' \rangle)$	Pa	Componentes normales del tensor de Reynolds
$u_\tau$	m/s	Velocidad de fricción
$\delta_\nu$	m	Escala de longitud viscosa
$\phi$	-	Función universal adimensional
$\phi(x_i, t)$	-	Variable dependiente del tiempo y espacio
$\kappa$	-	Constante de Von Kármán
$k$	$m^2/s^2$	Energía cinética turbulenta
$\varepsilon$	$m^2/s^3$	Tasa de disipación turbulenta
$(N_x, N_y, N_z)$	-	Número de nodos en x, y, z
$\delta_{ij}$	-	Delta de Kronecker
$G$	-	Función de filtrado
$\tau_{ij}^s$	Pa	Tensor de subescala
$\eta$	m	Escala de Kolmogorov
$Q$	-	Q-Criterion
$(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$	$s^{-1}$	Componentes vector vorticidad en x, y, z
$(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$	rad/s	Componentes vector rotación en x, y, z
$\ \vec{S}\ $	$s^{-1}$	Módulo del tensor de esfuerzos
$Ro$	-	Número de rotación
$Ro_\tau$	-	Número de rotación de fricción
$l_m$	m	Longitud de mezcla

## Índice de contenidos

1. Introducción .....	16
1.1. Motivación .....	16
1.2. Planteamiento del trabajo .....	17
1.3. Estructura del trabajo .....	18
2. Contexto y Estado del Arte.....	19
2.1. Modelización y simulación.....	19
2.2. Flujo turbulento en un canal.....	21
2.2.1. Descripción del caso .....	21
2.2.2. Balance de fuerzas.....	22
2.2.3. El tensor de cizalla cerca de la pared .....	23
2.2.4. El perfil de velocidad promedio.....	24
2.3. Simulación de flujo turbulento en un canal.....	26
2.3.1. Resultados y bases de datos.....	28
3. Objetivos concretos y metodología de trabajo.....	28
3.1. Objetivo general.....	28
3.2. Objetivos específicos .....	28
3.3. Metodología de trabajo .....	29
4. RANS.....	30
4.1. Descripción RANS.....	30
4.2. Ecuaciones gobernantes del caso .....	31
4.3. Dominio.....	32
4.3.1. Correlaciones de dos puntos .....	32
4.4. Propiedades del fluido y datos del flujo .....	33
4.5. Condiciones de contorno .....	33

4.6.	Preproceso: mallado .....	35
4.7.	Modelos de turbulencia y solver .....	36
4.8.	Post-proceso y validación de resultados .....	37
4.8.1.	Contornos de velocidad.....	37
4.8.2.	Gráficos.....	38
5.	LES .....	41
5.1.	Descripción LES .....	41
5.2.	Preproceso: mallado .....	43
5.2.1.	Caso 1: WALE .....	44
5.2.2.	Caso 2: WMLES .....	44
5.3.	Modelo de turbulencia y solver .....	44
5.4.	Post-proceso y validación de los resultados.....	45
5.4.1.	Contornos de velocidad.....	45
5.4.2.	Gráficos.....	46
6.	DNS.....	48
6.1.	Descripción DNS.....	48
6.2.	Preproceso: mallado .....	50
6.3.	Simulación DNS .....	50
6.4.	Post-proceso y validación de los resultados.....	51
6.4.1.	Contornos de velocidad.....	51
6.4.2.	Gráficos.....	52
6.4.3.	Estructuras.....	53
7.	Discusión de resultados.....	57
8.	Flujo en un canal en rotación .....	58
8.1.	Introducción.....	58

8.2.	Descripción del caso .....	60
8.2.1.	Dominio y malla .....	60
8.2.2.	Ecuaciones gobernantes.....	60
8.2.3.	Solver .....	62
8.3.	Resultados.....	62
8.3.1.	Gráficos.....	62
8.3.2.	Estructuras.....	65
9.	Conclusiones y trabajo futuro .....	67
	Referencias bibliográficas.....	69
Anexo A.	Visualización de las mallas .....	73
Anexo B.	Casos RANS: Modelos de turbulencia .....	74
Anexo C.	Casos LES: Modelos de subescala .....	77
Anexo D.	Configuración de cálculo de la simulación RANS .....	78
Anexo E.	Configuración de cálculo de la simulación LES.....	80
Anexo F.	Tutorial simulación RANS modelo k- $\omega$ SST .....	81
Anexo G.	Tutorial simulación LES modelo WALE .....	92
Anexo H.	Gráficos de convergencia de residuos y monitorización del esfuerzo en la pared	

## Índice de figuras

Figura 1: Cedar, Compute Canada Center ( <i>Home / Compute Canada</i> , s. f.).....	17
Figura 2: Turbulencia 2D en la atmósfera de Júpiter (izquierda) ( <i>Jupiter or Earth?</i> , 2019). Simulación de turbulencia generada por aerogeneradores (derecha) (Stevens & Meneveau, 2017).....	19
Figura 3: Esquema de flujo en un canal. Adaptado de Timofey Mukha (2015). .....	22
Figura 4: Perfil de velocidad promedio cerca de la pared. Línea sólida, datos DNS de Mansour et al. (1988): $Re=13750$ ; línea punteada $u^+ = y^+$ ; línea discontinua, la ley de la pared (Pope, 2000a, p. 7). .....	26
Figura 5: Promedio temporal para un flujo estadísticamente estacionario (izquierda) y promedio de conjunto para un flujo no estacionario (derecha) (Ferziger & Perić, 2002).....	31
Figura 6: Esquema de condiciones de contorno del canal plano. ....	35
Figura 7: Capa límite turbulenta: perfil de velocidad como función de la distancia normal a la pared ( $y^+$ ). Líneas sólidas representan datos experimentales, y la línea punteada corresponde a ecuaciones (Ferziger & Perić, 2002). ....	36
Figura 8: Contornos de velocidad. Modelo Spalart-Allmaras.....	38
Figura 9: $U^+$ vs. $Y^+$ . Comparación datos RANS con datos de bibliografía.....	38
Figura 10: Componente $u'v'$ del tensor de Reynolds. Comparación datos RANS con datos de bibliografía.....	40
Figura 11: Energía cinética turbulenta (izquierda) y tasa de disipación de energía turbulenta(derecha) para los casos k-epsilon y k-omega. ....	41
Figura 12: Esquema del espectro típico de (a) la energía turbulenta $E(k)$ , y (b) la disipación turbulenta, $D(k)$ , en turbulencia plenamente desarrollada para altos números de Reynolds (Leschziner, 2015).....	42
Figura 13: Contornos de velocidad. Simulación LES 32x64x48. ....	45
Figura 14: $U^+$ vs. $Y^+$ . Comparación datos LES y RANS con datos de bibliografía. ....	46

Figura 15: Componente $u'v'$ del tensor de Reynolds. Comparación datos LES y RANS con datos de bibliografía.....	47
Figura 16: Velocidades de las fluctuaciones $u^+_{rms}$ , $v^+_{rms}$ , $w^+_{rms}$ . Comparación de resultados LES con datos de bibliografía. ....	48
Figura 17: Representación esquemática de movimiento turbulento (izquierda) y la dependencia temporal de una componente de velocidad en un punto (derecha) (Ferziger & Perić, 2002).....	49
Figura 18: Campo promedio DNS. Velocidad promedio: u (izquierda), v (derecha), w (centro). ....	51
Figura 19: Campo instantáneo DNS. Componente axial de velocidad.....	52
Figura 20: $U^+$ vs. $Y^+$ . Comparación datos DNS con datos de bibliografía.....	52
Figura 21: Componente $u'v'$ del tensor de Reynolds . Comparación de resultados DNS con datos de bibliografía.....	53
Figura 22: Velocidades de las fluctuaciones $u^+_{rms}$ , $v^+_{rms}$ , $w^+_{rms}$ . Comparación resultados DNS con datos de bibliografía.....	53
Figura 23: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad X. Plano normal a Z. Campo promediado temporalmente.....	54
Figura 24: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad X. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.....	55
Figura 25: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad Y. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.....	55
Figura 26: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad Z. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.....	55
Figura 27: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad. Plano normal a Z. Campo instantáneo.....	56
Figura 28: Estructuras cerca de la pared con diferentes números de rotación en la dirección axial. Pintados por vorticidad axial a) $Ro=0$ , b) $Ro=0.4$ , c) $Ro=2.5$ , d) $Ro=7.5$ . Extraído de Dai, Y. et al. (2019).....	59

Figura 29: Esquema flujo en rotación.....	59
Figura 30: $U^+$ vs. $Y^+$ (izquierda). $W^+$ vs. $Y^+$ (derecha). Comparación flujo en canal en rotación. .....	63
Figura 31: Velocidades de las fluctuaciones $u^+_{rms}$ , $v^+_{rms}$ , $w^+_{rms}$ . Comparación de resultados de flujo en canal en rotación.....	64
Figura 32: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad X. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.....	66
Figura 33: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad Y. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.....	66
Figura 34: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad Z. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.....	66
Figura 35: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Casos RANS. ....	73
Figura 36: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Malla WALES 32x64x48. .....	73
Figura 37: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Malla WMLES 64x64x64. .....	74
Figura 38: Activar la opción 'Auto Constraints'. Tutorial RANS. ....	82
Figura 39: Malla plano XY. Bias Factor 35. Tutorial RANS. ....	83
Figura 40: Especificaciones de malla y condiciones de borde. Tutorial RANS. ....	84
Figura 41: Condiciones de borde. Tutorial RANS. ....	84
Figura 42: Actualización de la malla. Tutorial RANS.....	84
Figura 43: Configuración general. Tutorial RANS. ....	85
Figura 44: Especificación de source term. Tutorial RANS. ....	86
Figura 45: Número de ID de condición de borde. Tutorial RANS.....	87
Figura 46: Especificación de condiciones periódicas. Tutorial RANS. ....	87
Figura 47: Modelo de turbulencia, material y condiciones de contorno. Tutorial RANS. ....	88
Figura 48: Especificaciones de 'Solution Methods'. Tutorial RANS.....	88

Figura 49: Especificaciones de los residuos. Tutorial RANS. ....	89
Figura 50: Inicialización. Tutorial RANS. ....	89
Figura 51: Iteraciones y tamaño de paso. Tutorial RANS. ....	90
Figura 52: Convergencia de residuos. Tutorial RANS. ....	90
Figura 53: Selección "Data File Quantities". Tutorial RANS. ....	90
Figura 54: Configuración planos medios "xy" y "yz". Tutorial RANS. ....	91
Figura 55: Selecciones contornos de velocidad. Tutorial RANS. ....	91
Figura 56: Contornos velocidad. Tutorial RANS. ....	92
Figura 57: Configuración general. Tutorial LES.....	93
Figura 58: Recomendación al seleccionar modelo WALE. Tutorial LES. ....	93
Figura 59: Especificaciones de 'Solution Methods'. Tutorial LES. ....	94
Figura 60: Report File X-Wall Shear Stress. Tutorial LES. ....	95
Figura 61: Patch Initialization. Tutorial LES. ....	95
Figura 62: Perfil de velocidad de condición inicial. Tutorial LES. ....	96
Figura 63: Iteraciones y tamaño de paso. Tutorial LES. ....	96
Figura 64: Convergencia de residuos de primer tramo (izquierda) y monitorización de x-wall shear stress (derecha). Tutorial LES. ....	97
Figura 65: Convergencia de residuos (total). Tutorial LES.....	97
Figura 66:Exportar resultados. Tutorial LES. ....	98
Figura 67: Convergencia de residuos modelo SST.....	98
Figura 68: Convergencia de residuos modelo Spalart-Allmaras. ....	98
Figura 69: Convergencia de residuos modelo k-epsilon. ....	98
Figura 70: Convergencia de residuos caso LES 32x64x48 (izquierda) y LES 64 <sup>3</sup> (derecha). ....	99
Figura 71: Monitorización del tensor de pared caso LES 64 <sup>3</sup> . Primeros 50 large-eddy turnover times (izquierda), y resto de la simulación (derecha). ....	99

## Índice de tablas

Tabla 1: Regiones y capas cerca de la pared y sus propiedades. ....	25
Tabla 2: Configuración de cálculo de simulación RANS. ....	37
Tabla 3: Configuración de cálculo de simulación LES. ....	45
Tabla 4: Configuración de cálculo de simulación DNS. ....	50
Tabla 5: Características de las simulaciones. ....	57

## 1. Introducción

En este capítulo introductorio se da una primera idea clara de lo que se pretende en el presente Trabajo Final de Máster, su motivación, su planteamiento y su estructura de forma esquematizada.

### 1.1. Motivación

El principal tema del siguiente Trabajo Final de Máster es la realización de un estudio comparativo de simulación sobre un caso ampliamente estudiado en Mecánica de Fluidos, el de un canal de flujo turbulento a un número de Reynolds basado en la velocidad de fricción y la media anchura del canal de 180. Además, como aportación de novedad, se incluye un capítulo de estudio de un canal de flujo turbulento en rotación.

La simulación de flujo plenamente turbulento en un canal es un caso canónico relacionado con el estudio de flujos turbulentos limitados por paredes, ampliamente estudiado no solo como referencia para la validación de resultados en casos similares, sino también como aproximación a problemas más complejos (Moser et al., 1999) (Mansour et al., 1988), como se detalla en el capítulo 2.3.

Además, la oportunidad de realizar simulación directa con el solver RHEA (*ProjectRHEA / FlowSolverRHEA*, s. f.) en el Compute Canada (*Home | Compute Canada*, s. f.) se cree aporta un valor y motivación añadida a este estudio. Compute Canada (CC) se especializa en el *high-performance computing* (HPC), y es una de las renovaciones computacionales avanzadas de investigación más grandes de la historia de Canadá y del mundo.

En relación al *high-performance computing* cabe decir que, a medida que aumentamos el número de Reynolds en simulación fluidodinámica, el coste computacional aumenta exponencialmente, debido a que se requiere más refinamiento de malla. Al mismo tiempo, las simulaciones numéricas directas (DNS) calculan todas las escalas de flujo, incluso las más pequeñas, y esto recae también en el coste computacional. Concretamente, en DNS la resolución de malla tridimensional se estima que es proporcional a  $Re^{9/4}$  (Leschziner, 2015). Respecto a este coste computacional, cabe recordar la ley de Moore (Thompson & Parthasarathy, 2006), la cual dice que el número de transistores en los procesadores de los ordenadores se duplica aproximadamente cada dos años, con lo que existe una mejora lineal

con el tiempo en el alcance de resultados. El *supercomputing* o HPC en simulación permite estudiar sistemas que no podrían ser investigados en el mundo real debido al tamaño, complejidad, su efímera naturaleza, o el peligro que ello supone. Gracias a este aumento en la potencia de computación, el almacenamiento y la memoria, los supercomputadores más rápidos actualmente en el mundo resuelven problemas a Petaescala, esto es,  $10^{15}$  cálculos por segundo, y una nueva generación de *Exascale computing* tendrá un profundo impacto en las siguientes décadas:  $10^{18}$  operaciones por segundo («Understanding Exascale», s. f.). Este avance en computación es de gran importancia en el campo de Mecánica de Fluidos, obteniendo resultados numéricos muy cercanos a los reales. En este presente proyecto se dispone de esta ventaja con el supercomputador Cedar (*Cedar - CC Doc*, s. f.), situado en la universidad Simon Fraser, Canadá (*Simon Fraser University*, s. f.).

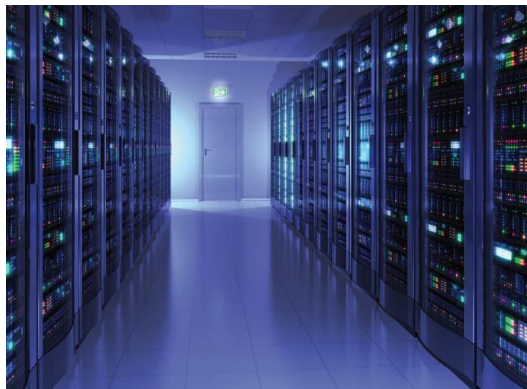


Figura 1: Cedar, Compute Canada Center (*Home | Compute Canada*, s. f.).

## 1.2. Planteamiento del trabajo

Se propone un análisis comparativo del canal de flujo turbulento a  $Re_{\tau}=180$ , realizando tres tipos de simulaciones: RANS, de sus siglas en inglés *Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*; LES, *Large Eddy Simulation*; y DNS, *Direct Numerical Simulation*. Como aportación de novedad, se incluye el estudio de flujo turbulento en un canal en rotación.

De esta forma, se estudia en profundidad cada tipo de simulación en cada una de sus partes: preproceso, proceso y post-proceso. Se comparan las diferencias en los procesos de cálculo de las simulaciones, así como las diferencias en los resultados en cuanto a precisión, filtrado o modelado, y coste computacional. Se analizan los resultados cerca de la pared, para este caso de flujo incompresible con turbulencia plenamente desarrollada. Una extensión de este

planteamiento se puede ver en el capítulo de “Estructura del trabajo” y “Objetivos concretos y Metodología del trabajo”.

### 1.3. Estructura del trabajo

El trabajo se estructura de la forma que se expone a continuación.

Se introduce el caso a estudiar mediante un capítulo sobre el Contexto y el Estado del Arte del caso. En el Contexto se explica el caso de flujo turbulento en un canal, mientras que en el Estado del Arte se describe resumidamente el conocimiento ya existente en este problema y otros similares, viendo los avances realizados a lo largo del tiempo en relación a su simulación. El siguiente capítulo aborda los objetivos generales y específicos que se quieren conseguir en el presente TFM y, una vez pasada la parte de introducción, se divide el proyecto en tres bloques, cada uno de ellos perteneciente a un tipo de simulación.

El primer bloque aborda la simulación RANS. En él se describen detalladamente las siguientes partes: el preproceso, que lo conforman la geometría y el mallado; el proceso de simulación, que lo conforman la configuración de ésta, el modelo de turbulencia escogido, y el proceso de cálculo, así como las herramientas utilizadas; finalmente, se realiza el post-proceso, describiendo lo obtenido del cálculo, y se validan los resultados mediante referencias bibliográficas.

El segundo y tercer bloque pertenecen a las simulaciones LES y DNS respectivamente, cuyo contenido es muy similar al descrito para el primer bloque.

Se añade un capítulo basado en el análisis comparativo de los tres bloques anteriores, tanto en su proceso de cálculo como en sus resultados.

Por otro lado, se incluye un capítulo de flujo turbulento en un canal en rotación como aportación de novedad, cuya simulación es directa (DNS). Respecto este caso, se observa su efecto en las estructuras turbulentas cerca de la pared.

Finalmente, se enumeran las principales conclusiones respecto a los modelos de simulación y los resultados obtenidos del caso de flujo turbulento en un canal plano y de flujo turbulento en un canal en rotación.

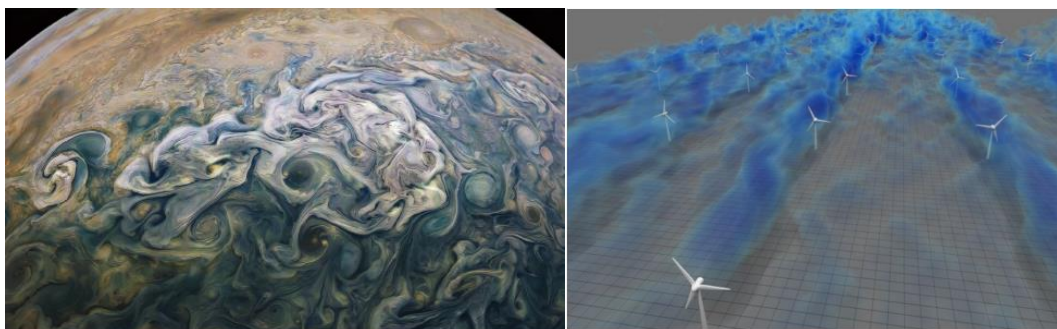
## 2. Contexto y Estado del Arte

En este capítulo se pone en contexto el tema a tratar y se determina de forma resumida cómo se encuentra el avance de conocimiento respecto a los asuntos que se tratan en este trabajo, aportando información, explicando qué tendencias se han desarrollado, qué problemas se están resolviendo y qué posibles cuestiones faltan por resolver. En general, se aborda la simulación fluidodinámica y la modelización de la turbulencia, y, en particular, se comparte información sobre el problema que acontece, flujo turbulento en un canal.

Ya que el problema se trata de un caso canónico, y por tanto las referencias bibliográficas pueden ser innumerables, se ha hecho una selección que aborde de forma completa la investigación que se ha llevado a cabo sobre dicho caso.

### 2.1. Modelización y simulación

El estudio de la turbulencia es un campo de vital importancia para la ciencia y la tecnología, ya que la mayoría de fluidos que nos envuelven presentan condiciones de régimen turbulento. En la industria química, los intercambiadores de calor, el bombeo o compresión, los reactores. En la industria aeronáutica, naval o del automóvil, estudiando el rozamiento (drag) y la sustentación (lift), y en las turbinas y los motores. En ingeniería civil, la acción de corrientes o vientos. En el medio ambiente, los fenómenos meteorológicos y oceanográficos. En el cuerpo humano, el transporte sanguíneo, etc. En esta infinidad de situaciones actualmente es posible sacar provecho de la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD): la resolución mediante técnicas de cálculo numérico y programación del conjunto de ecuaciones diferenciales que rigen las distribuciones de velocidades, presión, temperatura y concentraciones de especies en el sistema de estudio (Leschziner, 2015).



**Figura 2: Turbulencia 2D en la atmósfera de Júpiter (izquierda) (*Jupiter or Earth?*, 2019). Simulación de turbulencia generada por aerogeneradores (derecha) (Stevens & Meneveau, 2017).**

En particular, el problema de la turbulencia ha denotado ser de difícil análisis desde sus primeras investigaciones, sin conseguir una solución analítica global a día de hoy (Pope, 2000a). El campo de velocidades de un flujo turbulento es tridimensional, no estacionario y caótico, y esto complica el modelo o teoría a aplicar. Esta complejidad es debida a los términos convectivos no lineales de las ecuaciones de Navier Stokes.

Existen varios modelos que son capaces de describir este tipo de flujo en mayor o menor medida, dependiendo su elección del nivel de descripción, completitud, coste computacional, aplicabilidad y precisión que se requiera. Así, encontramos un modelo de longitud de mezcla (Leschziner, 2015) como menor aproximación a la solución, y la Simulación Numérica Directa (DNS), como mayor aproximación a la solución, encontrando entre estos dos extremos otros modelos de simulación. Mientras que DNS resuelve las ecuaciones de Navier Stokes para determinar el campo de velocidades instantáneo,  $U(x,t)$ , el modelo de longitud de mezcla se basa en la definición de la viscosidad turbulenta a partir de una simple y única escala típica de longitud correspondiente al tamaño característico de las estructuras de flujo más energéticas.

Teniendo en cuenta lo anterior, en cuanto a nivel de descripción, en DNS toda la información de todas las escalas de flujo puede ser obtenida, mientras que en el modelo de longitud de mezcla la descripción se basa en las variables promedio de flujo. Esto hace que la primera opción tenga mayor precisión, pero también mayor coste computacional que la segunda. Este coste está asociado al cálculo de flujo turbulento, que a su vez se puede dividir en dos fases: la configuración de la simulación en un programa que resuelva las ecuaciones del modelo y, en segundo lugar, el cálculo y extracción de resultados. La primera fase es de coste único y depende más de la complejidad del modelo; mientras que la segunda fase depende de los recursos de computación y tiempo de los que se disponen.

En cuanto a la aplicabilidad, en DNS el coste computacional se dispara con el aumento del número de Reynolds, lo que hace que solo sea aplicable a modelos con un número de Reynolds bajo o moderado. En el caso del modelo de longitud de mezcla, su aplicación depende de la geometría.

Por último, la precisión siempre es una característica deseable y debe ser contrastada o validada con la parte experimental. La discrepancia entre lo medido experimentalmente y lo

calculado numéricamente puede ser debida a varios motivos: error de medida, mala determinación de las condiciones de contorno, error numérico, inexactitud del modelo, incertidumbres no controladas. No obstante, lo importante es que la inexactitud sea relativamente pequeña, o dentro de la incertitud de los experimentos.

Por todo lo anteriormente comentado, es importante destacar que la elección de un particular modelo depende de una combinación de factores. No existe un mejor modelo de simulación, sino aquel que se adapta mejor a un problema concreto (Pope, 2000b).

## 2.2. Flujo turbulento en un canal

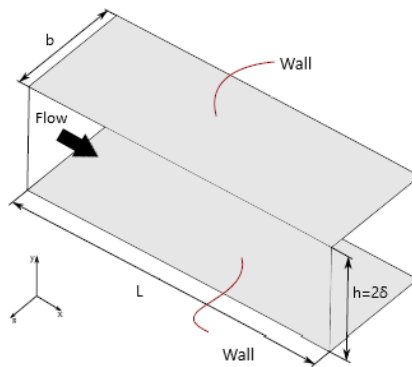
Cuando el flujo es desarrollado plenamente turbulento, es homogéneo en la dirección del flujo, por tanto, se usan condiciones de borde periódicas en esa dirección. Asumiendo también homogeneidad en la dirección transversal a la dirección del flujo e imponiendo periodicidad, el proceso numérico se simplifica en relación a la discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes. En otras palabras, el flujo entra en régimen laminar en el canal, pero cuando se desarrolla turbulento consigue un estado estadísticamente estacionario y las variables pueden ser obtenidas promediando en el tiempo. El caso de flujo incompresible plenamente desarrollado en un canal ha sido ampliamente simulado en LES y en DNS por las simplificaciones anteriores comentadas: al final del desarrollo el flujo promedio temporal no varía con el tiempo, y por tanto los campos instantáneos son estadísticamente estacionarios; en las direcciones axial y transversal, consecuentemente, el flujo es periódico; además se estudia la mitad del canal, ya que el flujo es simétrico respecto el plano medio longitudinal (Moser et al., 1999).

### 2.2.1. Descripción del caso

Para poner en contexto el tema que se trata, es importante describir el caso en profundidad.

Se considera un canal de perfil rectangular mostrado en la Figura 3, de altura  $h = 2\delta$ , longitud  $\frac{L}{\delta} \gg 1$ , y relación de aspecto  $\frac{b}{\delta} \gg 1$ . El flujo principal está alineado en la dirección axial,  $x$ , con la velocidad axial promedio variando únicamente en la dirección perpendicular a las paredes,  $y$ . Ya que la extensión del canal en la dirección  $z$  es mucho mayor que  $\delta$ , el flujo se considera independiente de la dirección transversal,  $z$ . Las paredes inferior y superior, planas y paralelas, están localizadas en  $y = 0$  e  $y = 2\delta$ , y la línea central es definida en  $y = \delta$  y  $z = 0$ . Las velocidades en las tres direcciones son  $(u, v, w)$ , y las fluctuaciones son  $(u', v', w')$ . El

promedio temporal de las componentes perpendicular y transversal a las paredes son cero,  $\langle v \rangle = 0$ ,  $\langle w \rangle = 0$ .



**Figura 3: Esquema de flujo en un canal. Adaptado de Timofey Mukha (2015).**

El flujo completamente desarrollado en un canal es estadísticamente estacionario y bidimensional, sabiendo que la región de desarrollo es a lo largo del eje  $x$  y que la velocidad no varía en esa dirección. Además, el flujo es simétrico respecto al plano medio,  $y = \delta$ , es decir, las velocidades  $(u, v, w)$  en  $y$  son las mismas de  $(u, -v, w)$  en  $2\delta - y$ .

El número de Reynolds que caracteriza el flujo es:

$$Re = \frac{(2\delta)U_m}{\nu}, \quad (1)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática y  $U_m$  es la velocidad promedio de flujo (*bulk velocity*):

$$U_m = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \langle u \rangle dy. \quad (2)$$

El flujo es laminar para  $Re < 1350$  y transiciona a turbulento para  $Re > 1800$ , aunque los efectos de transición son evidentes hasta  $Re = 3000$  (Pope, 2000).

### 2.2.2. Balance de fuerzas

En cuanto al balance de fuerzas, habiendo hecho la descomposición de Reynolds en las ecuaciones de conservación de masa y de momento respecto  $y$  y respecto  $x$ , estas ecuaciones resultan en

$$\frac{d\langle v \rangle}{dy} = 0, \quad (3)$$

$$0 = -\frac{d}{dy} \langle v^2 \rangle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial y}, \quad (4)$$

$$0 = \nu \frac{d^2 \langle u \rangle}{dy^2} - \frac{d}{dy} \langle u'v' \rangle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x}, \quad (5)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido y  $p$  es la presión. Éstas son el resultado de saber que la componente de velocidad  $\langle w \rangle = 0$ , que  $\langle u \rangle$  es independiente de  $x$ , y que  $\langle v \rangle = 0$ .

En la ecuación (5), El término que contiene  $\langle u'v' \rangle$  corresponde al transporte turbulento de cantidad de movimiento en la dirección perpendicular a las paredes. La componente  $\langle u'v' \rangle$  es una de las componentes del tensor de Reynolds, un tensor de nueve componentes. Este término aparece como variable adicional en las ecuaciones RANS a causa del proceso de descomposición de Reynolds (ver capítulo 4.1).

El flujo es impulsado por una diferencia de presión impuesta y constante entre la entrada y la salida del canal. En la región completamente desarrollada, se presenta un gradiente de presiones promedio negativo  $\partial \langle p \rangle / \partial x = dp_w / dx$ , que es compensado por el esfuerzo promedio en la pared  $-\tau_w / \delta$ . De lo anterior,  $p_w = \langle p(x, 0, 0) \rangle$  es la presión promedio en la pared inferior del canal (Pope, 2000).

### 2.2.3. El tensor de cizalla cerca de la pared

En el caso que acontece, es importante la observación de las estructuras de flujo cerca de la pared, y cómo cada modelo de simulación las filtra o calcula. Cerca de la pared, la viscosidad y el tensor de esfuerzos son parámetros importantes.

El tensor de cizalla total se define como la suma del tensor de viscosidad y el tensor de Reynolds. Ya que en la pared esta impuesta la condición de no deslizamiento,  $u(x, t) = 0$ , los tensores de Reynolds serán 0, y el tensor de cizalla en la pared se deberá únicamente a la contribución viscosa

$$\tau = \rho \nu \frac{d \langle u \rangle}{dy} - \rho \langle u'v' \rangle \rightarrow \tau_w = \rho \nu \left( \frac{d \langle u \rangle}{dy} \right)_{y=0}. \quad (6)$$

Siendo este tensor antisimétrico respecto el plano medio, es decir,  $\tau(\delta) = 0$  y  $\tau(2\delta) = -\tau_w$ .

En relación a ello, es importante definir la velocidad de fricción, como la velocidad en esas escalas cerca de la pared; la escala de longitud viscosa; y el número de Reynolds asociado a las escalas cerca de la pared:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (7)$$

$$\delta_\nu = \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_\tau}, \quad (8)$$

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = \frac{\delta}{\delta_\nu}. \quad (9)$$

El ratio  $\frac{\delta}{\delta_\nu} = Re_\tau$  crece exponencialmente con el número de Reynolds. Por tanto, un alto número de Reynolds conlleva una escala de longitud viscosa muy pequeña. Para el caso que acontece,  $Re_\tau = 180$ .

La distancia desde la pared medida en unidades de pared, es decir, normalizada, es

$$y^+ = \frac{y}{\delta_\nu} = \frac{u_\tau y}{\nu}. \quad (10)$$

Otras variables adimensionales adicionales son

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad (11)$$

$$v_t^+ = \frac{v_t}{\nu}, \quad (12)$$

donde  $\nu_t$  es la viscosidad cinemática turbulenta.

#### 2.2.4. El perfil de velocidad promedio

A partir de la velocidad de fricción,  $u_\tau = \sqrt{-\frac{\delta}{\rho} \frac{dp_w}{dx}}$ , se determina el perfil de velocidad promedio. No obstante, se considera de mayor importancia el gradiente de velocidad, porque es el que determina la producción turbulenta y el tensor viscoso:

$$\frac{d\langle u \rangle}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \phi\left(\frac{y}{\delta_\nu}, \frac{y}{\delta}\right). \quad (13)$$

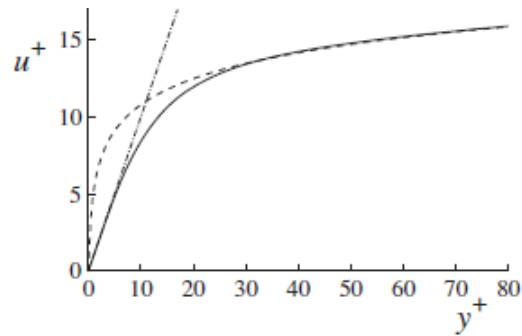
Donde  $\phi$  es una función universal adimensional. El parámetro  $\delta_\nu$  es la longitud de escala apropiada en la región viscosa de la pared ( $y^+ < 50$ ), mientras que  $\delta$  es más apropiado en la región lejos de la pared ( $y^+ > 50$ ).

Cabe destacar que hay diversas regiones diferenciadas para explicar el perfil de velocidad promedio de un flujo turbulento en la zona próxima a la pared. Se muestran de forma resumida en la siguiente tabla, adaptada de la tabla 7.1 de la referencia de Pope (2000). En ella se nombran las diferentes regiones, su posición y sus propiedades. En la Figura 4 se pueden relacionar estas regiones, mediante la posición  $y^+$ , con su perfil de velocidad promedio,  $u^+$ .

**Tabla 1: Regiones y capas cerca de la pared y sus propiedades.**

Región	Posición	Propiedades
Capa interna ( <i>inner layer</i> )	$y/\delta < 0.1$	$\langle u \rangle$ está determinada por $u_\tau$ y $y^+$ , independiente de $U_o$ (velocidad en la línea central) y $\delta$ .
Región viscosa de pared ( <i>viscous wall region</i> )	$y^+ < 50$	La contribución de la viscosidad al tensor de cizalla es significativa.
Subcapa viscosa ( <i>viscous sublayer</i> )	$y^+ < 5$	El tensor de Reynolds es negligible comparado con el tensor viscoso. $u^+ = y^+$
Capa externa ( <i>outer layer</i> )	$y^+ > 50$	Los efectos directos de la viscosidad en $\langle u \rangle$ son negligibles.
Región superpuesta ( <i>overlap region</i> )	$y^+ > 50, y/\delta < 0.1$	Región superpuesta entre las capas interna y externa (a altos Re).
Región logarítmica ( <i>log-law region</i> )	$y^+ > 30, y/\delta < 0.3$	Cumple la ley de pared logarítmica: $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ . Constante de von Kármán $\kappa \approx 0.41$ y $C^+ \approx 5.0$
Capa de transición ( <i>buffer layer</i> )	$5 < y^+ < 30$	Región entre subcapa viscosa y la región logarítmica: $u^+ \neq y^+ \neq \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+$ Altos gradientes de velocidad.

Adaptado de Pope (2000).



**Figura 4: Perfil de velocidad promedio cerca de la pared. Línea sólida, datos DNS de Mansour et al. (1988):  $Re=13750$ ; línea punteada  $u^+ = y^+$ ; línea discontinua, la ley de la pared (Pope, 2000a, p. 7).**

### 2.3. Simulación de flujo turbulento en un canal

En este capítulo se pone en contexto la investigación seguida por la simulación de flujo turbulento en un canal.

Una de las primeras simulaciones DNS de flujo en un canal a bajos números de Reynolds fue la reportada por Mansour et al. (1988) a  $Re_\tau=180$ . Esta simulación fue repetida por Moser et al., (1999) con un dominio computacional ligeramente diferente y el mismo método numérico. En esta referencia, conocida como MKM, se analizan simulaciones DNS a mayores números de Reynolds, concretamente a  $Re_\tau=395$  y  $Re_\tau=590$ . El objetivo era pues validar los resultados, comparando las diferencias en los efectos producidos por diferentes números de Reynolds en las regiones cerca de la pared. Las bases de datos presentadas en MKM fueron publicadas en 2001, y estos dos primeros artículos pertenecen a los más influyentes en el campo de DNS de flujo turbulento en un canal (Vreman & Kuerten, 2014).

Por otro lado, tal y como explica Hamba (2003), las simulaciones LES fueron primero usadas en geometrías simples de flujo turbulento en investigación. Recientemente han ganado popularidad con el aumento de los recursos de computación, y ahora son aplicadas en geometrías complejas en algunos problemas de ingeniería. Son capaces de representar las escalas más grandes de flujo, aunque las fluctuaciones más pequeñas y sus efectos en el flujo requieren de una modelización adicional. En comparación a DNS, LES reduce el coste computacional filtrando las escalas más pequeñas. Sin embargo, el coste computacional de LES es mucho mayor que una simulación RANS en general. Para que la simulación LES sea precisa, el espaciado en la malla debe de ser suficientemente pequeño comparado con la escala integral. En relación a lo anterior, resulta imposible simular flujos limitados por paredes a altos números de Reynolds con las condiciones de contorno de no deslizamiento, puesto

que se requiere un gran número de puntos de malla para resolver las pequeñas estructuras turbulentas cerca de la pared. Chapman, D.R., (1979) estimó que el número de puntos en la capa límite debía de ser proporcional a  $Re^{1.8}$ , y Spalart, P.R., & Strelets, M. (1997) estimó un orden de  $10^{11}$  para un ala de avión con LES. No obstante, se usan aproximaciones en las condiciones de contorno en la pared para reducir la resolución requerida en esa región. Balaras, E. & Benocci, C. (1996) y Cabot, W. (1995), para mejorar la modelización en la pared, resolvieron las ecuaciones en la capa límite turbulenta desarrollando condiciones de contorno aproximadas en la pared, y se aplica exitosamente a casos como flujo en un canal plano. También se usan datos resultantes de simulaciones DNS, como el anteriormente nombrado estudio MKM, para estudiar los efectos del tensor de pared dado un campo de velocidad. Nicoud, F. & Moin, P. (2001) realizó exitosamente un estudio LES sobre un canal de flujo turbulento  $Re_\tau=4000$ , adoptando la ley logarítmica, y posteriormente se usaron sus datos para derivar un mejor modelo de pared para altos números de Reynolds. Seguidamente, se han estudiado simulaciones híbridas, usando RANS en la región cerca de la pared y LES lejos de ella. Por ejemplo Davidson, L. (2001) adoptaron un modelo RANS  $k-\omega$  junto a un modelo LES SGS en una simulación de flujo en un canal.

El flujo turbulento en un canal es un experimento de referencia para validar y estudiar los flujos turbulentos afectados por la presencia de paredes (*wall-bounded turbulent flows*). Sin embargo, muestra un defecto común en predecir el perfil de velocidades promedio en la región de transición (*buffer layer*), o en la interfaz entre las regiones simuladas en RANS y LES de las simulaciones híbridas (Hamba, 2003).

Por otro lado, tal y como describen Jofre et al. (2018), se han dedicado un gran número de estudios a identificar las fuentes de error resultantes de las aproximaciones numéricas al discretizar las ecuaciones LES, muchos aplicados sobre los coeficientes del modelo, características del filtro o sobre la resolución de la malla. En dicho artículo, los trabajos futuros dicen estar enfocados a analizar estructuras de flujo más complejas, así como otras estrategias combinando diferentes tipos de perturbaciones en el flujo, similar a lo realizado en el artículo. Otro trabajo futuro se concentra en desarrollar ecuaciones de transporte para parámetros en regiones de flujo donde los modelos son menos precisos, por ejemplo, en la separación de flujo alrededor de un cilindro, o zonas de vorticidad invertida en flujos sobre un escalón (*flow over backward-facing steps*).

### 2.3.1. Resultados y bases de datos

En Cantwell et al. (s. f.) se muestran los resultados de una compilación de simulaciones DNS de flujo completamente desarrollado turbulento en un canal, junto con las especificaciones de los experimentos, encontradas en los anexos PCH10, PCH11, PCH12, y PCH13 de esta misma referencia. Se trata de casos a distintos números de Reynolds de fricción. La cantidad de información obtenida en ella es útil para validar el solver en simulaciones LES, así como para comparar resultados con simulaciones similares.

Por otro lado, existen bases de datos sobre la simulación DNS de flujo incompresible y desarrollado totalmente turbulento en un canal a  $Re_\tau=180$ , con el objetivo de garantizar la precisión y reproducibilidad de las estadísticas turbulentas, tal y como hacen Vreman & Kuerten (2014).

De forma práctica, también se puede encontrar una base de datos perteneciente a la Universidad Politécnica de Madrid, utilizada en el presente proyecto para la validación de resultados sobre flujo turbulento en un canal a  $Re_\tau=180$  (School of Aeronautics (Universidad Politécnica de Madrid), s. f.).

## 3. Objetivos concretos y metodología de trabajo

### 3.1. Objetivo general

El objetivo general de este Trabajo Final de Máster es asentar unas bases claras sobre Mecánica de Fluidos Computacional a través del estudio de un caso canónico, flujo turbulento en un canal plano, observando las diferencias teóricas y numéricas entre los tipos de simulación analizados y su coste computacional.

El objetivo como aportación de novedad está basado en la observación de estructuras cerca de la pared en un flujo turbulento en un canal en rotación.

### 3.2. Objetivos específicos

El objetivo general se descompone en un conjunto de objetivos más específicos, que se pretenden conseguir de manera práctica de cara a la consecución del objetivo general. Son los siguientes:

CONOCER el caso canónico que se plantea y estudiarlo mediante referencias bibliográficas.

ESTABLECER un planteamiento del problema, describiendo tres bloques claros para cada tipo de simulación: RANS, LES y DNS.

APRENDER a configurar y saber correr cada tipo de simulación.

VALIDAR los resultados obtenidos en las simulaciones mediante bibliografía.

DESCRIBIR los resultados obtenidos en cada caso.

COMPARAR los tres casos de simulación entre ellos, tanto respecto a al proceso de cálculo como a los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

OBSERVAR estructuras cerca de la pared para los tres casos, y en el caso de flujo turbulento en un canal en rotación. Observar las diferencias entre los casos con y sin rotación.

SINTETIZAR todo lo observado en el análisis y redactarlo como conclusiones finales.

### 3.3. Metodología de trabajo

De cara a alcanzar los objetivos específicos, se describen una serie de pasos que se van a dar durante la investigación.

Primeramente, se estudia el caso mediante referencias bibliográficas, recomendadas por parte del codirector y del director. Seguidamente, se plantean las simulaciones a realizar: en primer lugar, se resuelve en RANS; en segundo lugar, en LES; y en tercer lugar, en DNS. Antes de calcular en cada una de ellas, se estudia su configuración.

Respecto a las simulaciones RANS y LES, se utiliza el software Ansys Fluent, basado en volúmenes finitos. Por otro lado, se realiza la simulación DNS con el solver RHEA en Compute Canada, basado en volúmenes finitos y espectrales.

Después del cálculo de cada uno de los bloques de simulación, se procede al post-procesado de los resultados. El post-procesado se realiza mediante los softwares Matlab y Paraview. Se validan dichos resultados mediante bases de datos de referencia.

Se comparan las tres simulaciones realizadas y se enumeran una serie de conclusiones.

Por último, se estudia el caso de flujo turbulento en un canal en rotación, como simulación directa. Se observan las estructuras cerca de la pared y se comparan los resultados con el caso sin rotación.

## 4. RANS

### 4.1. Descripción RANS

Las ecuaciones RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) son derivadas del método de promediado de Reynolds (*Reynolds-averaged method*) propuesto por Osborne Reynolds en 1895 (Pope, 2000b). En este método, la variación temporal del flujo es promediada, y en consecuencia los términos no lineales generan un tensor adicional de Reynolds que debe ser modelado o aproximado.

En flujo estacionario, cada variable puede ser descompuesta en un término promediado en el tiempo más una fluctuación, lo que se conoce como descomposición de Reynolds

$$\phi(x_i, t) = \langle \phi(x_i) \rangle + \phi'(x_i, t), \quad (14)$$

donde

$$\langle \phi(x_i) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt. \quad (15)$$

Respecto a la anterior ecuación,  $t$  es tiempo y  $T$  pertenece al intervalo de promediado. Este intervalo ha de ser grande comparado con la escala de tiempo de las fluctuaciones, para que así el promedio de la variable,  $\langle \phi(x_i) \rangle$ , no dependa del tiempo y pueda considerarse estacionario; ver Figura 5.

Esta descomposición de Reynolds aplicada a las ecuaciones de Navier-Stokes deriva en el nombre de RANS ya mencionado.

De la ecuación (14) se deriva que el promedio de la fluctuación es 0,  $\langle \phi' \rangle = 0$ . Además, si se sabe que el promedio de un promedio es el mismo promedio,  $\langle \langle \phi \rangle \rangle = \langle \phi \rangle$ , para un término cuadrático no lineal se derivan dos términos, el producto del promedio y la covarianza en la forma

$$\langle u_i \phi \rangle = \langle (\langle u_i \rangle + u'_i) (\langle \phi \rangle + \phi') \rangle = \langle u_i \rangle \langle \phi \rangle + \langle u'_i \phi' \rangle. \quad (16)$$

El último término es nulo si las dos cantidades no están correlacionadas, pero es un caso no común en flujos turbulentos, por lo que las ecuaciones de conservación contienen términos como el tensor de Reynolds,  $\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ , o el flujo escalar turbulento,  $\rho \langle u'_i \phi' \rangle$ , que no pueden ser representados únicamente por sus cantidades promedio.

Se presentan las ecuaciones de continuidad y de momento promediadas para flujos incompresibles, sin fuerzas externas, y en coordenadas cartesianas

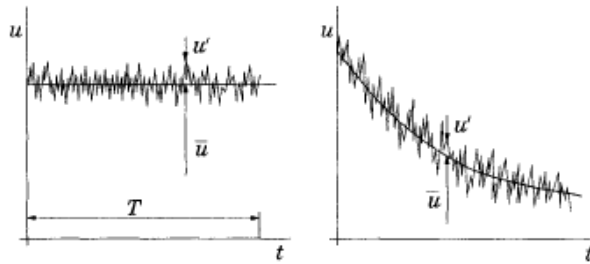
$$\frac{\partial(\rho\langle u_i \rangle)}{\partial x_i} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\partial(\rho\langle u_i \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho\langle u_i \rangle\langle u_j \rangle + \rho\langle u'_i u'_j \rangle) = -\frac{\partial\langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial\langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j}, \quad (18)$$

donde  $\langle \tau_{ij} \rangle$  son las componentes promediadas en el tiempo del tensor viscoso

$$\langle \tau_{ij} \rangle = \mu \left( \frac{\partial\langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial\langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right). \quad (19)$$

Los términos del tensor de Reynolds y el flujo escalar turbulento hacen que el sistema de ecuaciones no esté cerrado, y por tanto el problema de clausura turbulenta requiere de aproximaciones, ecuaciones o modelos adicionales, para resolver las variables desconocidas. Es posible derivar ecuaciones de transporte para el tensor de Reynolds, pero esto conlleva un mayor orden en el sistema de ecuaciones, es decir, mayor número de aproximaciones. Por tanto, estas estimaciones usualmente se realizan relacionando el tensor de Reynolds y el flujo escalar turbulento con las variables promediadas, y estas aproximaciones son llamadas modelos de turbulencia (Ferziger & Perić, 2002).



**Figura 5: Promedio temporal para un flujo estadísticamente estacionario (izquierda) y promedio de conjunto para un flujo no estacionario (derecha) (Ferziger & Perić, 2002).**

#### 4.2. Ecuaciones gobernantes del caso

La ecuación de Navier-Stokes (18) para un flujo incompresible con propiedades físicas constantes, también se puede expresar de la forma siguiente

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}, \quad (20)$$

Se adimensionalizan las variables de la siguiente forma

$$x_i^* = \frac{x_i}{\delta}; u_i^* = \frac{u_i}{u_\tau}; t^* = \frac{tu_\tau}{\delta}; p^* = \frac{p}{\rho u_\tau^2}, \quad (21)$$

donde  $u_\tau$  está definida en la ecuación (7) y  $\delta$  es la mitad de altura del canal.

Se tiene la ecuación de momento normalizada

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_j^* u_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}}, \quad (22)$$

donde  $Re_\tau$  está definido en la ecuación (9).

Así mismo, la ecuación de continuidad para un flujo incompresible adimensionalizada queda

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0. \quad (23)$$

### 4.3. Dominio

En cuanto al dominio, se ha consultado la base de datos de Vreman y Kuerten (2014). Se ha determinado un dominio de  $L_x = 4\pi\delta \approx 12.6$ ,  $L_y = 2\delta = 2$  y  $L_z = \frac{4}{3}\pi\delta \approx 4.2$ , donde  $\delta = 1$  es la mitad de la altura del canal.

En las direcciones  $x$  y  $z$ , el tamaño del canal está basado en correlaciones de dos puntos, que determinan el tamaño de las estructuras características del flujo, es decir, las escalas mayores. En la dirección  $y$ , la pared confina la turbulencia, y por tanto la altura del canal determina el tamaño de las estructuras más grandes del flujo en esa dirección.

#### 4.3.1. Correlaciones de dos puntos

Las correlaciones de dos puntos están definidas en la dirección paralela y normal al flujo ( $R_{uu}$ ,  $R_{ww}$  respectivamente) como

$$R_{uu}(\hat{x}) = \langle u'(x)u'(x - \hat{x}) \rangle, \quad (24)$$

$$R_{ww}(\hat{x}) = \langle w'(x)w'(x - \hat{x}) \rangle, \quad (25)$$

$$R_{ww}(\hat{z}) = \langle w'(z)w'(z - \hat{z}) \rangle, \quad (26)$$

donde  $u'$  y  $w'$  son las velocidades de las fluctuaciones en las direcciones paralela y normal al flujo respectivamente;  $\hat{x}$  es el promedio de  $x$ ; y  $\langle \cdot \rangle$  significa el promedio del producto. Las correlaciones están normalizadas con  $u_{rms}^2$  y  $w_{rms}^2$  respectivamente (Davidson, 2009) (Sillero

et al., 2014). A partir de la autocorrelación se calcula la escala integral,  $l$ , como el promedio del área debajo de la curva de autocorrelación, también obtenida como el primer coeficiente de la transformada de Fourier de la señal turbulenta. El tamaño del dominio,  $L$ , debe ser mayor que esta escala integral,  $L > l$  (Mukha T., 2015).

#### 4.4. Propiedades del fluido y datos del flujo

Respecto a las características del flujo, se configura el flujo de forma que el solver de simulación muestre los resultados en unidades de pared. Las variables que definen el caso se han introducido en el capítulo 2.2. Éstas se definen a partir del número de Reynolds de fricción

$$Re_\tau = \frac{\rho u_\tau \delta}{\mu} = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = 180. \quad (27)$$

Se determina una altura del canal  $\delta = 1$ , la densidad es de  $\rho = 1$ , y la velocidad de fricción es

$$u_\tau = \left( \frac{\nu d\langle u \rangle}{dy} \right)_{wall}^{1/2}. \quad (28)$$

Así, la viscosidad cinemática del flujo despejando de la ecuación (27) es

$$\nu = \frac{1}{180} = 5.5555 \cdot 10^{-3}. \quad (29)$$

De esta forma, se tiene la velocidad normalizada, es decir, en unidades de pared, como se ha hecho en la ecuación (21)

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}. \quad (30)$$

Por otro lado, las coordenadas en unidades de pared resultan

$$y^+ = \frac{y}{\delta_\nu} = \frac{u_\tau y}{\nu} = 180y; \quad x^+ = 180x; \quad z^+ = 180z. \quad (31)$$

#### 4.5. Condiciones de contorno

Existen dos condiciones de contorno para cada dirección del espacio y una fuente externa. Estas condiciones ya se introducen en el punto 2.2.1. A continuación se explican detalladamente para el caso realizado:

- Dirección  $x$ : Si la longitud del canal es muy grande respecto a la altura,  $\frac{L}{\delta} \gg 1$ , la solución del fluido será homogénea en la dirección  $x$ . Esto quiere decir que hay condiciones de contorno periódicas en esa dirección.
- Dirección  $z$ : Igual que en la condición anterior, esta dimensión es muy grande respecto a la altura,  $\frac{b}{\delta} \gg 1$ , por lo tanto hay condiciones de contorno periódicas, es decir, se tendrán las mismas características de flujo en los planos  $xy$  del canal.
- Dirección  $y$ : En las paredes del canal (planos  $xz$ ) la velocidad es nula, se impone la condición de no deslizamiento en la pared (*no-slip*). Por tanto, se tiene una condición de frontera de tipo Dirichlet donde  $\vec{U} = 0$ .
- Gradiente de presión externo: se introduce una fuerza volumétrica como fuente externa, para provocar que el fluido se desplace y alimentar la turbulencia. El fluido se mueve gracias a la diferencia de presiones entre la entrada y la salida del canal. De esta forma, se compensan los esfuerzos viscosos de la pared. El gradiente de presiones se expresa como

$$-\frac{dp_w}{dx} = \frac{\tau_w}{\delta}, \quad (32)$$

donde

$$\tau_w = \rho u_\tau^2. \quad (33)$$

Sabiendo del punto anterior que la densidad y la velocidad de fricción son 1 ambas, los esfuerzos cortantes en la pared son 1. Al mismo tiempo, sabiendo que la mitad de la altura del canal es  $\delta=1$ , el gradiente de presiones resulta ser también la unidad. Este forzado de la turbulencia se representa como un término de fuerza (1,0,0) en la ecuación de momento (Pope, 2000a) (Vreman & Kuerten, 2014).

Para una visualización más clara de la configuración de las condiciones de contorno, ver Figura 41, Figura 44 y Figura 45.

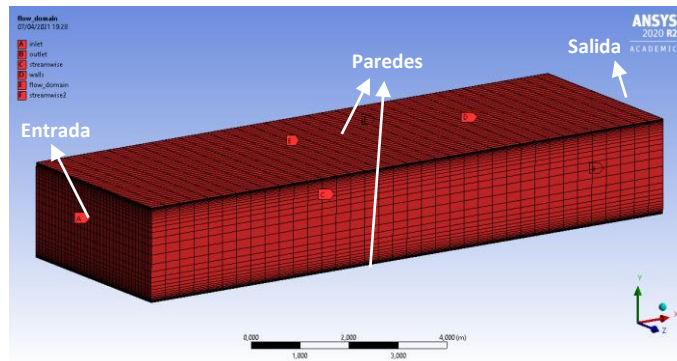


Figura 6: Esquema de condiciones de contorno del canal plano.

#### 4.6. Preproceso: mallado

El software utilizado para la simulación RANS es Ansys Fluent. Este es un software comercial de simulación de fluidos líder en la industria, conocido por sus capacidades de modelización y su precisión (*Ansys Fluent | Fluid Simulation Software*, s. f.). La configuración de la simulación ha sido desarrollada con el soporte de la Guía teórica de Fluent (Ahmad et al., 2013) y el capítulo 4 de la Guía de tutoriales de Fluent (Ansys Inc., 2017).

Si nos adentramos en el preproceso de la simulación, los primeros pasos son realizar el mallado y determinar las condiciones de borde.

La malla en el caso RANS no depende del número de Reynolds

$$N \neq Re. \quad (34)$$

Concretamente, se determina un número de celdas de  $N_x = 36$ ,  $N_y = 36$  y  $N_z = 36$ , tal y como selecciona Wu et al. (2019). La malla es uniforme en la dirección axial (*streamwise*) y transversal (*spanwise*), con incrementos en unidades de pared de

$$\Delta x^+ = \frac{L_x}{N_x} \cdot x^+ = \frac{12.6}{36} \cdot 180 = 63, \quad (35)$$

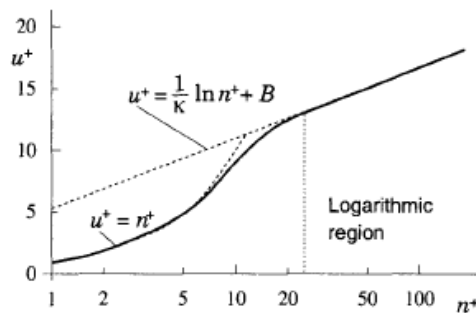
$$\Delta z^+ = \frac{L_z}{N_z} \cdot z^+ = \frac{4.2}{36} \cdot 180 = 21, \quad (36)$$

donde la definición de las coordenadas de pared en cada dirección se encuentra en la ecuación (31).

Para asegurar que el primer punto de malla es  $y^+ \approx 1$ , se impone un factor de estrechamiento de 35 en el eje  $y$ . De este modo, el primer punto de malla está en  $y \cong 5.493 \cdot 10^{-3}$ , que traducido a unidades de pared resulta en  $y^+ \cong 180y \cong 0.988 \approx 1$ . Así, la resolución en este rango es de

$$\Delta y^+ \cong [1 - 35]. \quad (37)$$

Este primer punto de malla ha de estar entorno a  $y^+ = 1$  ya que en la zona subviscosa de la capa límite turbulenta, de  $y^+ = 0$  a  $y^+ \cong 5$ , se muestra un perfil lineal,  $u^+ \cong y^+$ , por lo que se ha de imponer que la primera celda sea  $y^+ \cong 1$  para asegurar una buena resolución de las estructuras en la subcapa viscosa y poder reproducir el perfil lineal entre ese punto y  $y^+ = 0$ ; ver Figura 7.



**Figura 7: Capa límite turbulenta: perfil de velocidad como función de la distancia normal a la pared ( $y^+$ ). Líneas sólidas representan datos experimentales, y la línea punteada corresponde a ecuaciones (Ferziger & Perić, 2002).**

La visualización de la malla se encuentra en el Anexo A.

#### 4.7. Modelos de turbulencia y solver

A continuación, se anotan algunas características de las simulaciones RANS realizadas. La explicación más teórica en cuanto a los modelos de turbulencia RANS se encuentra en el Anexo B. Por otro lado, la explicación más detallada de la configuración de la simulación se encuentra en el Anexo D.

**Tabla 2: Configuración de cálculo de simulación RANS.**

Características de simulación	
Modelos de turbulencia	k-ε, k-ω SST, Spalart-Allmaras.
Esquema numérico	Solver basado en la presión (pressured-based solver). Para resolver las ecuaciones de conservación se utiliza un esquema upwind de segundo orden.
Criterios de convergencia	Convergencia de residuos de $10^{-6}$
Inicialización	Se hace una inicialización estándar con una presión $p=0$ y un campo de velocidades de $\vec{u} = (1,0,0)$ .
Cálculo	Después de la inicialización, se calcula con un límite de 5000 iteraciones con un tamaño de paso de 1s.

En el Anexo F se encuentra explicado paso por paso el proceso de simulación en ANSYS Fluent, y en el Anexo H se puede visualizar la convergencia de los residuos.

## 4.8. Post-proceso y validación de resultados

### 4.8.1. Contornos de velocidad

Una vez realizada las simulaciones, se post-procesan los resultados. Al ser una malla de  $36^3$  elementos, se obtienen 50653 valores, uno para cada nodo de la malla.

Los resultados del canal en forma de contornos se realizan mediante la herramienta *Post-Processor* de Ansys, mientras que el trato de los datos y los gráficos se realizan en Matlab (*MATLAB Documentation - MathWorks España, s. f.*).

Primero se visualizan los contornos de velocidad, de los que se observa un gradiente de velocidad cerca de la pared, que va desde la condición de no deslizamiento de pared de velocidad nula, hasta una velocidad máxima en el centro del canal alrededor de 18 en

unidades de pared. Los contornos que se visualizan en la Figura 8 corresponden a la simulación del modelo Spalart-Allmaras.

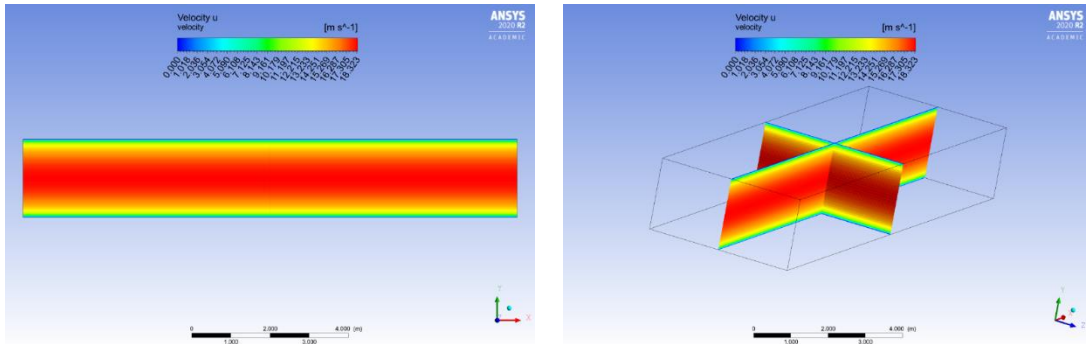


Figura 8: Contornos de velocidad. Modelo Spalart-Allmaras.

#### 4.8.2. Gráficos

Se realiza el gráfico de la velocidad promedio en x frente a y en unidades de pared para la mitad de altura del canal, es decir normalizadas, post-procesando los datos tal y como se comenta en las ecuaciones (30) y (31).

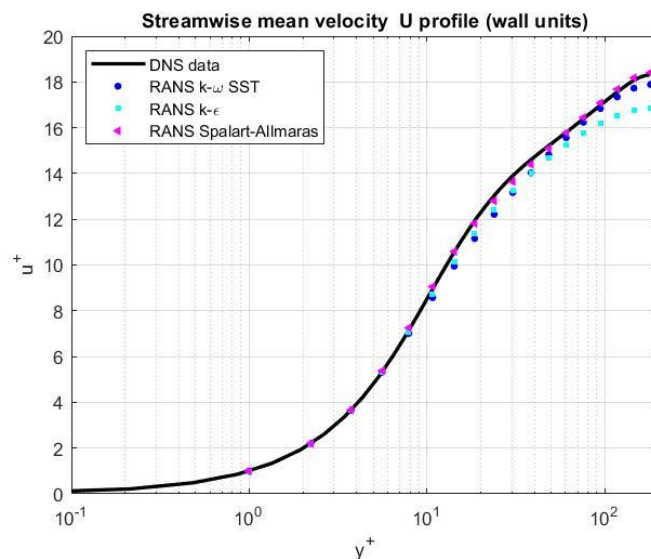


Figura 9:  $U^+$  vs.  $Y^+$ . Comparación datos RANS con datos de bibliografía.

En la Figura 9 se observan los resultados obtenidos de las tres simulaciones RANS realizadas, así como los datos de referencia (School of Aeronautics (Universidad Politécnica de Madrid), s. f.). Como se observa, el flujo crece de una velocidad nula en la pared, hasta una velocidad en unidades de pared entorno a 18 en la mitad del canal. Se observa la región de subcapa viscosa con un perfil de velocidad aproximadamente lineal hasta  $y^+ \approx 1$ , y se puede reconocer la región logarítmica en  $y^+ > 30$ .

El resultado del modelo k- $\epsilon$  está por debajo del valor de referencia, mientras que el modelo Spalart-Allmaras se ajusta mejor a los datos DNS. El modelo k- $\omega$  SST consigue mejor resolución que k- $\epsilon$ , pero también resulta por debajo de los datos de referencia.

A continuación, se representa el tensor de Reynolds. La ecuación (18) también se puede expresar, teniendo en cuenta un caso estacionario, de la forma siguiente

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j}, \quad (38)$$

donde el último término representa el tensor de Reynolds, definido como

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = \nu_T \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k. \quad (39)$$

A su vez, la energía cinética turbulenta se calcula como

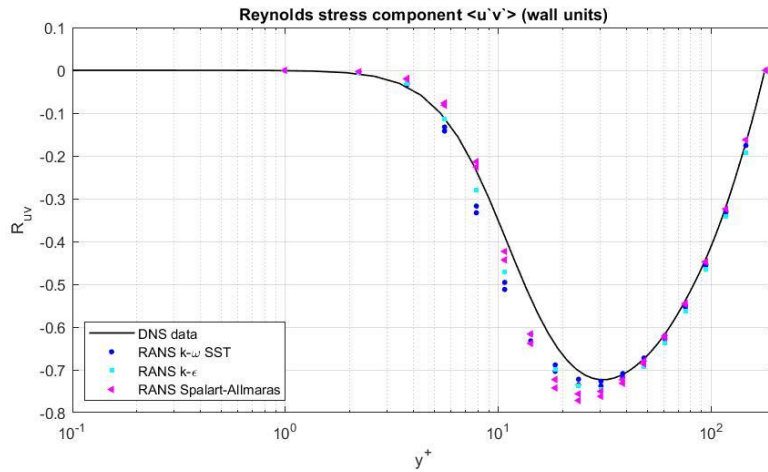
$$k = \frac{1}{2} (\langle u' \rangle^2 + \langle v' \rangle^2 + \langle w' \rangle^2). \quad (40)$$

Para este caso, la única derivada no nula del flujo es  $\partial u / \partial y$ . Por otro lado, el delta de Kronecker es 0 si  $i \neq j$ . Así, se calcula la componente del tensor de Reynolds  $\langle u'v' \rangle$ , que por la ecuación (39) resulta

$$-\langle u'v' \rangle = \nu_T \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}, \quad (41)$$

donde  $\nu_T$  es la viscosidad turbulenta.

Se han comparado los resultados de esta componente con los datos de la bibliografía para cada caso RANS (ver Figura 10). Como se observa, cerca de la pared, en la región de subcapa viscosa, el tensor se mantiene en 0, y en  $y^+ \approx 3$  empieza a descender. Hay un mínimo en  $y^+ \approx 30$ , en el cual los resultados numéricos se dispersan respecto a los valores de referencia. Después de este pico en la región de transición, el valor de la componente del tensor de Reynolds vuelve a aumentar hasta volver a ser nulo en la mitad del canal. Lo anterior se relaciona con que en las paredes y en el centro del canal el gradiente de velocidad respecto y es cero y, a medida que se acerca al centro del canal, aumenta, por lo que el tensor de Reynolds disminuye (Pope, 2000).



**Figura 10: Componente  $\langle u'v' \rangle$  del tensor de Reynolds. Comparación datos RANS con datos de bibliografía.**

Se concluye que el modelo Spalart-Allmaras es el que produce resultados más precisos, igual que obtiene Hedlund A. (2014) en un estudio similar.

Por otro lado, se representa la energía cinética turbulenta,  $k$ , y la tasa de disipación de energía turbulenta,  $\epsilon$ , para los casos de los modelos  $k-\omega$  SST y  $k-\epsilon$ . Se definen como variables adimensionales, siguiendo las ecuaciones

$$k^+ = \frac{k}{u_\tau^2}, \quad (42)$$

$$\epsilon^+ = \frac{\epsilon}{u_\tau^3/\nu} = \epsilon \cdot 5.5555 \cdot 10^{-3}. \quad (43)$$

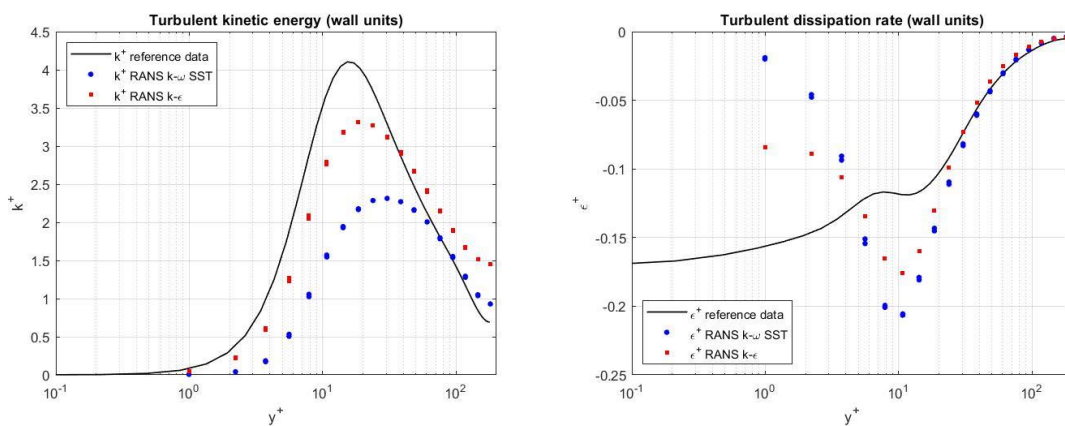
Se observan en general valores menores en el caso  $k-\omega$  SST respecto al  $k-\epsilon$ , tanto en la energía como en la tasa de disipación turbulentas. Ver Figura 11.

Se encuentra un pico de máxima energía en la región de transición  $y^+ \approx 10 - 30$ , donde la componente del tensor de Reynolds es mínima (máximo en valor absoluto). Este pico ocurre donde el tensor viscoso y el tensor de Reynolds son iguales (Pope, 2000). Que  $\langle u'v' \rangle$  sea máximo en valor absoluto implica que en esta región es donde las fluctuaciones de la velocidad axial,  $u$ , están más correlacionadas con las velocidades  $v$ . En esta región una fluctuación negativa de la componente  $v$  (flujo que va hacia la pared) está asociada a una fluctuación positiva de la componente  $u$ , y viceversa.

Respecto a la tasa de disipación de energía turbulenta, la máxima disipación está en la pared (en valor absoluto) debido a los efectos viscosos, y ésta se va reduciendo a medida que se acerca al centro del canal, donde se encuentran las escalas más energéticas relacionadas con

el campo promedio. Se observa un escalón en  $y^+ \approx 10$ , la misma región donde se encuentra los máximos de energía cinética turbulenta y de  $\langle u'v' \rangle$  (en valor absoluto). Por ello, se relaciona que la disipación de energía balancea la propia producción de energía cinética turbulenta.

Por otro lado, se aprecia que el primer punto de malla está en  $y^+ \approx 1$ , por la propia definición de malla. Por ello y por ser modelos RANS, ambos casos están bastante alejados de los datos de referencia. Cabe destacar que en el centro del canal los resultados de la tasa de disipación turbulenta se acercan más a los datos de referencia. Ver Figura 11.



**Figura 11: Energía cinética turbulenta (izquierda) y tasa de disipación de energía turbulenta(derecha) para los casos k-epsilon y k-omega.**

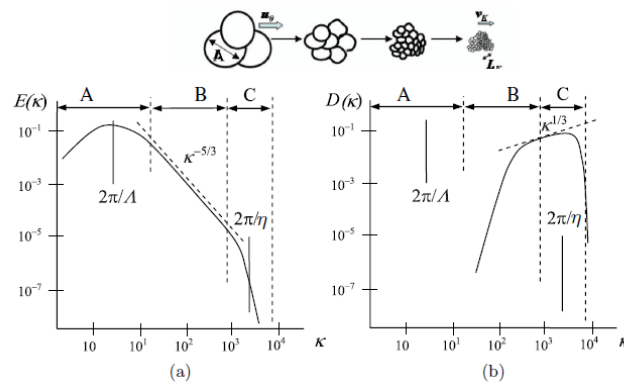
Se pueden observar unos resultados similares en el artículo de Davidson, L. (2001), sobre una simulación híbrida RANS/LES a un  $Re_\tau = 590$ . En éste, utiliza un modelo k- $\epsilon$  cerca de la pared (RANS) y un modelo SGS de una ecuación lejos de la pared (LES). El resultado de sus modelos para la energía cinética turbulenta ronda el máximo de 3.5, igual a lo obtenido en este caso con el modelo k- $\epsilon$  (ver Figura 11).

## 5. LES

### 5.1. Descripción LES

Como se ha observado en el capítulo anterior, en RANS no se pueden visualizar las escalas turbulentas más pequeñas debido a que el modelo las filtra. Los flujos turbulentos contienen un amplio rango de escalas de tiempo y espacio. Las escalas más grandes de remolinos generalmente son más energéticas que las más pequeñas, y por ello son más efectivas transportando las propiedades conservadas de masa, momento y energía. Estas escalas están

asociadas con la longitud característica del flujo promedio. Las escalas más pequeñas están asociadas con la disipación por efectos viscosos (Ferziger & Perić, 2002); ver Figura 12.



**Figura 12: Esquema del espectro típico de (a) la energía turbulenta  $E(k)$ , y (b) la disipación turbulenta,  $D(k)$ , en turbulencia plenamente desarrollada para altos números de Reynolds (Leschziner, 2015).**

En cuanto a las escalas de remolino se puede describir que:

- Los remolinos de grandes escalas son dependientes de la geometría y de las condiciones de flujo.
- Los remolinos de escalas pequeñas tienden a ser más isotrópicos y, consecuentemente, más universales, por lo que se tendría que encontrar un modelo de turbulencia universal.

Por ello, las simulaciones LES (*Large Eddy Simulations*) calculan las escalas de remolino más grandes y modelan las escalas de remolino más pequeñas, para reducir así la resolución de malla y el tamaño de paso de tiempo. Las simulaciones LES son tridimensionales, dependientes en el tiempo y de mayor coste computacional que RANS. Esto es así, en términos de memoria RAM y CPU's, ya que LES requiere de mallas más finas y un tiempo suficientemente largo para obtener variables estadísticas del flujo siendo modelado. Sin embargo, cerca de la pared la resolución de los pequeños remolinos depende del número de Reynolds, cuyo límite está entre  $Re \sim 10^4 - 10^5$  (Ahmad et al., 2013).

Por tanto, en la simulación LES se necesita un campo de velocidad que contenga solo las escalas más grandes de flujo, por lo que se filtra este campo de velocidades para simular la escala más grande, que es la velocidad local promediada del campo. Si se define en una dimensión, esta velocidad filtrada se describe como

$$\bar{u}_i(x) = \int G(x, x') u_i(x') dx', \quad (44)$$

donde  $G(x, x')$  es una función de filtrado. Todos los filtros tienen una escala de longitud asociada,  $\Delta$ . Los remolinos de escala mayor que  $\Delta$  son los remolinos grandes y los vórtices más pequeños que  $\Delta$  son los que necesitan ser modelados.

Para un flujo incompresible, las ecuaciones de Navier-Stokes filtradas son

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (45)$$

y la ecuación de continuidad no cambia respecto a RANS con este filtrado:

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (46)$$

Denotando que

$$\overline{u_i u_j} \neq \bar{u}_i \bar{u}_j, \quad (47)$$

Y que el término de la izquierda de la desigualdad es difícil de calcular, se llega a una aproximación de modelización para relacionar ambos lados de la desigualdad,

$$\tau_{ij}^s = -\rho(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j). \quad (48)$$

El término  $\tau_{ij}^s$  es llamado tensor de subescala (*subgrid-scale Reynolds stress*), y se define como el momento de las grandes escalas de flujo causado por las pequeñas escalas no resueltas. Se tiene en cuenta que el tamaño de filtro ha de ser mayor que el tamaño de malla,  $\Delta > h$ . Los modelos usados para aproximar el *SGS Reynolds stress* (ecuación (48)) son llamados modelos de subescala (*subgrid-scale* o *SGS, models*) (Ferziger & Perić, 2002).

## 5.2. Preproceso: mallado

Respecto a las dimensiones del dominio, propiedades físicas del flujo y condiciones de contorno, son las mismas que en el caso RANS. Ver puntos 4.3, 4.4 y 4.5. Por ello, se procede directamente al mallado.

### 5.2.1. Caso 1: WALE

Se parte de una de  $N_x = 32$ ,  $N_y = 64$  y  $N_z = 48$ . La malla es uniforme en la dirección paralela y perpendicular al flujo, con incrementos en unidades de pared de  $\Delta x^+ \cong 71$  y  $\Delta z^+ \cong 16$ . Se impone un refinamiento en el eje  $y$  mediante un factor de estrechamiento de 40. Con este refinamiento, se consigue que el primer punto de malla este en  $y \cong 2.9 \cdot 10^{-3}$ , que traducido a unidades de pared es  $y^+ = 180y \cong 0.52 \approx 0.5$ , como determina Jofre et al. (2018) en un estudio similar. Así, la resolución en este rango es de  $\Delta y^+ \cong [0.5 - 20.77]$ .

### 5.2.2. Caso 2: WMLES

Se quiere realizar un segundo caso de simulación con un modelo de pared. Por ello, se realiza una malla de número de celdas mayor y sin refinamiento cerca de las paredes, es decir, una malla uniforme, puesto que el propio modelo modeliza cerca de la pared. El tamaño de malla es  $N_x = N_y = N_z = 64$ , con un paso uniforme en las tres direcciones, de modo que se tiene un tamaño de paso en unidades de pared de  $\Delta x^+ \cong 35$ ,  $\Delta y^+ \cong 6$ ,  $\Delta z \cong 12$ . Se trata de una malla escogida frecuentemente para este caso, pudiéndose ver en las referencias de Davidson (2009) y Hamba (2003).

La visualización de las mallas se encuentra en el Anexo A.

## 5.3. Modelo de turbulencia y solver

A continuación, se anotan algunas características de la simulación. La explicación teórica de los modelos de subescala LES se puede consultar en el Anexo C. Por otro lado, la explicación más detallada de su configuración se encuentra en el Anexo E.

En el Anexo G se encuentra la explicación paso a paso de la simulación realizada en ANSYS Fluent, y en el Anexo H se puede visualizar la convergencia de los residuos.

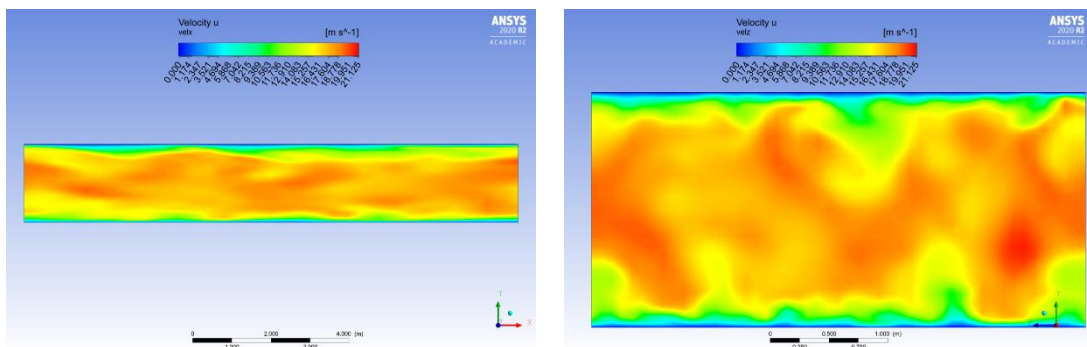
**Tabla 3: Configuración de cálculo de simulación LES.**

Características de simulación	
Modelos de turbulencia	WALE y WMALES
Esquema numérico	Acoplado (coupled). Los esquemas relacionados con las ecuaciones de conservación se encuentran en el Anexo E.
Criterios de convergencia	Convergencia de residuos de $10^{-8}$
Inicialización	Se impone un perfil de velocidades sinusoidal para acelerar la turbulencia. Calcula durante 50 large-eddy turnover times, $t_b$ , hasta que llega a un estado estadísticamente estacionario. La llegada a este régimen se monitoriza con el tensor de pared, $\tau_w$ .
Cálculo	Después de la inicialización, se promedia en el tiempo durante 100 large-eddy turnover times. Se calcula con $3 \cdot 10^5$ iteraciones con un tamaño de paso de $5 \cdot 10^{-3}$ s.

## 5.4. Post-proceso y validación de los resultados

### 5.4.1. Contornos de velocidad

En cuanto a los resultados de los contornos de velocidad, en las simulaciones LES se puede observar la turbulencia, contrariamente a las simulaciones RANS. Así, se muestra un flujo caótico y desordenado con escalas de remolino menores cerca de las paredes del canal; ver Figura 13.



**Figura 13: Contornos de velocidad. Simulación LES 32x64x48.**

### 5.4.2. Gráficos

Como parte del post-proceso de los resultados, se han de promediar en  $x, z$  los resultados obtenidos del promediado temporal de la simulación.

Como se observa en la Figura 14, los resultados de la velocidad  $u^+$  están por encima del resultado de referencia. Si se compara con los resultados RANS, los modelos Spalart-Allmaras y  $k-\omega$  SST predicen mejor los resultados en esta ocasión. El caso LES con malla  $32 \times 64 \times 48$  (WALE) calcula  $u^+$  por encima del valor de referencia; y en el caso LES con malla  $64^3$  (WMLES), la velocidad máxima está por encima del caso WALE.

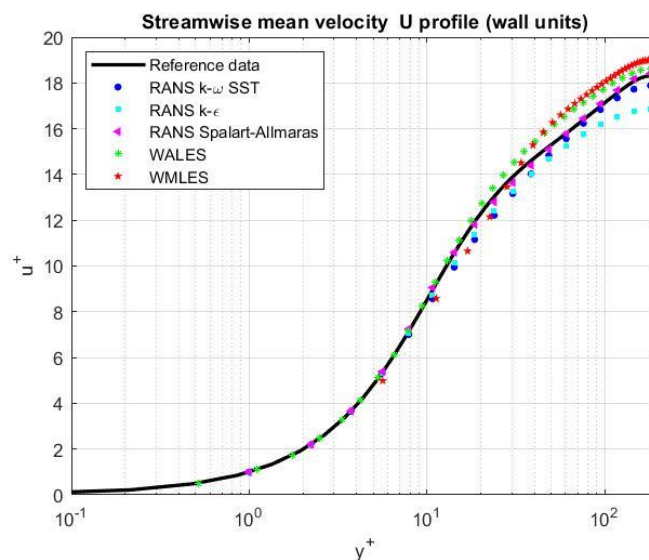
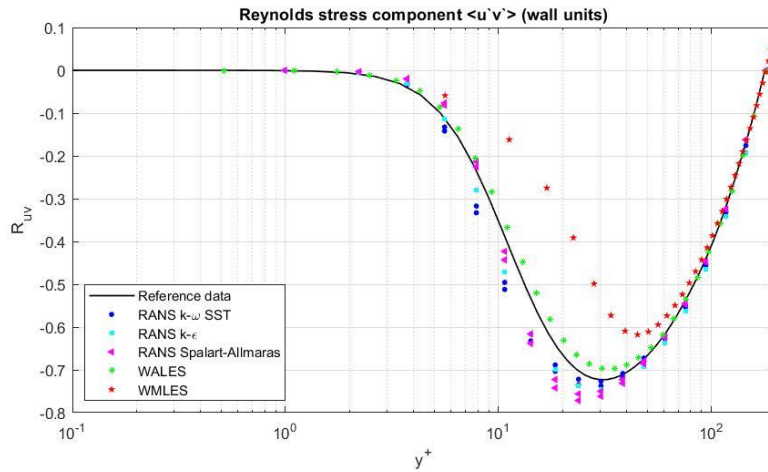


Figura 14:  $U^+$  vs.  $Y^+$ . Comparación datos LES y RANS con datos de bibliografía.

Por otro lado, la componente del tensor de Reynolds  $\overline{u'v'}$  en el caso WALE se obtiene por encima del valor de referencia, contrariamente a los resultados con modelos RANS  $\langle u'v' \rangle$ . El caso WMLES obtiene los resultados más alejados de todas las simulaciones realizadas; ver Figura 15.



**Figura 15: Componente  $\langle u'v' \rangle$  del tensor de Reynolds. Comparación datos LES y RANS con datos de bibliografía.**

Contrariamente a las simulaciones RANS, las simulaciones LES sí calculan las velocidades de las fluctuaciones, definidas como *root mean square velocity fluctuations (rms)*, ya que se representan como la desviación estándar de la velocidad,

$$rms(u'_i) = \left( \frac{\sum_{n=1}^{n=N} u'^2_i}{N} \right)^{1/2}, \quad (49)$$

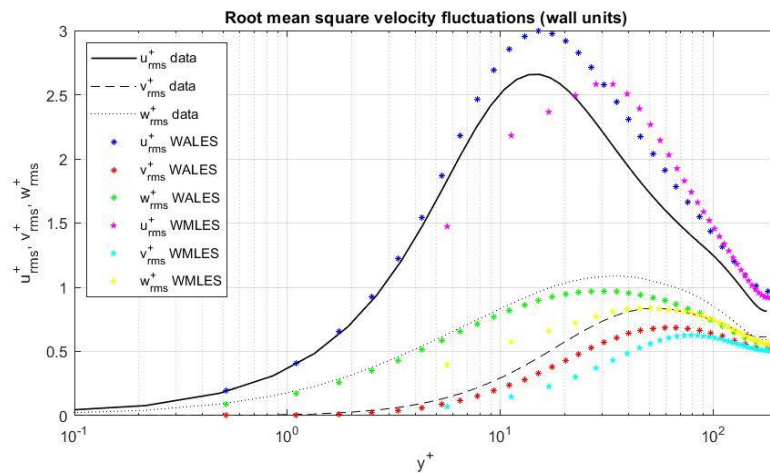
donde N es el tamaño de malla.

Los resultados en el caso de la malla 32x64x48 (WALE) muestran una sobrepredicción de  $u^+_{rms}$ , mientras que las componentes  $v^+_{rms}$  y  $w^+_{rms}$  están por debajo del valor de referencia, tal y como se obtiene en las referencias Cantwell et al. (s. f.) y Jofre et al. (2018).

Se observa que la generación de  $u^+_{rms}$  en la región de transición, cerca de la pared, está relacionada con el pico de máxima energía cinética turbulenta y del componente de tensor de Reynolds  $\overline{u'v'}$  (en valor absoluto). La fluctuación más intensa pertenece a la componente axial  $u^+_{rms}$ , que es la de la dirección principal del flujo (dirección x). Además, se observa que las tres componentes de las fluctuaciones en el centro del canal ( $y^+ = 180$ ) se unen en el mismo punto, ya que el flujo es más homogéneo en el centro del canal que cerca de las paredes, es decir, la autocorrelación de las estructuras de flujo en el centro del canal decae más rápidamente.

Los resultados de la malla de 64<sup>3</sup> (WMLES) tienen el mismo comportamiento que el anterior caso LES, pero se muestran más alejados que éste de los valores de referencia. Además, al no tener la malla refinada en el eje y, el primer punto de malla en  $y^+$  se muestra muy alejado de

la pared,  $y^+ = 5.625$ , y a pesar de ser un modelo de pared no reproduce bien los resultados cerca de ésta.



**Figura 16: Velocidades de las fluctuaciones  $u^+_{rms}$ ,  $v^+_{rms}$ ,  $w^+_{rms}$ . Comparación de resultados LES con datos de bibliografía.**

## 6. DNS

### 6.1. Descripción DNS

Las Simulaciones Numéricas Directas (DNS) resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes sin promedio ni aproximación alguna más que los errores numéricos de discretización, que pueden ser controlados. En DNS, para asegurar que las estructuras turbulentas son captadas, el dominio de cómputo ha de ser, al menos, igual en tamaño respecto el dominio físico o al remolino más grande. Así, la dimensión del dominio ha de ser varias veces el tamaño de la escala integral,  $l$ , definida como el promedio de la autocorrelación. Por otro lado, debe capturar las escalas más pequeñas de flujo para captar la disipación de energía cinética turbulenta, por lo que el tamaño de la malla no ha de ser mayor que la escala más pequeña de flujo, llamada escala de Kolmogorov,  $\eta$ .

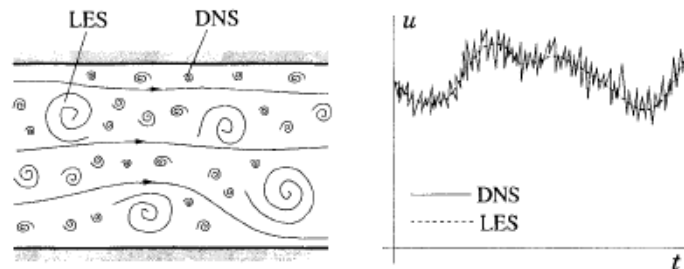
Como ejemplo de la dependencia del número de Reynolds, para turbulencia isotrópica homogénea, el número de puntos de malla en cada dirección, si se piensa en una malla uniforme, ha de ser al menos  $l/\eta$ , que mediante relaciones algebraicas es proporcional a

$$\frac{l}{\eta} = Re_l^{\frac{3}{4}}, \quad (50)$$

donde  $Re_l$  es el número de Reynolds basado en la escala integral.

Este número de puntos usado en computación viene limitado por la velocidad de procesado y la memoria de la máquina, con lo que las DNS solo son posibles para flujos a números de Reynolds bajos y en dominios geométricos relativamente simples. No obstante, cabe destacar que la potencia de computación aumenta con el tiempo. Según la Ley de Moore, el número de transistores se duplica aproximadamente cada dos años, por lo que cada vez se consigue resolver casos de mayor número de puntos de malla, tal y como se dijo en el capítulo de Introducción.

En relación a lo anterior, las simulaciones DNS requieren de mayor coste computacional que las simulaciones LES, hablando en relación a memoria RAM y CPUs; ver Figura 17.



**Figura 17: Representación esquemática de movimiento turbulento (izquierda) y la dependencia temporal de una componente de velocidad en un punto (derecha) (Ferziger & Perić, 2002).**

Por lo anteriormente comentado, aunque los resultados DNS dan información muy detallada, no se suelen utilizar en la industria por el encarecimiento del proceso y el tiempo. En su lugar se utilizan modelos RANS, con los que ya se obtienen resultados útiles. Los resultados DNS son utilizados en investigación como equivalencia a datos experimentales o como una visualización “numérica” del flujo (Ferziger & Perić, 2002).

Los requerimientos más importantes de las simulaciones LES y DNS son el amplio rango de escalas de longitud y tiempo. El tamaño de paso ha de ser pequeño y el método de cálculo estable. En muchos casos, los métodos explícitos son estables, pero en otros casos, como cerca de la superficie sólida donde hay estructuras muy pequeñas, se requiere un tamaño de celda pequeño en dirección normal a la pared, y los términos viscosos pueden derivar en inestabilidad, por lo que se trata con métodos implícitos. Los métodos más utilizados son de segundo a cuarto orden, como los Runge-Kutta, y el método Crank-Nicolson cuando se trata implícitamente. Para una información más detallada sobre los métodos de cálculo, se puede encontrar en la referencia de Ferziger & Perić (2002).

## 6.2. Preproceso: mallado

El dominio, las propiedades físicas y las condiciones de contorno son las mismas que para los casos anteriores. Ver capítulos 4.3, 4.4 y 4.5.

En cuanto a la malla, se resuelve un tamaño de  $N_x = 256$ ,  $N_y = 128$  y  $N_z = 128$ , y el primer punto de malla se sitúa en  $y^+ \cong 0.1$  (Vreman & Kuerten, 2014).

## 6.3. Simulación DNS

Como se ha comentado anteriormente, la simulación DNS se realiza en el superordenador Cedar (*Cedar - CC Doc*, s. f.) en Compute Canada (CC).

Para configurar la simulación a través del terminal, se dispone de una serie de scripts para conformar la malla, las condiciones de cálculo (paso de tiempo, número de pasos de tiempo, método de cálculo, etc) y las condiciones del caso (condiciones físicas y de contorno). Una vez configurado el caso, se carga un ejecutable y se lanza el caso a calcular. A continuación se anotan algunas características del cálculo de simulación. Más datos sobre la simulación se encuentran en la Tabla 5.

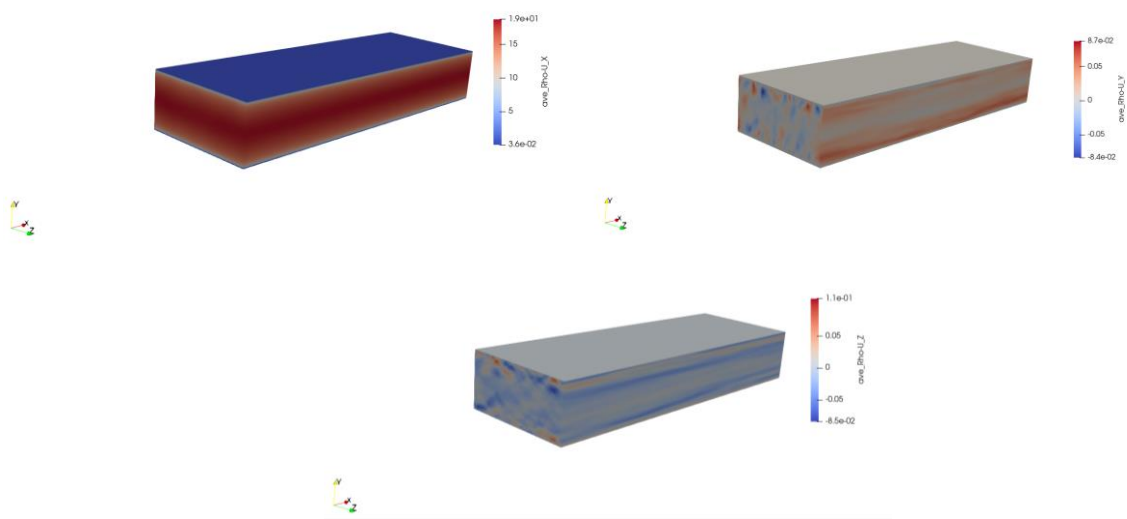
**Tabla 4: Configuración de cálculo de simulación DNS.**

Características de simulación	
Esquema numérico	Solver RHEA. Utiliza volúmenes finitos y métodos espectrales.
Criterios de convergencia	Convergencia de residuos de $10^{-8}$
Inicialización	Se impone un perfil de velocidades con perturbación para acelerar la turbulencia. Calcula durante una semana hasta que llega a un estado estadísticamente estacionario.
Cálculo	Después de la inicialización, se promedia en el tiempo cada 50000 iteraciones, con un tamaño de paso de $2 \cdot 10^{-5}$ s. Su duración total es de más de ocho semanas con 32 CPU (1 nodo). Más de 4890000 pasos de tiempo.

## 6.4. Post-proceso y validación de los resultados

### 6.4.1. Contornos de velocidad

A continuación, se muestran los resultados de los contornos de las velocidades promediadas en tiempo. La velocidad axial se muestra homogénea a lo largo del canal, mientras que las velocidades vertical y transversal tienden a ser nulas, por lo que se ve una dirección principal del flujo; ver Figura 18.



**Figura 18: Campo promedio DNS. Velocidad promedio: u (izquierda), v (derecha), w (centro).**

Si se observa un campo instantáneo (Figura 19), se pueden ver las fluctuaciones de flujo cerca de la pared.

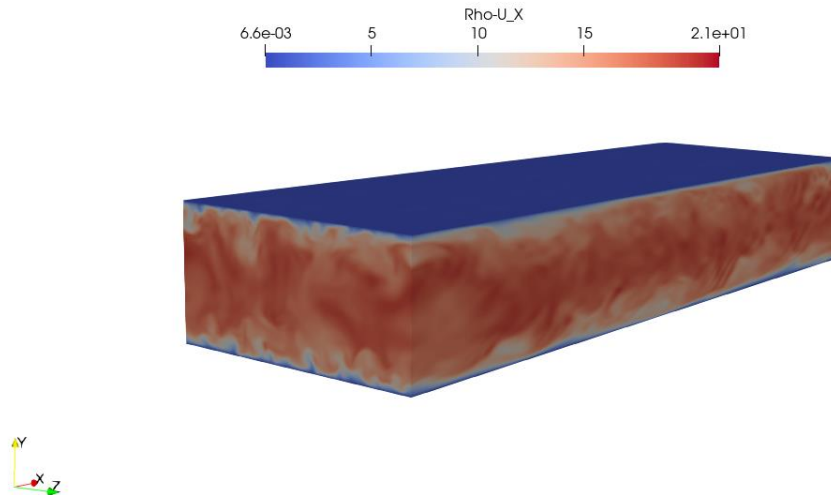


Figura 19: Campo instantáneo DNS. Componente axial de velocidad.

#### 6.4.2. Gráficos

Una vez se obtienen los resultados promediados en el tiempo, se promedian en  $x$ ,  $z$  y se hace simetría en el eje  $y$ . De esta forma, se tienen post-procesados los resultados y se procede a validarlos con los datos de referencia.

Como se puede observar, los resultados recaen sobre las curvas de referencia. No obstante, por lo que respecta a las componentes  $u_{rms}$  y  $w_{rms}$  de las intensidades de las velocidades de las fluctuaciones, a pesar de haber promediado 4890000 pasos de tiempo, requieren de más promediado en el tiempo, ya que pertenecen a términos de segundo orden.

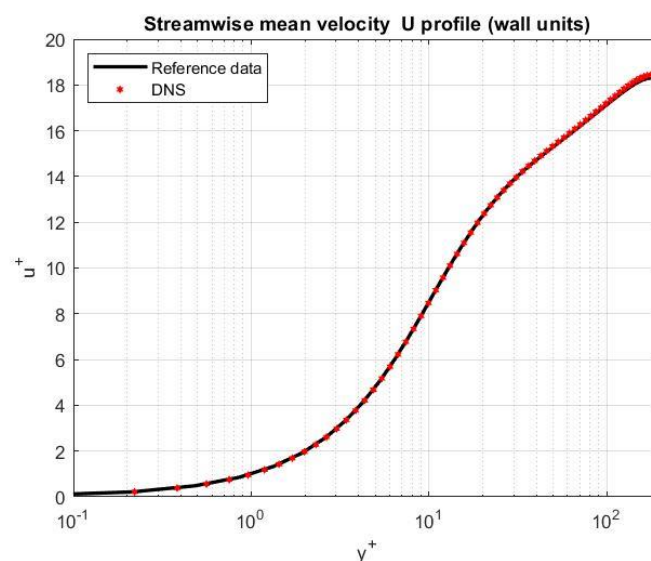
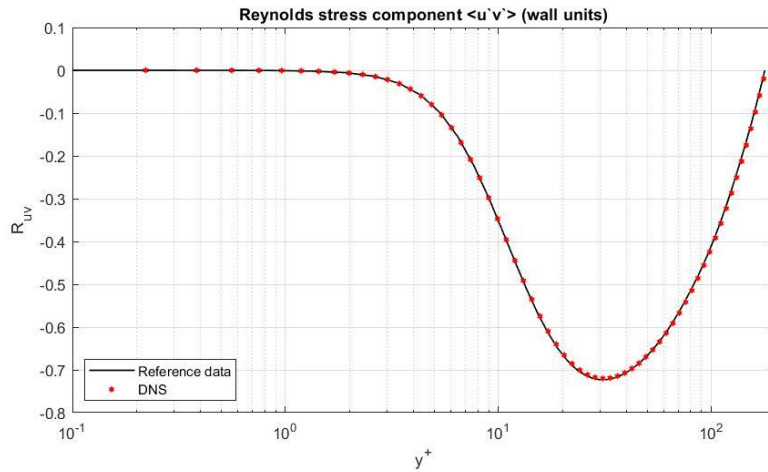
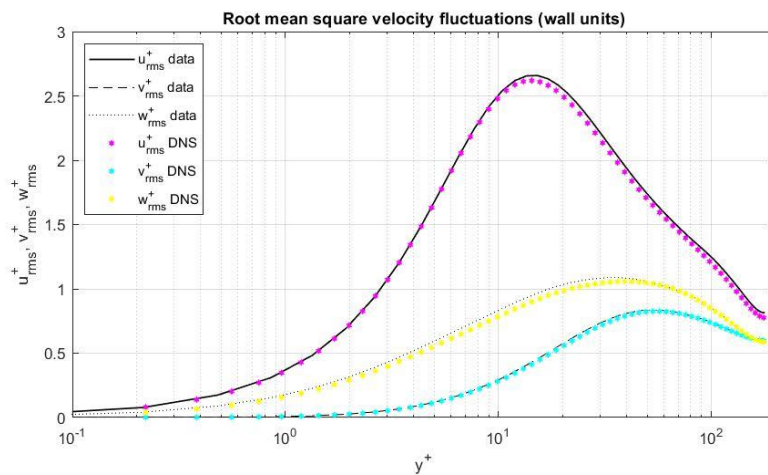


Figura 20:  $U^+$  vs.  $Y^+$ . Comparación datos DNS con datos de bibliografía.



**Figura 21: Componente  $\langle u'v' \rangle$  del tensor de Reynolds . Comparación de resultados DNS con datos de bibliografía.**



**Figura 22: Velocidades de las fluctuaciones  $u_{rms}^+, v_{rms}^+, w_{rms}^+$ . Comparación resultados DNS con datos de bibliografía.**

### 6.4.3. Estructuras

A continuación, se pueden visualizar las estructuras presentes en un flujo turbulento en un canal de la simulación directa.

Las estructuras se van moviendo en dirección del flujo, crecen, evolucionan y acaban muriendo, combinándose o disipándose. Éstas se muestran calculando el valor de Q-Criterion y mostrando un contorno de  $Q=0.5$ , para visualizar los remolinos cerca de las paredes del canal. Q-Criterion es calculado según la siguiente expresión

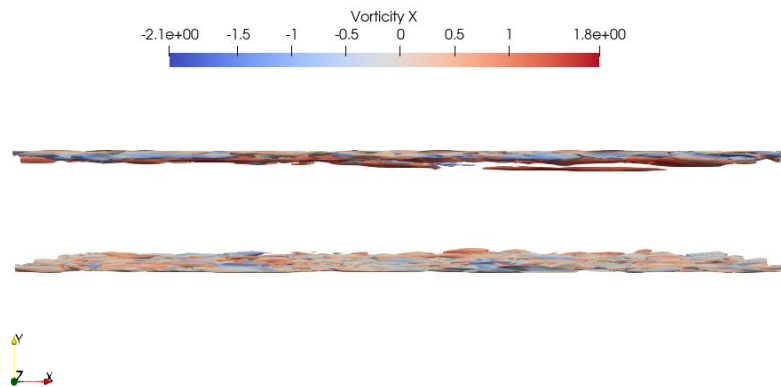
$$Q = \frac{1}{2} \left( \|\vec{\omega}\|^2 - \|\vec{S}\|^2 \right), \quad (51)$$

donde  $\|\vec{\omega}\|$  es el módulo del tensor de vorticidad y  $\|\vec{S}\|$  es el módulo del tensor de esfuerzos, la parte antisimétrica y simétrica del tensor gradiente de velocidad (Jeong et al., 1997), respectivamente:

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_i}{\delta x_j} - \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right), \quad (52)$$

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right). \quad (53)$$

Cerca de la pared se visualizan estructuras alargadas en dirección del flujo. Estas estructuras alargadas son causa de que la autocorrelación de éstas cerca de la pared decae lentamente, contrariamente a lo que pasa en el centro del canal. Con el objetivo de visualizar la magnitud de rotación de los remolinos, en las figuras siguientes se pinta la vorticidad, cuyos valores fluctúan entre un mínimo y un máximo. Se relaciona la máxima velocidad con la mínima vorticidad, perteneciente a las escalas de remolinos mayores y más energéticas del centro del canal. Por otro lado, se relaciona la mínima velocidad con la máxima vorticidad, perteneciente a las escalas menores disipativas cerca de las paredes del canal.



**Figura 23: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad X. Plano normal a Z. Campo promediado temporalmente.**

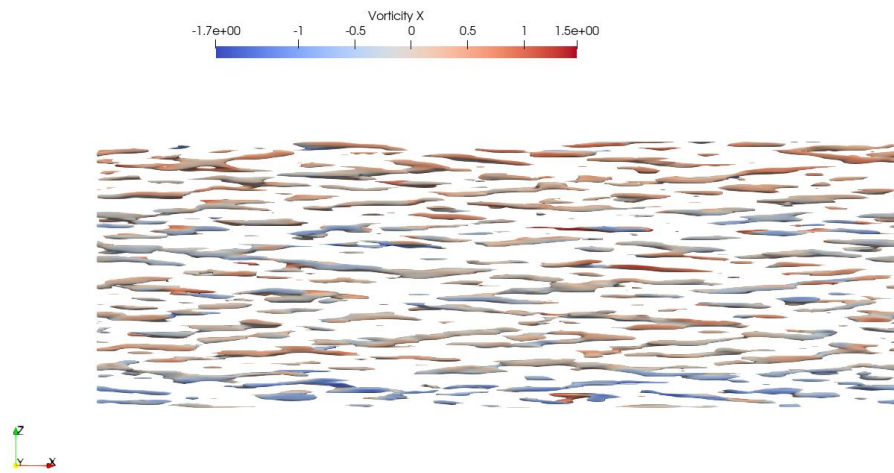


Figura 24: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad X. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.

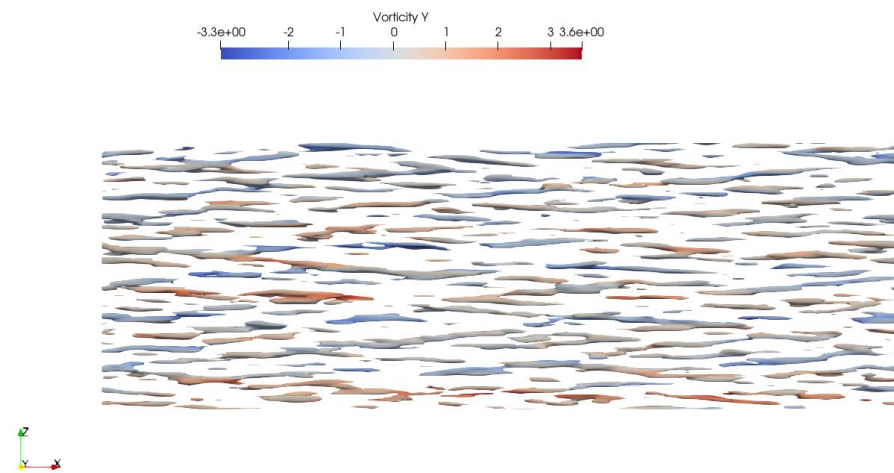


Figura 25: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad Y. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.

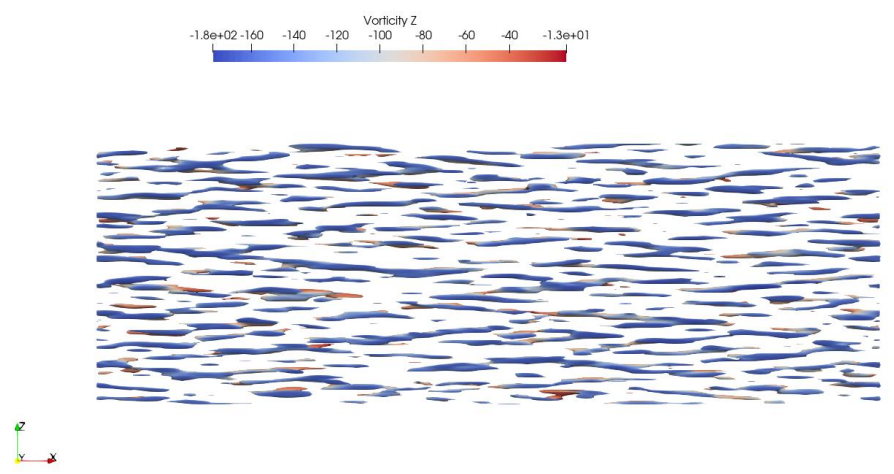


Figura 26: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad Z. Plano normal a Y (pared superior). Campo promediado temporalmente.

Las fluctuaciones de esfuerzo positivo, representadas por la vorticidad axial positiva,  $\omega_x$ , inyectan flujo desde lejos de la pared hasta cerca de la pared, y por tanto aceleran el flujo, gracias a la convección turbulenta y al gradiente de presión. Las fluctuaciones de esfuerzo negativo, en cambio, inyectan flujo desde lejos de la pared hasta cerca de ésta.

Además, de la Figura 24 se observa que, a lo largo del eje  $z$ , hay remolinos de vorticidad positiva acompañados de vorticidad negativa, creando una longitud característica entre ellos. Esta organización es común en flujos de convección forzada y es llamada *organización de tipo streaks* (Sillero et al., 2014). Respecto las vorticidades  $\omega_y$  y  $\omega_z$  (Figura 25 y Figura 26), se observa una vorticidad en  $y$  con más parte negativa y una organización de tipo streaks, similar a la vorticidad axial; y una vorticidad en  $z$  con un valor mínimo negativo en la pared mucho mayor respecto las otras dos componentes,  $\omega_x$  y  $\omega_y$ .

A continuación, se muestra un campo instantáneo de flujo pintado por la vorticidad con un contorno de  $Q=300$ , donde las estructuras cerca de la pared se muestran alargadas y horizontales, y se van inclinando hacia el centro del canal a medida que se acercan a éste.

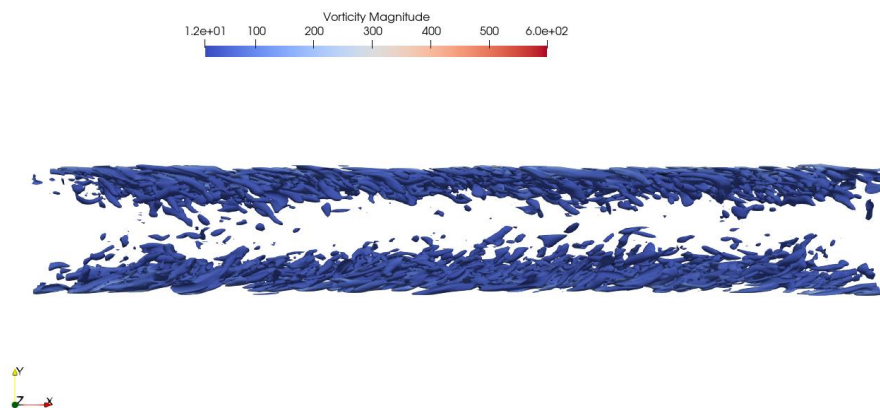


Figura 27: Estructuras flujo turbulento en un canal. Vorticidad. Plano normal a Z. Campo instantáneo.

## 7. Discusión de resultados

A continuación, se muestra una tabla a modo de comparación entre las características de las simulaciones realizadas, en cuanto a pasos de tiempo y de malla.

**Tabla 5: Características de las simulaciones.**

Simulación	RANS k- $\omega$ SST	RANS k- $\epsilon$	RANS Spalart- Allmaras	LES WALE	LES WMLES	DNS
$N_x \times N_y \times N_z$	36x36x36	36x36x36	36x36x36	32x64x48	64x64x64	256x128x128
Tamaño total	46656	46656	46656	98304	262144	4194304
$\Delta x^+$	63	63	63	71	35	9
$\Delta z^+$	21	21	21	16	12	6
$\Delta y^+$	[1- 35.1]	[ 1-35.1 ]	[ 1-35.1]	[0.5-20.8]	6	0.1
$\Delta t$ [s]	1	1	1	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Nº iter /Time Step	1	1	1	10	10	$1 \cdot 10^8$
Nº Iter.	3286	3249	2841	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	$4.9 \cdot 10^6$
$t_{real}$ [minCPU]	~5	~5	~5	~1140	~2880	(80640minx32CPU) $2.6 \cdot 10^6$

Relacionando la Tabla 5 con los resultados de cada simulación, se pueden extraer algunas conclusiones haciendo un balance entre coste computacional y precisión.

Las simulaciones RANS, cuyo coste es el más bajo, predicen de manera más o menos precisa el campo de velocidad promedio. Sin embargo, no se puede extraer el campo de velocidades de las fluctuaciones, por lo que se obtiene una solución promediada en el tiempo a partir de un modelo. En el caso de que se quiera una solución promedia del flujo, los modelos k- $\omega$  SST o Spalart-Allmaras serían una buena elección, ya que se acercan a los resultados de referencia.

Las simulaciones LES, cuyo coste es intermedio entre las RANS y DNS, obtienen unos resultados cercanos a los resultados exactos. Además, se extraen las velocidades de las fluctuaciones modelizadas, por lo que se consigue una solución aproximada del flujo real. Sin embargo, a pesar de que el modelo WALE con refinamiento en el eje y sí que obtiene resultados cercanos, el modelo WMLES con modelo de pared y sin refinamiento en y se aleja de los resultados de referencia, por lo que se concluye este caso como estudio futuro.

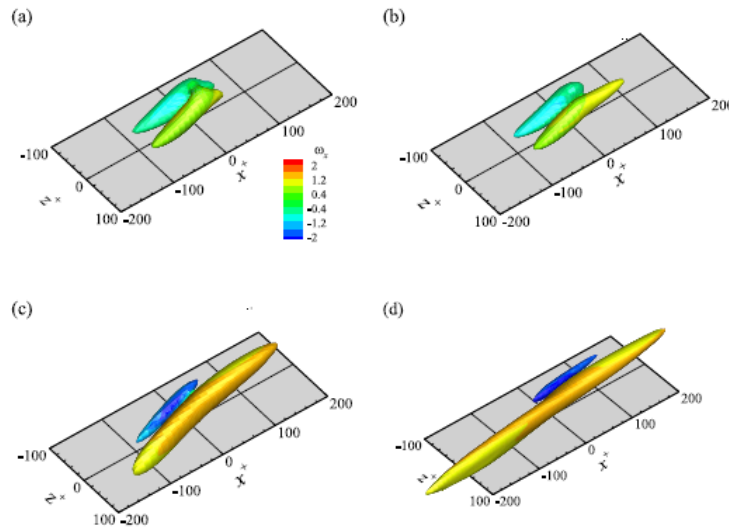
Las simulaciones DNS, cuyo coste es el más elevado con diferencia, resuelve las ecuaciones de forma exacta, y, en consecuencia, se obtienen los resultados de forma precisa, tanto en el campo promedio de velocidades como en el campo de velocidades de las fluctuaciones. No obstante, cabe destacar la limitación en cuanto al tiempo y potencia de cálculo disponibles.

## 8. Flujo en un canal en rotación

### 8.1. Introducción

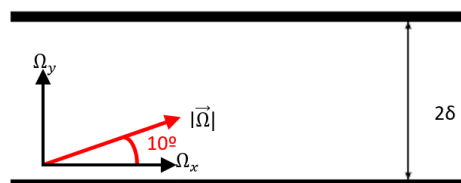
Como apartado adicional y aportación de novedad, se estudia el flujo en un canal en rotación.

Se parte del estudio de flujo en un canal con rotación en el eje axial (*streamwise rotating channel flow*) de Dai, et al. (2019), del cual se observa el efecto que tiene esta rotación sobre las estructuras de flujo cerca de la pared (*streamwise vortices*). En dicha referencia, se extrae, entre otras conclusiones, la observación de que a medida que se aumenta esta rotación mediante el número de rotación, las parejas de vórtices contra-rotatorios existentes cerca de la pared van perdiendo su simetría (ver Figura 28). Así, la rotación en el eje axial promueve la elongación del vórtice con rotación positiva (*cyclone*), es decir, con vorticidad positiva alineada en la dirección axial, mientras que suprime el vórtice con rotación negativa (*anticyclone*).



**Figura 28: Estructuras cerca de la pared con diferentes números de rotación en la dirección axial. Pintados por vorticidad axial a)  $Ro=0$ , b)  $Ro=0.4$ , c)  $Ro=2.5$ , d)  $Ro=7.5$ . Extraído de Dai, Y. et al. (2019).**

En este trabajo se quieren estudiar estas estructuras alineando la rotación, no con la dirección axial, sino con la orientación preferencial de estos remolinos. Del estudio de Jeong et al. (1997), se extrae que la orientación preferencial de estos remolinos está alrededor de  $10^\circ$  respecto el eje axial (ver Figura 29). Por ello, en este apartado se estudia el flujo en un canal con una rotación de  $10^\circ$  respecto el eje axial, que representa la dirección de flujo en el eje  $x$ ; ver Figura 29.



**Figura 29: Esquema flujo en rotación.**

De la Figura 29 se observa que la componente axial es la parte principal del vector de rotación, como se ve a continuación:

$$\Omega_x = |\vec{\Omega}| \cos(10^\circ) = 0.9848 |\vec{\Omega}| ,$$

$$\Omega_y = |\vec{\Omega}| \text{sen}(10^\circ) = 0.1736 |\vec{\Omega}| . \quad (54)$$

Por tanto, como en el caso a estudiar la rotación tiene parte de influencia en el eje axial y parte en el eje perpendicular a la pared, se tiene también como referencia el artículo de Li et al. (2006), en el que se hace una rotación respecto el eje perpendicular a la pared de flujo en un canal, mediante simulación directa.

## 8.2. Descripción del caso

### 8.2.1. Dominio y malla

Se parte del mismo dominio ( $L_x = 4\pi$ ,  $L_y = 2$ ,  $L_z = \frac{4}{3}\pi$ ) y las mismas condiciones de contorno y propiedades descritas para el flujo turbulento en un canal plano a  $Re_\tau = 180$ . Ver puntos 4.3, 4.4 y 4.5.

Se realiza una simulación DNS en el superordenador Cedar (*Cedar - CC Doc*, s. f.) de Canada (*Home | Compute Canada*, s. f.), con el fin de tener la máxima resolución sobre las estructuras cerca de la pared.

La malla, igual que en el caso DNS de flujo turbulento en un canal plano, es de  $N_x = 256$ ,  $N_y = 128$  y  $N_z = 128$ , y el primer punto de malla se sitúa en  $y^+ \cong 0.1$  (Vreman & Kuerten, 2014).

### 8.2.2. Ecuaciones gobernantes

Para la definición de la rotación, tomando como referencia los datos de Dai, et al. (2019), se define el número de rotación como

$$Ro = \frac{2\|\vec{\Omega}\|\delta}{U_m}, \quad (55)$$

donde  $U_m$  es la velocidad promedio del canal;  $\|\vec{\Omega}\|$  es la norma de velocidad de rotación; y  $\delta$  es la mitad de altura del canal, 1. Por otro lado, el número de rotación basado en la velocidad de fricción es el siguiente

$$Ro_\tau = \frac{2\|\vec{\Omega}\|\delta}{u_\tau}. \quad (56)$$

En el caso que acontece, se define un flujo con un número de rotación en unidades de pared  $Ro_\tau = Ro^+ = 1$ . Este término crea cierta rotación en el flujo y modifica el perfil de velocidades promedio.

En cuanto a las ecuaciones gobernantes, se trata de las mismas ecuaciones del punto 4.2, añadiendo un término de fuerzas de rotación, debido a considerar un sistema de referencia no inercial solidario al canal en rotación. La ecuación de Navier-Stokes es la siguiente

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - 2\rho (\vec{\Omega} \times \vec{u}), \quad (57)$$

donde el término de fuerzas de rotación se compone de la fuerza de Coriolis sobre el flujo y la fuerza centrípeta como fuerza de arrastre en las paredes del canal. Así, la aceleración centrífuga es absorbida por el término de presión y el último término en la ecuación,  $2\rho(\vec{\Omega} \times \vec{u})$ , representa la fuerza de Coriolis (Dai, et al., 2019) (Grundestam et al., 2008).

Adimensionalizando las variables de la siguiente forma

$$x_i^* = \frac{x_i}{\delta}; u_i^* = \frac{u_i}{u_\tau}; t^* = \frac{tu_\tau}{\delta}; p^* = \frac{p}{\rho u_\tau^2}, \vec{\Omega}^* = \frac{\vec{\Omega}}{\|\vec{\Omega}\|}. \quad (58)$$

La ecuación de momento normalizada resulta

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_j^* u_i^*}{\partial x_j^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} - Ro^+ (\vec{\Omega}^* \times \vec{u}^*), \quad (59)$$

Donde  $Re_\tau$  y  $Ro^+$  ya se han definido en las ecuaciones (9) y (55), respectivamente.

Para hallar la fuerza de Coriolis hace falta hacer el producto vectorial ( $\vec{\Omega}^* \times \vec{u}^*$ ). Por un lado, para el vector de rotación se tiene en cuenta que la dirección principal de flujo es la axial, y que su ángulo de rotación es de  $10^\circ$  respecto este eje, según lo comentado en el punto 8.1 (Jeong et al., 1997). Por otro lado, el vector de velocidad ha de ser resuelto numéricamente, y tanto las componentes de éste como las componentes del vector de rotación están normalizados. Las componentes de cada vector son las siguientes

$$\vec{\Omega}^* = (\Omega_i^*, \Omega_j^*, \Omega_k^*) = (1 \cdot \cos(10^\circ), 1 \cdot \sin(10^\circ), 0), \quad (60)$$

$$\vec{u}^* = (u_i^*, u_j^*, u_k^*) = (u^*, v^*, w^*). \quad (61)$$

Así, se resuelve el producto vectorial que conforma la fuerza de Coriolis

$$\begin{aligned}
 (\vec{\Omega}^* \times \vec{u}^*) &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \Omega_i^* & \Omega_j^* & \Omega_k^* \\ u_i^* & u_j^* & u_k^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\Omega_j^* u_k^* - \Omega_k^* u_j^*) \hat{i} \\ (\Omega_k^* u_i^* - \Omega_i^* u_k^*) \hat{j} \\ (\Omega_i^* u_j^* - \Omega_j^* u_i^*) \hat{k} \end{vmatrix} \\
 &= (\sin(10^\circ) w^*) \hat{i} + (-\cos(10^\circ) w^*) \hat{j} + (\cos(10^\circ) v^* \\
 &\quad - \sin(10^\circ) u^*) \hat{k}. \quad (62)
 \end{aligned}$$

Finalmente, resultan las ecuaciones en las tres direcciones

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_j^* u^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x_j^{*2}} - Ro^+ \sin(10^\circ) w^*, \quad (63)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_j^* v^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 v^*}{\partial x_j^{*2}} + Ro^+ \cos(10^\circ) w^*, \quad (64)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_j^* w^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x_j^{*2}} - Ro^+ \cos(10^\circ) v^* + Ro^+ \sin(10^\circ) u^*. \quad (65)$$

Así, en las ecuaciones de Navier-Stokes hay dos términos de fuente externa: una gradiente de presión que provoca la turbulencia del flujo, y un término de fuerzas de rotación.

### 8.2.3. Solver

Igual que para el anterior caso DNS de flujo turbulento en un canal, se utiliza el código RHEA. El código es igual que el anterior, con la adición del término de rotación mencionado.

La simulación corre, después del flujo haber sido desarrollado plenamente turbulento, durante 300000 pasos de tiempo, para llevar a cabo la rotación, con un tamaño de paso de  $2 \cdot 10^{-5}$  s.

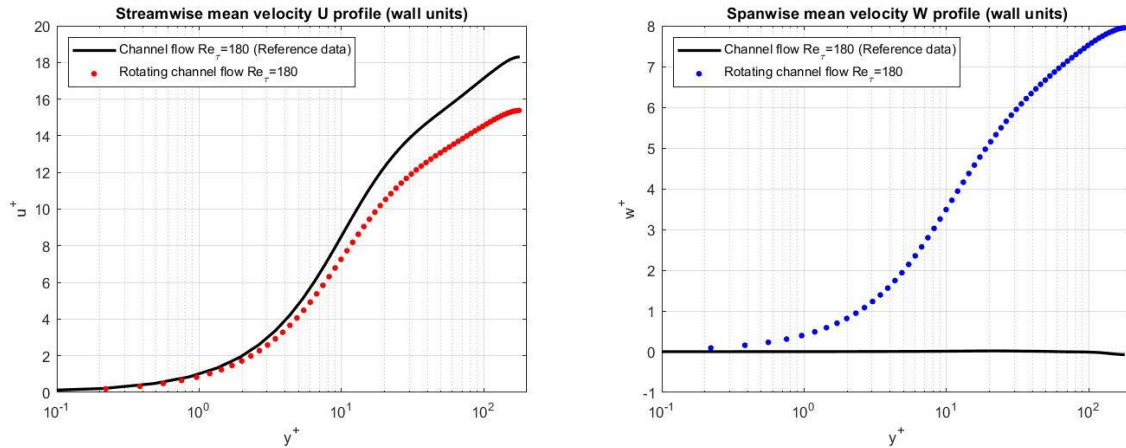
## 8.3. Resultados

### 8.3.1. Gráficos

Se comparan los perfiles de velocidad promedio del caso que acontece con los datos de referencia para un flujo turbulento en un canal sin rotación.

En cuanto a los resultados de velocidad promedio en unidades de pared, la velocidad axial máxima (*streamwise velocity*) disminuye respecto la velocidad axial máxima de flujo sin rotación. Por otro lado, la velocidad perpendicular al flujo (*spanwise velocity*) aumenta a medida que se acerca al centro del canal, contrariamente a la componente de velocidad  $w^+$  promedio de flujo sin rotación, que se mantiene prácticamente nula. Por lo tanto, la velocidad

promedio del flujo en rotación se reparte entre los ejes axial y perpendicular ( $x, z$ ), mientras que la velocidad promedio en el caso sin rotación solo tiene una componente principal, la de la dirección axial ( $x$ ). Ver Figura 30.



**Figura 30:  $U^+$  vs.  $Y^+$  (izquierda).  $W^+$  vs.  $Y^+$  (derecha). Comparación flujo en canal en rotación.**

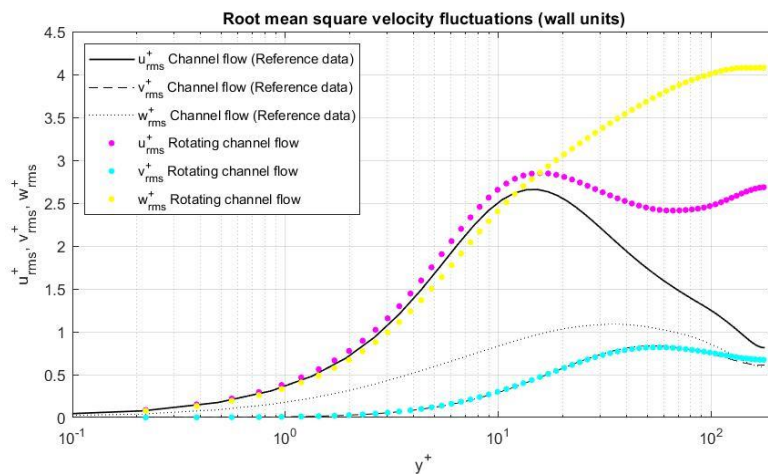
Si se comparan los resultados con los casos de rotación en el eje axial del artículo de Dai, et al. (2019) y de rotación perpendicular a la pared de Li et al. (2006), se observa que los resultados se acercan más a los de rotación perpendicular a la pared, por lo que se concluye que una pequeña componente del vector de rotación en la dirección  $y$  influye más que la rotación dominante en la dirección  $x$ . Esto es debido a que la rotación en  $y$  afecta a la ecuación de conservación de cantidad de movimiento principal (en la dirección principal del flujo,  $x$ ), mientras que una rotación axial pura no, como la que se realiza en el artículo de Dai, et al. (2019).

De hecho, una rotación en  $y$  genera una componente  $w^+$  promedio diferente de cero, por lo que el balance de cantidad de movimiento promedio en la dirección axial ( $x$ ) se ve afectado por esta componente (ver ecuación (63)).

Respecto a las velocidades de las fluctuaciones, se tiene como referencia el artículo de Dai, et al. (2019) sobre flujo turbulento en un canal en rotación en la dirección axial. En el caso donde  $Ro_\tau=6.08$ , que es el menor número de rotación estudiado en esta referencia, las componentes normales del tensor de Reynolds en las tres direcciones ( $\langle u'u' \rangle, \langle v'v' \rangle, \langle w'w' \rangle$ ) son ligeramente mayores respecto a los resultados obtenidos sin rotación ( $Ro=0$ ). A medida que se aumenta el número de rotación en esta referencia, respecto al eje axial, los valores de las componentes normales del tensor de Reynolds aumentan. Si se tiene como referencia el

estudio de Li et al. (2006) se observa que, al añadir rotación en el eje perpendicular a la pared, las intensidades de las fluctuaciones  $u_{rms}$  y  $v_{rms}$  disminuyen respecto el caso sin rotación, mientras que la componente  $w_{rms}$  aumenta.

En el caso que acontece, sin embargo, la rotación se ha alineado con la orientación preferencial de estas estructuras, por lo que tiene una parte principal del vector rotación en el eje axial y otra parte que influye respecto el eje perpendicular a la pared (ver Figura 29). Así, mostrando las intensidades de las fluctuaciones, aquí se observa que la componente  $u^+_{rms}$  aumenta cerca del centro del canal respecto el caso plano, tal y como lo hace en el estudio de rotación axial de Dai, et al. (2019); la componente  $w^+_{rms}$  se sitúan bastante alejada y por encima de la curva de flujo sin rotación, tal y como se observa en ambos estudios (tanto en rotación puramente axial de Dai, et al. (2019), como en rotación puramente perpendicular a la pared de Li et al. (2006); y la componente  $v^+_{rms}$  se muestra encima de la curva del caso plano, por lo que esta componente no percibe cambios con la adición del vector de rotación; ver Figura 31.



**Figura 31: Velocidades de las fluctuaciones  $u^+_{rms}$ ,  $v^+_{rms}$ ,  $w^+_{rms}$ . Comparación de resultados de flujo en canal en rotación.**

Por tanto, la rotación impuesta crea una variación de las intensidades de las velocidades de las fluctuaciones en los ejes x, z, consecuentemente a la modificación de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento comentada también en la explicación de la variación de las componentes  $u^+$  y  $w^+$  promedio.

La variación de los perfiles de velocidad promedio y de las velocidades de las fluctuaciones respecto el caso sin rotación es debido al aumento del número de rotación, que provoca una reorientación de las estructuras de flujo, como se observa en la Figura 32.

### 8.3.2. Estructuras

Se observan las estructuras cerca de la pared (plano ZX), pues es la región de transición donde más turbulencia se produce. Respecto a estas estructuras, se comparan con las figuras vistas en el caso de flujo turbulento en canal sin rotación, por lo que se comparan la Figura 24, Figura 25 y Figura 26 (sin rotación), con la Figura 32, Figura 33 y Figura 34 (con rotación), respectivamente. En este caso, se representa con un contorno basado en Q-Criterion  $Q=5$ , con el objetivo de la adecuada visualización de las estructuras cerca de las paredes del canal.

Primeramente, se observa una vorticidad en  $x$  mayor que en el caso de flujo sin rotación (ver Figura 32). Tal y como se ve en el informe de Dai, et al. (2019), se comprueba que la rotación en este caso hace aumentar los vórtices de máxima vorticidad (rotación positiva) respecto los vórtices en el canal plano. Sin embargo, los vórtices de mínima rotación (estructuras de mínima vorticidad) aumentan también respecto el caso sin rotación, contrariamente a lo que apunta el caso de rotación en el eje axial de Dai, et al. (2019), en el que las estructuras de rotación negativa disminuyen con el incremento del número de rotación respecto el eje axial. Por tanto, ese suceso se relaciona con el hecho de incorporar un vector de rotación con componentes en el eje axial y en el eje perpendicular a la pared. Si se observan las componentes de vorticidad en  $y$  y en  $z$  (Figura 33 y Figura 34) sus valores máximo y mínimo también son mayores respecto el caso plano (Figura 25 y Figura 26).

Por otro lado, las estructuras se muestran ligeramente inclinadas respecto el eje  $x$  en el plano ZX cerca de la pared, a diferencia del caso sin rotación, en el cual se mantienen horizontales.

También se observan estructuras más grandes en tamaño respecto el caso plano, en el que se observan unas estructuras más alargadas y estrechas. Todo lo anterior es consecuencia de la rotación de  $10^\circ$  respecto el eje axial impuesta.

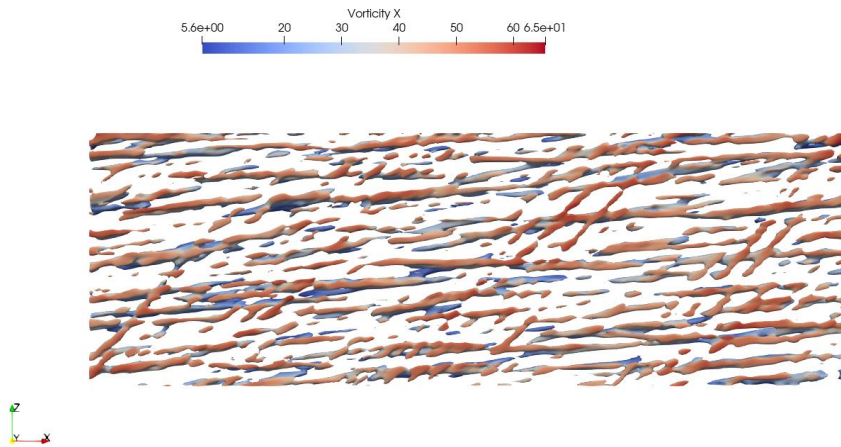


Figura 32: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad X. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.

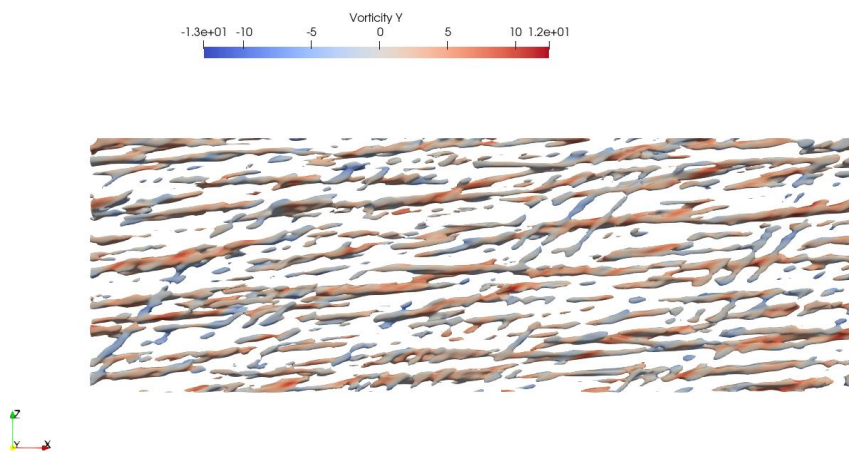


Figura 33: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad Y. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.

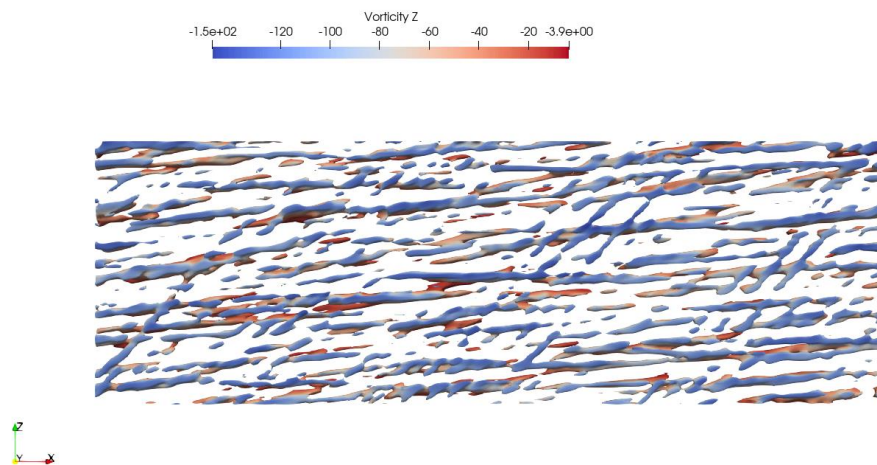


Figura 34: Estructuras flujo turbulento en un canal en rotación. Vorticidad Z. Plano normal a Y (pared inferior). Campo promediado temporalmente.

Como conclusión, se relaciona que la alineación de las estructuras de flujo turbulento con su orientación preferencial en un canal plano crea un aumento de las intensidades de las fluctuaciones de las componentes  $w_{rms}^+$  y  $u_{rms}^+$ ; por otro lado, crea una reorientación de las estructuras de flujo en una dirección, es decir, la fuente externa de rotación crea una anisotropía principal en una dirección. Además, la vorticidad global aumenta en las tres direcciones.

## 9. Conclusiones y trabajo futuro

Realizado el trabajo de investigación, se llega a una serie de conclusiones, que se describen a continuación.

Primeramente, se han asumido los objetivos impuestos al empezar el trabajo. Se ha estudiado un caso canónico de flujo turbulento en un canal, así como se ha analizado desde el punto de vista de tres modelos de simulación diferentes. Se han estudiado las capacidades y limitaciones de cada modelo de simulación. Se ha incorporado un aporte novedoso al caso añadiendo un vector de rotación y observando sus efectos en las estructuras cerca de la pared.

Por otro lado, en cuanto a conclusión principal en relación a los modelos de simulación, cabe destacar que la elección de un tipo de simulación u otro dependerá del coste que se quiera asumir, así como de la precisión que se quiera obtener. Se concluye que, en cuanto a modelos de turbulencia RANS, el modelo Spalart Allmaras es el que aproxima mejor los resultados; y en cuanto a modelos LES de subescala, el modelo WALE es el más satisfactorio en cuanto a precisión. Por otro lado, se corrobora la precisión de la simulación directa, así como su limitación en tiempo y potencia de cálculo, pues se requieren de más de  $2.6 \cdot 10^6$  minutos de CPU para que las velocidades de las fluctuaciones coincidan con los resultados de referencia exactos.

En cuanto a la parte de flujo turbulento en un canal en rotación, se ha alineado la rotación con el eje preferencial de las estructuras, y se ha observado que la incorporación de una pequeña componente en y en el vector de rotación cambia el comportamiento de las variables de flujo promedio, ya que se incorporan nuevos términos en las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento. Se observa el aumento de la energía cinética turbulenta, por el aumento de las velocidades de las fluctuaciones; y el aumento de la vorticidad global en las

tres direcciones. También se observa la reorientación de las estructuras de flujo cerca de la pared.

Como trabajo futuro, tendría cabida el estudio más detallado del modelo WMLES para la obtención de mejores resultados, ya que se ven más alejados que con el caso LES sin modelo de pared.

Por otro lado, también se podría realizar una investigación más profunda entorno al flujo en canal en rotación, con la alineación de la rotación de flujo a la rotación preferencial de los remolinos. En este proyecto se ha introducido un análisis inicial sobre las estructuras cerca de la pared y los resultados de campos promedio, con el objetivo de tener una idea general sobre sus efectos, por lo que se podría extender su estudio con más detalle.

## Referencias bibliográficas

- Ahmad, T., Plee, S. L., & Myers, J. P. (2013). *Fluent Theory Guide*. Ansys Inc.
- Ansys Fluent | Fluid Simulation Software*. (s. f.). Recuperado 23 de marzo de 2021, de <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-fluent>
- Ansys Inc. (2017). *Fluent Tutorial Guide*. 18, 1052.
- Balaras, E., P., U., & Benocci, C. (1996). Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations. *AIAA J.*, 34(1111–1119).
- Cabot, W. (1995). Large-eddy simulations with wall models. *Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford University.*, 41-50.
- Cantwell, Moser, & Purtell. (s. f.). *AGARD ADVISORY REPORT NO 345. A Selection of Test Cases for the Validation of Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows*. 207.
- Cedar—CC Doc*. (s. f.). Recuperado 17 de mayo de 2021, de <https://docs.computecanada.ca/wiki/Cedar>
- Chapman, D.R. (1979). Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA J.*, 17(1293–1313).
- Dai, Y., Huang, W., & Xu, C. (2019). Coherent structures in streamwise rotating channel flow. *Physics of Fluids*, 31(2), 021204. <https://doi.org/10.1063/1.5051750>
- Davidson, L. (2009). Large Eddy Simulations: How to evaluate resolution. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(5), 1016-1025. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.06.006>
- Davidson, L., P., S. H. (2001). A hybrid LES–RANS model based on a one-equation SGS model and a two-equation  $K-\omega$  model. *Proc. Second International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Stockholm*, 2, 175-180.
- Dunton, A. M., Jofre, L., Iaccarino, G., & Doostan, A. (2020). Pass-efficient methods for compression of high-dimensional turbulent flow data. *Journal of Computational Physics*, 423, 109704. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109704>
- Ferziger, J. H., & Perić, M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics* (3rd, rev. ed ed.). Springer.

Grundestam, O., Wallin, S., & Johansson, A. V. (2008). Direct numerical simulations of rotating turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 598, 177-199. <https://doi.org/10.1017/S0022112007000122>

Hamba, F. (2003). A Hybrid RANS/LES Simulation of Turbulent Channel Flow. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 16(5), 387-403. <https://doi.org/10.1007/s00162-003-0089-x>

Hedlund A. (2014). Evaluation of RANS turbulence models for the simulation of channel flow. *Teknisk- Naturvetenskaplig Fakultet UTH-Enheten*, 31.

Home | Compute Canada. (s. f.). Recuperado 26 de abril de 2021, de <https://www.computecanada.ca/home/>

Jeong, J., Hussain, F., Schoppa, W., & Kim, J. (1997). Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 332, 185-214. <https://doi.org/10.1017/S0022112096003965>

Jofre, L., Domino, S. P., & Iaccarino, G. (2018). A Framework for Characterizing Structural Uncertainty in Large-Eddy Simulation Closures. *Flow, Turbulence and Combustion*, 100(2), 341-363. <https://doi.org/10.1007/s10494-017-9844-8>

*Jupiter or Earth?* (2019, marzo 11). [Text.Article]. NASA Earth Observatory. <https://earthobservatory.nasa.gov/images/144643/jupiter-or-earth>

Leschziner, M. (2015). *Statistical Turbulence Modelling for Fluid Dynamics — Demystified: An Introductory Text for Graduate Engineering Students*. IMPERIAL COLLEGE PRESS. <https://doi.org/10.1142/p997>

Li, B.-Y., Liu, N.-S., & Lu, X.-Y. (2006). Direct numerical simulation of wall-normal rotating turbulent channel flow with heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(5-6), 1162-1175. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.08.030>

Mansour, N. N., Kim, J., & Moin, P. (1988). Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 194, 15-44. <https://doi.org/10.1017/S0022112088002885>

*MATLAB Documentation—MathWorks España*. (s. f.). Recuperado 8 de abril de 2021, de <https://es.mathworks.com/help/matlab/>

Moser, R. D., Kim, J., & Mansour, N. N. (1999). Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_\tau=590$ . *Physics of Fluids*, 11(4), 3.

Mukha T., L. M. (2015). Large-Eddy Simulation of Turbulent Channel Flow. *Uppsala University*.

Nicoud, F., B., J. S., & Moin, P., C., W. (2001). Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation. *Phys. Fluids*, 13(2968–2984).

Pope. (2000a). *Turbulent Flows. Chapter 7*. (1.<sup>a</sup> ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>

Pope, S. B. (2000b). *Turbulent Flows. Chapter 8*. (1.<sup>a</sup> ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>

*ProjectRHEA / FlowSolverRHEA*. (s. f.). GitLab. Recuperado 18 de julio de 2021, de <https://gitlab.com/ProjectRHEA/flowsolverrhea>

School of Aeronautics (Universidad Politécnica de Madrid). (s. f.). *Index of /turldata/agard/chapter5/PCH10* [Academic]. Fluid Dynamics Group UPM. Recuperado 22 de marzo de 2021, de <https://torroja.dmt.upm.es/turldata/agard/chapter5/PCH10/>

Sillero, J. A., Jiménez, J., & Moser, R. D. (2014). Two-point statistics for turbulent boundary layers and channels at Reynolds numbers up to  $\delta^+ \approx 2000$ . *Physics of Fluids*, 26(10), 105109. <https://doi.org/10.1063/1.4899259>

*Simon Fraser University*. (s. f.). Recuperado 14 de mayo de 2021, de <https://www.sfu.ca/>

Spalart, P.R., J., W. H., & Strelets, M., A., S. R. (1997). Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Proc. First AFOSR International Conference on DNS/LES, Ruston, Louisiana*, 137-147.

Stevens, R. J. A. M., & Meneveau, C. (2017). Flow Structure and Turbulence in Wind Farms. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 49(1), 311-339. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010816-060206>

Thompson, S. E., & Parthasarathy, S. (2006). Moore's law: The future of Si microelectronics. *Materials Today*, 9(6), 20-25. [https://doi.org/10.1016/S1369-7021\(06\)71539-5](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(06)71539-5)

Understanding Exascale. (s. f.). *Exascale Computing Project*. Recuperado 29 de marzo de 2021, de <https://www.exascaleproject.org/what-is-exascale/>

Vreman, A. W., & Kuerten, J. G. M. (2014). Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at  $Re_{\tau} = 180$ . *Physics of Fluids*, 26(1), 23. <https://doi.org/10.1063/1.4861064>

Wu, J., Xiao, H., Sun, R., & Wang, Q. (2019). Reynolds-averaged Navier–Stokes equations with explicit data-driven Reynolds stress closure can be ill-conditioned. *Journal of Fluid Mechanics*, 869, 553-586. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.205>

## Anexo A. Visualización de las mallas

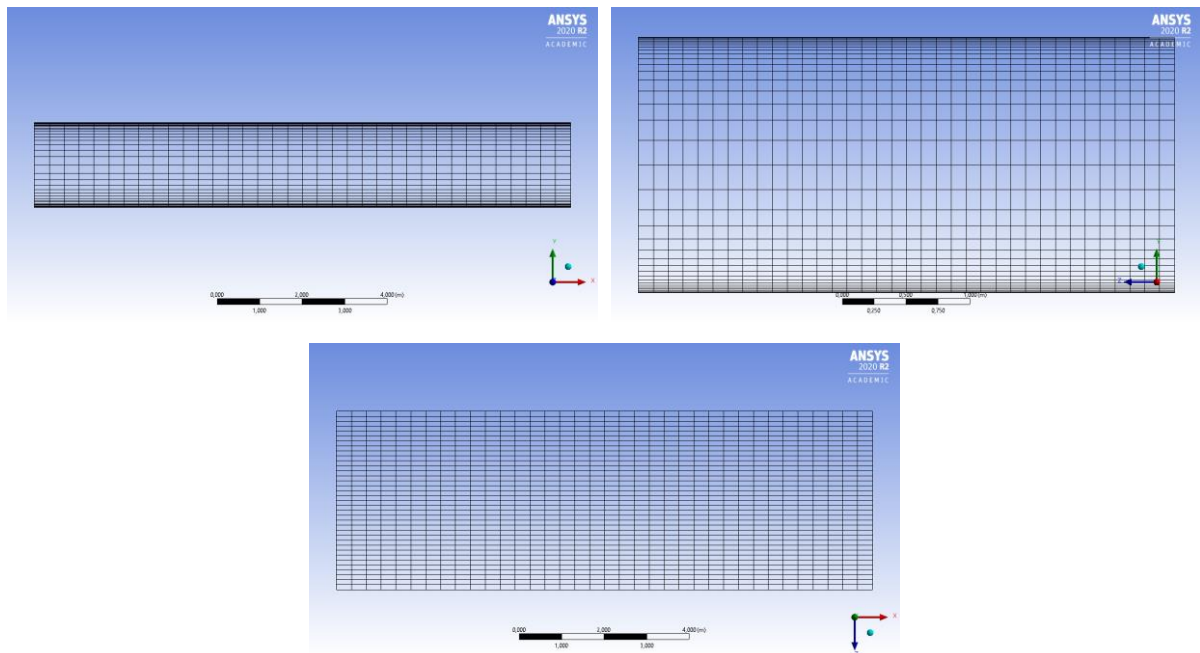


Figura 35: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Casos RANS.

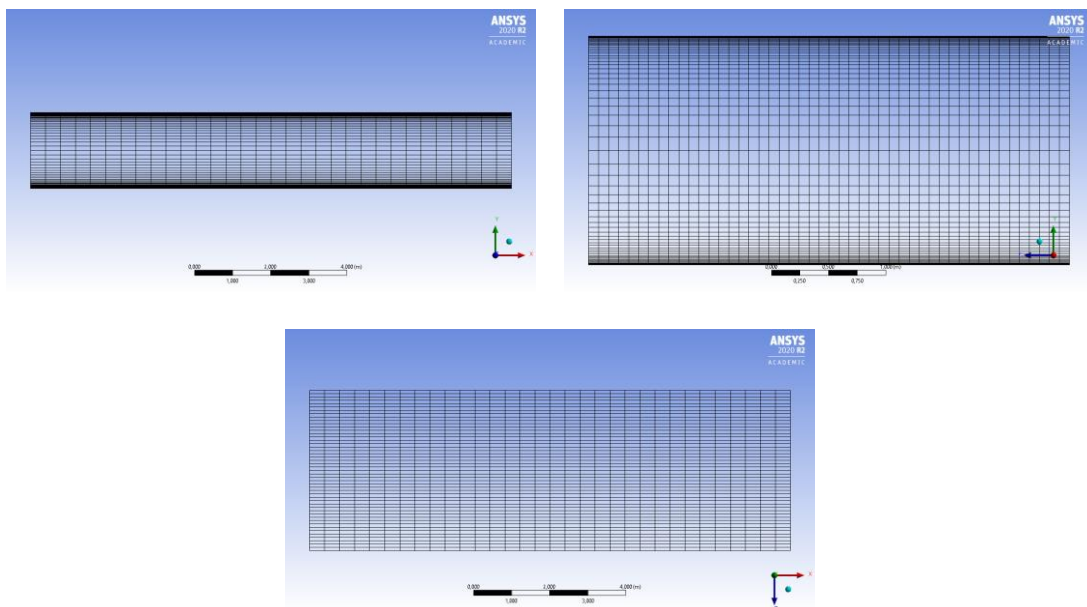
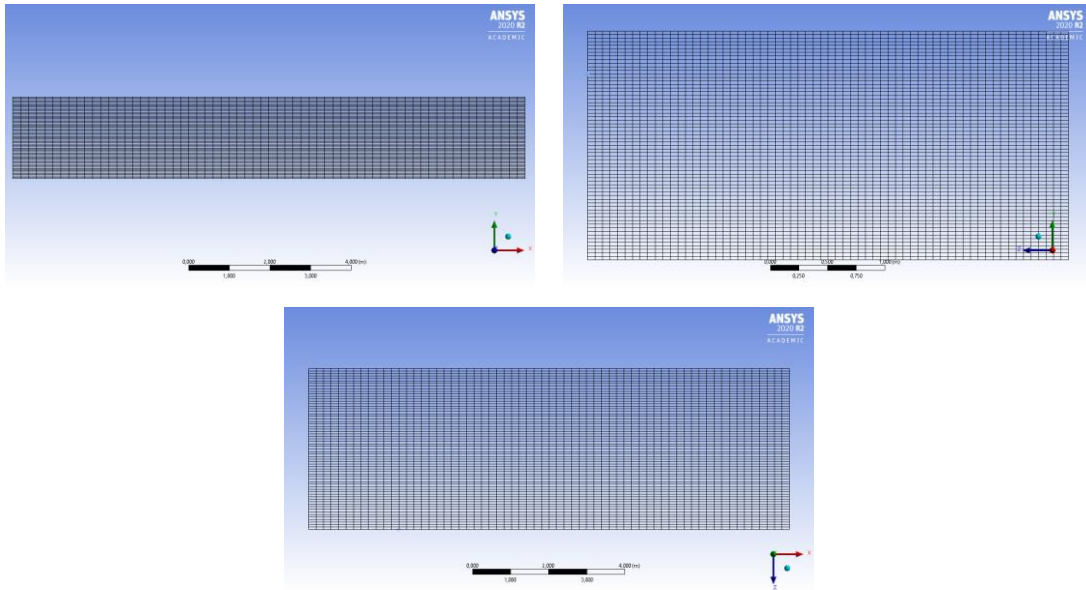


Figura 36: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Malla WALES 32x64x48.



**Figura 37: Plano xy (izquierda). Plano yz (derecha). Plano xz (centro). Malla WMLES 64x64x64.**

## Anexo B. Casos RANS: Modelos de turbulencia

Antes de presentar los modelos de turbulencia elegidos para las simulaciones RANS de flujo turbulento en un canal, se presenta el modelo más simple del cual parten los posteriores, el modelo de longitud de mezcla. Seguidamente se presentan los modelos escogidos en las simulaciones: Spalar-Allmaras,  $k-\epsilon$  y  $k-\omega$  SST.

### Modelo de longitud de mezcla

A continuación se describe el modelo más simple, el modelo de longitud de mezcla de Prandtl (Pope, 2000a). Se parte de relacionar el tensor de Reynolds con una viscosidad turbulenta, y a su vez relacionar ésta con variables promediadas conocidas. La viscosidad turbulenta a altos números de Reynolds está definida a partir del tensor de Reynolds por la hipótesis de Boussinesq de la siguiente forma

$$-\langle u'v' \rangle = \nu_T \frac{d\langle u \rangle}{dy}, \quad (66)$$

y puede ser expresada, a través de análisis dimensional, a partir de una velocidad y una longitud:

$$\nu_T = u^* l_m. \quad (67)$$

A altos números de Reynolds, en la región  $50\delta_\nu < y < 0.1\delta$ , el tensor de Reynolds difiere poco de  $u_\tau^2$ , y el gradiente de velocidad promedio es  $u_\tau/(\kappa y)$ . Por tanto,  $u^*$  iguala a  $u_\tau$  y la longitud de mezcla se define de la siguiente forma

$$l_m = \kappa y. \quad (68)$$

En la región comentada, la longitud de mezcla varía linealmente con  $y$ , siendo la constante de proporcionalidad  $\kappa$  la constante de von Kármán, determinada como 0.41.

Así, se constituye la hipótesis de longitud de mezcla de Prandtl, en la cual la viscosidad turbulenta es dada por la siguiente expresión

$$v_T = u^* l_m = l_m^2 \left| \frac{d\langle u \rangle}{dy} \right|. \quad (69)$$

### Spalart-Allmaras

El modelo Spalart-Allmaras es un modelo de una ecuación, basado en la idea de utilizar una única ecuación de transporte para la viscosidad turbulenta

$$\frac{Dv_T}{Dt} = C_1 v_T S + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v_T \frac{\partial v_T}{\partial x_j} \right) + \frac{C_2}{\sigma} \left( \frac{\partial v_T}{\partial x_j} \right)^2 - C_{\omega 1} f_\omega \left( \frac{v_T}{y} \right)^2, \quad (70)$$

donde  $\sigma = \frac{2}{3}$ ,  $C_1 = 0.1355$ ,  $C_2 = 0.622S$ ,  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  es el tensor de esfuerzo,  $C_{\omega 1} =$

$$\frac{C_1}{k^2} + \frac{1+C_2}{\sigma}, \quad f_\omega = 0 \text{ para flujo libre, } f_\omega = 1 \text{ en la zona logarítmica (log-law), } f_\omega = g \left[ \frac{1+C_{\omega 3}}{g^6+C_{\omega 3}^6} \right]^{1/6},$$

$$g = r + C_{\omega 2}(r^6 - r), \quad r = \frac{v_T}{Sk^2y^2}, \quad C_{\omega 2} = 0.3, \quad C_{\omega 3} = 2.0 \quad .$$

Los modelos de una ecuación relacionan la longitud de escala mediante relaciones algebraicas, y están restringidos a capas finas de cizallada, ya que a altos números de Reynolds no reproducen bien el flujo. Los modelos de dos ecuaciones tienen más aplicabilidad en general, ya que utilizan una ecuación de transporte para la longitud de escala a través de una variable alternativa.

No obstante, cabe destacar la importancia de entender las limitaciones de los modelos en la capa de transición o *buffer layer*,  $y^+ \approx 10 - 15$ , que se caracteriza por intensas variaciones en las propiedades del flujo. Existe dificultad en la modelización de esta región ya que esta anisotropía del flujo resulta en vórtices con una marcada orientación espacial y una estructura compleja, y unos elevados valores de gradiente. Por tanto, se necesita concentrar la resolución

de la malla computacional en esta región, así como derivar funciones de pared para conectar la pared con la zona de flujo turbulenta, y esto conlleva mayores requisitos computacionales.

### k-ε

El modelo k-ε es un modelo turbulento de dos ecuaciones: una ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta,  $k$ , y otra para la tasa de disipación turbulenta,  $\varepsilon$ :

$$\frac{Dk}{Dt} = \nu_T \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \varepsilon, \quad (71)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right), \quad (72)$$

donde la viscosidad turbulenta,  $\nu_T$ , y el término de producción turbulenta,  $P_k$ , se definen de la siguiente forma

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (73)$$

$$P_k = \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}. \quad (74)$$

En total se encuentran cinco constantes:  $\sigma_k = 1.0$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ ,  $C_\mu = c_\mu^2 = 0.09$ .

### k-ω SST

Respecto al modelo  $k-\omega$ , su forma básica se presenta a continuación

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - k\omega, \quad (75)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k}{\omega}, \quad (76)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - C_{\omega 2} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \quad (77)$$

cuyas constantes son  $C_{\omega 1} = 0.555$ ,  $C_{\omega 2} = 0.833$ ,  $\sigma_k = \sigma_\omega = 2$ .

El modelo  $k-\omega$  tiene la capacidad de reproducir el flujo en las regiones próximas a la pared sin necesidad de funciones de amortiguamiento, pero la fidelidad de la solución decrece en la región externa donde los gradientes de velocidad media son menores.

Por el contrario, el modelo  $k-\varepsilon$  se comporta mucho mejor en la región externa que el modelo  $k-\omega$ , pero en las regiones próximas a la pared necesita funciones de amortiguamiento para reproducir correctamente el flujo. Por esta razón, se ha querido realizar una simulación con el modelo  $k-\omega$  SST, que fusiona estos dos modelos, dando prioridad a  $k-\omega$  en las proximidades de la pared y a  $k-\varepsilon$  en la zona externa. Esto lo consigue haciendo una media ponderada de los coeficientes

$$C_{eff} = FC_{k-\omega} + (1 - F)C_{k-\varepsilon}, \quad (78)$$

donde F es una función de mezclado de los modelos, la cual para valores  $y^+ < 70$  utiliza el modelo  $k-\omega$  (Leschziner, 2015).

## Anexo C. Casos LES: Modelos de subescala

En el caso de la simulación LES se han utilizado los llamados modelos de subescala (*subgrid-scale, SGS, models*). Los *modelos SGS* modelizan los tensores de subescala (*subgrid-scale stresses*) resultantes del filtrado de las ecuaciones de conservación. Estos modelos emplean la hipótesis de Boussinesq, como se hace en los modelos RANS, relacionando estos tensores con la viscosidad turbulenta en esta escala, de forma que se tiene lo siguiente

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\mu_t\bar{S}_{ij}, \quad (79)$$

donde  $\mu_t$  es la viscosidad de subescala,  $\tau_{kk}$  es la parte isotrópica no modelada de los *tensores de subescala* y  $\bar{S}_{ij}$  es el tensor de esfuerzos.

### Caso 1: WALE

En el primer caso, en el cual se tiene la malla refinada en el eje  $y$ , se selecciona el modelo WALE (*Wall-Adapting Local Eddy Viscosity*), que modela la viscosidad turbulenta.

El valor de la constante WALE se deja por defecto como  $C_w = 0.325$ , ya que es válida para un amplio rango de casos de flujo turbulento, incluido flujo en un canal.

Este modelo devuelve viscosidad turbulenta nula para flujos laminares de cizalla. Es decir, cerca de la pared la viscosidad turbulenta tiende a ser 0. Esto permite un correcto tratamiento de las zonas laminares en el dominio de entrada. La descripción más detallada del modelo se puede consultar en la referencia de Ahmad et al. (2013).

### Caso 2: WMLES

En el segundo caso, en el cual la malla es uniformemente estructurada, se ha seleccionado el modelo de pared WMLES (*Algebraic Wall-Modeled LES Model*).

Como se ha comentado, cerca de la pared se requiere una malla muy fina tanto en dirección normal como paralela a la dirección de la velocidad de flujo para captar las escalas más pequeñas de remolinos. Esto solo puede ser asumido por flujos a Reynolds muy bajos y en escalas geométricas pequeñas (el dominio en LES no ha de ser mayor que 10-100 veces el espesor de la capa límite paralelo respecto la pared). Por este motivo, las simulaciones LES suelen ser usadas cuando el flujo cuya región cerca de la capa límite no es relevante que sea resuelta, o cuando la capa límite es laminar debido a un bajo Re. Sin embargo, para el caso que acontece, el modelo WMLES permite activar RANS en la parte interna de la región logarítmica de la capa límite, mientras que activa una formulación LES modificada para la parte externa de esta región. WMLES requiere una simulación no estacionaria con  $CFL \sim 0.3$ . La descripción más detallada del modelo se puede consultar en la referencia de Ahmad et al. (2013).

## Anexo D. Configuración de cálculo de la simulación RANS

- **Modelos de turbulencia:** En cuanto al modelo de turbulencia a escoger, se realizan simulaciones con los modelos k- $\epsilon$ , k- $\omega$  SST y Spalart-Allmaras, con el fin de compararlos entre sí. En el Anexo B se puede obtener una explicación más detallada de estos modelos.
- **Esquema numérico:** Para el caso a resolver se usa el solver por defecto SIMPLE del tipo "Pressure-Velocity Coupling". El solver basado en la presión (*pressure-based solver*) permite resolver el problema con diferentes esquemas de cálculo. El SIMPLE es un algoritmo segregado que usa una relación entre las correcciones de velocidad y de presión para imponer la conservación de masa y obtener el campo de presiones. Ver Figura 48.

Para interpolar los valores de la presión en las caras del dominio, se usa el esquema de segundo orden usado por defecto en ANSYS Fluent. Este esquema reconstruye la presión en la cara usando diferencias centradas.

Respecto a la discretización espacial en las ecuaciones de momento y energía cinética turbulenta, se resuelve mediante un esquema de segundo orden upwind. Por defecto, ANSYS Fluent almacena los valores discretizados de un escalar en los centros de celda; sin embargo, los valores de la cara requeridos en los términos convectivos deben ser interpolados desde los valores de centro de celda, y esto se consigue usando un esquema upwind, es decir, que el valor de la cara es derivado de las cantidades en la celda de “aguas arriba”, relativa a la dirección normal de la velocidad. Cuando se selecciona el esquema “second-order upwind” el valor en la cara es calculado usando la expresión

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r}, \quad (80)$$

Donde  $\phi$  y  $\nabla\phi$  son el valor centrado en la celda y su gradiente en la celda aguas arriba, respectivamente; y  $\vec{r}$  es el desplazamiento del vector desde la celda aguas arriba hasta el centro de celda (Ahmad et al., 2013). Cabe decir que el esquema upwind es un esquema disipativo, lo que quiere decir que realiza una disipación artificial de la energía incluyendo una parte del error como un término difusivo, y suaviza los resultados (Ferziger & Perić, 2002).

- **Criterios de convergencia:** En cuanto a los criterios de convergencia, se selecciona un criterio de  $10^{-6}$  en todas las ecuaciones, de modo que cuando la diferencia de resultados de las ecuaciones entre una iteración y la anterior son del orden de  $10^{-6}$ , se considera que el caso ha convergido. Ver Figura 49.
- **Inicialización:** Las ecuaciones Navier-Stokes tienen una componente advectiva de segundo orden, que hace que para resolverlas se necesiten dos condiciones de contorno en cada dirección y una condición inicial. En el caso RANS, los resultados ya se obtienen promediados, por lo que no se resuelve la turbulencia, sino que se filtra. Por ello, la condición inicial de velocidad a la entrada es 1. Así, se escoge una inicialización estándar, seleccionando como valores iniciales 0 en la presión y en las componentes  $y$ ,  $z$  de la velocidad; y de 1 en la componente  $x$  de la velocidad. Cabe destacar que se prueba la simulación con una inicialización híbrida y se obtienen los mismos resultados. Ver Figura 50.
- **Convergencia del caso:** Cuando se corre el caso RANS, converge según estos criterios antes de las 5000 iteraciones. Ver Figura 52.

En la Tabla 5 se resumen las especificaciones de paso de tiempo e iteraciones de cada simulación.

## Anexo E. Configuración de cálculo de la simulación LES

- **Modelos de turbulencia:** El Caso 1 se ha realizado con un modelo de subescala WALE, mientras que en el Caso 2 se ha incorporado un modelo de pared, WMLES. Se puede obtener una descripción más detallada de los modelos en el Anexo C.
- **Esquema numérico:** Se escoge el algoritmo acoplado, que resuelve de manera conjunta las ecuaciones de momento y continuidad basadas en la presión. Se utiliza como cálculo de los gradientes el esquema “Green-Gauss Cell-Based”, que hace la media aritmética de los valores de los centros de celdas vecinos; un esquema de segundo orden como cálculo de la presión y un esquema de diferencias centradas para el cálculo de momento. Para más información sobre los esquemas numéricos, consultar la referencia Ahmad et al. (2013).
- **Caso no estacionario:** En la Tabla 5 se resumen las especificaciones de paso de tiempo e iteraciones de cada simulación.
- **Criterios de convergencia:** Se necesitan criterios de convergencia para la continuidad y las componentes de velocidad, que se imponen  $10^{-8}$ .
- **Inicialización:** Para un caso real, el flujo transiciona más fácilmente de régimen laminar a turbulento debido a la rugosidad, imperfecciones del dominio o condiciones del ambiente. Numéricamente, en el caso LES, a diferencia del RANS, sí se resuelve parcialmente la turbulencia, por lo que se necesita una condición inicial para que el caso transicione más rápidamente a turbulento. En este caso, como condición inicial para generar antes la turbulencia, se impone el campo de velocidades sinusoidal siguiente

$$u(x, y) = u_{m\acute{a}x} \sin\left(2 \cdot 2 \cdot \frac{\pi x}{12}\right) \sin\left(2 \cdot \frac{\pi(y - 0.25)}{2}\right), \quad (81)$$

donde  $u_{m\acute{a}x}$  es 20 m/s, cuyo valor es próximo al resultado de la bibliografía (School of Aeronautics (Universidad Politécnica de Madrid), s. f.). La combinación de senos en los ejes  $x$  e  $y$ , así como la descentralización del eje  $y$  hace que el flujo en el canal se

desestabilice más fácilmente y llegue a condiciones estacionarias después de algunos large-eddy turnover times.

Para saber en qué punto el flujo llega a estas condiciones, se monitoriza la variable de tensor de pared,  $\tau_w$ , hasta que este llega al valor de 1 Pa, según lo obtenido en la ecuación (33).

Como se observa en la Figura 64 y en la Figura 71, el flujo llega a este estado alrededor de los 50 large-eddy turnover times,  $t_b$ , definidos como el tiempo que tarda el remolino más grande a dar una vuelta completa,

$$t_b = \frac{\delta}{u_\tau} = \frac{1 [m]}{1 [m/s]} = 1 s, \quad (82)$$

Que para el caso que acontece un large-eddy turnover time es lo mismo que un segundo de simulación (Dunton et al., 2020).

- **Promediado temporal:** Durante el primer tramo, el flujo transiciona hasta ser plenamente desarrollado, y pasa de un estado transitorio a un estado estadísticamente estacionario. Desde ese estado, se promedia en el tiempo durante  $t_b = 100 \frac{h}{u_\tau} = 100 s$  más para obtener las variables estadísticas.

## Anexo F. Tutorial simulación RANS modelo k- $\omega$ SST

### Geometría

Para empezar con el tutorial, se inicia ANSYS Workbench: Inicio> Todos los programas > Ansys

2019 R2 > Workbench 2020 R2 

- Se selecciona **Fluid Flow (Fluent)** de la columna **Toolbox** y se arrastra a **Project Schematic**. Se cambia el nombre del caso debajo del panel arrastrado.
- Haciendo botón derecho en **Geometry** se selecciona **Properties** y en **Advance Geometry Options** la opción **Analysis Type** ha de estar en **3D**. Luego se cierra la ventana de Properties.
- Se hace botón derecho en **Geometry** y se selecciona **Edit Geometry in DesignModeler**. Cuando se abra DesignModeler se activa la opción **Auto Constraints** en la pestaña "Sketching" para que los vértices y las líneas coincidan con los ejes de coordenadas.

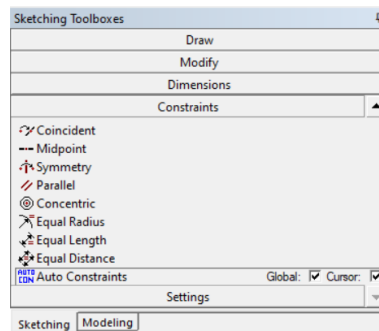

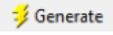







Figura 38: Activar la opción 'Auto Constraints'. Tutorial RANS.



- Para dibujar el rectángulo que conforma el canal, se vuelve a la pestaña **Modeling**. Se selecciona **XYPlane** y **Look At Face/Plane/Surface** . Luego se va a la pestaña **Sketching**, en **Draw** se selecciona **Rectangle**, se va al centro de coordenadas y cuando se marque una “P” se dibuja el rectángulo. En la pestaña **Dimensions** se selecciona **General** y se seleccionan las aristas del rectángulo, indicando los valores de las magnitudes en **Details View** (12,6 cm en x y 2 cm en y).
- Para extruir el rectángulo dibujado, en la barra de herramientas de la parte superior de la ventana se selecciona **Create > Extrude**. Se selecciona el boceto dibujado y se clic en **Apply**, en la casilla **Geometry** de **Details View**. En **Direction** se selecciona **Both-Symmetric** para que la mitad del canal esté en el centro de coordenadas. En **FD1, Depth (>0)** se especifica la profundidad de la extrusión (2,1 cm, puesto que es la mitad en su simetría en z). Luego se clic en .
- Una vez se tiene la geometría creada, se va a **1 Part 1 Body** y al desplegarlo se tiene **Solid**. En **Details View** se cambia **Fluid/Solid** a **Fluid**, puesto que por el volumen pasa un fluido. Se guarda el proyecto y se cierra la ventana.


## Malla

- En Workbench se hace doble clic en **Mesh**. En el árbol se clic en  **Mesh** y se selecciona  para ver la malla por defecto.
- Se selecciona la pestaña Mesh y  **Sizing**. Se selecciona la herramienta de control de bordes  y se seleccionan los bordes horizontales manteniendo Ctrl apretado. En **Geometry** se selecciona **Apply**. En **Type** se selecciona **Number of Divisions**, y se escribe el número de elementos de malla que se desee en esa dirección. En

**Behavior** se elige la opción **Hard**, para que las celdas tengan todas el mismo tamaño. Se hace lo mismo para las aristas en Z y las aristas en Y.

- Para las aristas en Y, después de los pasos anteriores, además se hace el stretching. En **Details of "Edge Sizing"**, en **Bias Type** se selecciona la opción  para refinar la malla cerca de las paredes y en **Bias Factor** se especifica 35. De esta forma se asegura un  $y^+ \approx 1.0$ .

- Para que la malla sea regular se selecciona la herramienta de control de caras  y seleccionan todas las caras de la geometría. En la pestaña Mesh se clic en  y se hace clic en **Apply**.

- Finalmente se clic en  **Update** para actualizar la malla. No se cierra aún la ventana.

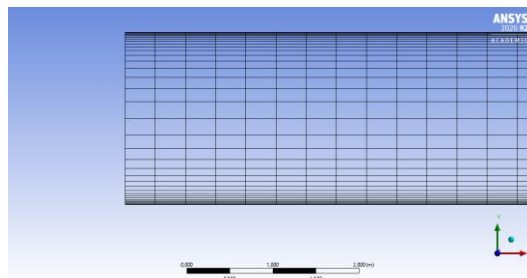







Figura 39: Malla plano XY. Bias Factor 35. Tutorial RANS.

### Condiciones de borde

Para especificar las condiciones de contorno en los bordes de nuestro dominio, en Fluent debemos de etiquetar los bordes en el generador de malla. Estos nombres se mantienen cuando luego se trabaje en Fluent.

- En el generador de malla, se selecciona la herramienta . Se clic sobre la cara lateral izquierda y se aprieta el botón derecho del ratón. Se selecciona  **Create Named Selection (N)...**. Se abre una ventana de diálogo donde se introduce el nombre "inlet" y se da OK para terminar. En el árbol aparece un nuevo elemento llamado  **Named Selections** y dentro de él  **inlet**. Se realizan los mismos pasos para la cara lateral derecha y se le nombra "outlet"; se selecciona la cara frontal denominada "streamwise"; se selecciona la cara trasera denominada "streamwise2"; finalmente,

se seleccionan las caras superior e inferior manteniendo Ctrl apretado, y llamándolas “walls”.

También se le da un nombre a la zona del dominio donde se tiene el fluido. Se selecciona la herramienta **Body**  y se hace clic en la geometría. Se aprieta el botón derecho del ratón, se elige **Create Named Selection (N)** como anteriormente, y se le nombra “flow\_domain”. En la siguiente figura se muestra el resultado final.

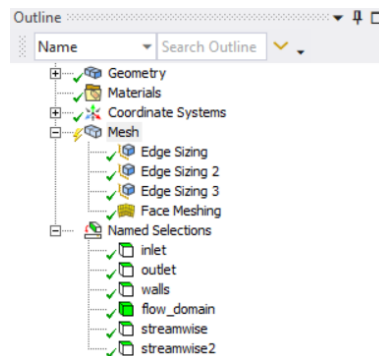


Figura 40: Especificaciones de malla y condiciones de borde. Tutorial RANS.

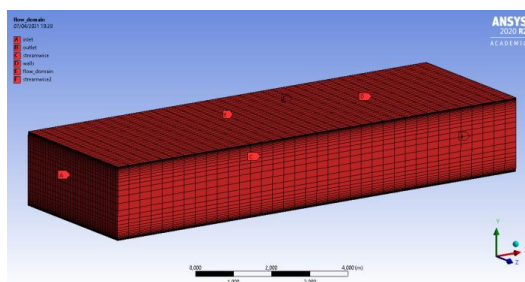



Figura 41: Condiciones de borde. Tutorial RANS.

- Se guarda el proyecto y se cierra la ventana de mallado.

### Configuración física

Una vez cerrada la ventana de mallado, en el Workbench del proyecto se debe actualizar la malla. Para ello, se hace botón derecho en **Mesh** y se selecciona  **Update**.

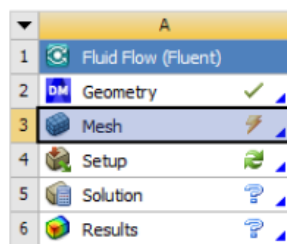





Figura 42: Actualización de la malla. Tutorial RANS.

- Para abrir Fluent, se hace doble clic en  y se abre una ventana donde se tiene que seleccionar **Double Precision** y escribir **2** en **Solver Processes** para que la simulación vaya más rápido, y se hace clic en **Start**. La opción **Double Precision** es el solucionador de precisión doble, en el que cada número de coma flotante se representa utilizando 64 bits en lugar de 32 bits. De esta forma, se aumenta la precisión y el rango de magnitudes a representar, aunque requiere más memoria.
- En el lado izquierdo de la interfaz de Fluent se ven varios elementos en el **Setup**, los cuales se van a seleccionar de arriba abajo para determinar el modelo de turbulencia, las características del fluido, las condiciones de contorno, etc.
- Primero se verifica la malla. Se va a la pestaña **Domain** de la barra superior de la ventana y se selecciona . Del desplegable se elige **Size**. En **Console** aparece la información del tamaño de malla.
- Luego se va a  y del desplegable se elige **Perform Mesh Check**. En **Console** no debe de aparecer ningún error.
- Siguiendo por orden los elementos del panel de **Setup**, en **General** se selecciona el tipo de problema: pressure-based, Steady. Lo demás se deja por defecto.

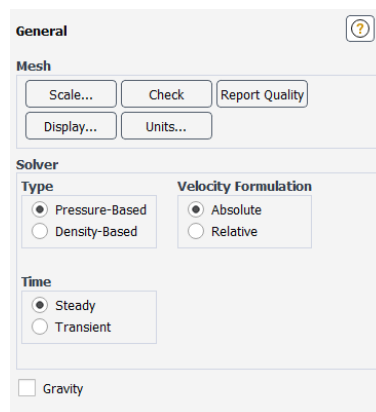



Figura 43: Configuración general. Tutorial RANS.

- En **Models**, se hace doble clic en **Viscous**, y se abre una ventana donde se selecciona **k-omega** en **Model** y **SST** en **k-omega Model**. Se hace clic en OK.
- Para especificar las propiedades de los materiales se va a **Setup > Materials > Fluid**, y se hace botón derecho, **New**. Se abre la ventana **Create/Edit Materials**. Se establece una densidad de  $1 \text{ kg/m}^3$  y una viscosidad de  $5.5555\text{e-}03 \text{ kg/ms}$ . Se clicla en

**Change/Create** y luego **Close**. En la lista de materiales parece el nuevo fluido, llamado fluid-1.

- Ahora se debe especificar el nuevo material en las celdas del interior de nuestro dominio, donde estará este fluido. Para ellos se va a **Setup > Cell Zone Conditions**. Se hace doble clic en **flow-domain** y se abre una ventana. En **Material Name** se selecciona fluid-1. También se habilita la casilla **Source Terms**, para añadir la fuerza volumétrica de gradiente de presión que provoca la turbulencia. Así, se clicla en la pestaña **Source Terms** de la misma ventana y se añade **1 source** en **“X Momentum”**, clicando en **“Edit...”**. Clicando en la flecha  se especifica **constant** y se determina  $1 \text{ N/m}^3$ , haciendo referencia al gradiente de presiones  $-\frac{dp}{dx} = 1$ .

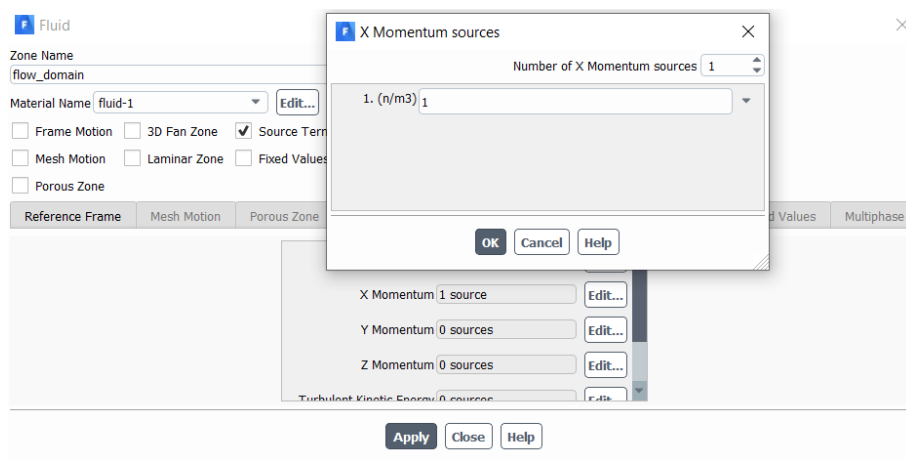


Figura 44: Especificación de source term. Tutorial RANS.

- Para establecer las condiciones de contorno se va a **Physics > Zones > Boundary** y se hace doble clic en **Boundary Conditions**.
  - Dirección Y: Se ha de asegurar que los bordes llamados “walls” tengan la condición **wall**, que es la condición de no deslizamiento en la pared.
  - Dirección Z: Para especificar las condiciones periódicas en X y Z se va a **Console** y se presiona Enter para obtener el prompt (>). Se escribe el comando `> mesh/modify-zones/make-periodic` y se presiona Enter. A continuación pregunta por la zona donde se impone la condición periódica de la siguiente forma: **“Periodic zone [()]”**. Se ha de escribir el número ID de la cara en la que se quiere especificar esa condición periódica y se presiona Enter. El número de ID se puede ver en cada condición de borde en el Outline View, como se ve en la Figura 45. En **“Shadow zone [()]”** se escribe la otra cara que tiene esa condición,

que en este caso es el ID de la cara “outlet”, y se presiona Enter. En “**Rotational periodic? (if no, translational) [yes]**” se escribe **n**, y se presiona Enter. En “**Create periodic zones? [yes]**” se escribe **y** y se presiona Enter. En “**Auto detect translation vector? [yes]**” se escribe **y** y se presiona Enter. Finalmente se crean las condiciones periódicas en esa dirección.

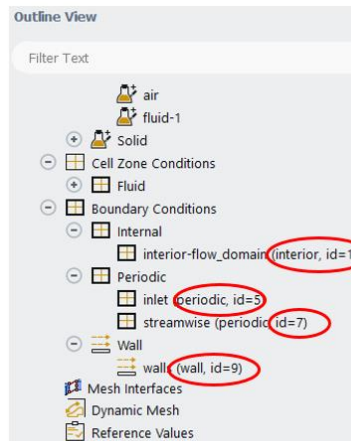


Figura 45: Número de ID de condición de borde. Tutorial RANS.

- Dirección X: para crear las condiciones periódicas en dirección paralela al flujo, se siguen los mismos pasos anteriores, especificando como “**Periodic Zone**” el ID de la cara “streamwise”, y “**Shadow zone**” el ID de la cara “streamwise2”.
- Una vez determinadas las condiciones de contorno, se recomienda volver a hacer doble clic en **Boundary Conditions** y asegurar que las caras “inlet” y “streamwise” están definidas como condiciones periódicas de translación. Además, si se hace clic en Periodic Conditions... se puede observar el gradiente de presión y la dirección del flujo.

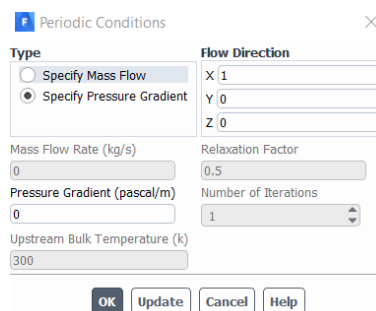


Figura 46: Especificación de condiciones periódicas. Tutorial RANS.

- En este punto se muestra una imagen de las elecciones llevadas a cabo.

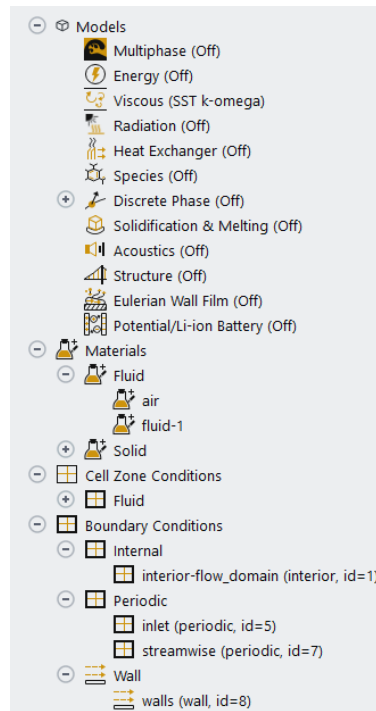


Figura 47: Modelo de turbulencia, material y condiciones de contorno. Tutorial RANS.

- Se selecciona **Setup > Reference Values** y se establece el valor de la densidad  $1\text{kg/m}^3$  y de la viscosidad  $5.5555\text{e-}03\text{ kg/ms}$ . Los otros valores se dejan por defecto.
- Para la solución numérica del problema se va a **Solution > Methods**. Se escoge un esquema **SIMPLE**. Se selecciona **Second Order Upwind** en las ecuaciones de Momentum, Turbulent Kinetic Energy y Specific Dissipation Rate.

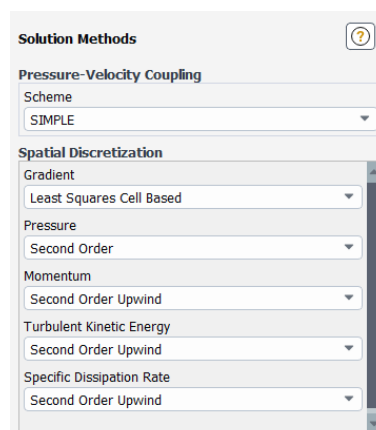


Figura 48: Especificaciones de 'Solution Methods'. Tutorial RANS.

- Para establecer los criterios de convergencia, se debe ir a **Solution > Monitors > Residuals** y hacer doble clic. Se abre una ventana y se especifica en **Absolute Criteria**

**1e-6** en cada una de las casillas. Se verifica que en **Options** están activadas **Print to Console** y **Plot**. Se hace clic en **OK**.

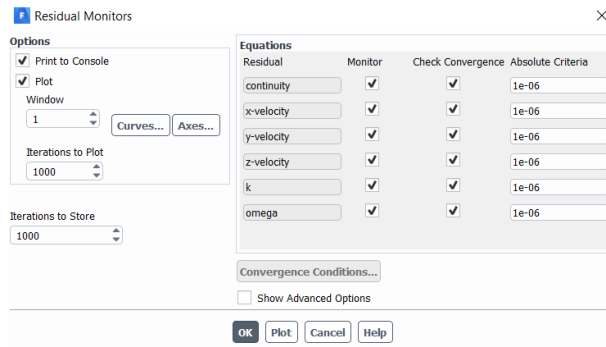


Figura 49: Especificaciones de los residuos. Tutorial RANS.

- En este punto se guarda el proyecto.
- Para establecer la estimación inicial, se debe ir a **Solution > Initialization** y hacer doble clic. Se selecciona **Standars Initialization** y **Compute from all zones**. Especificar la presión como **0** y la velocidad en X como **1m/s**. Hacer clic en **Initialize**.

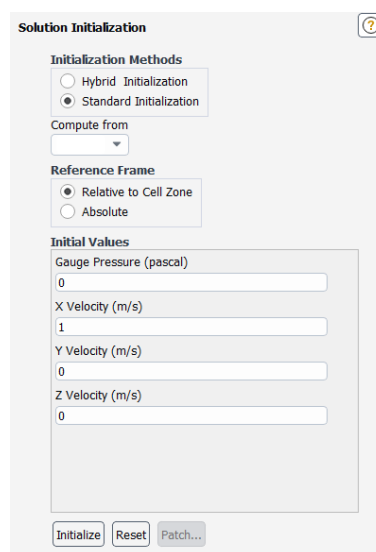


Figura 50: Inicialización. Tutorial RANS.

- Por último, se define la cantidad de iteraciones que se quieren realizar haciendo doble clic en **Solution > Run Calculation**. La **Task Page** es **Run Calculation**, y en **Number of iterations** se escribe el número de **5000**. Luego se hace clic en **Calculate**. Se observa la gráfica de convergencia de los residuos a medida que el software va calculando.

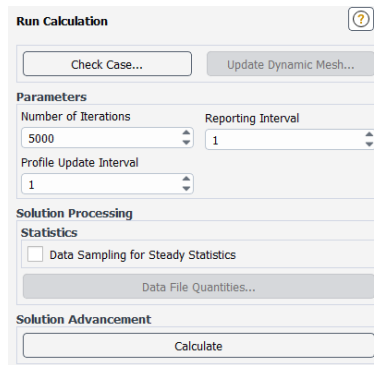


Figura 51: Iteraciones y tamaño de paso. Tutorial RANS.

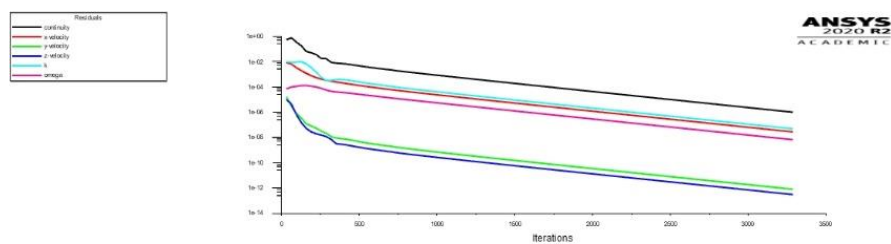
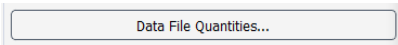


Figura 52: Convergencia de residuos. Tutorial RANS.

### Post-proceso

- Una vez ha acabado de calcular, se extraen algunos resultados que el software no extrae por defecto. Se hace clic en  y se hace las selecciones que se ven en la imagen. Luego se clicca OK.

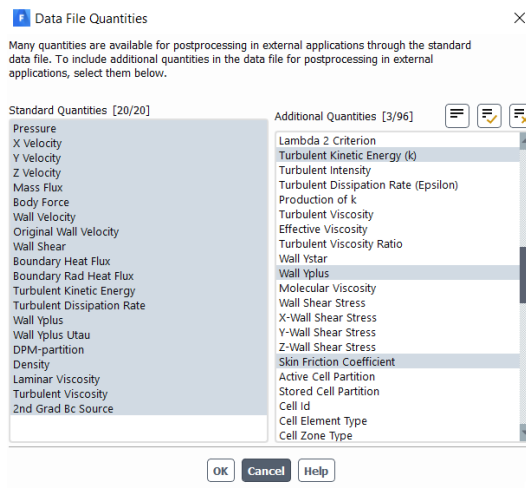



Figura 53: Selección "Data File Quantities". Tutorial RANS.

- En el Workbench, se hace doble clic en **Results** para abrir el CFD-Post.

- Para realizar los contornos de velocidad y presión, una vez abierto el CFD-Post, se hacen dos planos en mitad del canal: un plano xy y otro plano yz. Se abre el desplegable de  Location en el menú superior y se hace clic en **Plane**. Se abre un cuadro de diálogo y se escribe el nombre del plano “midplane”. A continuación, se abre una zona con varias pestañas. En la pestaña **Geometry**, se selecciona **XY Plane** en **Method** y se escribe la mitad del dominio en z: 2.1 [m]. Se selecciona como tipo **Slice** y se clic en **Apply**. En cuanto al plano medio yz, se le nombra “midplanez”, se procede de igual forma, y sus selecciones se encuentran en la imagen.

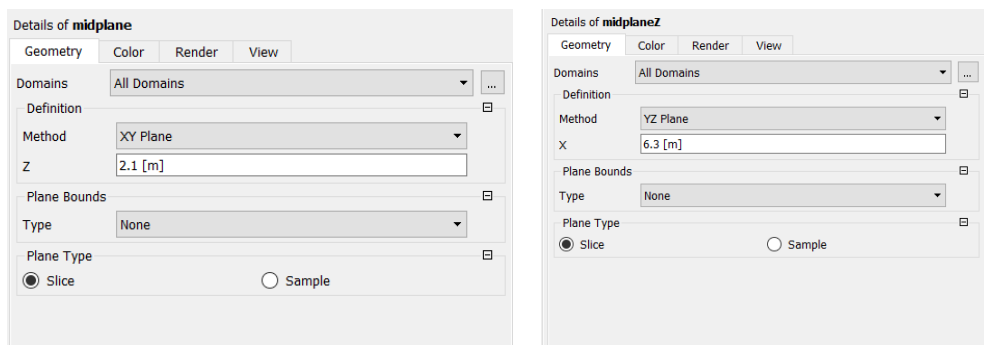



Figura 54: Configuración planos medios "xy" y "yz". Tutorial RANS.

- Se va a **Contours** , se abre la ventana **Insert Contour** y en **Name** se escribe el nombre deseado. Se hace clic en OK. Se despliega una zona que tiene varias pestañas. En la pestaña **Geometry**, se hacen las selecciones mostradas en la imagen.

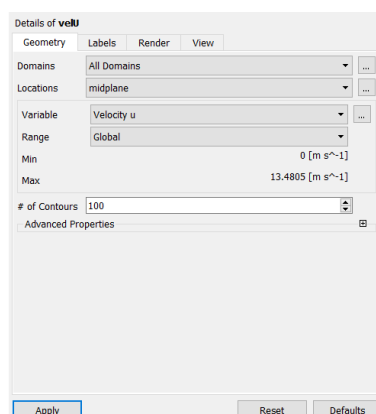


Figura 55: Selecciones contornos de velocidad. Tutorial RANS.

- Se hace otro contorno para el plano anteriormente realizado, “midplanez”. Se muestra el resultado a continuación.

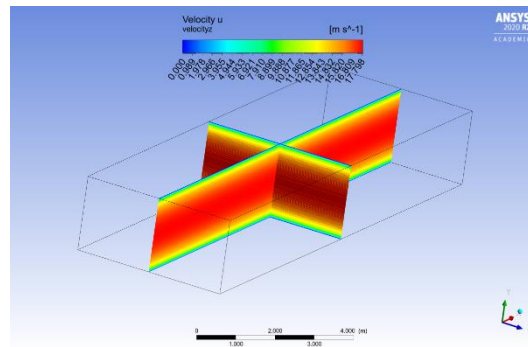


Figura 56: Contornos velocidad. Tutorial RANS.

- Para visualizar los perfiles de velocidad promedio y tensores de Reynolds, se realizan desde Matlab para compararlos que los valores de referencia. Así, se va a **File>Export** y se selecciona **flow\_domain** en **Locations**, para exportar los datos en todos los puntos de malla del dominio. A continuación se seleccionan las variables siguientes manteniendo Ctrl apretado: *Eddy viscosity*, *Turbulent Kinetic Energy k*, *Velocity u*, *Velocity u.Gradient X*, *Velocity v.Gradient Y*, *Velocity w.Gradient z*. Se escoge un nombre de fichero y se hace clic en **Save**.

## Anexo G. Tutorial simulación LES modelo WALE

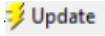

### Geometría y malla

El procedimiento para realizar la geometría y el mallado es el mismo seguido en el tutorial de la simulación RANS, a excepción del número de celdas y el Bias Factor, especificados en el capítulo 5.2 de la memoria.

### Condiciones de borde

En cuanto a las condiciones de borde, se siguen los mismos pasos realizados en el tutorial anterior de simulación RANS.

### Configuración física

- Primero, se hace botón derecho en **Mesh** y se selecciona  **Update**.
- Para abrir Fluent, se hace doble clic en  **Setup** y se abre una ventana donde se tiene que seleccionar **Double Precision** y escribir **4** en **Solver Processes** para que el cálculo vaya más rápido, y se hace clic en **Start**.

- Los primeros pasos de configuración referidos al chequeo de la malla y **Setup General** se hacen igualmente como en el tutorial anterior, exceptuando que para el caso LES es transitorio:

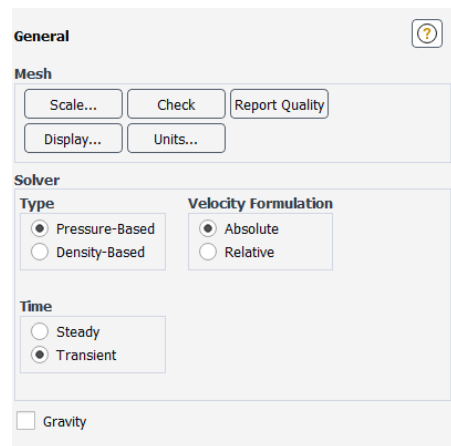


Figura 57: Configuración general. Tutorial LES.

- En **Models**, se hace doble clic en **Viscous**, y se abre una ventana donde se selecciona **LES**. En **Subgrid-Scale Model** se selecciona **WALE**. Se hace clic en OK. Aparece una ventana donde se recomienda utilizar un esquema de cálculo específico para este modelo, cuya selección se hará en próximos pasos del tutorial.

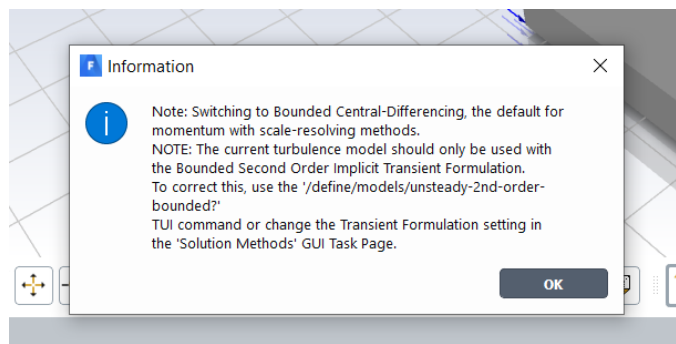


Figura 58: Recomendación al seleccionar modelo WALE. Tutorial LES.

- Las especificaciones de las propiedades del fluido, así como las condiciones de contorno son las mismas que en el tutorial anterior, por lo que se procede de la misma forma.
- Se selecciona **Setup > Reference Values**, y se especifica **Compute from: inlet**. Se establece el valor de la densidad  $1\text{kg/m}^3$  y de la viscosidad  $5.5555\text{e-}03\text{ kg/ms}$ . Los otros valores se dejan por defecto. En **Reference Zone** determinar **flow\_domain**.
- Para la solución numérica del problema se va a **Solution > Methods**. Se escoge un esquema acoplado (**Coupled**) y se dejan las opciones por defecto. En **Transient**

**Formulation** se determina **Second Order Implicit**, tal y como se nos recomendó anteriormente para el modelo WALE. El resto de selecciones se muestran en la imagen.

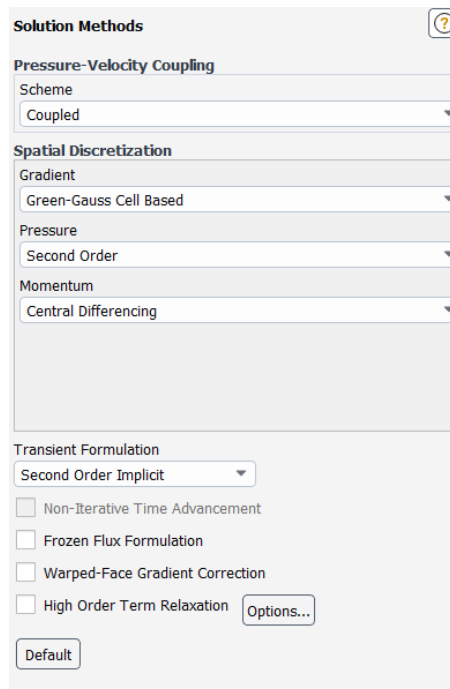


Figura 59: Especificaciones de 'Solution Methods'. Tutorial LES.

- Para establecer los criterios de convergencia, se debe ir a **Solution > Monitors > Residuals** y hacer doble clic. Se abre una ventana y se especifica en **Absolute Criteria** **1e-8** en cada una de las casillas. Se verifica que en **Options** están activadas **Print to Console** y **Plot**. Se hace clic en OK.
- Para monitorizar el tensor de cizalla en la pared, se hace clic derecho en **Report Definitions – New – Surface Report- Area Weighted Average**. En **Field Variable**, se escoge **Wall Fluxes** y debajo **X-Wall Shear Stress**. En **Surfaces** se selecciona **walls**. Se hace clic en **Report File**, **Report Plot** y **Print to Console**.

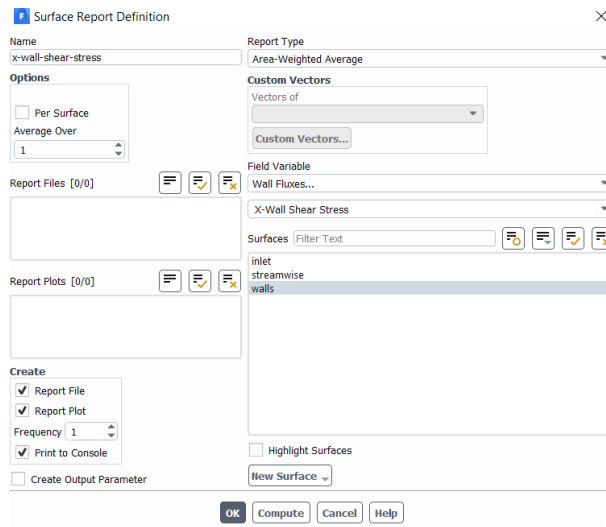


Figura 60: Report File X-Wall Shear Stress. Tutorial LES.

- En este punto se guarda el proyecto.
- Para establecer la estimación inicial, se hace una inicialización híbrida, por lo que se va a **Initialization**, se selecciona **Hybrid** y se hace clic en **Initialize**. Para la más rápida transición a turbulencia, se implementa una condición inicial, descrita como una función de flujo laminar a la entrada. Se descentra la coordenada y para que el perfil no sea simétrico y así provocar antes la turbulencia. Así, en el panel de **Initialization** se va a **Patch** y se selecciona **x-velocity**. En vez de escribir un valor constante se selecciona **expression** y en **function** se escribe:  $20[\text{m/s}] \cdot \sin(2 \cdot 2 \cdot \text{PI} \cdot x / 12[\text{m}]) \cdot \sin(2 \cdot \text{PI} \cdot (y - 0.25[\text{m}]) / 2[\text{m}])$ .

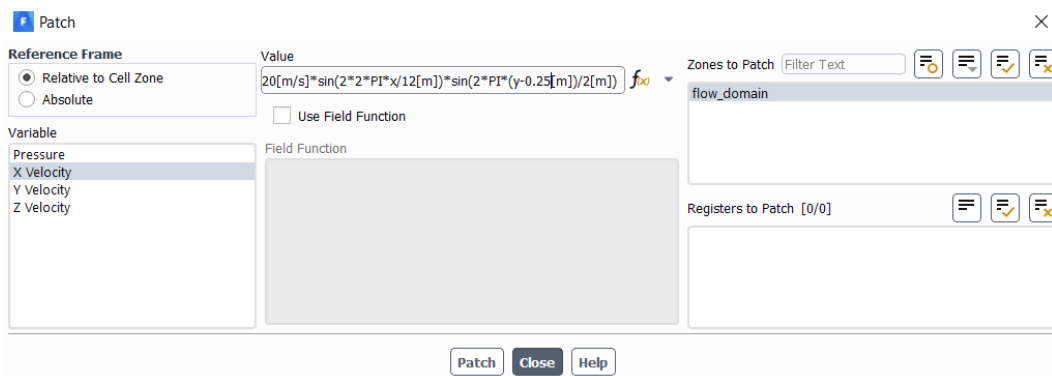


Figura 61: Patch Initialization. Tutorial LES.

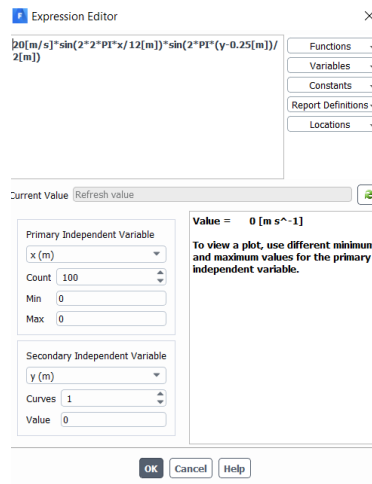


Figura 62: Perfil de velocidad de condición inicial. Tutorial LES.

- Por último, se define la cantidad de iteraciones que se quieren realizar haciendo doble clic en **Solution > Run Calculation**. La **Task Page** es **Run Calculation**, y en **Time Step Size** se escribe **0.005 (s)**, en **Number of iterations** se escribe el número de **10000**, y en **Max Iterations/Time Step** se escribe **10**. Luego se hace clic en **Calculate**. Se observa la gráfica de convergencia de los residuos a medida que el software va calculando.

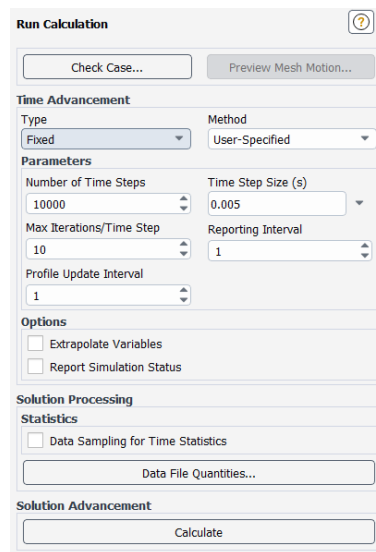
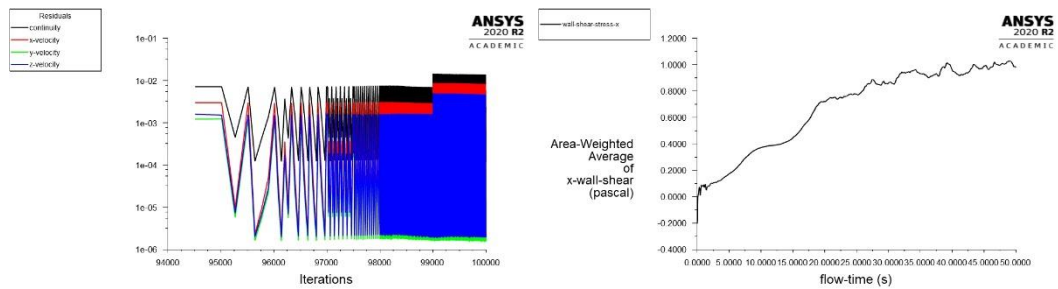
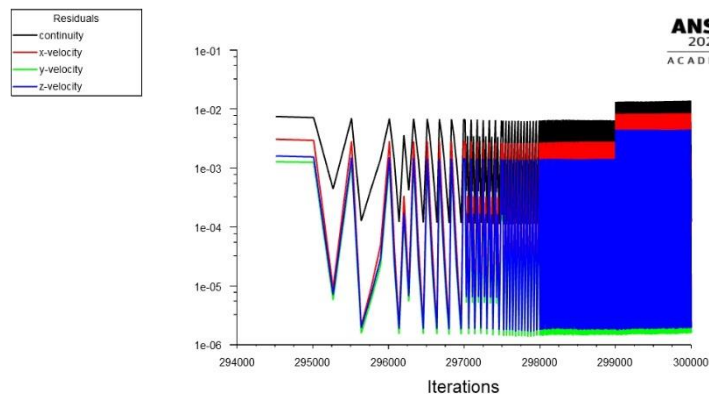


Figura 63: Iteraciones y tamaño de paso. Tutorial LES.



**Figura 64: Convergencia de residuos de primer tramo (izquierda) y monitorización de x-wall shear stress (derecha). Tutorial LES.**

- En este punto se guarda el proyecto.
- Cuando se acaba esta primera fase de inicialización, se cambia el nombre del report “x wall shear stress” o se elimina, ya que de no ser así la simulación en esta segunda fase reescribirá los resultados y colapsará.
- Después de esta primera fase, el flujo está plenamente desarrollado, por lo que hay que empezar el promedio temporal de las variables estadísticas. En **Run calculation**, se escribe **20000** en **Number of time steps** y se hace clic en **Data Sampling for Time Statistics**. Fluent ya promedia temporalmente las componentes del tensor de Reynolds y las velocidades de las fluctuaciones, por lo que se escogen las variables adicionales que se quiere promediar en el tiempo. El número de iteraciones se deja en 10 y el tamaño de paso en 0.005 s. En **Initialization** se hace clic en **Reset Statistics**, pero **NO** se inicializa el caso. Finalmente, se hace clic en **Run**.



**Figura 65: Convergencia de residuos (total). Tutorial LES.**

- Para obtener los resultados promediados en el tiempo una vez finalizada la simulación, se hace clic en **File – Export – Solution data**. Se seleccionan las variables deseadas, en

formato ASCII y haciendo clic en flow\_domain. Se nombra como fichero .csv y se hace clic en **write**.

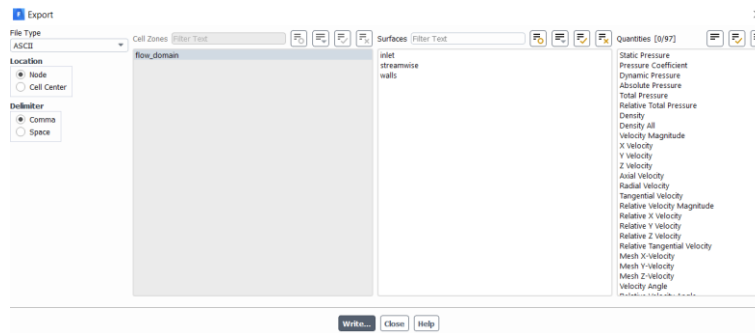


Figura 66: Exportar resultados. Tutorial LES.

## Anexo H. Gráficos de convergencia de residuos y monitorización del esfuerzo en la pared

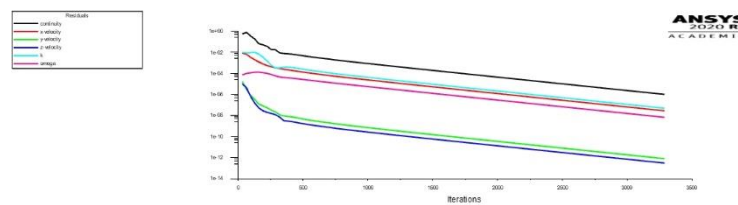


Figura 67: Convergencia de residuos modelo SST.

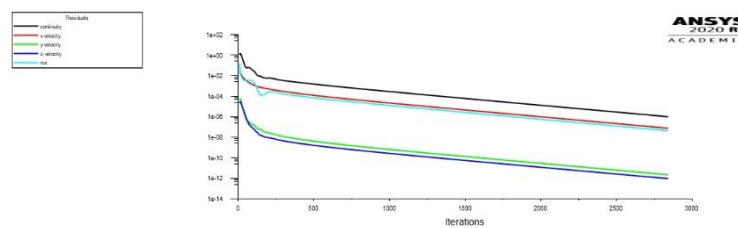


Figura 68: Convergencia de residuos modelo Spalart-Allmaras.

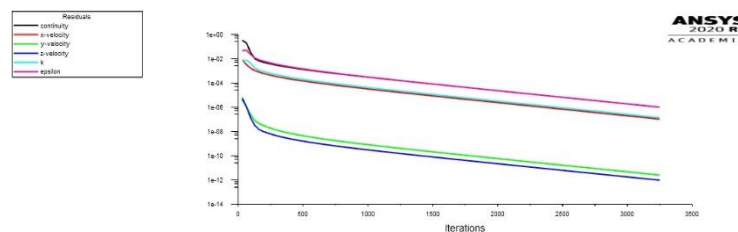


Figura 69: Convergencia de residuos modelo k-epsilon.

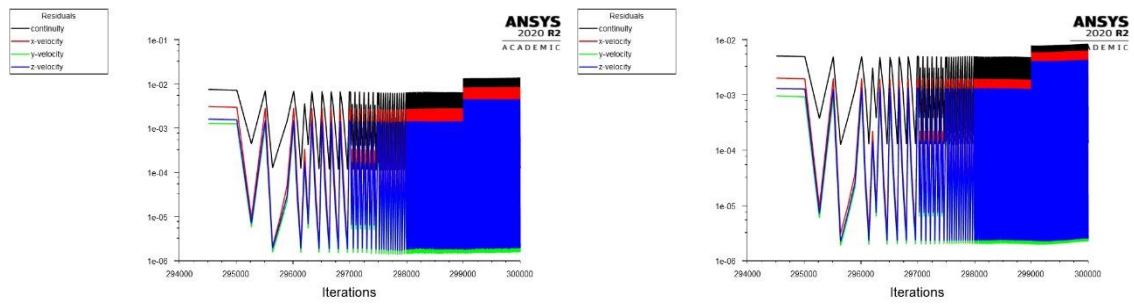


Figura 70: Convergencia de residuos caso LES 32x64x48 (izquierda) y LES 64<sup>3</sup> (derecha).

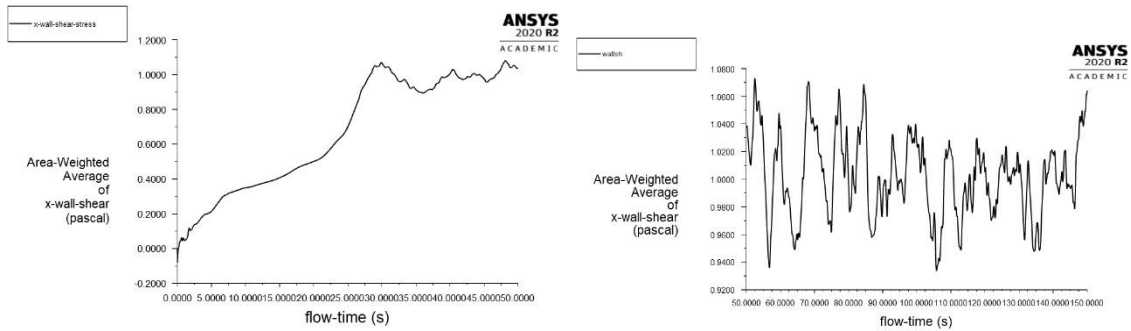


Figura 71: Monitorización del tensor de pared caso LES 64<sup>3</sup>. Primeros 50 large-eddy turnover times (izquierda), y resto de la simulación (derecha).